سنتر فيوتشر

Subject: الفيزياء

Chapter: تكاملات المجال

مجال ٣

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

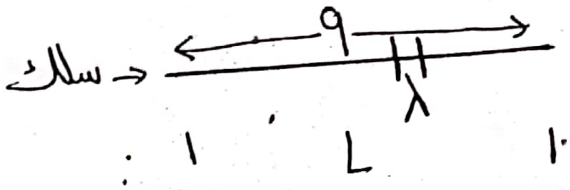
المجال الكهربي الناشئ من الاشكال المنتظمة

- في الجزء السابق درسنا مجال شحنة عند نقطة المجال لها كان $E = \frac{kq}{r^2}$
- هنا سوف تكون الشحنات موزعة بانتظام على شكل معين [سلك - حلقة - قرص - ...
- نعتبر أى جسم عبارة عن تجميع لشحنات متناهية فى الصغر " dq " كل جزء ينشأ عن مجال صغير جدا " dE "

$$E = \frac{kq}{r^2} \longrightarrow dE = \frac{k\,dq}{r^2}$$

أنواع الشحنات الموزعة بانتظام على أجسام

1) شحنة موزعة على طول " كثافة الشحنة الطولية " λ

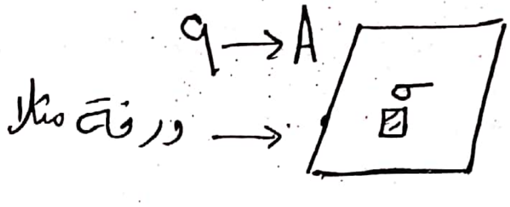


$q = \lambda L$ ← طول

$\lambda = C/m$

2) شحنة موزعة على مساحات " كثافة الشحنة السطحية " σ

$q = \sigma A$ ← مساحة



$\sigma = C/m^2$

3) شحنة موزعة على حجم " كثافة الشحنة الحجمية " ρ

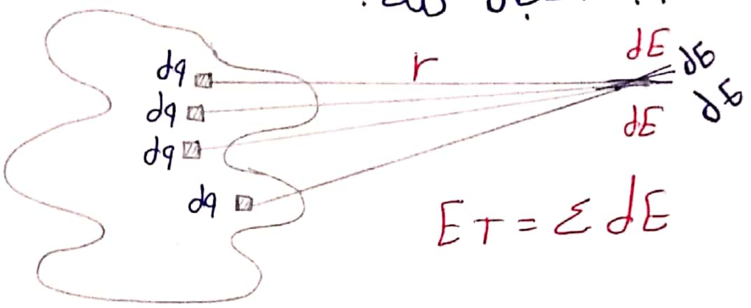
$q = \rho V$

الشحنة موزعة على حجم ← كرة

$\rho = C/m^2$

بعض الملاحظات الهامة :-

- يعطى هنا شكل يحمل شحنة ويطلب حساب مجاله عند نقطة .
- لإيجاد المجال فإننا نأتي بمجال كل جزء من الشكل "جزء صغير جداً" عند تلك النقطة ونجمعه كله ← اكتنا جبنا المجال كله .



$E_T = \Sigma dE$

"جزء من حاجة ← d"
جزء من شحنة ← dq
" " مجال ← dE

- مجال كل جزء صغير dq هيكون عبارة عن dE وهو مجال يشبه مجال الشحنة النقطية .

$E \rightarrow \frac{kq}{r^2}$. $\therefore dE \rightarrow \frac{kdq}{r^2}$

- لتجمع كل المجالات الصغيرة ← صعب جداً جداً ← لذا نقوم بالتكامل

$E = dE_1 + dE_2 + \dots = \Sigma dE = \int dE$

يعني اننا نجيب مجال جزء صغير جداً من الشكل ثم نكامل .

بعض قواعد التكامل :-

لما تاخذ جزء من اي حاجة اسمها d▨ ← dq ، dL ، dx

1. d▨ ← متغير مثل (dx ، dy ، dz ، ...)
2. لا نكامل ابداً في وجود أكثر من متغير لابد ان يكون هناك متغير واحد في الدالة ← ولو في أكثر من واحد ← بنجيب واحد بدلالة الآخر بيه.
3. $\int (\ )^{\square} * \left(\text{تفاضل ما بداخل القوس}\right) = \frac{(\ )^{\square+1}}{\square+1}$
4. لو ناتج التكامل طلع سالب ومحتاج تشيله "اقلب حدود التعويض في التكامل"

