سنتر فيوتشر

Subject: فيزياء "اعدادي"

Chapter: قانون جاوس

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

"قانون جاوس"

الفيض الكهربى :-

- طريقة التعبير عن خطوط المجال الكهربى بكمية قياسية.
- هو عدد خطوط المجال الكهربى التى تمر عموديًا من مساحة معينة.
- القانون

$$\phi_E = E \cdot A = EA\cos\theta = (N/c)\,m^2 = wb$$

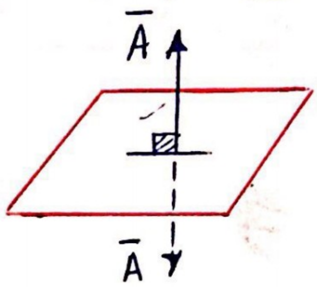
ϕ_E ← الفيض، E ← المجال، A ← مساحة السطح، θ ← زاوية بين (A,E)، wb ← weber وبر

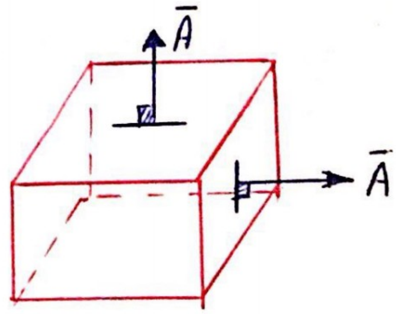
- يتناسب الفيض طرديًا مع الخطوط التى تخترق السطح.

اتجاه المساحة :-

[1] اذا كانت مساحة مفتوحة "ورقة" عمودى على المساحة فى اى اتجاه.

[2] " " " مغلقة "مكعب - كرة" " والخارج.

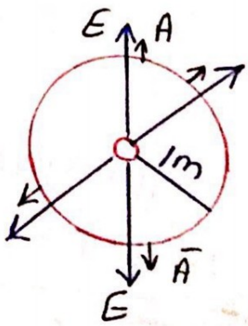




- الزاوية θ هى الزاوية بين اتجاه المجال E ، اتجاه المساحة العمودى على A.

مثال (1) احسب الفيض الكهربى خلال كرة نصف قطرها m او تحمل شحنة $1\,\mu C$ فى مركزها؟!

الحل



(1) الشحنة مجالها فى اتجاه انصاف الأقطار.

(2) انصاف الأقطار، عمودية على السطح.

$\theta = 0$

$$\phi = E \cdot A = EA\cos\theta = \frac{Kq}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{9 \times 10^9}{1^2} \times 1 \times 10^{-6} \times 4\pi \times 1^2$$

$$= 1.13 \times 10^5 \quad N.m^2/C$$

الحالة العامة لقانون الفيض الكهربى :

المجال الكهربى المنتظم :-

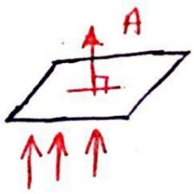
- المجال ثابت الشدة والاتجاه وثابت دائماً

$$\phi = E \cdot A = EA \cos\theta$$

المجال عمودى على السطح

$\phi = E \cdot A$

$= EA\cos\theta$

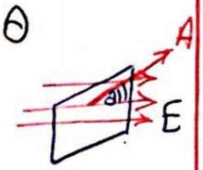


$\phi = \pm EA$

ϕ_{max}

المجال مائل على السطح

$\phi_E = EA\cos\theta$



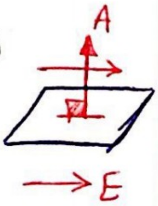
المجال موازى على السطح

$\phi_E = EA\cos\theta$

$\theta = 90$

$\phi_E = zero$

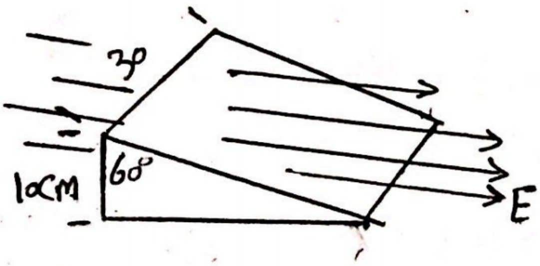
ϕ_{min}



مثال (٢) احسب الفيض الذى يخترق السطح :-

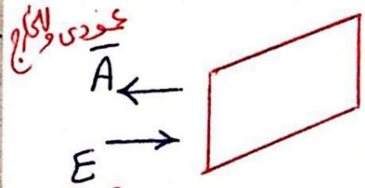
① الرأسى ② المائل ③ الصندوق كله

اذا علمت أن $E = 7.8 \times 10^4$ N/C



الحل

① السطح الرأسى



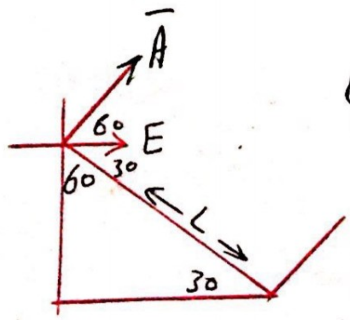
$\theta = 180$

$$\phi_1 = EA\cos\theta = EA\cos 180$$

$$= 7.8 \times 10^4 \times 0.1 \times 0.3 \cos 180$$

$$= -2.3 \times 10^3$$

② السطح المائل



$\theta = 60°$

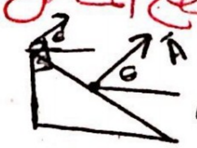
من الرسم

$$\phi_E = EA\cos\theta$$

$$= 7.8 \times 10^4 \times L \times 0.3 \cos 60$$

$$= 7.8 \times 10^4 \times 0.2 \times 0.3 \cos 60$$

$$= +2.3 \times 10^3$$



$$\cos 60 = \frac{10}{L}$$

$$L = 20\ cm$$

٣ الفيض الكلى :-

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5$$

نلاحظ ان كل من [الجانب الايمن والايسر والسطح السفلى] الفيض خلالهم = صفر لان المجال يوازى كل مساحة منهم. $\theta = 90$

$$\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = Zero$$

$$\phi_T = Zero$$

لاحظ انه عند وجود المجال الخارجى على شكل ← الفيض الكلى خلاله = صفر

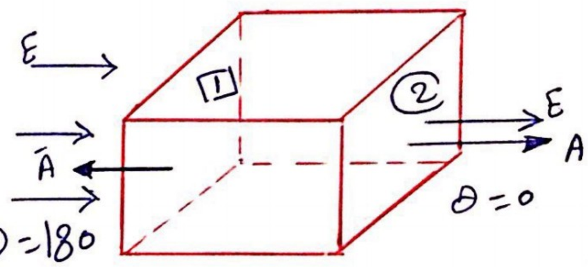
مثال ( ) احسب المجال الكهربى خلال مكعب فى مجال خارجى منتظم E

