LES METHODES DE L'ANALYSE SPATIALE

M. Amharref; FST- Tanger

Introduction

A - Partie théorique

I - Concept de l'Analyse spatiale

II - Données spatiales

III - Méthodes de l'analyse spatiale

1- Méthodes d'analyse des formes spatiales

2- Méthodse d'analyse des relations spatiales

B - Partie pratique ()

TP + TD

ANALYSE DE LA FORME DES DISTRIBUTIONS

phénomène discontinu (ensemble points) :

1- Objectifs :

*- Analyse de la structure globale d'un nuage de points (distribution des objets ou d'un phénomène)

* Déterminer le modèle théorique qui s'ajuste le mieux à la distribution observée ,(lois ??? ….)

*- Identifie les processus générateurs de ces distributions

2- Méthodologie :

* Caractériser la distribution observée à partir des données existantes : (à partir des données réelles)

* **Déterminer** parmi **les modèles théoriques** la distribution théorique qui s'ajuste le mieux (Poisson, Binomiale….) (ne pas fixer a priori la forme du modèle théorique correspondant à distribution observée)

***Comparer ou Mesurer l'écart** entre la distribution observée et une distribution théorique choisie (calcul de résidus entre les deux distribution)

* **Tester la signification** de ces écarts par des tests statistiques; χ^2, student, …

*(Eventuellement mesurer l'écart entre deux distributions observées)

Pour caractériser la répartition spatiale d'un phénomène ou d'un ensemble d'objet, ou d'activités, il y a trois approches :

3- Approches méthodologiques : Trois

* Analyse par carroyage (Quadras) : basée sur la fréquence et la densité des nuages de points
* Analyse du voisinage : basée sur la distance
* Analyse de contiguïté : basée sur la topologie du voisinage

5- Méthode des Quadras : Analyse par carroyage basée sur la fréquence et la densité des entités (utilise les cordonnées des points)

Soit un semis de **N** points distribués sur un espace E (deux démarche s : soit en utilise les densité soit les frequences)

DENSITE

1- dénombrement :

On recouvre l'espace E d'un ensemble de **K** mailles de formes régulières. On associe à chaque maille **i** le nombre **Di** de points qu'elle contient, puis on calcule :

* le nombre moyen de points par maille **$D=N/K$** ;
* la variance du nombre de points par maille **$V(D) = k(Di - D)^2$**

2- l'indice de concentration

On en déduit IC

$IC=V(D)/D$ (variance/moyenne des densités)

- **IC= 1** : distribution aléatoire (loi de Poisson)
- **IC>1** : distribution plutôt concentrée (loi binomiale négative)
- **IC<1** : distribution plutôt régulière (loi binomiale positive)

- NB : même si l'indice indique que la distribution est concentrée cela n'indique pas forcement une dépendance, car même un phénomène aléatoire pourrait (cas rares) aboutir a ce type de distribution. IL faut tester la forme par test statique (voir suite)

FREQUENCES /

1- On dénombre le nombre de mailles en fonction du nombre de points qu'elles contiennent. On note **K(n)** le nombre de mailles comportant **n** points.

2 - On détermine les effectifs théoriques **K*(n)** qui seraient obtenus si la distribution était aléatoire à l'aide de la formule suivante :

$$K^*(n) = K\frac{D^n}{n!}\exp(-D)$$

3 - On teste l'égalité des deux distributions **K(n) et K*(n)** à l'aide d'un **test du Chi-2 ou Student (voir cours el Moussaoui)**.

$$\chi^2_{Ob} = \sum_i (F_i - F_m)^2 * 1/F_m$$

avec $F_m = \sum_i (F_i)/n = M/n$

Où F_i : fréquence observée par maille, M : nombre total de points et n : nombre de mailles. On compare les chis 2 observé χ^2_{Ob} **et théorique** χ^2_{α}

Si $\chi^2_{Ob} \geq \chi^2_{\alpha}$ à (n-1) degré de liberté, α : est un risque d'erreur aléatoire fixé (généralement de 5%)