$[-\square]_a^b = [\square]_b^a$

5. تكامل d▨ : $\square = \int d\square$

$*\int dq = q$
$*\int dx = x$

- الدوال المثلثية

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

- لأي قوس طوله L

طول القوس = زاويته * نصف قطره

$$R * \theta = L$$

- $\frac{1}{\infty}$ = صفر

مفكوك ذات الحدين لأس كسري

$1 > n$

$$(1+b)^n = 1 + \frac{bn}{1!} + \frac{bn(n-1)}{2!} + \cdots\cdots$$

الاشتقاق والتكامل :-

① لابد أن يتم الاشتقاق والتكامل لمتغير واحد بس ،

② تفاضل متغير له أس

رمز الاشتقاقة

$$\frac{d}{dx}x^{n} = n\,x^{n-1}$$

③ يتم الاشتقاق لطرفي الدالة

$$a = 100y$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل لـ } x} \quad \frac{da}{dx} = 100\frac{dy}{dx}$$

④ تفاضل الثابت = صفر

⑤ تكامل :-

$$\int_a^b \cos\theta\, d\theta \longrightarrow \sin\theta \Big|_a^b \quad / \quad \int_a^b \sin\theta\, d\theta = [-\cos\theta]_a^b$$

$$\int_a^b \frac{dx}{x^2} = -\left[\frac{1}{x}\right]_a^b$$

خطوات انك تحل مجال الاشكال المنتظمة :-

① خد جزء من الشكل وجيب مجاله عند النقطة $dE \leftarrow dq$.

② دور على التماثل " شوف لو في جزء بضاده بيلاشيه .

③ خد جزء واحد من dE المحصل عند النقطة .

④ كامل على الجزء الي انت واخده وخد بالك :-

* لازم يكون عندك متغير واحد ولو اتزنقت في متغيرين بتروح للشحنة

$$dq = \lambda dL$$

$$dq = \sigma dA = \sigma (2\pi r) dr$$

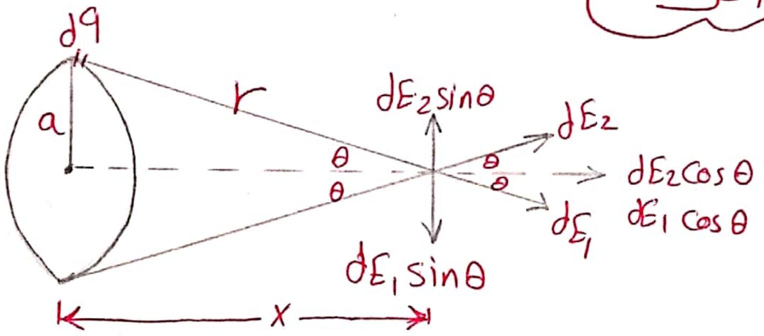
* بتكامل بقواعد التكامل

أمانة حلوة

حساب المجال الناشئ عن حلقة مشحونة

مثال (١) احسب المجال الناشئ عن حلقة مشحونة بشحنة كلية q وتبعد مسافة X عند مركزها نقطة p عند تلك النقطة مع العلم ان الشحنة موزعة بانتظام على الحلقة ونصف قطرها a .

الحل



$$r = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

① تقسم الحلقة إلى اجزاء صغيرة جداً متساوية شحنة كل جزء dq .

② نأتي بمجال كل جزء dE عند النقطة p $\quad dE = \frac{k\,dq}{r^2}$

③ نلاحظ ان المركبات الكلية للمجال سوف تتحلل إلى مركبتان :-

ⓐ المركبة الرأسية $dE \sin\theta$

وهي تتلاشى لأن هناك لكل شحنة أخرى مماثلة لها ولكنه على الجانب الآخر فيكون المجال لهم متساوي في المقدار ومتضاد في الاتجاه فيلاشي بعضه البعض

$$E_y = 0$$

ⓑ المركبة في الاتجاه الأفقي $dE \cos\theta$

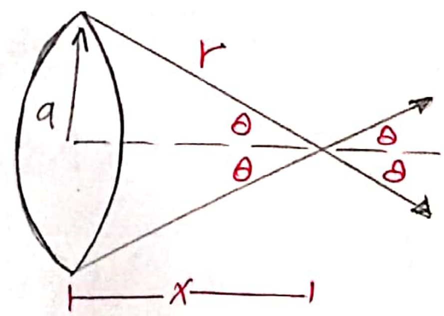
المجالات كلها في نفس الاتجاه $\quad E_x = ✓$

