



Structure machine

Chapitre VII

Simplification des circuits avec la méthode de karnaugh

Mokrani Hocine

dr.mokrani@gmail.com

Chapitre VII (Suite)

- Simplification de circuit combinatoire Avec la méthode de Karnaugh

Simplification de circuit combinatoire

Méthode de Karnaugh
(Méthode graphique)

Simplification d'une formule

- Simplifier une formule revient à réduire le nombre de terme et d'opération dans cette formule.
- Dans ce chapitre nous étudierons 2 méthodes de simplification:
 - Simplification avec la méthode de Karnaugh
 - Simplification avec la méthode de Quine-McCluskey
- **Remarque:** Nous avons étudié dans le chapitre 1 la méthodes de simplification algébrique en utilisant les propriétés algébrique.

Méthode de Karnaugh

- Consiste à représenter les mintermes d'une fonction F par un tableau à double entrée.
- Chaque case du tableau correspond à une combinaison des variables d'entrées de la table de vérité de F .
- Les lignes et colonnes du tableau sont numéroté selon le code de Gray: en passant d'une ligne (resp. colonne) à la suivante, une seule variable change d'état (Ex: 00,01,11,10).
- **Avantage:** Permet la factorisation visuelle.
- **Inconvénient:** Applicable dans les fonctions qui n'ont pas plus que 6 variables.

Exemples

(Tables de Karnaugh à 2 variables)

a \ b	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

Curved arrows indicate minterm assignments:

- $\neg A \cdot \neg B$ points to m_0
- $A \cdot \neg B$ points to m_2
- $\neg A \cdot B$ points to m_1
- $A \cdot B$ points to m_3

table de Karnaugh de $f=ab+a\bar{b}$ \Rightarrow

a \ b	0	1
0	0	0
1	1	1

Exemples

(Tables de Karnaugh à 3 variables)

a \ bc	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

$\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}$



table de Karnaugh de $f = \bar{a}bc + ab\bar{c}$ \Rightarrow

a \ bc	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Exemples

(Tables de Karnaugh à 4 variables)

ab\cd	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

abcd

table de Karnaugh de $f = \bar{a}\bar{b}cd + a\bar{b}\bar{c}d$ \Rightarrow

ab\cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	0	1	0	0

Notion d'adjacence dans la table de Karnaugh

- Deux mintermes sont adjacents ssi il diffèrent exactement dans une seule variable.

ab\cd	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Algorithme de simplification par table de karnaugh

1. Mettre sous première forme canonique la fonction F considérée.
2. Représenter cette fonction par la table de karnaugh.
3. Regrouper les cases de 1 adjacentes en blocs ayant un taille en puissance de 2 la plus grande possible jusqu'à expiration des uns.
4. Déduire la fonction logique simplifiée, on associant a chaque bloc la sous-expression qui ne retient que les variables dont l'état ne change pas à l'intérieur du groupement. Puis, faire la somme logique (ou) des sous-expressions trouvées.

Exemples de fonction à simplifier

Fonction sous première forme canonique



a\b\ b	0	1
0	0	1
1	1	1

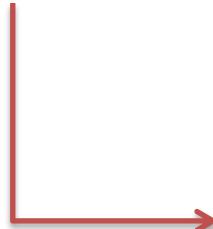


a\b\ b	0	1
0	0	1
1	1	1

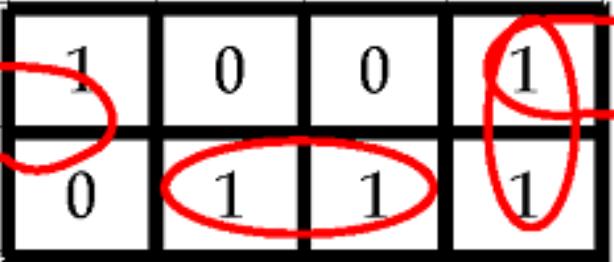

$$f(a,b) = a + b$$

Exemples de fonction à simplifier

$$f(a,b,c) = \overline{abc} + a\overline{b}c + \overline{a}\overline{b}c + abc + ab\overline{c}$$