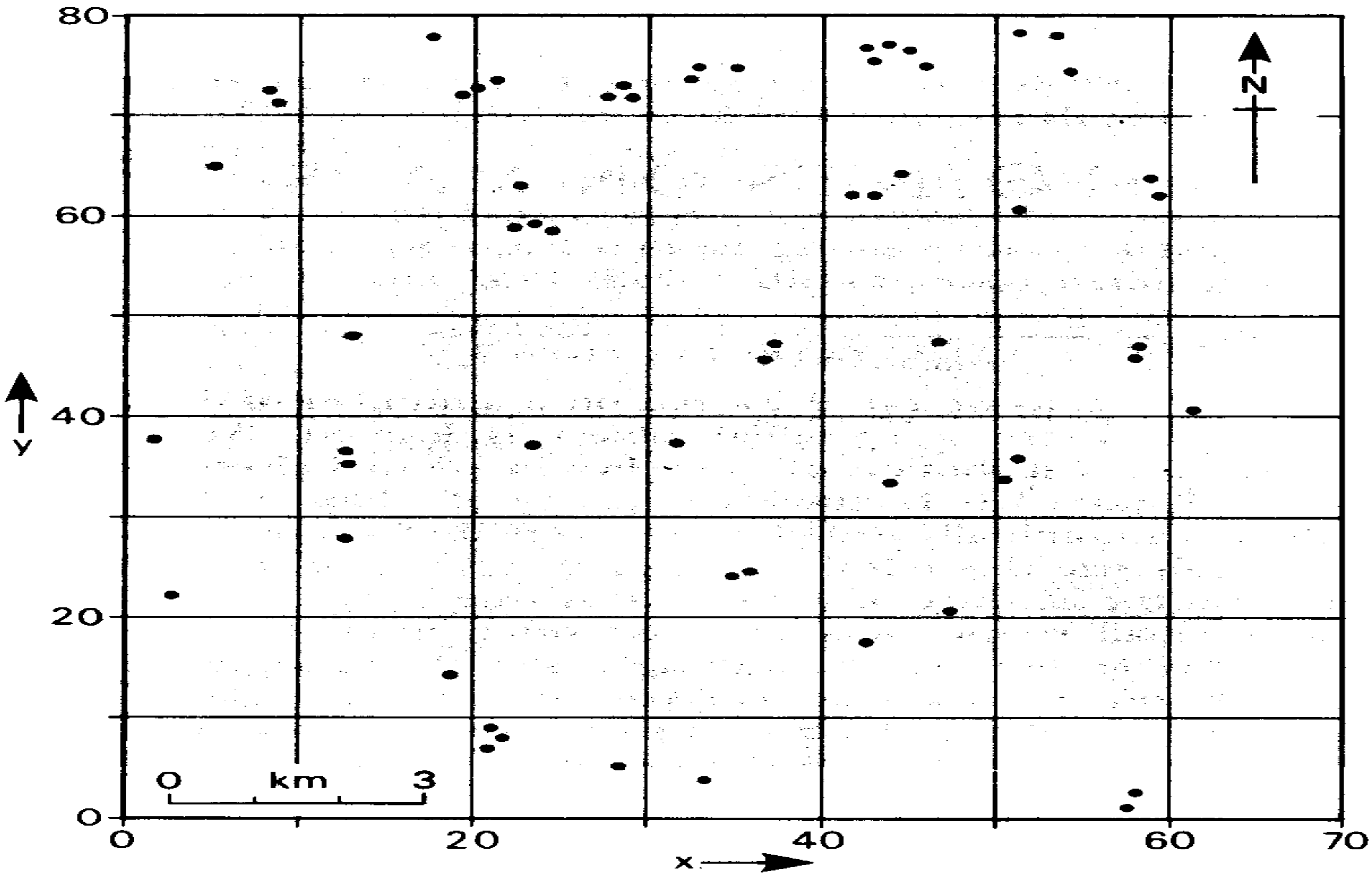
alors H_0 est rejetée

(ca d que la distribution observée n'est pas aléatoire, ; elle est structurée en fonction des critères spatiale)

NB : En fonction des résultats du test on conclue au caractère aléatoire ou non aléatoire de la distribution observée

exemple : si IC >1, la distribution semble être concentrée, MAIS on trouve que $\chi^2_{Ob} \geq \chi^2_{\alpha}$ avec un risque d'erreur de 10 ou 20 % , La distribution n est pas concentrée et que l'hypothèse que la distribution est aléatoire ne peut pas être rejetée dans ce cas la (car le risque d'erreur est fixé à α> 5%)

☞ Exercice d'application: analysez cette distribution



Carte par point des églises et des chapelles dans le sud du comté de Leicester, UK . (d'après Unwin D., 1981, p. 30)

Détail de la démarche : Analyse par carroyage (Quadras) :

a-Définition du territoire d'analyse :

-Superposition d'une grille à maille carrées sur le territoire d'analyse (Taille de la maille??? entre 1/d à 2/d ; d: densité)

-Traitement des mailles n'ayant pas la même chance de recevoir des entités : *Elimination des mailles hors du territoire homogène (ex: plan d'eau) * Traitement particulier des mailles se superposant aux frontières

b-Création d'un vecteur des fréquences observées :

- Comptage du nombre de points par maille
- Comptage du nombre de mailles contenant 0, 1, 2, 3, r points

c-Calcul du vecteur des fréquences attendues :

-choix d'une distribution théorique –exemples: aléatoire: Poisson ; concentrée : Binomiale négative,….

-calcul du nombre de points attendus par maille selon la distribution théorique choisie

-comptage du nombre de maille contenant 0, 1,2,..r points

d-Comparaison des vecteurs des fréquences :

-Test de χ^2 entre les deux distributions (observée et attendue ou théorique) : voir cours EL Moussaoui (analyse des données)

Exemple : distribution attendue est de type aléatoire (Poisson) avec un nombre moyen observé de points par maille supérieur à 2

On pose l'hypothèse que :

H_0 : **pas de différence** entre la distribution observée et la distribution théorique

H_1 : différence significative entre les deux distributions

$$\chi^2_{Ob} = \sum_i (F_i - F_m)^2 * 1/F_m \quad \text{avec} \quad F_m = \sum_i (F_i)/n = M/n$$

Où F_i : fréquence observée par maille, M : nombre total de points et n : nombre de mailles

Si $\chi^2_{Ob} \geq \chi^2_{\alpha}$ à (n-1) degré de liberté, alors H_0 est rejetée (ca d que la distribution observée n'est pas aléatoire, elle est plutôt structurée cad dépendante d'un certains nombre de paramètres)

α : est un risque d'erreur aléatoire fixé (généralement de 5%)

e-Test de l'indice de dispersion ou de concentration :

-Calcul de l'indice de dispersion : soit le rapport de la variance sur la moyenne du nombre de points par maille

- **Test de Student** sur l'écart entre l'indice de distribution observé et l'indice attendu (théorique)

- Exemple : distribution attendue est aléatoire où l'indice de distribution est unitaire

On pose l'hypothèse que :

H_0 : **pas de différence** entre la distribution observée et la distribution théorique

H_1 : différence significative entre les deux distributions

$$t_O = (1/F_m * S_F^2 - 1)/\sqrt{2/(n-1)} \text{ avec } S_F^2 = 1/n-1 * \sum_i^n (F_i - F_m)^2$$

Si **$t_O \geq t_\alpha$ à (n-1) degré de liberté, alors H_0 est rejetée (ca d que la distribution observée n'est pas aléatoire)**

α : est un risque d'erreur aléatoire fixé (généralement de 5%)

-Contraintes des analyses des formes des distributions :

* Problème d'échelle :

- Si les entités ponctuelles symbolisent des entités zonales, la taille réelle peut interférer sur les distances entre les objets.
- Une distribution pouvant être concentrée a une échelle et apparaître dispersée à une autre (ou l'inverse)

*** Problème d'homogénéité de l'espace :** l'espace est supposé homogène dans toutes les directions (isotrope); si non la distribution peut être la cause d'un phénomène exogène (présence d'un lac, barrière….)

*** Problème des limites du territoire:** il devrait s'étendre indéfiniment, si non les frontières réduisent les densités et les chances de voisinage et de contiguïté (il faut faire des corrections de bord)

6- Analyse du voisinage : analyse sur la base des distances

6.1- La méthode du voisin le plus proche R (stat du 1 ordre)

- Elle se base sur la distance minimale moyenne d'un point quelconque à son voisin le plus proche..