الحل

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6$$

$$\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = \phi_6 = 0$$

$\theta = 90$ ← لان السطح موازى للمجال



$$\phi_1 = EA\cos\theta_1 = EA\cos 180$$
$$= -EA$$

$$\phi_2 = EA\cos\theta_2 = EA\cos 0 = EA$$

$$\phi_T = -EA + EA = Zero$$

قواعد هامة :-

الفيض هو عبارة عن عدد الخطوط الكلى الصافى [داخل ، خارج] من الشكل :-

الفيض	+	عدد الخطوط الخارجة > عدد الخطوط الداخلة فيض +ve
	0	" " " " = " " " صفر
	-	" " " " < " " " -ve

مثال (

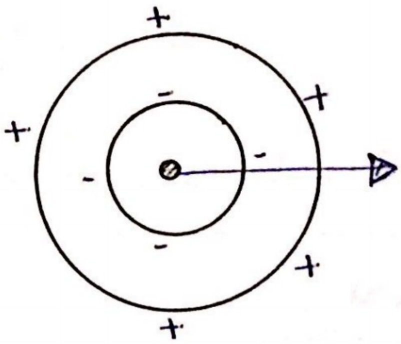
شحنة نقطية موضوعة في مركز قشرة كروية موصلة وغير مشحونة نصف قطرها الداخلي 2.5 سم والخارجي 4cm .

لذا تواجدت على السطح الخارجي للقشرة $\sigma = 71 nc/cm^2$ ما هي :-

① الشحنة

② كثافة الشحنة السطحية على السطح الداخلي .

أ الحل



الشحنة النقطية في المركز = الشحنة على السطح الخارجي = الشحنة على السطح الداخلي للكرة

$$q = \sigma A = 71 \times 10^{-9} \times 4\pi r^2 = 71 \times 10^{-9} \times 4\pi \times (4)^2$$

$$= 14.3 \mu C$$

∴ الشحنة 14.3 وهي موجبة لأن توزع الشحنات كما بالشكل

ب

$$\sigma_{in} = \frac{q}{A_{in}} = \frac{14.3}{4\pi r^2} = \frac{14.3}{4\pi \times 2.5^2} = 182 nc/cm^2$$

وبالسالب

$$\sigma = -182 \ nc/cm^2$$

Scanned with CamScanner

Scanned by CamScanner

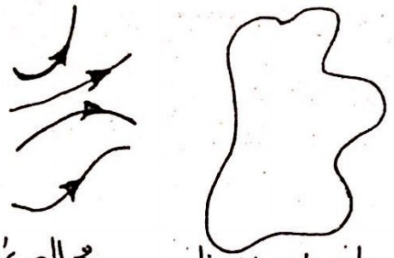
- لايجاد الفيض الكهربى فى وجود مجال أو مساحة غير منتظمة :

عند وجود مجال أو مساحة غير منتظمة

- يتم تقسيم السطح إلى عناصر صغيرة جداً

بحيث تكون المساحة المأخوذة متساوية وصغيرة جداً

مساحة كل عنصر dA به مجال صغير المجال به ثابت تقريبًا ويكون الفيض خلال تلك المساحة $d\phi$.



مجال غير منتظم

سطح غير منتظم

$$\phi_T = \int d\phi = \int E \cdot dA = \oint E \cdot dA$$

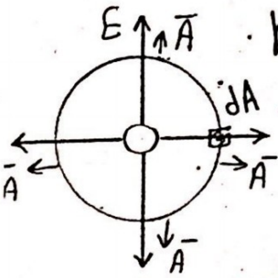
$$\phi_T = \int d\phi_1 + \int d\phi_2 + \int d\phi_3 + \cdots = \oint d\phi = \oint E \cdot dA$$

لو السطح مغلق على نفسه "تكامل سطحى"

قانون جاوس

هو قانون يربط قيمة الفيض الكهربى داخل السطح وقيمة الشحنة الكلية التى يحويها داخل السطح .

اثبات قانون جاوس



- اعتبر وجود شحنة نقطية q موجبة فى مركز كرة نصف قطرها r .

- هنقسم الكرة إلى أجزاء صغيرة dA واحسب الفيض فى عنصر واتكامل

$$d\phi_E = E \cdot dA \qquad E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow \text{مجال شحنة نقطية}$$

نلاحظ ان خطوط المجال فى اتجاه انصاف الأقطار وللخارج لذا تكون عمودية على السطح

وكذلك اتجاه المساحة عمودى على السطح لذا $\theta = 0 \leftarrow \theta = 0$

$$\phi_E = \int d\phi_E = \oint E \cdot dA = \oint \frac{kq}{r^2} dA \cos\theta \qquad \begin{matrix} \cos\theta = 1 \\ \theta = 0 \end{matrix}$$

$$= \frac{kq}{r^2} \cdot A = \frac{kq}{\cancel{r^2}} 4\pi \cancel{r^2} \qquad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{kq}{1} 4\pi = \frac{1}{\cancel{4\pi}\epsilon_0} \cdot \cancel{4\pi} q = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad \#$$

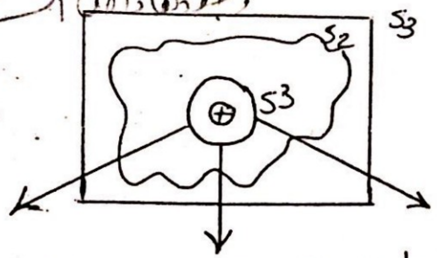
$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\sum q}{\epsilon_0} = \frac{\text{مجموع الشحنات}}{\epsilon_0} \qquad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

الفيض ثابتا يتبع الشحنة داخل السطح

لا يعتمد على الشكل ، نصف قطر) السطح .

