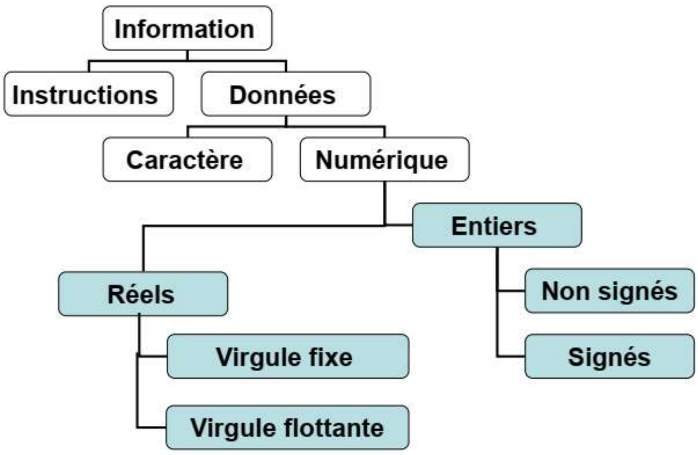
Architectures des Ordinateurs
Chapitre 3
(Représentation des Nombres réels)

Mokrani Hocine
dr.mokrani@gmail.com

Types de base



Représentation des nombres réels

Virgule fixe

Représentation des entiers

- Une représentation d'un nombre en virgule fixe correspondant à une représentation possédant un nombre fixe de chiffres Avant et après la virgule.
- **Utilisation:**
  - Pour représenter les parties fractionnaires dans un format utilisant le complément à deux.
  - Quand le processeur de l'ordinateur ne dispose d'aucune unité de calcul en virgule flottante
  - Quand le calcul en virgule fixe permet d'augmenter la vitesse d'exécution, cela est intéressant dans le cas ou la précision après la virgule n'est pas importante.
- **Inconvénient:**
  - Manque de précision dans les calculs.
  - Gaspillage des bits

Exemple de représentation

Donner la représentation en virgule fixe non signé du nombre $(14,375)_{10}$ en binaire sur 8 bits, avec 4 bits pour la partie entière et 4 bits pour la partie fractionnaire.

- Avec la méthode de division successive:

  $(14)_{10} = \mathbf{1} * 2^3 + \mathbf{1} * 2^2 + \mathbf{1} * 2^1 + \mathbf{0} * 2^0.$

- Avec la méthode de multiplication successive:

  $(0,375)_{10} = \mathbf{0} * 2^{-1} + \mathbf{1} * 2^{-2} + \mathbf{1} * 2^{-3}$

- Par conséquent le nombre $(25.375)_{10}$ est traduit en virgule fixe sur 8 bit par:

1	1	1	0	0	1	1	0

Parie Entière

Partie fractionnelle

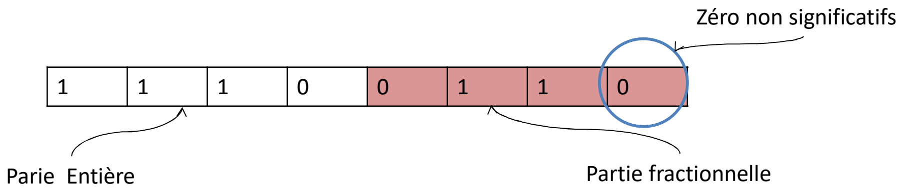
Représentation des nombres réels

Virgule Flottante

Virgule flottante

- Le principe est d’avoir une virgule flottante et une précision limitée, et ne coder que des chiffres significatifs.

- Reprenant l’exemple précédant :



- **Solution:**

La représentation en virgule flottante est tirée de la notation scientifique d’un nombre.

Virgule flottante

$$N = +/- (M * B^{e})$$

- N = nombre codé
- +/- = codage du signe (positif ou négatif) noté s
- M = mantisse (un nombre de plusieurs chiffres de la base B)
- e = exposant (nombre de plusieurs chiffres de la base B)
- **Exemple:**

$(14,375)_{10} = 0,14375 \times 10^{2} = 14375 \times 10^{-3}$

$(1110,011)_{2} = 1,110011 \times 2^{3} = 0,1110011 \times 2^{4}$

- **Questions:**
  - Quelle écriture il faut prendre ?
  - Comment la représenté sur une machine et sur combien de bits ?

Représentation normalisation d'un nombre binaire

- On dit qu'un nombre binaire est normalisé si ce nombre est écrit du sorte que la partie entière est égale à 1 et le reste des chiffres se trouve dans la partie fractionnaire.