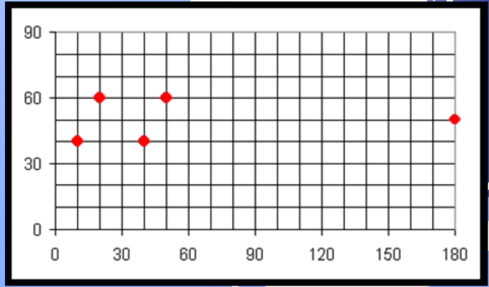
NB : Coordonnées x, y des points, (transformation en distance??? ; euclidienne : *la distance à vol d'oiseau* , rectiligne :*distance de Manhattan* ..)

$$DEij = \sqrt{(Xi - Xj)^2 + (Yi - Yj)^2}$$

$$DRij = |Xi - Xj| + |Yi - Yj|$$

i	*Xi*	*Yi*
1	20	60
2	50	60
3	10	40
4	40	40
5	180	50

DEij	1	2	3	4	5
1	0	30	22	28	160
2	30	0	45	22	130
3	22	45	0	30	170
4	28	22	30	0	140
5	160	130	170	140	0



a- Principe de la méthode du plus proche voisin (R)

Soit un semis de point N distribué sur un espace de surface S; de densité **d = N/S**

a-On calcule pour chaque point i la distance $\mathbf{d_{min}(i)}$ qui le sépare de son voisin le plus proche

b- on calcule la moyenne des distances observées au plus proches voisins d_o

c- on détermine la distance théorique moyenne du plus proche voisin $\mathbf{d_T}$ dans le cas d'une distribution aléatoire

d- on calcul l'indice R : $\mathbf{R = d_O / d_T}$

(R est indice de dispersion qui peut être utilisé pour comparer la différence entre distribution observée et théorique)

e- on test le caractère aléatoire de la distribution par un test

R est le rapport de la distance moyenne minimale observée (d_O) à distance moyenne minimale attendue **(d_T)**

$$R = d_O/d_T$$

*** La distance minimale moyenne observée (d_O) :**

$$d_O = 1/N \sum d_{Oi} \quad \text{(N nombre de point)}$$

d_{Oi} : distance minimale entre chaque point et son voisin le plus proche

*** La distance moyenne minimale attendue (d_T)**

Sous l'hypothèse d'une distribution aléatoire **de même densité**, la distance moyenne attendue est donnée par la loi de Poisson

$$d_T = 1/2\sqrt{S/N} = 0.5/\sqrt{d}$$

S : surface du territoire ; N : nombre de point, d :densité

R renseigne sur la forme de la distribution il varie [0 , 2.15];

R = 0 la répartition est concentrée (groupée)

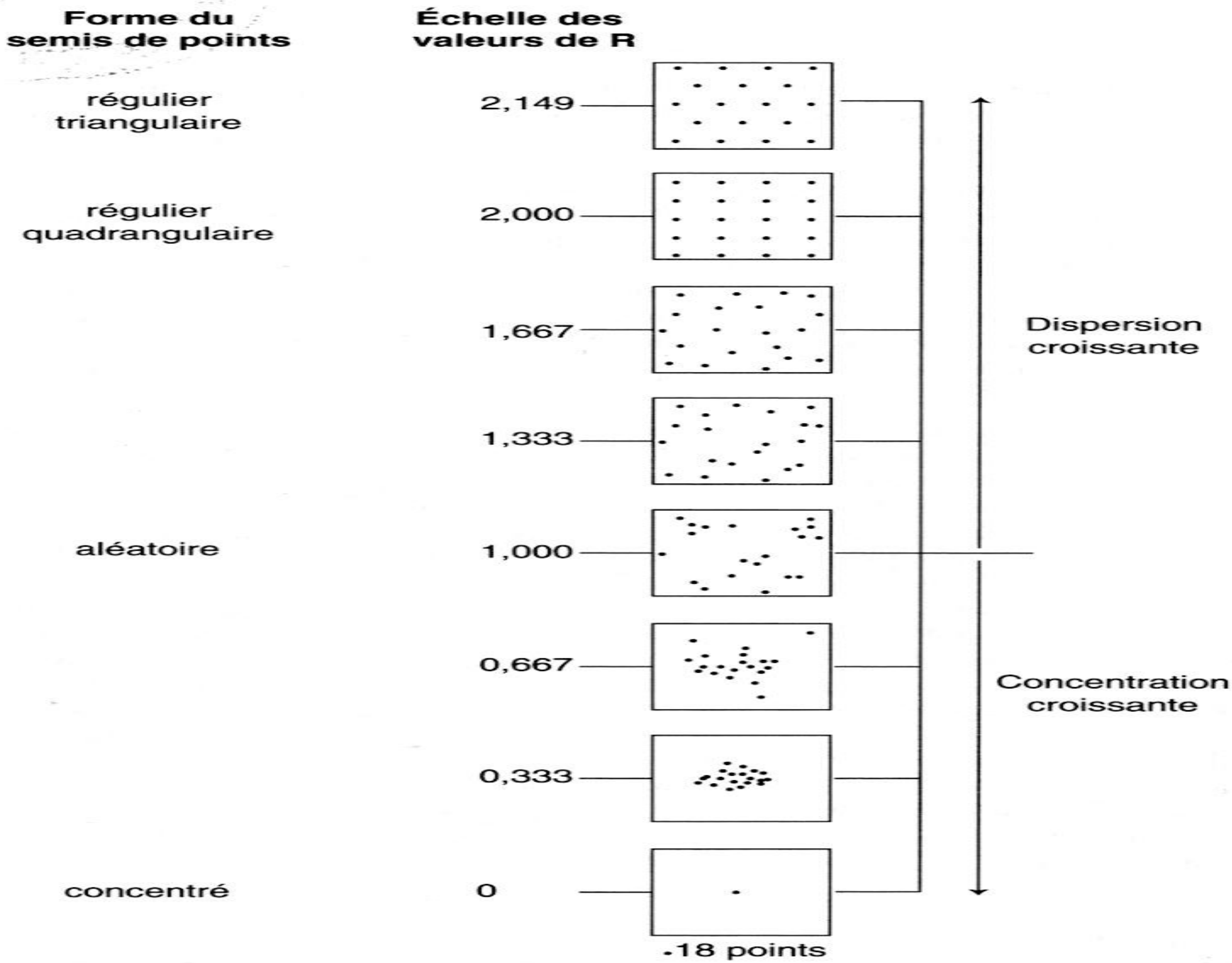
R = 1 répartition est aléatoire (pas de différence entre la distribution réelle et aléatoire **) ;**

R= 2,15 la répartition est parfaitement régulière (triangle équilatéral ; points parfaitement équidistants

Nb:

***** les valeurs extrêmes de R sont très probables (concentration absolue (R = 0) et Semis parfaitement régulier (disposer en un semi triangulaire équilatéral parfaitement régulier (R= 2,149)) n'existent pas!!