لا يعتمد الفيض على مكان الشحنة والسطح ولا يهمنا شكلها ، وجودها داخل السطح



بمعنى

لو كان لدينا أكثر من سطح بداخلهم شحنة لها مثلاً عدد خطوط مجال (٣) فإن عدد الخطوط التي تعبر المساحة الأولى = عدد الخطوط التي تعبر المساحة الثانية = عدد الخطوط التي تعبر المساحة الثالثة .

لو هناك شحنة خارج سطح جاوس "السطح المغلق" فإن عدد الخطوط الداخلة للسطح = عدد الخطوط الخارجة منه .

هام جداً

وهو ما وجدناه من القانون حيث إنه ليس هناك شحنات داخلة فإن

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{0}{\epsilon_0} = 0$$

- يراعى في القانون

هام

$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ ← الجمع الجبري للشحنات إذا كان أكثر من شحنة داخله

$q_1 \oplus \quad q_2 \ominus$

$$\phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{q_1 - q_2}{\epsilon_0}$$

ودا للفيض الكلي .

نص قانون جاوس :- الفيض الكلي خلال سطح مغلق يساوي الشحنة الكلية داخل السطح مقسومًا على معامل سماحية الفراغ .

$$\phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

مجموع الشحنات داخل السطح

سطح جاوس

المجال على السطح

مثال (٣) اذا كان هناك سطح جاوس كروى يحوى شحنة نقطية q .
صف ما يحدث عند :-
① تضاعف الشحنة ثلاث مرات .
② " نصف قطر الكرة .
③ تغير السطح الكروى إلى مكعب .
④ تحركت الشحنة إلى مكان آخر داخل مكعب .

الحل

$\phi_E = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ الفيض الكهربى يعتمد فقط على الشحنة داخل السطح

① اذا تضاعفت الشحنة ثلاث مرات ← يتضاعف الفيض ثلاث مرات .
② لا يتغير قيمة الفيض .
③ " " " "
④ " " " " لأنه لا يعتمد على مكان وجودها داخل السطح .

تطبيقات قانون جاوس :- حساب المجال الناشئ عن شكل عند نقطة

الطريقة :-

① تخيل سطح وهمى مغلق " سطح جاوس " يحيط بالموصل ويحتوى الجسم بداخله ويمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها . ولازم يكون مغلقاً . دبس

② يتم اختيار سطح مناسب بحيث يكون :-
ⓐ عمودياً على اتجاه المجال " خطوط المجال " الناشئة عن الجسم او الموازياً له .
ⓑ ان يكون المجال ثابت على جميع نقاط ذلك السطح ← يكون نفس البعد عن الجسم من جميع النقاط ← لكى يثبت المجال ونقدر ان نخرج E خارج التكامل

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

③ الأشكال المناسبة لسطح جاوس [كرة - اسطوانة]

وبس #

كرة
- شحنة نقطية .
- كرة بجميع اشكالها .
- قشرة كروية .

اسطوانة
- سلك .
- اسطوانة بجميع اشكالها .
- مستوى او لوح .

ولابد ان يكون الجسم من مركز الشكل الى ان اقاربه

④ المواد الموصلة :-
① الشحنة تتوزع على السطح الخارجي لها فقط .
② لا يوجد بها مجال داخلها .

⑤ قوانين هامة

الشكل	كرة	اسطوانة
حجم	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\pi r^2 L$
مساحة	$4\pi r^2$	جانبية $2\pi r L$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

Σq_{in} ← مجموع الشحنات داخل سطح جاوس

ϵ_0 ← ثابت

dA ← مساحة سطح جاوس

تطلع من الاسطوانة فقط من الكرة $\theta = 0$

E ← المجال ثابت دائماً يخرج خارج التكامل

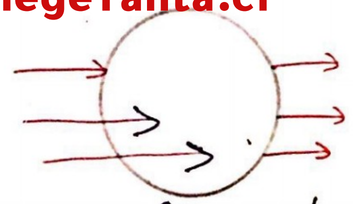
كرة ← $E \oint dA$ → اسطوانة

كرة: $E(4\pi r^2)$

اسطوانة:
- مستوى: $E(A)$ ، $E(\pi r^2)$
- اسطوانة أو سلك: $E(2\pi r L)$

خاص بمساحة سطح جاوس ← $\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ → خاص بالشحنة داخل سطح جاوس

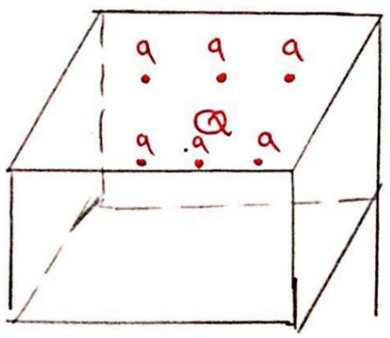
من الشكل المقابل احسب الفيض



الحل

لأنه سطح مغلق وليس به شحنة $\phi_T = 0 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$

من الشكل المقابل :-



اذا كانت $Q = 5\mu C$ وطول ضلع المكعب $L = 10\,cm$

ويوجد بداخل المكعب ست شحنات شحنة كل واحده $q = -1\mu C$ فما هو الفيض خلال أي وجه من المكعب ؟!

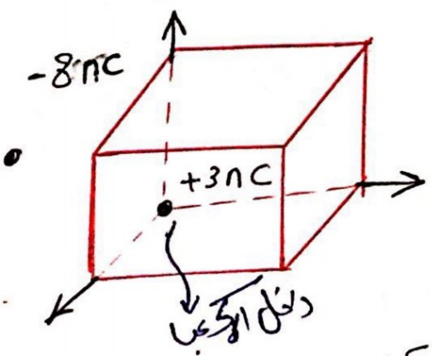
الحل

$$\phi_{Et} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{Q + 6 * q}{\epsilon_0} = \frac{5*10^{-6} - 1*6*10^{-6}}{\epsilon_0} = \frac{-1*10^{-6}}{\epsilon_0}$$

$\therefore \phi_E$ "لكل وجه" $= \frac{1}{6}\phi_{Et}$

$$= \frac{1}{6} * -\frac{1*10^{-6}}{\epsilon_0}$$

اذا كان هناك شحنتان كما في الشكل المقابل :-



① ما هو الفيض الكهربي خلال السطح.