هنجيب مجال جزء واحد في اتجاه X ثم نكامل عليه .

$$E_T = \int dE_x$$

$$dE_x = dE \cos\theta \longrightarrow \text{جزء واحد بس}$$

$$= \frac{k\,dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,dq}{(x^2+a^2)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$



$$dE_x = \frac{k\,dq\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_T = \int dE_x = \int \frac{k\,dq\,x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

نبحث عن المتغيرات

$k, x, a \rightarrow$ ثوابت

$dq \rightarrow$ متغير وحيد

$$\boxed{E_T = \frac{k q x}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

- والمجال في اتجاه المحور x وللخارج لو الشحنة موجبة.
- لو الشحنة سالبة قيمة المجال تفضل وبكدا اتجاه المجال يكون العكس.

الحالات الخاصة

① في مركز الحلقة عند $x =$ صفر

$$E = \frac{k q * zero}{(a^2)^{3/2}} = 0 \rightarrow E = 0$$

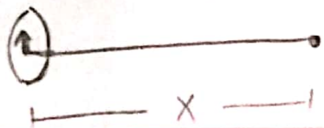
② عند مسافة بعيدة جداً عن مركز الحلقة "$x >>>> a$"

$\therefore x >>>> a$ $\quad\therefore a \simeq 0$

تهمل قيمة a بالنسبة لـ x

$$E = \frac{k q x}{(x^2)^{3/2}} = \frac{k q}{x^2}$$

وهو قانون الشحنة النقطية وهذا منطقي لأنه بعيد جداً عن الحلقة سوف نراها شحنة نقطية.



مثال (٢) حلقة نصف قطرها 10 cm وشحنتها الكلية 75 μC احسب المجال عند ① ١ سم ② ٥ سم ③ ٣٠ سم ④ ١٠٠ سم من المركز.

الحل

$$E = \frac{k q x}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

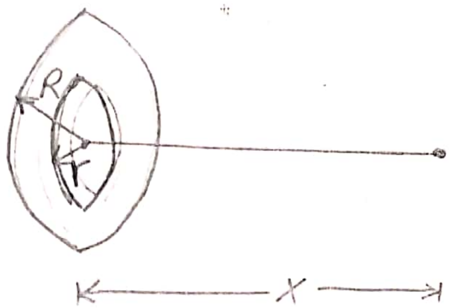
at $x=1$ $\quad E = 9*10^9 \dfrac{75*10^{-6}}{(0.01^2+0.1^2)^{3/2}} * 0.01 = 6.7*10^6\ N/C$

$x=5$ $\quad E = 9*10^9 \dfrac{75*10^{-6}}{(0.05^2+0.1^2)^{3/2}} * 0.05 = 2.4*10^7\ N/C$

$x=30$ $\quad E = 9*10^9 \dfrac{75*10^{-6}}{(0.30^2+0.1^2)^{3/2}} * 0.3 = 6.4*10^6\ N/C$

$x=100$ $\quad E = 9*10^9 \dfrac{75*10^{-6}}{(1.00^2+0.1^2)^{3/2}} * 1 = 6.7*10^5\ N/C$

مثال ٣ حساب المجال الناشئ عن قرص مشحون



- نعتبر القرص عبارة عن عدة حلقات مشحونة بداخل بعضها.

- القرص عبارة عن عدد لا نهائي من الحلقات نصف قطر أى حلقة r "متغير" ويتغير من $R:0$
- القرص مشحون بشحنة كلية q "الشحنة موزعة على مساحة"

$$q = \sigma A = \sigma \pi r^2 \longrightarrow (1)$$

A ← مساحة دائرة

- مجال حلقة من القانون المستنتج سابقاً

$$E = \frac{kqx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

تتحول هنا

$$dE = \frac{k\,x\,dq}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

لأن الشحنة على الحلقة جزء من شحنة القرص.

dE ← جزء من مجال القرص

r ← نصف قطر الحلقة

لإيجاد مجال القرص ← نكامل مجال الحلقة

$$E_T = \int dE = \int \frac{k\,dq\,x}{(x^2+r^2)^{3/2}} \longrightarrow (2)$$

$k, x \rightarrow$ ثوابت

$dq \rightarrow$ متغير

$r \rightarrow$ يتغير حسب الحلقة

$$q = \sigma A = \sigma \pi r^2 \longrightarrow dq = \sigma\, 2\pi r\, dr$$

عندى ٢ متغيرات ← لابد ان يكون واحد بدلالة الآخر

$$dq = 2\pi r \sigma\, dr \longleftarrow$$ بتفاضل معادلة (1)

$$E = \int dE = \int \frac{k\, 2\pi \sigma\, r\, dr\, x}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

