

Couverture Maximale - Positionnement de Caméras de Surveillance

Projet de Recherche Opérationnelle - GL3 INSAT

Introduction

Le **Problème de Couverture Maximale (Maximal Covering Location Problem - MCLP)** est un problème classique NP-difficile de recherche opérationnelle. Ce projet applique la **Programmation Linéaire en Nombres Entiers (PLNE)** avec le solveur **Gurobi** pour optimiser le positionnement de caméras de surveillance.

Objectifs:

- Maximiser la couverture pondérée des zones (priorité × population)
 - Respecter les contraintes de budget et nombre de caméras
 - Encourager la redondance pour zones critiques (bonus 10%)
 - Éviter l'installation de caméras inutiles
-

Modélisation Mathématique

Ensembles et Paramètres

Ensembles:

- **I**: Emplacements potentiels de caméras
- **J**: Zones à surveiller

Paramètres:

- **c_i**: Coût de la caméra i (€)
- **r_i**: Portée de la caméra i (mètres)
- **p_j**: Priorité de la zone j (1-10, où 7-10 = critique)
- **w_j**: Population de la zone j
- **B**: Budget maximal (€)
- **K**: Nombre maximal de caméras
- **a_ij**: Matrice de couverture ($a_{ij} = 1$ si $\text{distance}(i,j) \leq r_i$, sinon 0)

Variables de Décision

- **x_i ∈ {0,1}**: 1 si une caméra est installée à l'emplacement i, 0 sinon
- **y_j ∈ {0,1}**: 1 si la zone j est couverte, 0 sinon

Variables de Décision

- **x_i ∈ {0,1}**: Installation de caméra (1 = installée, 0 = non installée)
- **y_j ∈ {0,1}**: Couverture de zone (1 = couverte, 0 = non couverte)

Fonction Objectif

Maximiser:

$$Z = \sum_{j \in J} p_j \times w_j \times y_j + 0.1 \times \sum_{\substack{j \in J, \\ p_j \geq 7}} \sum_{i \in I} p_j \times w_j \times a_{ij} \times x_i$$

Composantes:

1. Couverture pondérée des zones (priorité \times population)
2. Bonus de redondance (10%) pour zones critiques couvertes par plusieurs caméras

Contraintes

Modèle complet:

$$\text{Maximiser: } Z = \sum_{j \in J} p_j \times w_j \times y_j + 0.1 \times \sum_{\substack{j \in J, \\ p_j \geq 7}} \sum_{i \in I} p_j \times w_j \times a_{ij} \times x_i$$

Sous contraintes:

$$(C1) \quad \sum_{i \in I} c_i \times x_i \leq B \quad [\text{Budget}]$$

$$(C2) \quad \sum_{i \in I} x_i \leq K \quad [\text{Nombre de caméras}]$$

Matrice de Couverture

Calcul de a_{ij} :

$$a_{ij} = 1 \quad \text{si} \quad \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \leq r_i \\ a_{ij} = 0 \quad \text{sinon}$$

Une caméra i peut couvrir une zone j si la distance euclidienne entre elles est inférieure ou égale à la portée de la caméra.

Complexité

- **Type:** PLNE (Programmation Linéaire en Nombres Entiers)
- **Classe:** NP-difficile
- **Exemple:** $20 \text{ zones} \times 15 \text{ caméras} = 2^{15} = 32,768$ combinaisons possibles
- **Solveur:** Gurobi (Branch-and-Bound, coupes, heuristiques, présolve)
- **Description:** Type de zone (commerciale, résidentielle, etc.)

Caméras

Architecture de l'Application

Structure du Projet

```
MaximalCoveringLocationProblem/
├── main.py                      # Point d'entrée
├── requirements.txt              # Dépendances
└── src/
    ├── optimization_model.py     # Modèle Gurobi (450 lignes)
    ├── main_window.py           # Interface PyQt5 (710 lignes)
    └── visualization.py        # Visualisations (400 lignes)
└── data/
    └── example_data.json       # Données d'exemple
```