② هل تستطيع استخدام جاوس لحساب المجال على السطح

الحل

ⓐ $\phi_E = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{3*10^{-9}}{\epsilon_0}$

ⓑ لا نستطيع حساب المجال على السطح بجاوس لأننا لا نستطيع ايجاد شكل مناسب يضم المكعب بداخله والمجال منتظم.

اذا كان عندى الشكل المقابل احسب:

① الفيض خلال السطح المستوى.

② " " الكروى.

③ " " الكعب ككل.

الحل

1. $\phi_{E_1} = EA\cos\theta = \frac{Kq}{\delta^2} * \pi R^2 * \cos 180 = -\pi R^2 \frac{Kq}{\delta^2}$

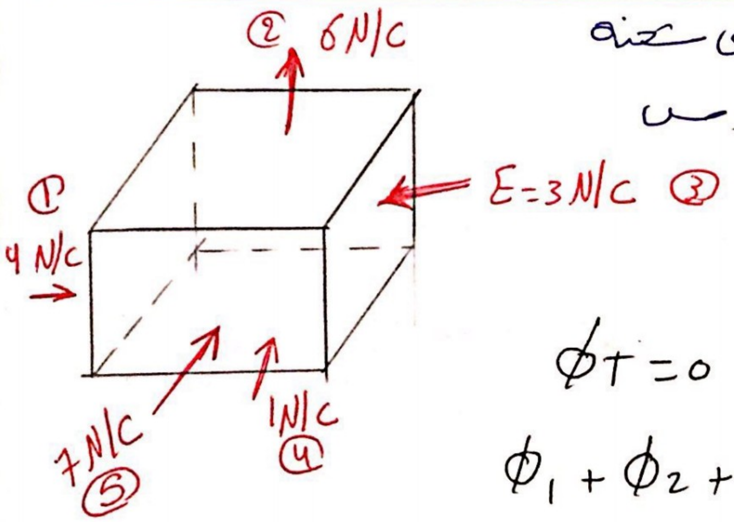
2. شكل مغلق وليس به شحنة

$\phi_{E_1} = -\phi_{E_2}$

$\phi_{E_2} = +\pi R^2 \frac{Kq}{\delta^2}$

3. ∵ الشكل مغلق وليس به شحنة

$\phi_T = 0$



اذا كان المكعب المبين بالشكل لا يوجد به اى شحنة فما هو الفيض والمجال الخارج من الوجه السادس

طول ضلع المكعب $L = 2m$

الحل

لا يوجد شحنة بداخله

$\phi_T = 0$

$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 = 0$

$E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 + E_3 \cdot A_3 + E_4 \cdot A_4 + E_5 \cdot A_5 + E_6 \cdot A_6 = 0$

$A_1E_1\cos\theta_1 + E_2A_2\cos\theta_2 + E_3A_3\cos\theta_3 + E_4A_4\cos\theta_4 + E_5A_5\cos\theta_5 + \phi_6 = 0$

$-4*4 + 6*4 - 3*4 - 1*4 - 7*4 + \phi_6 = 0$

$\phi_6 = 36$ wb → خارج

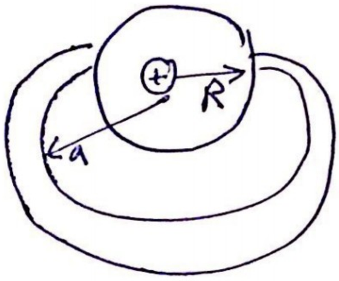
$E = 9$ N/C والخارج عمودى

مسائل (٢٢)

- شحنة نقطية q موضوعة في مركز حلقة مشحونة بشحنة ما طولية λ ونصف قطرها a احسب الفيض خلال سطح كرة R ← تحوي الشحنة
← " " والحلقة

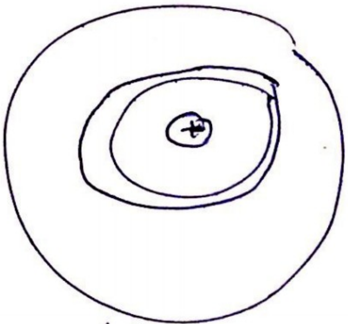
الحل

لو الشحنة داخل الكرة بس



$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

لو الحلقة والشحنة



$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a)}{\epsilon_0}$$

طب لو جواه سلك طوله L وشحنة λ_2 ؟؟

$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a) + L\lambda_2}{\epsilon_0}$$

ولو نص السلك بس

$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a) + L/2\,\lambda_2}{\epsilon_0}$$

ازاى نحل فى جاوس ؟!

هيديك شحنة ما عايز مجالها عند نقطة "جسم مشحون"

① نفرض سطح مغلق "كرة أو اسطوانة" بيمر بالنقطة الى عايز يجيب عندها المجال ولازم يكون الجسم المشحون فى مركزه

* كرة لو الجسم المشحون "شحنة نقطية - كرة مشحونة - قشرة مشحونة"
* اسطوانة " " "سلك - اسطوانة " - مستوى مشحون"

② بنطبق فى القانون

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$\oint \rightarrow$ تكامل على سطح مقفول

$E \rightarrow$ المطلوب حسابه

$dA \rightarrow$ جزء من مساحة السطح المفروض "كرة أو اسطوانة" $\xrightarrow[\text{يبقى}]{\text{هيتكامل}}$ A

- كرة $4\pi r^2$
- سلك اسطوانة $2\pi r l$
- مستوى πr^2

$q_{in} \rightarrow$ الشحنة جوه السطح المفروض

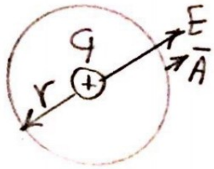
$\epsilon_0 \rightarrow$ ثابت

وبعد بنا نشوف ال . دى

مثال (٤) باستخدام قانون جاوس احسب المجال الكهربى لشحنة نقطية.