بالتعويض من (1) في (2)

الثوابت $[k, \pi, \sigma, x]$

المتغيرات $[dr, r]$ نفس المتغير $(R:0)$

$$E = k\pi\sigma x \int_0^R \frac{2r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$= k\pi\sigma x \int_0^R 2r\,(x^2+r^2)^{-3/2}\,dr$$

تفاضل 2r بالنسبة لـ r

تفاضل ما بداخل القوس * $\int (\square)^{\oslash}$

$$= \frac{(\square)^{\oslash+1}}{\oslash+1}$$

$$= k\pi\sigma x \left[(x^2+r^2)^{-1/2} * -2\right]_0^R$$

$$= k\pi\sigma x * 2\left[(x^2+r^2)^{-1/2}\right]_R^0$$

بدل حدود التكامل وشال الـ (-)

$$= k\pi\sigma x\, 2\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\right]_R^0$$

$$= 2k\pi\sigma x\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\boxed{E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]}$$

لو الشحنة موجبة اتجاه المجال خارج ولو سالبة داخل

الحالات الخاصة

① من مركز القرص $X =$ صفر

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{0}{R}\right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

② عندما يكون المستوى كبير جداً "لا نهائي" مستوى كبيراً $R >>> X$

$R = r$ $\quad X \simeq 0$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{0}{R}\right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

③ عند نقطة بعيدة جداً عن مركز القرص: $X >>> R$

- لا نستطيع التعويض مباشرة في القانون وذلك لأنه ذلك سوف يؤدي ان المجال يصفر ولكن عند نقاط بعيدة عن القرص لابد ان يكون مجال شحنة نقطية.

- هنا سوف نستخدم مفكوك ذات الحدين.

$$(1+Z)^n = 1 + \frac{nZ}{1!} + \frac{n(n-1)Z^2}{2!} + \cdots$$

ولكن لابد ان تكون Z اقل من 1

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \underbrace{\frac{X}{\sqrt{X^2+R^2}}}_{a}\right]$$

$$\frac{X}{\sqrt{X^2+R^2}} = \frac{X}{X\sqrt{1+\frac{R^2}{X^2}}} = \left(1+\frac{R^2}{X^2}\right)^{-1/2}$$

$X >>> R$ $\frac{R}{X} <<< 1$

هنا نعمل $\left(\frac{R^2}{X^2}\right)^2 = Z^2$ لأنه صغير جداً

$$\left(1+\frac{R^2}{X^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{\frac{R^2}{X^2} * \left(-\frac{1}{2}\right)}{1!} + \cdots$$

$$\left(1+\frac{R^2}{X^2}\right)^{-1/2} = 1 - \frac{R^2}{2X^2} = \frac{X}{\sqrt{X^2+R^2}}$$

بالتعويض في القانون الأصلي

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - 1 + \frac{R^2}{2X^2}\right]$$

$q = \pi\sigma R^2$

$$= \frac{\sigma R^2}{4\epsilon_0 X^2} * \frac{\pi}{\pi}$$

$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$E = \frac{Kq}{X^2} \rightarrow$$ مجال شحنة نقطية

مثال (٤) قرص نصف قطره ٣٥ سم مشحون بشحنة معينة منتظمة كثافتها السطحية $\sigma = 7.9 \times 10^{-3}\ c/m^2$ أوجد المجال عند: -

أ) ٥ سم ب) ١٠ سم ج) ٥٠ سم د) ٢٠٠ سم من المركز.

الحل

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{X}{\sqrt{X^2+R^2}}\right]$$

at $X = 5\,cm$

$$E = \frac{7.9 \times 10^{-3}}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{5 \times 10^{-2}}{\sqrt{(5\times10^{-2})+0.35^2}}\right]$$

$$= 383 \times 10^{6}\ N/C$$

at $X = 10\,cm$

$$E = \frac{7.9 \times 10^{-3}}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{10 \times 10^{-2}}{\sqrt{1.01^2+0.35^2}}\right]$$

