



Série d'exercices 3
Algèbre de Boole & Logiques combinatoires

Exercice 1 : Mettre les parenthèses dans les expressions suivantes pour indiquer la priorité dans leur évaluation.

- 1) $a \cdot b + c + d \cdot \bar{a} \cdot c$
2) $\bar{d} + \bar{c} \cdot \bar{a} + \bar{a} + b$

Exercice 2 : Démontrer les relations suivantes :

- 1) $a + ab = a$
 - 2) $a + \bar{a}b = a+b$
 - 3) $(a+b)(a+c) = a + bc$

Exercice 3 : Simplifier les expressions ci-dessous algébriquement.

- 1) $ab + a(b+c) + b(b+c)$
 - 2) $\underline{(ab(c+bd) + \bar{a}\bar{b})} c$
 - 3) $\underline{ab + ac + \bar{a}\bar{b}c}$

Exercice 4: Donnez les compléments des fonctions suivantes :

- 1) $F(a,b,c) = ab + c$
 - 2) $F(a,b,c) = (a+bc)(ab+c)$

Exercice 5 : Soit les fonctions logiques suivantes :

- $$F_2(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}d + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c$$

a) Donner la table de vérité de chaque fonction

- a) Donner la table de vérité de chaque fonction.
 - b) Donner la forme canonique de chaque fonction de deux différentes méthodes.
 - c) Simplifier chaque fonction algébriquement.

Exercice 6 (Home Work) : Soit la table de vérité suivante :

A	B	C	D	$f(A,B,C,D)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

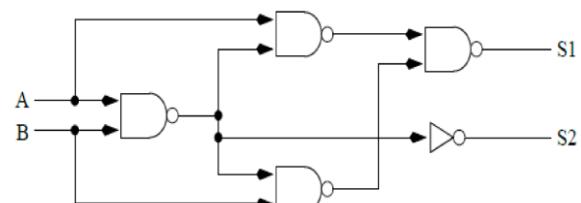
1. Proposer une expression booléenne pour $F(a,b,c,d)$.
 2. Déterminer sa deuxième forme canonique FC2.
 3. Simplifier la fonction $F(a,b,c,d)$ algébriquement.

Exercice 7: Soit la fonction logique

$$F \equiv ABD + BCD + \bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BD + \bar{B}C\bar{D} + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

1. Donner la première forme canonique de F .
 2. Donner la forme simplifiée conjonctive de F en utilisant la méthode de Karnaugh.
 3. Donner la forme simplifiée disjonctive de F en utilisant la même méthode.
 4. Représenter le circuit (logigramme) de la fonction en utilisant des portes **NAND** seulement.
 5. Représenter le circuit de la fonction en utilisant des portes **NOR** seulement.

Exercice 8 : Analyser le circuit combinatoire suivant :



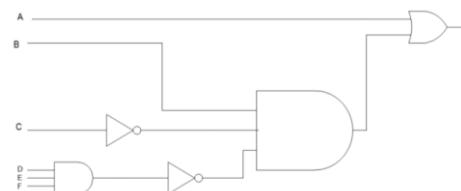
Quels est le rôle de chacune des sorties S1 et S2 ?

Exercice 9 :

Réaliser un comparateur de deux nombres binaires ayant chacun deux bits ($A=A_1A_0$ et $B=B_1B_0$). Le circuit a trois sorties : S0 pour $A < B$; S1 pour $A = B$; et S3 pour $A > B$.

Exercice 10 (HomeWork) :

Donner l'expression de la fonction logique F réalisée par le circuit logique donné ci-dessous. Transformer ce circuit logique en un circuit constitué uniquement de porte NAND, puis uniquement avec des portes NOR.



Exercice 10 (Méthode de Karnaugh) :

Donner pour chacune des fonctions F1 à F5 son expression algébrique simplifiée, puis représenter le logigramme associé (les cases vides $\Leftrightarrow 0$).

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		1
11			1	1
10			1	

F1=

ab \ cd	00	01	11	10
00	1			
01				1
11			1	1
10	1	1	1	

F2=

ab \ cd	00	01	11	10
00		1		
01		1		1
11	1	1	1	1
10			1	

F3=

ab \ cd	00	01	11	10
00	1			
01				1
11			1	1
10	1		1	1

F4=

a \ bc	00	01	11	10
0	1			
1	1	1		1

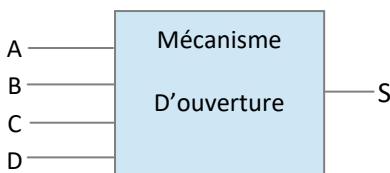
F5=

Exercice 11 : Soit la table de vérité suivante :

A	B	C	D	F(A,B,C,D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

1. Trouver la première forme canonique de la fonction F.
2. Trouver la seconde forme canonique de la fonction F.
3. Réaliser la table de karnaugh à partir de la table de vérité.
4. Simplifier F en utilisant la table de karnaugh
5. Trouver \bar{F} la fonction complémentaire de F.
6. Simplifier \bar{F} en utilisant la table de karnaugh.
7. Représenter F simplifiée à l'aide de portes NAND binaires.

Exercice 12 : La figure suivante représente le schéma d'un mécanisme d'ouverture d'une serrure de sécurité S contrôlé par 4 clefs (A, B, C, D) ayant chacune 2 positions ON et OFF.



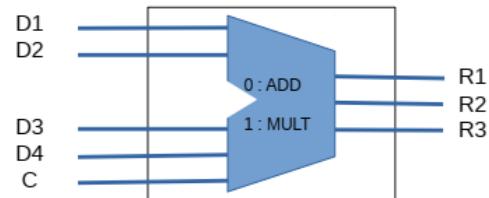
D'après le mode de fonctionnement, la serrure S est ouverte chaque fois que deux clés au moins sont positionnées à l'état ON mais sans que les clefs A et D ne soient à l'état ON en même temps.

1. Associer à ce mécanisme une fonction booléenne dépendant des états des clefs et qui soit vraie si la serrure est ouverte.
2. Simplifier S algébriquement puis par la méthode de karnaugh.
3. Représenter le logigramme de la serrure.
4. Vérifier le fonctionnement de la serrure pour les combinaisons 1010, 1110 et 1011.

Exercice 13 (HomeWork) :

Une Unité Arithmétique et Logique (UAL) comprend un jeu de deux instructions. Chaque instruction admet en entrée deux entiers non signés et donne en sortie un entier non signés. Les entiers d'entrée et de sortie sont codés sur deux bits. Les deux opérations composant le jeu d'instructions sont l'addition et la multiplication codées respectivement par:

0 : ADD, 1: MULT



Une troisième sortie R3 indique par la valeur un si le résultat de l'opération a donné un dépassement de capacité et zéro dans le cas contraire (voir schéma ci-dessous où D1, D3 et R1 sont associés aux bits de poids faible et C définit le code de l'opération).

1. Établir la table de vérité des sorties R1, R2 et R3 de l'UAL.
2. Déterminer les fonctions algébriques associées à R1 et R2.

Remarque importante : Dans le cas de dépassement de capacité, R1 et R2 sont les bits de poids faible du résultat valide.

Rappel : Dans le nombre 2016, six est le chiffre ayant le poids le plus faible i.e. le plus à droite.