الحل

نفرض سطح جاوس مناسب ← كرة وتكون الشحنة فى منتصفها وثابت المجال على السطح وفى اتجاه انصاف الأقطار للكرة، وعمودى عليها.



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kq}{r^2} \rightarrow$$ نفس القانون السابق

مثال (٤) كرة مصمتة وغير موصلة نصف قطرها a وكثافتها الحجمية ρ للشحنات عليها. والشحنة الكلية Q احسب شدة المجال عند:-

١ نقطة خارج الكرة. ٢ نقطة داخل الكرة ٣ على سطحها.

الحل

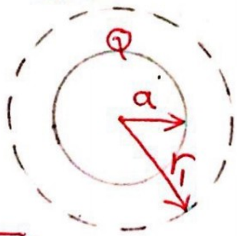
1 out side

جاوس ← كرة

١ خارج الكرة

نفرض سطح وهمى نصف قطره r_1 "كرة"

$r > a = r_1$



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

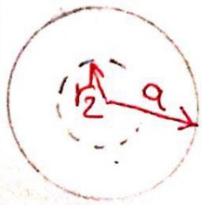
$$\boxed{E = \frac{kQ}{r^2}} \qquad E \propto \frac{1}{r^2}$$

2 Inside

٢ داخل الكرة

نفرض سطح وهمى كرة نصف قطرها r_2

$r < a = r_2$



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_2^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$ ← جوه سطح جاوس

هنا سطح جاوس ليس به كل الشحنة كما في السابق ولكن جزء منها لأن الشحنة موزعة على الحجم ← كرة غير موصلة.

$$Q \xrightarrow{\text{تتوزع}} \tfrac{4}{3}\pi a^3$$
$$q_{in} \longrightarrow \tfrac{4}{3}\pi r_2^3 \qquad q_{in} = Q\frac{r_2^3}{a^3}$$

أو

$$q_{in} = \rho V_{in} = \rho \tfrac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$\therefore E(4\pi r_2^2) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r_2^3}{\epsilon_0} \qquad \text{or} \qquad E(4\pi r_2^2) = \frac{Q\frac{r_2^3}{a^3}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r_2}{3\epsilon_0} \qquad \boxed{E \propto r_2} \qquad E = \frac{Q r_2}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{KQ r_2}{a^3} \qquad \boxed{E \propto r^2}$$

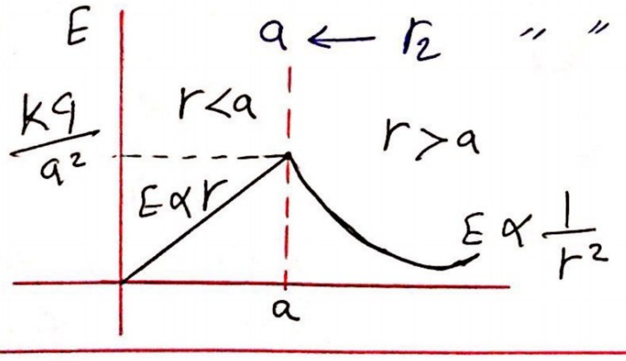
على سطح الكرة ← هناك ثلاث طرق :-

① نفرض سطح كروى يمر بسطح الكرة "زى اللى فاتوا"

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$
$$E(4\pi a^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad E = \frac{KQ}{a^2}$$

② نعوض في القانون المستنتج في أول حالة ولكن بدل $a \leftarrow r_1$

③ " " " " في ثاني " " " $a \leftarrow r_2$



مثال (٥) كرة مصمتة نصف قطرها 40 cm مشحونة بشحنة موجبة كلية $26\mu C$ موزعة بانتظام على الحجم فاحسب المجال عند:-

① 0 cm
② 10 cm
③ 40 cm
④ 60 cm

من مركز الكرة.

$E = \frac{KQr}{a^3}$ داخل

$E = \frac{KQ}{r^2}$ خارج

لابد من عمل جميع خطوات المسائل السابقة

$r=10$ $E = \frac{kQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(40*10^{-2})^2}*10*10^{-2} = 365*10^3$ N/C

$r=0$ $E = \frac{kQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(40*10^{-2})^2}*0 = $ zero

$r=40$ $E = \frac{kQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(0.4)^2}*0.4 = 1.46*10^6$ N/C

$r=60$ $E = \frac{kQ}{r^2} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(0.6)^2} = 649*10^3$ N/C

مثال (٦) كرة موصلة نصف قطرها a وشحنتها الكلية Q احسب قيمة المجال عند:-

① نقطة داخل السطح.

② نقطة خارج السطح.

الحل

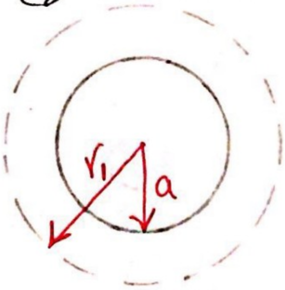
موصلة ← الشحنة موزعة على السطح الخارجي فقط للكرة وليس هناك أي شحنات داخل سطح الكرة (لا مجال داخلها)

① out side خارج الكرة

$r > a = r_1$

$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$

$E(4\pi r_1) = \frac{Q}{\epsilon_0}$

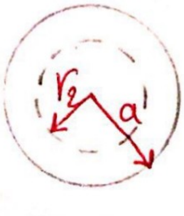


$E = k\frac{Q}{r^2}$.