$$= 323.6 \times 10^{6}\ N/C$$

at $X = 50\,cm$

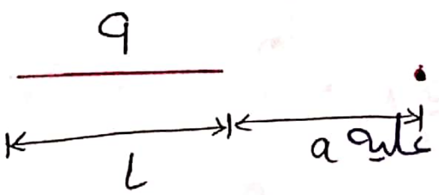
$$E = \frac{7.9 \times 10^{-3}}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{50 \times 10^{-2}}{\sqrt{0.01^2+0.35^2}}\right]$$

$$= 80.6\ N/C$$

at $X = 200\,cm$ $\quad E = 6.68 \times 10^{6}\ N/C$

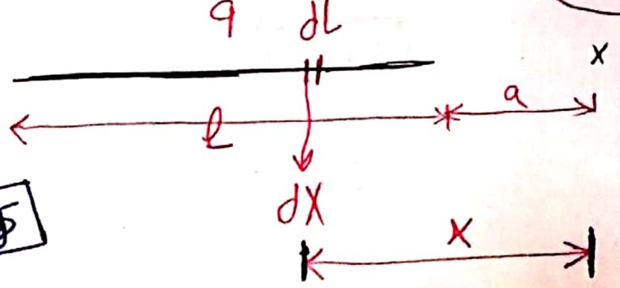
المجال الناشئ عن سلك على استقامته: -

مثال (9)

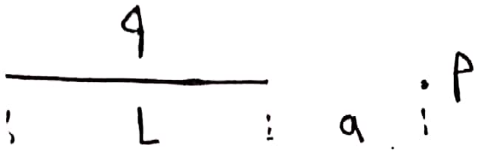


سلك طوله L مشحون بشحنة كلية q موزعة عليه بانتظام احسب المجال الناشئ عند النقطة P على بعد a من أحد أطراف السلك.

الحل

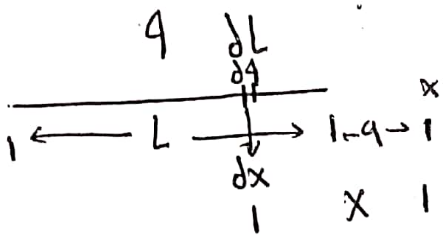


المجال الناشئ من سلك على استقامته :-



مثال (٦)

سلك طوله L مشحون بشحنة كلية q موزعة عليه بانتظام احسب المجال الناشئ عند النقطة P على بعد a من احد الاطراف السلك .



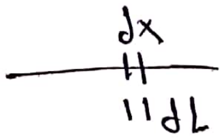
① نأخذ جزء من السلك طوله dL وشحنته dq

② نأتي بمجال هذا الجزء

$$dE = \frac{k\,dq}{x^2} \longleftarrow E = \frac{kq}{r^2}$$

③ عشان نجيب المجال كله نكامل

$$E = \int \frac{k\,dq}{x^2}$$



$x \rightarrow$ متغير

$dq \rightarrow$ ~

④ $q = \lambda L \xrightarrow{\text{تفاضل}} dq = \lambda\, dL \longleftarrow dx = dL$ ← متغير طول

$$dq = \lambda\, dx$$

$$E = \int_a^{a+L} \frac{k \lambda\, dx}{x^2} = k\lambda \left[-\frac{1}{x}\right]_a^{a+L} \qquad x \Big|_a^{a+L}$$

$$E = k\lambda \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right] = k\lambda \frac{L}{a(a+L)}$$

$$E = \frac{kq}{a(a+L)}$$

الحالات الخاصة :-

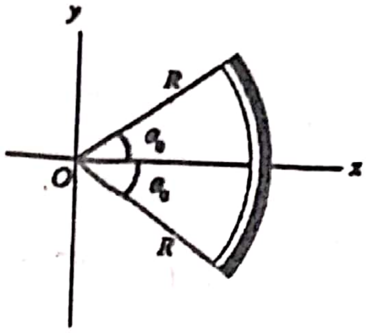
$L \ll a$ بعيد عن السلك جداً".

$L = 0$

$$E = \frac{kq}{a^2}$$

مثال (٧)

قضيب خفيف مشحون بشحنة كثافتها الطولية λ تم ثنيه على شكل قوس دائرى نصف قطره R كما فى شكل (٢-١٥). أوجد المجال الكهربى عند نقطة O

