

# Algèbre de Boole :

l'algèbre logique.  
Soit  
faux  
vrai

intro:

Logique:

positive: 1 → vrai  
0 → faux  
négative: 1 → faux  
0 → vrai

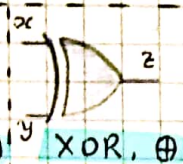
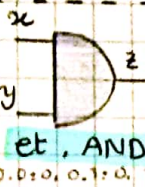
Fonction logique:

Variables reliées entre  
eux avec des opérateurs  
logique (+, ., -).

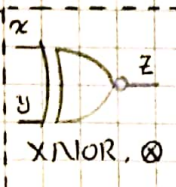
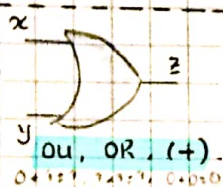
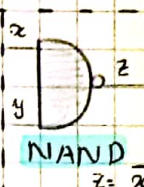
non, ou, et  
sont les opérateurs  
de bases.

portes

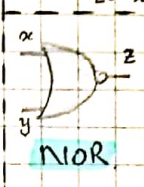
logiques:



$x \oplus y = \bar{x}y + x\bar{y}$   
Egalité → 0  
Diff → 1  
ou exclusif



$x \odot y = \overline{x \oplus y}$   
 $= \bar{x}\bar{y} + xy$   
ou inclusif



Règles du calcul:

Théorème de Morgan.  
 $(A.B.C) = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$   
-  $a + \bar{a} = 1$   
-  $a + bc = (a+b)(a+c)$  Distributivité.  
-  $a + ab = a(1+b) = a$   
-  $a + \bar{a}b = (a + \bar{a})(a+b) = a+b$   
-  $\bar{a}b + \bar{a}c = \bar{a}b + \bar{a}c + bc$

Fonctions logiques:

→ Fonctions logiques complètement définies.

→ Fonctions logiques incomplètement définies. Pour des variables, on sait pas si la fonction prend "1" ou "0" donc on écrit: X

→ méthodes d'écriture d'une fonction à partir de la table du vérité.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Forme disjonctive:

"Somme des produits"  
pour les quels la sortie sera 1

$$F = \bar{A}\bar{B} + AB$$

mintermes.

NOTA:

les mintermes et les maxtermes sont complémentaires

Forme conjonctive:

"produit des sommes"  
pour les quels la sortie sera 0.

$$F = (A + \bar{B})(\bar{A} + B)$$

maxtermes.

Simplification:

on peut simplifier une fonction par la méthode algébrique (mais cela demande bcp de pratique, et la maîtrise des règles); il y a aussi la méthode graphique "tableau du Karnaugh" qui est pratique et rapide.

→ la méthode de tableau de Karnaugh:

- on transforme la TV en un TK.
- on s'intéresse aux cases peuplées de 1.
- on construit des regroupements des cases adjacentes contenant le max de termes possibles.

Les regroupements:

- 1 terme: on élimine rien.
- 2 termes: on "une var"
- 4 termes: on "2 var"
- 8 termes: on "3 var"

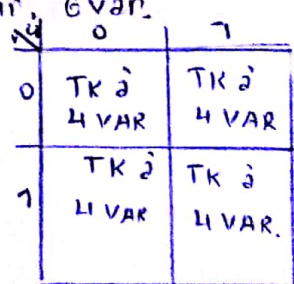
celle qui change

⚠: on doit utiliser tous les termes et chaque terme peut participer à plus d'un regroupement, et l'expression finale est la somme logique des regroupements trouvés.

(+): TK à 5 var, 6 var.



TK à 5 VAR



TK à 6 VAR.



# Circuits Combinatoires :

**Intro:**

Les circuits combinatoire sont des circuits sans mémoire.  
Les sorties à l'instant  $t$  dépendent seulement sur les entrées à l'instant  $t$ .

**Les circuits combinatoires:**

Logiques

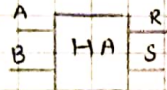
arithmétiques:

**additionneur:**

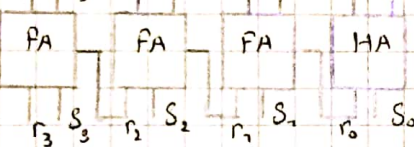
**Demi-add (HAIF-ADDER):** circuit capable d'additionner 2 bit.

$$S = A \oplus B$$

$$R = A \cdot B$$



**(Full-ADDER) add. complet:** il tient compte du report de l'étage précédent (retenue).

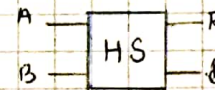


**Soustracteur:**

**Demi Soustracteur:** circuit capable de soustraire un bit d'un bit.

$$R = \bar{A} \cdot B$$

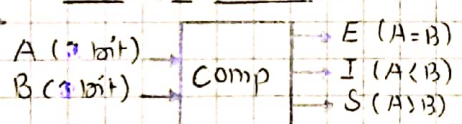
$$D = A \oplus B$$



useless :)

**D:** en binaire, les nombres  $\geq 0$  sont représentés en  $2^n$ .  
on a:  $A + \bar{A} = 2^n - 1$   
d'où:  $-A = \bar{A} + 1 \cdot 2^n$   
Donc:  $A - B = A + \bar{B} + 1$   
ce qui nous permet de faire une soustraction à l'aide d'une addition.

**comparateur:**



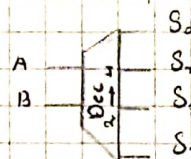
$$E = (a \oplus b)$$

$$S = a \cdot \bar{b}, I = \bar{a} \cdot b$$

$$E = (S + I)$$

**Décodeur:**

Code présent sur n bit vers une seule sortie active parmi  $2^n$  sorties possible.

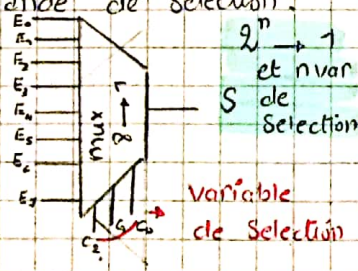


$$n \rightarrow 2^n$$

avec n bit on peut coder  $2^n$  combinaisons...

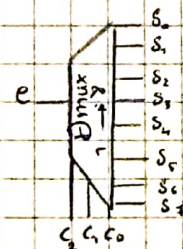
**multiplieur:**

un circuit qui met en relation une entrée parmi  $2^n$  avec la sortie, d'où la nécessité de commande de sélection.



**Démultiplexeur:**

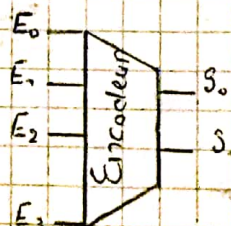
un circuit qui met en relation une sortie parmi  $2^n$  avec l'entrée, selon la commande.



$$1 \rightarrow 2^n \text{ et } n \text{ var de sélection}$$

**l'encodeur:**

rôle inverse d'un décodeur



TV les équations

**Transcodeur:**

Circuit permet d'aller d'un code vers un autre.  
"il n'y a pas une règle précise"