Semis de points et échelle des valeurs remarquables de R



Source : d'après P.J. Taylor, *Quantitative methods*, Geography Wavelands Press, 1977.

☞ - Test du R (voisin le plus proche)

Pour tester la validité de l'écart au modèle aléatoire on utilise : **le test de Student** et on considère que :

La distribution est significativement concentrée si distance minimale observée **d_O :**

$$\boxed{d_O < d_T - (t * \sigma_{d0})}$$

$\sigma_{d0} = 0{,}26/\sqrt{N^2/S}$ N : nombre de points, S: surface . **(σ_{d0}) : l'erreur standard de** d_0

t est lu sur la table de Student en fonction de degré de liberté (ddl = N-1)

Exp : avec un risque d'erreur de 5%

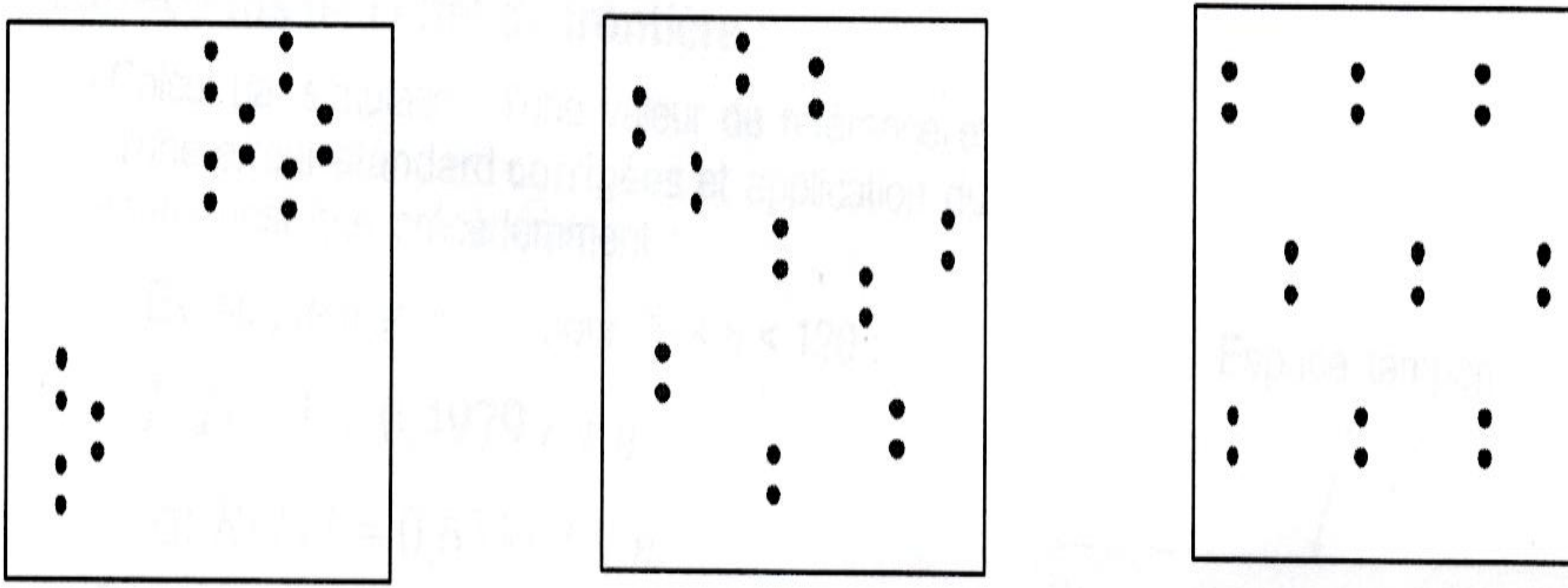
$d_O < d_T - (1{,}96 * \sigma_{d0})$;

la distribution est significativement dispersée si :

$$\boxed{d_O > d_T + (t * \sigma_{d0})}$$

Exp : avec un risque d'erreur de 5%

$d_O > d_T + (1{,}96 * \sigma_{d0})$;



$R(1) = 0{,}36$
$R(2) = 0{,}61$

$R(1) = 0{,}36$
$R(2) = 0{,}97$

$R(1) = 0{,}36$
$R(2) = 1{,}79$

Intérêt de l'analyse à plusieurs niveaux de voisinage

b- le voisin le plus proche d'ordre K

Le voisinage pourrait être étendue à un rang de voisinage quelconque (k)

* Calcul de la distance moyenne observée entre points voisins de rang k D_k

- **Pour chaque point, on mesure la distance vis-àvis du 1er, 2e, 3e…Ke voisin = d_k**

- **Calcul de la distance moyenne observée :**

$$D_k = 1/N \sum d_k \quad \text{(N nombre de point)}$$

* Calcul de la distance moyenne attendue entre points voisins de rang k $D_0(k)$

-Sous l'hypothèse d'une distribution aléatoire, la distance moyenne attendue est donnée par la loi de Poisson :

$$D_0(K) = \frac{K(2K)!}{\left(2^K K!\right)^2 \sqrt{N/S}}$$

ex : $D_0(1) = 1/2\sqrt{N/S}$ $D_0(2) = 3/4\sqrt{N/S}$

Test du voisin le plus proche d'ordre K ; R(K) : test par simulation

Si $D(k) > D_0(k)$: le semi est régulièrement espacé à cet ordre de voisinage;

Si $D(k) < D_0(k)$: le semi est concentré à cet ordre

Aléatoire??? **D(k) ???**

- L'analyse de multiples distributions aléatoires montre que les valeurs de R(k) varient **autour de 1** avec une erreur-standard σ[R(k)]

- Pour N>30, on construit un intervalle de confiance autour de la valeur théorique unitaire, avec un risque d'erreur de α **(1 ± α σ[R(k))**
- **(voir fig ci-dessous)**