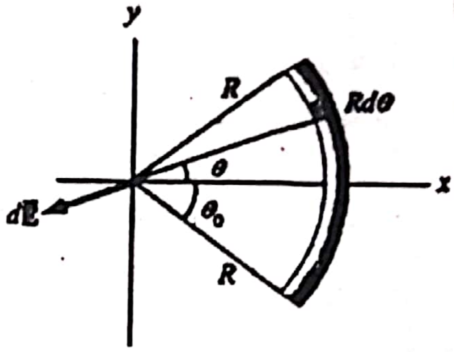


الحل

الشحنة q موزعة على طول $q = \lambda L$

نأخذ شريحة من السلك ونأتي بالمجال لها ثم نكاملها

$$E = \frac{Kq}{r^2} \longrightarrow dE = \frac{K\,dq}{r^2}$$



$$dE = \frac{K\lambda\, dL}{R^2}$$

السلك هنا متماثل فإن المحصلة تكون في اتجاه x فقط.

$$dE_x = dE\cos\theta$$

$$E_T = E_x = \int \frac{K\lambda\, dL}{R^2}\cos\theta$$

$K, \lambda, R \rightarrow$ ثوابت

$dL, \cos\theta$ متغيرات

$$L = R\theta$$

L ← طول اى قوس

R ← نصف قطره

$\theta \rightarrow$ زاوية

$$\theta\Big|_{-\theta_0}^{\theta_0}$$

$$dL = R\,d\theta$$

$$E_x = \frac{K\lambda}{R^{\cancel{2}}}\int \cancel{R}\cos\theta\, d\theta = \frac{K\lambda}{R}\left[\sin\theta\right]_{-\theta_0}^{\theta_0}$$

$$= \frac{2K\lambda}{R}\sin\theta_0$$

θ_0 ↓ زاوية نصف القوس.

- لو اصبحت $\pi = \theta_0$

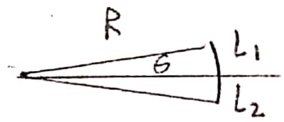
← القوس اصبح حلقة والنقطتان في مركز الحلقة

$$E = \frac{2K\lambda}{R}\sin\pi = Zero$$

وهي نفس النتيجة السابقة للمجال الناشئ في مركز الحلقة

- لو اصبحت θ_0 ← صغيرة جداً

← يتحول السلك الى تقريبا نقطة صغيرة



when $\theta_0 \downarrow\downarrow \longrightarrow \sin\theta = \theta$

$$E = \frac{2K\lambda}{R}\theta_0 \cdot \frac{R}{R}$$

$$= \frac{K\,2\lambda R\theta_0}{R^2}$$

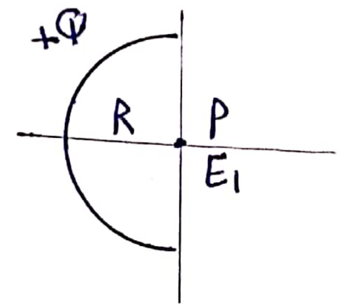
$Q = L\lambda$, $L = L_1 + L_2$

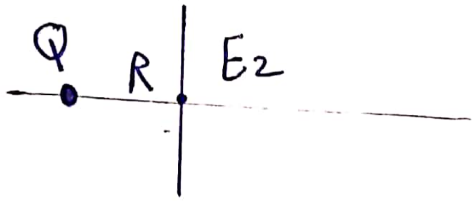
$L_1 = L_2 = R\theta$

$L = 2R\theta$

$Q = 2R\theta_0\lambda$

$$E = \frac{KQ}{R^2} \longrightarrow$$ مجال شحنة نقطية





مثال ٨

في الشكل يوضح سلك منحني على شكل نصف دائرة قطرها 2R فإذا تحول السلك الى شحنة نقطية.

أوجد النسبة بين المجالات.

الحل

مجال شحنة نقطية.

$$E_2 = \frac{KQ}{R^2}$$

$$E_1 = \frac{2K\lambda}{R} \sin\theta_0 \qquad \theta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{2K\lambda}{R} * 1$$

$$Q = \lambda L \qquad \lambda = \frac{Q}{L}$$

$$L = 2R\theta_0 = 2R\frac{\pi}{2} = R\pi$$

$$\lambda = \frac{Q}{\pi R}$$

$$E_1 = \frac{2KQ}{\pi R^2}$$

$$\therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{2KQ}{\pi R^2}}{\frac{KQ}{R^2}} = \frac{2}{\pi}$$

