Structure machine
Chapitre VII
Simplification des circuits avec la méthode de karnaugh

Mokrani Hocine

dr.mokrani@gmail.com

Chapitre VII (Suite)

- Simplification de circuit combinatoire Avec la méthode de Karnaugh

Simplification de circuit combinatoire

Méthode de Karnaugh

(Méthode graphique)

Simplification d'une formule

- Simplifier une formule revient à réduire le nombre de terme et d'opération dans cette formule.
- Dans ce chapitre nous étudierons 2 méthodes de simplification:
  - Simplification avec la méthode de Karnaugh
  - Simplification avec la méthode de Quine-McCluskey
- Remarque: Nous avons étudié dans le chapitre 1 la méthodes de simplification algébrique en utilisant les propriétés algébrique.

Méthode de Karnaugh

- Consiste à représenter les mintermes d'une fonction F par un tableau à double entrée.
- Chaque case du tableau correspond à une combinaison des variables d'entrées de la table de vérité de F.
- Les lignes et colonnes du tableau sont numéroté selon le code de Gray: en passant d'une ligne (resp. colonne) à la suivante, une seule variable change d'état (Ex: 00,01,11,10).
- **Avantage:** Permet la factorisation visuelle.
- **Inconvénient:** Applicable dans les fonctions qui n'ont pas plus que 6 variables.

Exemples
(Tables de Karnaugh à 2 variables)

a\b	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

$\neg A . \neg B$

$\neg A . B$

$A . \neg B$

$A . B$

table de Karnaugh de $f = ab + a\overline{b}$ $\Rightarrow$

a\b	0	1
0	0	0
1	1	1

Exemples
(Tables de Karnaugh à 3 variables)

a\bc	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

$\bar{a}.b.\bar{c}$

table de Karnaugh de $f=\bar{a}bc+a\bar{b}\,\bar{c}$ $\Rightarrow$

a\bc	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Exemples
(Tables de Karnaugh à 4 variables)

ab\cd	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

abcd

table de Karnaugh de $f=\bar{a}bcd+a\bar{b}\,\bar{c}d$ $\Rightarrow$

ab\cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	0	0
10	0	1	0	0

Notion d'adjacence dans la table de Karnaugh

- Deux mintermes sont adjacents ssi il différent exactement dans une seule variable.

ab\cd	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Algorithme de simplification par table de karnaugh

1. Mettre sous première forme canonique la fonction F considérée.

2. Représenter cette fonction par la table de karnaugh.

3. Regrouper les cases de 1 adjacentes en blocs ayant un taille en puissance de 2 la plus grande possible jusqu'à expiration des uns.

4. Déduire la fonction logique simplifiée, on associant a chaque bloc la sous-expression qui ne retient que les variables dont l'état ne change pas à l'intérieur du groupement. Puis, faire la somme logique (ou) des sous-expressions trouvées.

Exemples de fonction à simplifier

Fonction sous première forme canonique

a\b	0	1
0	0	1
1	1	1

a\b	0	1
0	0	1
1	1	1

$$f(a,b)=a+b$$

Exemples de fonction à simplifier

$f(a,b,c)=\overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c}+a\overline{b}c+\overline{a}b\overline{c}+abc+ab\overline{c}$

a\bc	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1

a\bc	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1

$f(a,b,c)=ac+b\overline{c}+ac$

Exemples de fonction à simplifier

DC/BA	OO	O1	11	10
00	1			
01			1	1
11				1
10	1			1

$$F = \overline{D}\,C\,B + D\,B\,\overline{A} + \overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}$$

Exemples de fonction à simplifier

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1	1	
11				
10				

$$F = \overline{D}\,\overline{C} + \overline{D}A$$

Exemples de fonction à simplifier

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11	1			1
10	1	1	1	1

$$F = \overline{C} + \overline{A}$$

Simplification en produit de somme

- Regrouper les zéros de la tables de karnaugh pour avoir $\bar{f}$. Puis, utilisant la règle de Demorgan.

$$F(a,b,c,d)=\sum(0,1,2,5,8,9,10)$$

m_0 m_5 m_{10}

ab\cd	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	0	1

$\overline{F(a,b,c,d)}=cd+b\bar{d}+ab$ donc $F(a,b,c,d)=(\bar{c}+\bar{d}).(\bar{b}+d).(\bar{a}+\bar{b})$

Inconvénient de la méthode de Karnaugh

- Nombre de variable est entre 5 et 6:
  La perception de l'adjacence des variables est difficile.

- Nombre de variables supérieur à 6:
  Utilisation impossible de la méthode de Karnaugh.

Conclusion

- Porte logique et porte universelle.
- Circuit logique.
- Normalisation et simplification d’un circuit logique.

- Chapitre suivant: Analyse, synthèse d’un circuit combinatoire et circuits combinatoires particulier.