② in side داخل الكرة

$r < a = r_2$

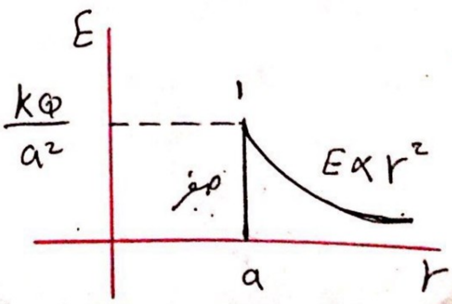
$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ $q_{in} = 0$



موصلة

$E = 0$

$E = 0$



مثال (٧) قشرة كروية موصلة نصف قطرها $a = 14$ سم وتحمل شحنة $32\mu C$ ؟

المجال عند ① $r = 10\ cm$ ② $r = 20\ cm$

الحل

① $r = 10 < a$ موصلة

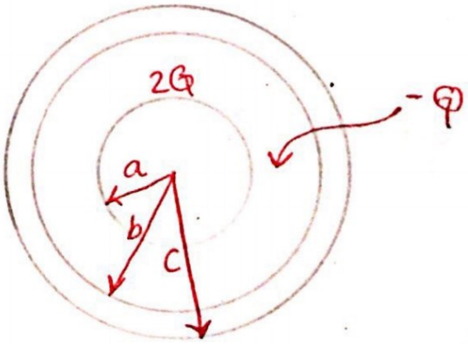
$E = 0$

② $r = 20 > a$ $E = \frac{KQ}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{32\times10^{-6}}{(0.2)^2} = 7.2\times10^6\ N/C$

مثال (٨) كرة مصمتة وموصلة نصف قطرها a تحمل شحنة موجبة $2Q$ ويحيط معها قشرة كروية موصلة نصف قطرها الداخلي b والخارجي c وتحمل شحنة $-Q$.

فما هي قيمة المجال في كل منطقة ؟؟

الحل

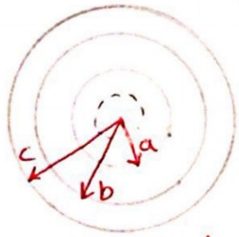


- الكرة موصلة
- القشرة موصلة

① داخل الكرة

$r < a = r_1$

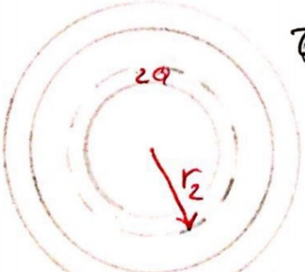
$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$



∵ الكرة موصلة ← لا يوجد داخلها شحنات $q_{in} = 0$

$E = 0$

② خارج الكرة



$b > r > a = r_2$

$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$

$E_2(4\pi r_2^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0}$

$E = \frac{K(2Q)}{r_2^2}$

at $r = a$ $r \to a$

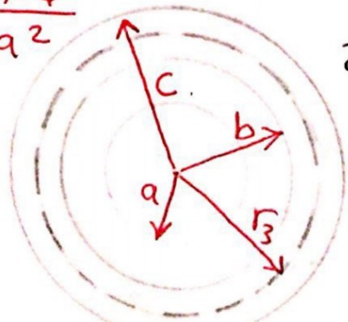
$E = \frac{2KQ}{a^2}$

at $r = b$

$E = \frac{2KQ}{b^2}$

③ داخل القشرة

$c > r > b = r_3$



نلاحظ أن مجال الكرة لا يستطيع اختراق القشرة ← أو بمعنى آخر القشرة موصلة

فالمجال داخلها = صفر

$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ $q_{in} = 0$

$E = 0$

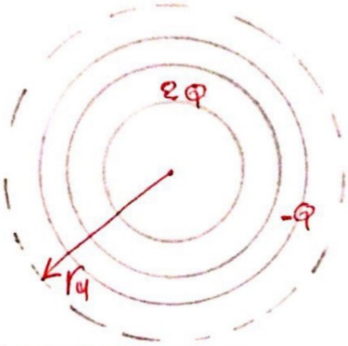
④ خارج القشرة والكرة

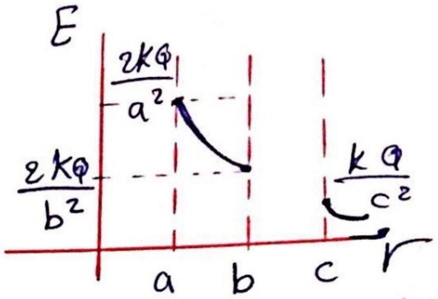
$r > c = r_4$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r_4^2) = \frac{-Q + 2Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{kQ}{r_4^2} \quad \text{at } c \quad E = \frac{kQ}{c^2} \quad r \to c$$

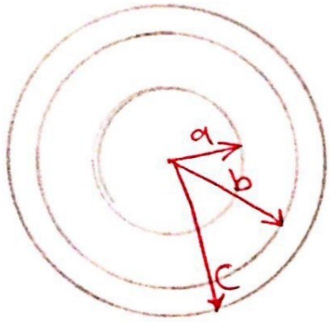




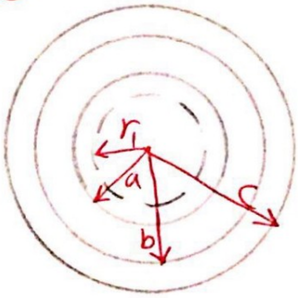
مثال (٩) ارسم المجال كدالة في الإزاحة

① الكرة :- غير موصلة وشحنتها 3Q

② القشرة موصلة وشحنتها -Q



الحل



① داخل الكرة

① $r < a = r_1$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

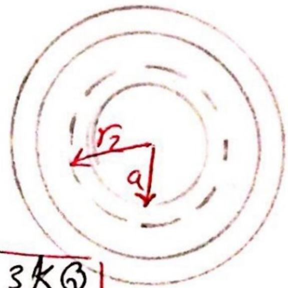
$$q_{in} = \rho V_{in}$$

$$\rho = \frac{3Q}{Vol} = \frac{3Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \qquad q_{in} = \frac{3Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} * \frac{4}{3}\pi r_1^3 = 3Q\frac{r_1^3}{a^3}$$

$$E(4\pi r_1^2) = \frac{3Q r_1^3}{a^3 \epsilon_0} \quad \text{at } a \quad E = \frac{3kQ}{a^2} \quad r \to a \qquad \boxed{E = \frac{3kQ r_1}{a^2}} \to ①$$

② $b > r > a$

② خارج الكرة



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_2^2) = \frac{3Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{3kQ}{r_2^2} \quad \text{at } b \quad r_2 \to b \qquad \boxed{E = \frac{3kQ}{b^2}}$$