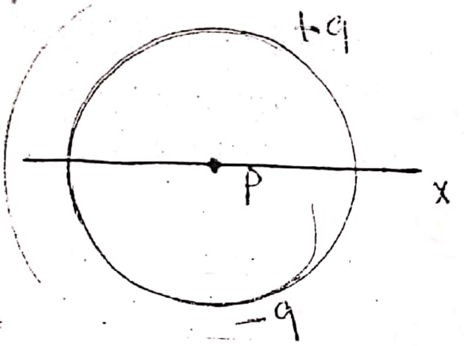
مثال ٩

في الشكل المقابل

إذا كان شحنة النصف العلوي ‎+q‎ والسفلي هي ‎-q

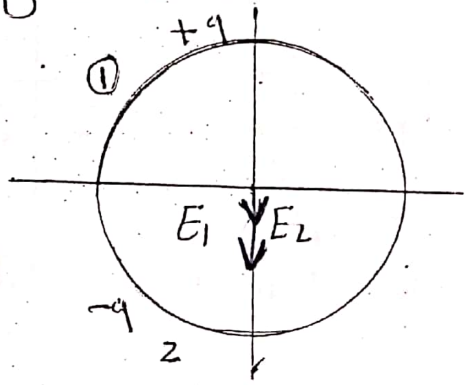
نصف قطر الحلقة $R = 8.5$ سم ما هو المجال

ناشئ إذا كانت $q = 15$ بيكو كولوم. 10^{-12}



الحل

الشكل عبارة عن نصفي حلقات



$$E = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta_0$$

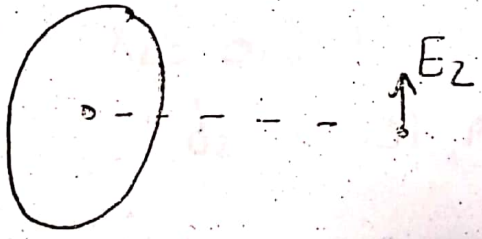
$$E_T = E_1 + E_2 = \frac{4k\lambda}{R}\sin\theta_0$$

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\pi R} = \frac{Q}{\pi \times 8.5\times10^{-2}}$$

$$\lambda = 5.6\times10^{-11}\ C/m$$

$$E_T = 4\times9\times10^{9}\ \frac{5.6\times10^{-11}}{8.5\times10^{-2}} \times \sin 90 = 23.8\ N/C$$

احسب E_2



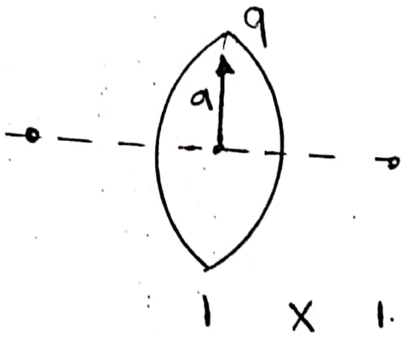
$E_2 = 0$

لأن مجال الحلقة في نفس اتجاه

المحور ← X

14

o مجال الأشكال المنتظمة :-



① الحلقة

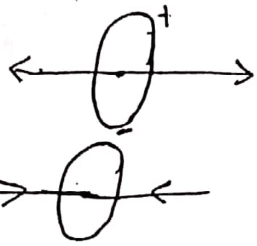
← مقدار ← $E = \dfrac{kqx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$

← الاتجاه

← في اتجاه محور المار بالمركز

← للخارج لو +ve

← للداخل // -ve

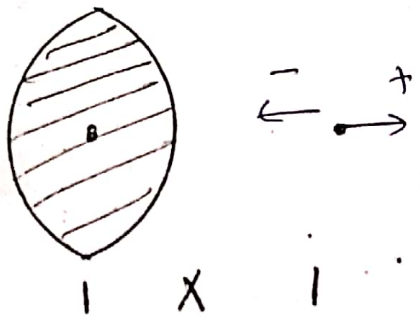


الحالات الخاصة للحلقة

← في مركز الحلقة $x = 0 \rightarrow E = 0$

← بعيد جدا عن مركزها $x >>> a \quad E = \dfrac{kq}{x^2}$

← اقصى قيمة للمجال عند $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} a$ "$\dfrac{dE}{dx} = 0$"



② القرص

← مقداره $E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \dfrac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\right]$

← الاتجاه ← نفس اتجاه مجال حلقة

الحالات الخاصة للقرص

← في مركز القرص $x = 0 \rightarrow E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$

← بعيد عن القرص جدا" $x >>> a \quad E = \dfrac{kq}{x^2}$

← لوح كبير جدا" قرص كبير" غير موصل $E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}$ موصل " " "

↓

ما عليش اثبات .