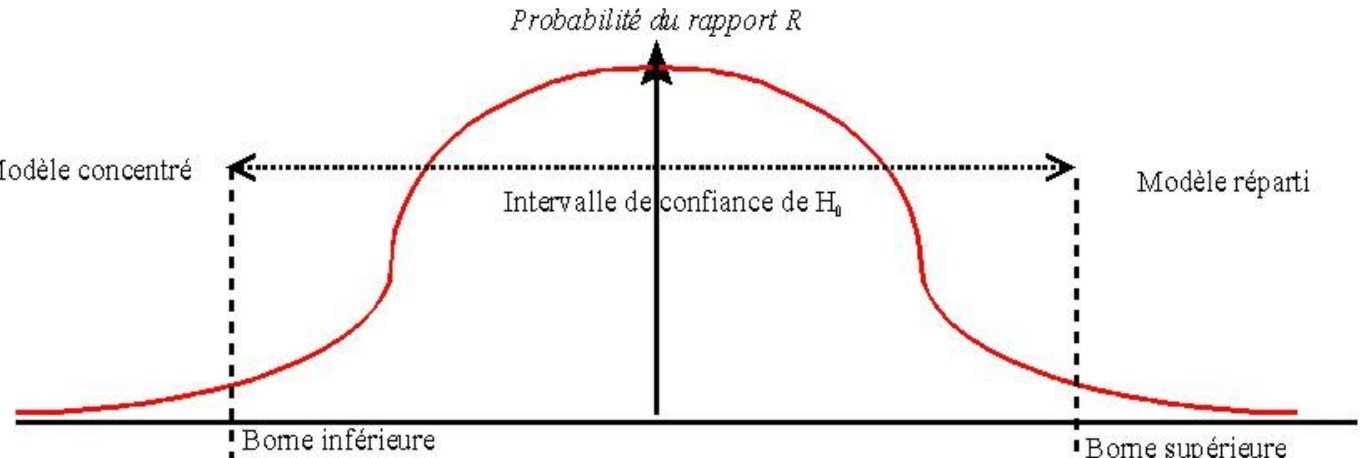
☞ **Aléatoire** : la valeur de [R(k)] est comprise entre les bornes de l intervalle de confiance

☞ **Concentrée :** la valeur de [R(k)] est inferieure à la borne inferieur de l intervalle de confiance

☞ **Dispersée** : la valeur de [R(k)] est supérieure à la borne supérieure de l intervalle de confiance (distribution est max pour R(k) = 2,149): triangle equilateral

Processus ponctuel homogène

Loi de Poisson



$R = {}^{d_o}/_{d_a} \approx 0$

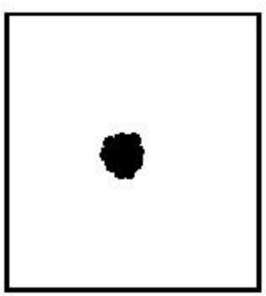
$R = {}^{d_o}/_{d_a} \approx 1$

$R = {}^{d_o}/_{d_a} \approx 2{,}15$

Groupement complet

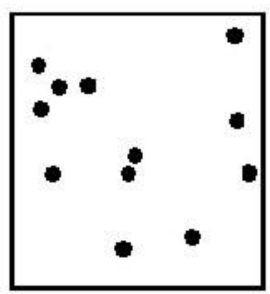
Distance au voisin le plus proche

$d_o \approx 0$



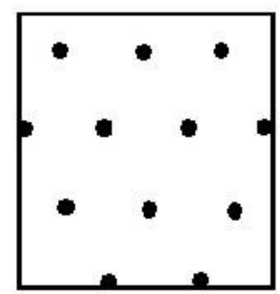
Modèle aléatoire de référence

$d_a = 0{,}5\sqrt{\frac{S}{N}}$



Equirépartition

$d_o = 1{,}075\sqrt{\frac{S}{N}}$



Test sur la distribution des fréquences cumulées de √**R(K)** :

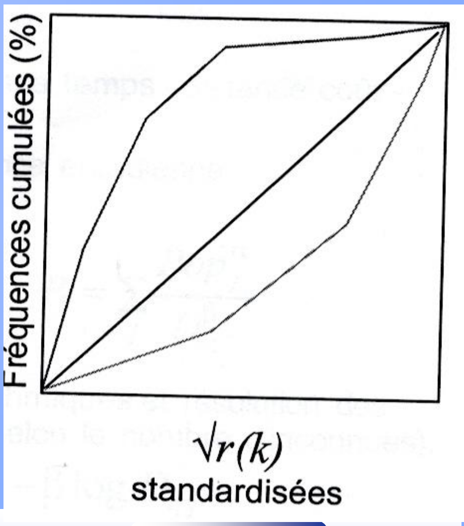
Intérêt : prise en compte de la totalité des valeurs plutôt que la seule moyenne

Dans une distribution aléatoire , les fréquence cumulées se distribuent de façon normale : elle forment une droite sur le diagramme

Comparaison entre distribution observée et aléatoire : Analyse graphique :

*situation concentrée, la distribution présente une concavité tournée vers le bas au dessus de la droite

* situation dispersée, la distribution présente une concavité tournée vers le haut en dessous de la droite



Limitation du voisin le plus proche??

*** limite pour K??? (voisinage) peut aller jusqu'à N-1 ;** mais nécessite une correction de l'Effet de bord de la zone d'étude**?**

- faire une zone tampon : buffer (surface du buffer??, nbre de point N? f (k) : S et N est d autant grands que K élevé)

- remplacer la distance au k ^{e} plus proche par la distance théorique attendue (certains logiciels tels que CrimeStat)

- **Pas de test significatif de l'écart entre D(k) et D_0(k) (tentatives Getis, Boots, Cressie : test de Student sur l'ecart des moyenne :**

|D(k) -D_0(k) | / σ[R(k)] (a un risque α)

Mais la valeur du test décline rapidement avec l'élévation de K)

* **Confond la distribution d'un** nuage de points en agrégat à des **échelles emboités** avec la distribution **aléatoire**

- D'où l'intérêt de l'analyse du second ordre (tel que k Ripley)