$\text{at } c > r > b \to r_5$ لأن القشرة موصلة في القشرة

$$E = 0$$

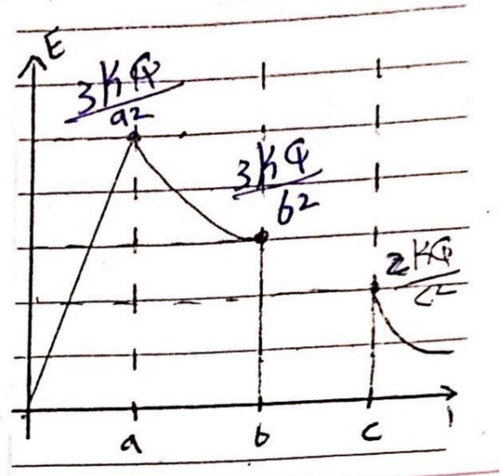
at $r > c \rightarrow r_4$

خارج القشرة

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{3Q - Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{2KQ}{r_4^2} \qquad \text{at } C \quad r_4 \rightarrow c$$

$$\boxed{E = \frac{2KQ}{c^2}}$$



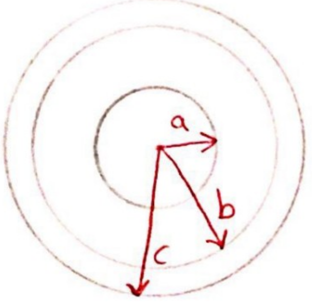
مثال (١٠)

ارسم المجال في كل منطقة اذا كان

(١) الكرة ← موصلة وشحنتها q

(٢) القشرة ← غير موصلة وشحنتها $3q$

الحل



(١) داخل الكرة ← موصلة

$r < a \rightarrow r_1$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} \qquad q_{in} = 0$$

$$E = 0$$

(٢) خارج الكرة

$b > r > a \rightarrow r_2$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_2^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Kq}{r_2^2} \qquad \text{at } a \rightarrow r_2 \quad E = \frac{Kq}{a^2}$$

$$\text{at } b \rightarrow r_2 \quad E = \frac{Kq}{b^2}$$

(٣) داخل القشرة ← غير موصلة

$$3q \rightarrow \tfrac{4}{3}\pi c^3 - \tfrac{4}{3}\pi b^3$$

$$q_{2in} \rightarrow \tfrac{4}{3}\pi r_3^3 - \tfrac{4}{3}\pi b^3$$

الشحنة داخل سطح جاوس شحنتان

(١) شحنة الكرة.

(٢) " الجزء داخل القشرة.

$c > r > b \rightarrow r_3$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_3^2) = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$q_{in} = q_1 + q_{2in} \qquad q_1 = q$$

$$q_{in} = q\,\frac{r_3^3 - b^3}{c^3 - b^3}$$

$$q_{in} = q\left[1 + \frac{r_3^3 - b^3}{c^3 - b^3}\right]$$

$$\boxed{E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0 [4\pi r_3^2]}}$$

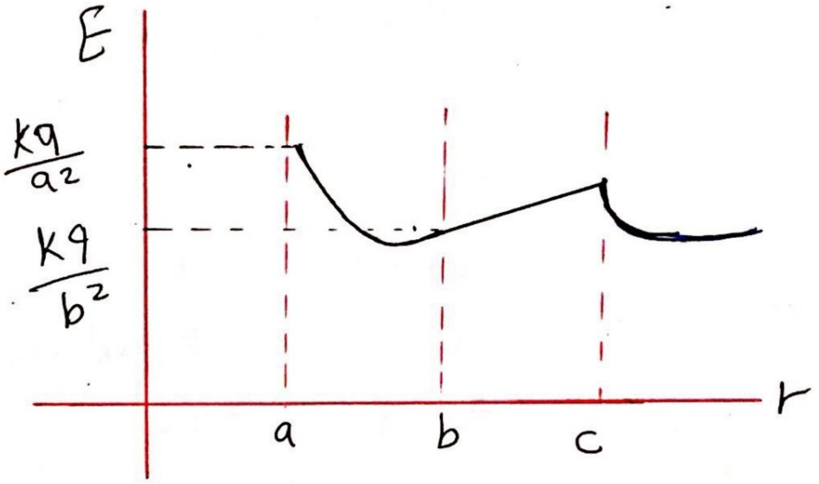
$r > c \rightarrow r_4$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_4^2) = \frac{4q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{4kq}{r_4^2} \quad \text{at} \quad r_4 \rightarrow c$$

$$\boxed{E_c = \frac{4kq}{c^2}}$$



ملخص الكرة

داخل أى كرة

غير موصلة فقرة

$$q_{in} = q_T \frac{r^3 - b^3}{c^3 - b^3}$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

غير موصلة "مصمتة"

$$E = \frac{k\,r\,(\text{الشحنة})}{a^3}$$

موصلة

$$E = 0$$

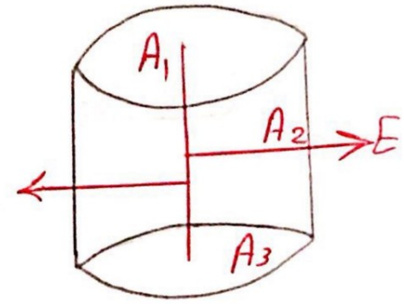
خارج أى كرة

$$E = \frac{k\,(\text{الشحنة})}{r^2}$$

الشحنة ← جمع الشحنات داخل السطح باشارتهم

مثال (11) سلك طويل لا نهائي الطول مشحون بشحنة طولية λ احسب المجال عند أي نقطة بعيدة عن السلك.

الحل



- مجال السلك يكون من الخارج لو موجبة وللداخل لو سالبة وعمودي على السلك.