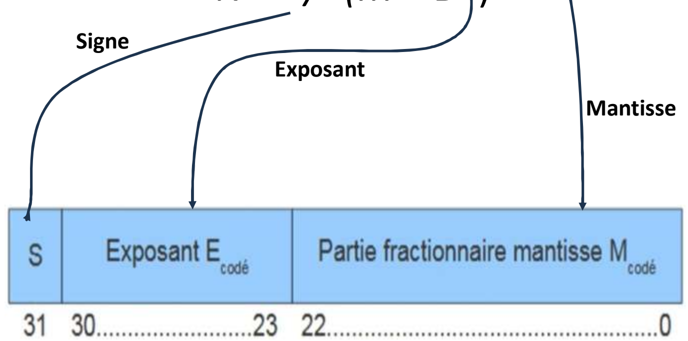
- **Exemple:**

$(1110{,}011)_2 = 0{,}1110011 \times 2^{4}$ Représentation dénormalisée du nombre

$= 1{,}110011 \times 2^{3}$ Représentation normalisé du nombre.

Représentation du nombre réel en virgule flottante

$$N = +/- (M * B^{e})$$



Cette représentation suit une norme

Représentation des nombres réels

Virgule Flottante

Norme IEEE 754

La norme IEEE 754

- L'**IEEE** (Institute of Electrical and Electronics Engineers) est une organisation professionnelle mondiale dédiée à l'avancement de la technologie dans les domaines de l'électricité, de l'électronique et de l'informatique. Elle élabore des normes et fournit des ressources pour promouvoir l'innovation et la recherche dans ces domaines.

- La norme IEEE 754 représente la manière de représenté les nombres réels.

- La norme IEEE 754 permet de représenté les nombres réels en simple précision (32 bits) et double précision (64 bits).

	Nombre de bits pour chaque partie				**Valeurs Exposant**		**Valeur 0 de l'exposant**
Mode	**Taille totale**	**Signe**	**Exposant**	**Mantisse**	**Emin**	**Emax**	**Biais**
Simple précision	32	1	8	23	-126	+127	127
Double précision	64	1	11	52	-1022	+1023	1023

Représentation d'un nombre flottant en IEEE 754

- Reprenant l'exemple précédant $(+14,375)_{10}$. Donner la représentation de ce nombre en IEEE 754 sur 32 bits.

- Etape 1 **Convertir le nombre en binaire**

  $(14,375)_{10} = (1110,011)_2$

- Etape 2 **Déterminer la mantisse normalisée**

  $(1110,011)_2 = 1,\mathbf{110011} \times 2^3$
- Le bit le plus significatif (la partie entière sera cachée)

Représentation d'un nombre flottant en IEEE 754

- Etape 3 **Ajouter le biais**

Le biais est un décalage dans la représentation de l'exposant qui permet de représenter des **valeurs positives et négatives**, cette représentation permet aussi de **faciliter la comparaison** des nombres en virgule flottante. Dans la norme IEEE 754 le

Biais = $\mathbf{2}^{Nb\_bit\_Exposant\ -1}-1$

Exposant_biaisé = Exposant + 127

= 3 + 127

= $(1000\ 0010)_2$

- Etape 4 **Représenté le nombre sur la norme IEEE 754**

Signe (1 bit)	Exposant_Biaisé (8 bits)	Mantisse (23 bits)
0	1000 0010	11001100000000000000000

Représentation d'un nombre flottant en IEEE 754 (Exception)

Type	Exposant Biaisé	Mantisse	Observation
Zéros	0	0	±0 (selon le bit de signe)
Nombres dénormalisés	0	différente de 0	le bit de poids fort (caché) de la mantisse est nul **(0)**
Nombres normalisés	1 à $2^e - 2$	quelconque	le bit de poids fort (caché) de la mantisse est un **(1)**
Infinis	$2^e - 1$	0	le nombre est ±infini (selon le bit de signe)
NaNs	$2^e - 1$	différente de 0	Ce n'est pas un nombre

Exercice

- Soit la représenta IEEE 754 du nombre

  A =[1,100 0110, 11101010101111]
- Donner la valeur du nombre A en décimal?
- Petite aide:
  - A est écrit sur 32 bit comme suit:

Signe (1 bit)	Exposant_Biaisé (8 bits)	Mantisse (23 bits)
1	0100 0110	11101010101111000000000

  - L'interprétation d'un nombre est :

$$\textbf{valeur} = \textbf{signe} \times \textbf{mantisse} \times 2^{(\text{exposant} - \text{biais})}$$

  - Il ne faut pas oublier le bit caché.
  - Il faut vérifier si le nombre est normalisé/ dénormalisé, NaN ou représente l'infinie.

Conclusion

Nous savons maintenant,

Comment en peut représenté les Nombres entiers et réels en binaire.

Ce qu'il reste à savoir?

Représentation des caractères.