Technologies

- **Python 3.8+:** Langage principal
- **Gurobi 10.0+:** Solveur PLNE (licence académique gratuite)
- **PyQt5 5.15+:** Interface graphique avec threading (QThread)
- **Matplotlib 3.5+:** Visualisations (carte couverture, heatmap, statistiques)
- **NumPy 1.21+:** Calcul de la matrice de couverture

Installation et Utilisation

```
# Installation
pip install -r requirements.txt

# Lancer l'application
python main.py
```

Note: Installer Gurobi et obtenir une licence académique gratuite sur <https://www.gurobi.com/>

Workflow de l'Interface

L'application PyQt5 comporte **3 onglets:**

1. **Configuration:** Saisie des données (zones, caméras, budget), génération aléatoire, import/export JSON
2. **Résolution:** Paramètres du solveur, lancement optimisation (thread non-bloquant), logs temps réel
3. **Résultats:** Résumé solution, 3 types de visualisations, export rapports
 - Configurer les paramètres du solveur (temps limite, gap)
 - Lancer l'optimisation (thread non-bloquant)
 - Observer le journal d'exécution en temps réel
4. **Résultats et Visualisation (Onglet 3)**
 - Consulter le résumé de la solution
 - Visualiser la carte de couverture

- Afficher la heatmap d'intensité
- Analyser les statistiques détaillées
- Exporter la solution (JSON ou rapport TXT)

Visualisations

L'application offre plusieurs types de visualisations:

1. Carte de Couverture

- Zones couvertes (vert) vs non couvertes (rouge)
- Caméras installées avec cercles de portée
- Priorités représentées par intensité de couleur
- Annotations pour zones critiques

2. Heatmap d'Intensité

- Intensité de couverture en chaque point
-

Données du Problème

Format JSON (data/example_data.json)

```
{  
    "max_cameras": 50,  
    "max_budget": 1000000,  
    "zones": [[x, y, priorité, population, "description"], ...],  
    "cameras": [[x, y, coût, portée, angle, "type"], ...]  
}
```

Attributs des Zones

- **Position (x, y)**: Coordonnées géographiques
- **Priorité (1-10)**: 1-3 faible, 4-6 moyenne, 7-10 critique
- **Population**: Densité/nombre de personnes
- **Description**: Type de zone

Attributs des Caméras

- **Position (x, y)**: Emplacement potentiel
 - **Coût (€)**: Coût d'installation
 - **Portée (m)**: Distance maximale de surveillance
 - **Angle (°)**: 90°, 180°, 270°, 360°
 - **Type**: Fixe, PTZ (Pan-Tilt-Zoom), Thermique
-

Résultats et Interprétation

Solution Optimale

Variables de sortie:

- $x_i = 1$: Caméra installée à l'emplacement i
- $y_j = 1$: Zone j couverte
- Z : Valeur de la couverture pondérée totale (plus Z est élevé, meilleure est la couverture)

Métriques de Performance

1. **Taux de couverture**: (Zones couvertes / Total zones) × 100%
2. **Utilisation du budget**: (Coût total / Budget max) × 100%
3. **Redondance moyenne**: Nombre moyen de caméras par zone couverte
4. **Efficacité**: Zones couvertes par euro dépensé

Exemple de Résultats

Configuration: 20 zones, 15 emplacements, budget 50K, max 10 caméras

Solution obtenue:

- Fonction objectif: 41100.0
- 10/15 caméras installées (6 PTZ, 2 thermiques, 2 fixes)
- 11/20 zones couvertes (55%)
- Coût Total: 39500 (79.0% du budget)
- Temps de résolution: 0.01s

Visualisations

1. **Carte de Couverture**: Zones (vert/rouge), caméras avec cercles de portée
2. **Heatmap**: Intensité de couverture, zones de redondance
3. **Statistiques**: Distribution types, taux couverture, coûts, redondance par priorité

Validation et Tests

Tests de Cohérence

- Budget insuffisant → aucune caméra installée
- Budget/K suffisants → toutes zones couvertes
- Zones isolées (hors portée) → $y_j = 0$
- Caméras inutiles → $x_i = 0$ (contrainte C4)

Analyse de Sensibilité

Impact de la variation de:

- Budget B (contrainte C1)
- Nombre max K (contrainte C2)
- Priorités p_j (fonction objectif)
- Portées r_i (matrice de couverture a_{ij})