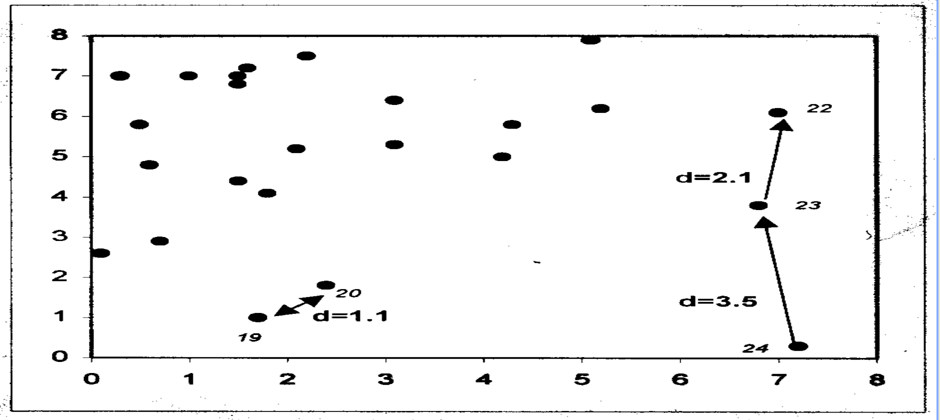
Exercice : points de crimes dans une ville : analyse la structure : voisinage (surface : 64km2

i	Xi	Yi
1	1.5	7
2	1	7
3	1.5	6.8
4	0.5	5.8
5	2.2	7.5
6	0.3	7
7	0.6	4.8
8	1.8	4.1
9	2.1	5.2
10	4.3	5.8
11	1.6	7.2
12	3.1	6.4
13	0.7	2.9
14	0.1	2.6
15	1.5	4.4
16	3.1	5.3
17	5.2	6.2
18	5.1	7.9
19	1.7	1
20	2.4	1.8
21	4.2	5
22	7	6.1
23	6.8	3.8
24	7.2	0.3

(1) Tableau de données

i	Xi	Yi
1	1,5	7
2	1	7
3	1,5	6,8
4	0,5	5,8
5	2,2	7,5
6	0,3	7
7	0,6	4,8
8	1,8	4,1
9	2,1	5,2
10	4,3	5,8
11	1,6	7,2
12	3,1	6,4
13	0,7	2,9
14	0,1	2,6
15	1,5	4,4
16	3,1	5,3
17	5,2	6,2
18	5,1	7,9
19	1,7	1
20	2,4	1,8
21	4,2	5
22	7	6,1
23	6,8	3,8
24	7,2	0,3

(2) détermination des plus proche voisins



(3) calcul des distances au plus proche voisin

i	dmin
1	0,2
2	0,5
3	0,2
4	1,0
5	0,7
6	0,7
7	1,0
8	0,4
9	1,0
10	0,8
11	0,2
12	1,1
13	0,7
14	0,7
15	0,4
16	1,0
17	1,0
18	1,7
19	1,1
20	1,1
21	0,8
22	1,8
23	2,3
24	3,5
moyenne (Ro)	0,99
écart-type (Eo)	0,74

(4) Calcul des paramètres théoriques de la distribution aléatoire

Surface	64
effectif	24
densité	0,375

distances théorique au plus proche voisin

moyenne	**(Rt)**	**0,816**
écart-type	**(Et)**	**0,087**

(5) Calcul de l'indice R

$\boxed{\text{R= Ro/Rt = } 1{,}22}$

=> L'indice est supérieur à 1 ce qui indique une tendance à la dispersion
=> La distribution observée est plus régulière qu'une distribution selon un processus de Poisson

(6) test d'adéquation entre distribution observée et distribution aléatoire

H0 : la distribution observée est aléatoire (processus de Poisson)

On calcule la statistique z

z= |Ro-Rt| / Et

et on compare sa valeur à celle de la loi normale pour accepter ou rejeter H0

RO = dO ; RT = dT ; σd0 = Et

Conclusion : Contrairement à ce que laisserait penser la prémière impression visuelle, la distribution est plutôt dispersée.

Mais son caractère aléatoire ne peut être rejeté.

6.2- La méthode K de Ripley (stat du 2 ordre)

Elle répond à :

- A quelle échelle existe-t-il une organisation spatiale (dim structure du nuage de points)?

Elle indique **des agrégats locaux** (**concentrations**) dans un semis de points **(points chaud)**

Elle se base sur :

Rapport de **la densité locale** sur la **densité moyenne** du semis dans des cercles de **rayon croissant** (structure à différentes échelles)

Sous l'hypothèse nulle, le nombre de **point attendu n_{dp}** dans un cercle de **rayon dp** dépend de la densité du semis et de la surface du cercle espèrance mathématique de np :

$$E\left(n_{dp}\right) = \frac{N}{S}\pi\left(dp\right)^2$$

* Localement, si le **nb observé** est nettement plus grand que le nb **attendu**, c'est un **Agrégat (regroupement)**

* Une densité nettement **plus faible** forme une **Lacune**

☞ a- Fonction K de Ripley :

La fonction K_{dp} **de Ripley** est la somme pondérée des **paires de points** (k_{ij}) (j différent de i) **situées dans le rayon de recherche** (K est le dénombrement systématique sur un rayon dp).

$$K_{dp} = \frac{S}{N(N-1)} \sum_i \sum_j k_{ij}$$

dp est le rayon de recherche et S est la surface de la zone d'étude

☞ $E(K_{dp}) = dp$

☞ (Si $d_{ij} < dp$, alors $k_{ij} = 1$, sinon $k_{ij} = 0$)

La fonction K_{dp} suit approximativement une **loi exponentielle croissante** et son espérance ***E(K)*** $E(K_{dp})$ **est croissant**; c est pour cela que besag

Besag a proposé une transformé plus facile à lire d'espérance nulle $E(Ldp)=0$, qui **devient négative** pour des valeurs élevées (effet de bord)

b- Fonction L de Besag-Riplay:

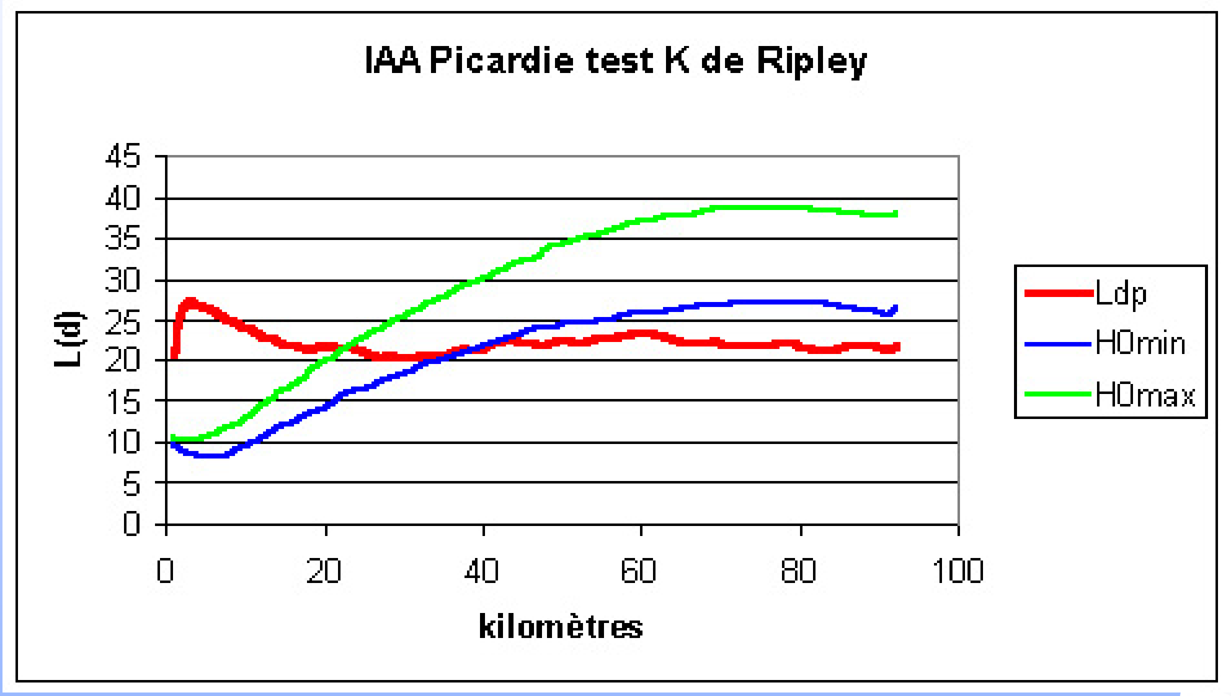
- La fonction L de Besag permet la comparaison entre plusieurs zones d'études et entre plusieurs semis sur la même zone d'étude

$$L_{dp} = \sqrt{\frac{K_{dp}}{\pi}} - dp$$

- La valeur attendue de ***L_{dp}*** est d'espérance nulle *E(Ldp)*=0
- un intervalle de confiance est crée par des simulations (min 100)
- La représentation de la fonction **(Ldp)** en fonction de **la distance** fournit le **Corrélogramme** de Ripley-Besag
  - Si la courbe ***Ldp*** observée est **au-dessus de l'intervalle** de confiance, alors le semis est **agrégé** à cette échelle
  - Si la courbe ***Ldp*** tombe dans **les limites de l'intervalle** de confiance, alors le semis a une **distribution aléatoire** à cette échelle
  - Si la courbe ***Ldp*** observée est **en-dessous de l'intervalle** de confiance, alors le semis est **régulièrement espacé** à cette échelle

Fonction L de Besag ajustée

- Corrélogramme de la fonction L de Ripley-Besag pondérée (avec correction des effets de bord)



Critère de décision : la distance maximale entre la fonction L et la limite supérieure de l'intervalle de confiance indique l'échelle ***optimum d'agrégation***

☞ c- correction des effets de bord

Il existe différents algorithmes de correction des effets de bord selon la surface de la zone

La fonction k de Ripley devient :

$$K_{dp} = \frac{S}{N^2} \sum_i \sum_j w_{ip} k_{ij}$$

Avec W_{ip} coefficient de correction de l'effet de bord associé à chaque pas de distance

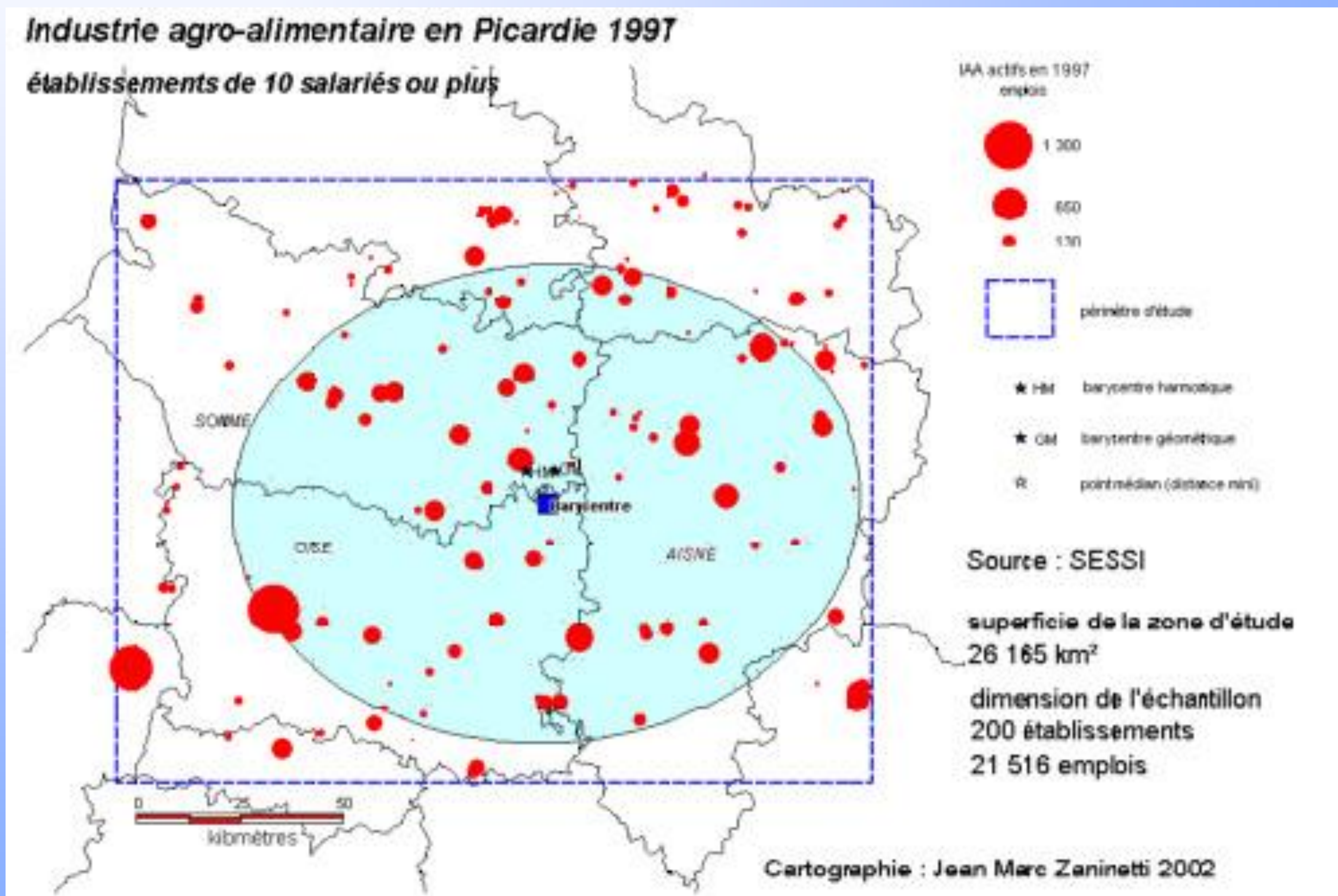
* La **correction** W_{ip} est l'inverse de la circonférence (ci) du cercle de rayon dp qui est inclus dans la zone d'étude $\boldsymbol{W_{ip} = 1/c_i(dp)}$