مجال سلك عند نقطة على استقامته

(أ) محدود الطول.

$$\lambda = \frac{q}{L}$$

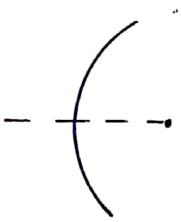
$$E = \frac{kq}{a(a+L)}$$

$$= \frac{k\lambda}{1}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right]$$

(ب) غير محدود الطول

$$E = \frac{k\lambda}{a}$$

مجال قوس دائري في مركزه



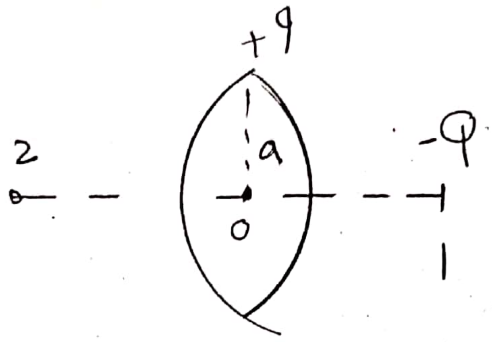
$$E = \frac{2k\lambda}{R} \sin \theta_0$$

$\theta_0 \rightarrow$ زاوية نصف القوس

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

$L = R\theta$ ، $\theta \rightarrow$ زاوية القوس كله

ب) في الشكل المقابل



الحل

- عندما تكون الشحنة عند النقطة أ فإنها تتأثر بقوة جذب وتقترب الى مركز الحلقة o . وعندما تصل الى مركز الحلقة فإنها تكون قد اكتسبت سرعة عالية تتحرك الى النقطة ج . وعندها ايضاً تتأثر الشحنة بقوة جذب وهكذا.

بعدها الشحنة سوف تتحرك يمين ويسار النقطة o ← حركة توافقية بسيطة.

$$\bar{F} = E\bar{q} = -Q \frac{kqx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\bar{F} = m\bar{a}$$

$$\frac{-kqQx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = ma$$

if $x <<<<< a$

$x \simeq 0$

لو جوسين على بعض $x=0$

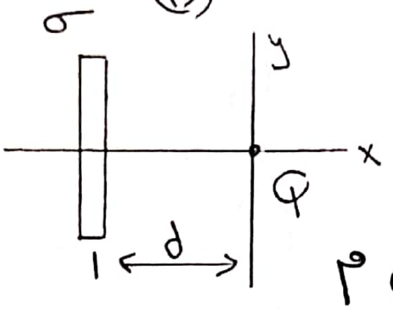
$$\bar{a} = -\frac{kqQx}{m a^3}$$

في الحركة التوافقية $\bar{a} = -w^2 x$

$$w^2 = \frac{kqQ}{ma^3}$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

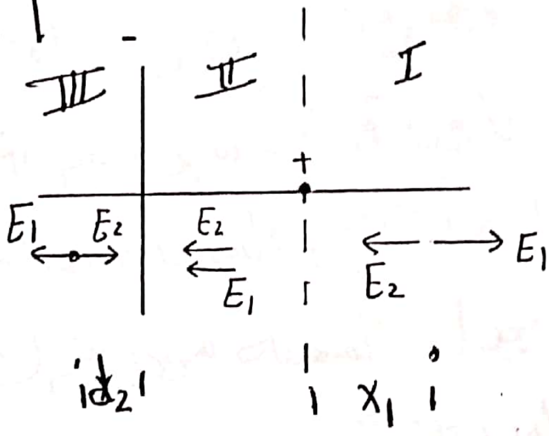
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ma^3}{kqQ}}$$



مثال (١٤)

إذا كانت $\sigma = -2\mu C/m^2$ ووضع جسيم مشحون q
$q = +6\mu C$ عند نقطة الأصل (٠،٠) وعلى بعد $d = 0.2$ م
عند أي موضع بخلاف المالانهاية ينعدم المجال الكهربي.
وإذا كانت $d = 0.8$ م فما هو الموضع التي ينعدم فيه.

الحل



$d = 0.2\,m$

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{kq}{x_1^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{9\times10^{9} \times 6\times10^{-6}}{x^2} = \frac{2\times10^{-6}}{2\epsilon_0}$$

$$x = 0.691\,m$$

at Left

$$E_1 = E_2 \qquad \frac{kq}{x^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$x_2 = 0.691$$

$$\therefore d_2 = 0.491\,m$$

لو كانت المسافة $d = 0.8$ فإن المكان الذي ينعدم به فقط على اليمين فقط أما على اليسار، فلا يوجد.