a \ bc	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1

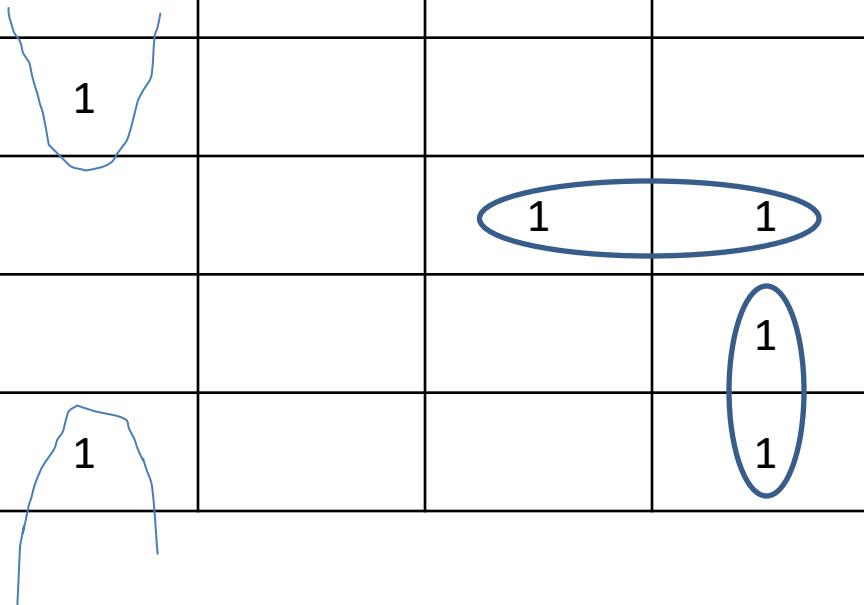


a \ bc	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1


$$f(a,b,c) = ac + \overline{bc} + ac$$

Exemples de fonction à simplifier

DC/BA	00	01	11	10
00	1			
01			1	1
11				1
10	1			1



A Karnaugh map for two variables DC and BA. The columns are labeled 00, 01, 11, and 10. The rows are labeled DC/BA: 00, 01, 11, 10. Minterms are marked with '1'. A blue U-shaped line highlights the minterm at (00, 1). A blue oval encloses the minterms at (11, 1) and (10, 1). A blue vertical oval encloses the minterm at (10, 0).

$$F = \overline{D} \overline{C} B + D \overline{B} \overline{A} + \overline{C} \overline{B} \overline{A}$$

Exemples de fonction à simplifier

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1	1	
11				
10				

$$F = \bar{D}\bar{C} + \bar{D}A$$

Exemples de fonction à simplifier

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11	1			1
10	1	1	1	1

$$F = \bar{C} + \bar{A}$$

Simplification en produit de somme

- Regrouper les zéros de la tables de karnaugh pour avoir \bar{f} . Puis, utilisant la règle de Demorgan.

$$F(a,b,c,d) = \sum(0,1,2,5,8,9,10)$$

m_0 m_5 m_{10}

ab\cd	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

$$\overline{F(a,b,c,d)} = cd + b\bar{d} + ab \text{ donc } F(a,b,c,d) = (\bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{b} + d) \cdot (\bar{a} + b)$$

Inconvénient de la méthode de Karnaugh

- Nombre de variable est entre 5 et 6:
 - La perception de l'adjacence des variables est difficile.
- Nombre de variables supérieur à 6:
 - Utilisation impossible de la méthode de Karnaugh.

Conclusion

- Porte logique et porte universelle.
- Circuit logique.
- Normalisation et simplification d'un circuit logique.
- Chapitre suivant: Analyse, synthèse d'un circuit combinatoire et circuits combinatoires particulier.