* La correction reproduit en miroir la densité interne de la zone d'étude

* Par prudence, il vaut mieux limité l'évaluation de la fonction K de Ripley à un rayon de recherche maximal dp égal à la moitié du plus petit côté du rectangle de la zone d'étude

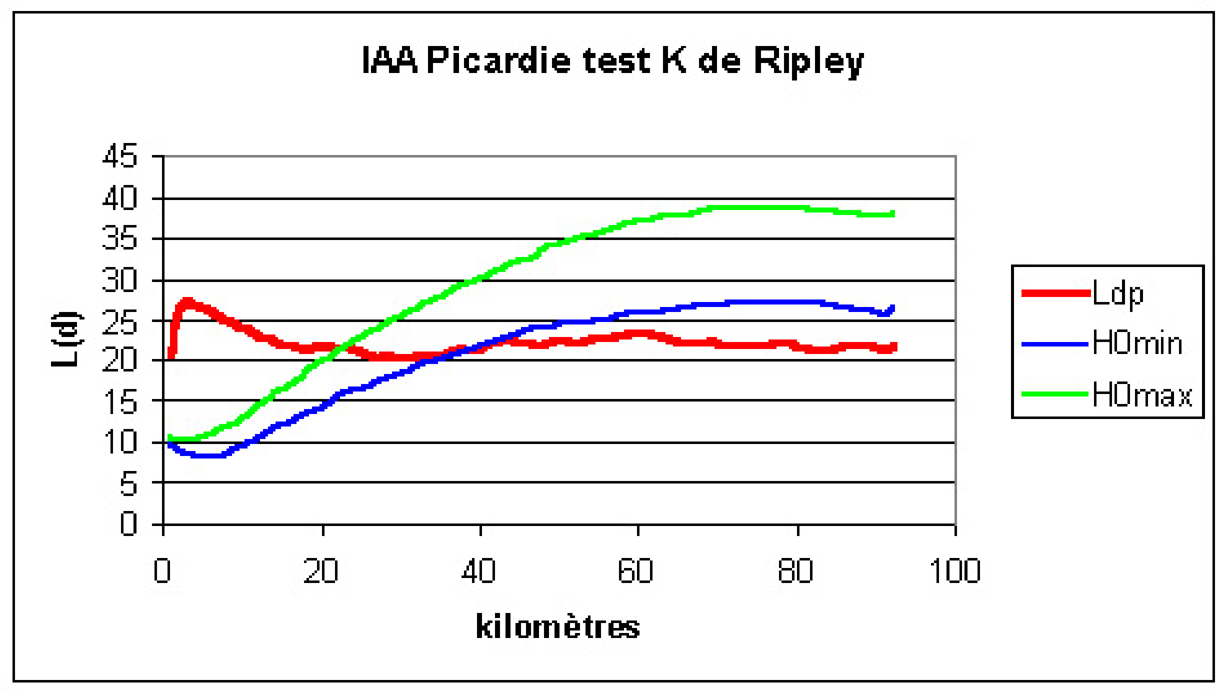
Une étude de cas

- Localisation des IAA en Picardie 1997 (pondérée par l'emploi)



Fonction L de Besag ajustée

- Corrélogramme de la fonction L de Ripley-Besag pondérée (avec correction des effets de bord)



Critère de décision : industrie Agro-Alim est concentrée sur 20Km, avec une concentration max (l'échelle ***optimum d'agrégation) est aux environ de 5km***

Quelques types de distribution de references:

a- Distribution Aléatoires :

une distribution est **aléatoire (distribution loi de Poisson)** si

1- tous les emplacements de l'espace ont la même probabilité d'accueillir un point

2- la position d'un point nouveau est indépendante de la position des points précédents

b- Distribution Concentrées (groupée : **binomiale négative**):

une distribution aura tendance à être concentrée si

1- certains emplacements de l'espace ont plus de chances d'accueillir un point

2- la localisation d'un premier point favorise l'apparition d'autres points à proximité

- c- Distributions Dispersées (semis équi-répartis, régulièrement espacé : binomiale positive)

une distribution aura tendance à être régulière si

1- tous les emplacements de l’espace ont la même probabilité d’accueillir un point

2- la localisation d’un premier point défavorise l’apparition d’autres points à proximité

NB :

- Une distribution **concentrée ou dispersée** traduisent souvent une **dépendance** dans la localisation des points

- On espère généralement montrer qu’une distribution **n’est pas aléatoire** pour **s’interroger sur les causes** de cette distribution (causes spatiales)

Les processus générateurs des distributions: !!!!

* **Aléatoires (loi de Poisson):**

- Résultat du hasard, -Processus complexe
- Combinaison d'interaction qui conduit à une distribution semblable à l'aléatoire ; (phénomènes agissants dans divers sens et a faible intensité)

* **Concentrées (groupée :loi binomiale négative) :**

- L'implantation d'une nouvelle unité est plus probable dans des zones a forte densité (m^me unité) (minimise espacement entre les unités)
  - Par **attraction** ou par **contagion**, (ex: campus universitaire modèles épidémiologiques, ministères : optimisé les services, échanges)

• **Dispersées (semis équiréparti) : loi binomiale positive):**

- L'implantation d'une nouvelle unité est plus probable dans des zones a faible densité (occuper le plus régulièrement l'espace)
- Par **répulsion** ou par **concurrence**
- Distribution aux sommets de triangles équilatéraux

• (ex: pharmacie…)