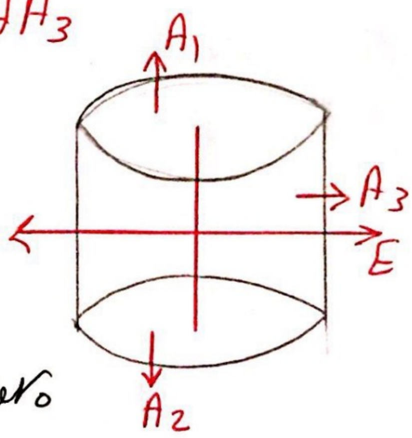
- نفرض اسطوانة طولها L ونصف قطرها r تمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها والسلك في المنتصف

$$\oint E \cdot dA = \frac{\varepsilon q_{in}}{\epsilon_0}$$

ولكن الاسطوانة لها ثلاث اسطح :-

① القاعدة العليا A_1 ② السطح الجانبي A_2 ③ القاعدة السفلى A_3

$$\phi_E = \int_{A_1} E_1 \cdot dA_1 + \int_{A_2} E \cdot dA_2 + \int_{A_3} E \cdot dA_3$$



القاعدتان العليا والسفلى :-

خطوط المجال موازية للقواعد لذا العمودي على A عمودي على E $\theta = 90$

$$\int_{A_1} E_1 \cdot dA_1 = \int_{A_2} E_2 \cdot dA_2 = \int E \cdot dA \cos 90 = zero$$

موازي $\theta = 90$

$$\int_{A_3} E_3 \cdot dA_3 = \int E \, dA_3 \cos\theta = \int E \cdot dA_3 = \frac{\varepsilon q_{in}}{\epsilon_0}$$

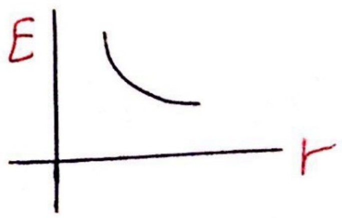
المساحة الجانبية للاسطوانة $\leftarrow A$

$$E A_3 = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$\lambda L = q \leftarrow$ لأنه مشحون بشحنة طولية λ
وطول السلك داخل سطح جاوس L

$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

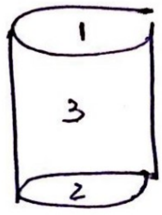
$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \qquad E \propto \frac{1}{r}$$



قانون جاوس في حالة "سلك - اسطوانة - لوح"

- نفرض سطح جاوس عبارة عن ← أسطوانة.
- الاسطوانة الوهمية تمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها والشكل الذي عليه الشحنة في مركز الاسطوانة.

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$



$$\int E_1 \cdot dA_1 + \int E_2 \cdot dA_2 + E_3 \cdot dA_3 = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

الاسطوانة لها ٣ اسطح

١،٢ ← قاعدتان

٣ ← الجانبية

* في السلك والاسطوانة

$$\int E_1 \cdot dA_1 = \int E_2 \cdot dA_2 = \text{zero} \rightarrow \int E\, dA \cos\theta \qquad \theta = 90$$

$$\int E_3 \cdot dA_3 = \int E_3\, dA_3 = E A_3 = E(\underbrace{2\pi r L}_{\text{المساحة الجانبية}})$$

* في المستوى

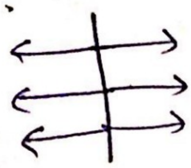
$$\int E_3 \cdot dA_3 = 0$$

$$\int E_1 \cdot dA_1 + \int E_2 \cdot dA_2 = 2\int E \cdot dA = 2E(A) \qquad A \rightarrow \pi r^2$$

$q_{in} \longrightarrow$ الشحنة المحصورة جوه الاسطوانة

$\epsilon_0 \longrightarrow$ ثابت

- مجال سلك



مثال (١٢) اذا كانت كثافة وحدة الأطوال من سلك لانهائي $90\,\mu C/m$

احسب المجال على بعد ① ١٠ سم ② ٢٠ سم ③ ١٠٠ سم

الحل

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

بعد عمل ما سبقه

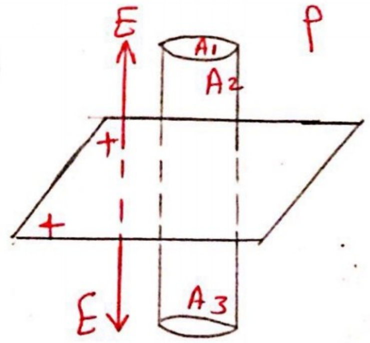
$r = 10\ cm$ $\quad E = \dfrac{90 \times 10^{-6}}{2\pi \epsilon_0 \times 0.1} = 1.67 \times 10^{7}\ N/C$

$r = 20\ cm$ $\quad E = 8.1 \times 10^{5}\ N/C$

$r = 100$ $\quad E = 1.62 \times 10^{5}\ N/C$

مثال (١٣) أوجد المجال الكهربى الناشئ عن لوح مستوى لانهائى مشحون بشحنة سطحية σ

الحل



نفرض سطح جاوس اسطواني يمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها ((P))

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\int_{A_1} E \cdot dA_1 + \int_{A_2} E \cdot dA_2 + \int_{A_3} E \cdot dA_3$$

الاسطوانة لها ٣ سطح

مجال المستوى يكون عمودى على المستوى لذا المجال يوازى الأسطح الجانبية وعمودى على السطحين القاعدتان

$\theta_2 = 90$ $\quad A_2$

$\theta_1 = \theta_2 = 0$ $\quad A_1 , A_3$ $\quad A_1 = A_2$

$$\int E \cdot dA + \int E \cdot dA = 2E \int dA$$

$$= 2EA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

مساحة جذع الاسطوانة

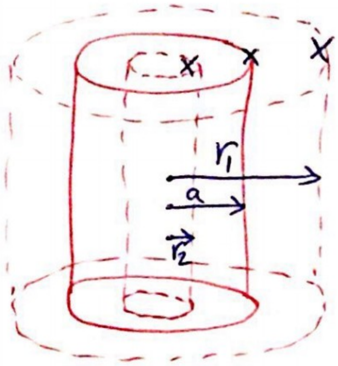
$q_{in} = \sigma A$

* الشحنة السطحية

الاسطوانة غير موصلة

E_c على السطح

$r > a \rightarrow r_1 \rightarrow E_c$



$$E(2\pi r_1 L) = \frac{\varepsilon q_{in}}{\epsilon_0}$$

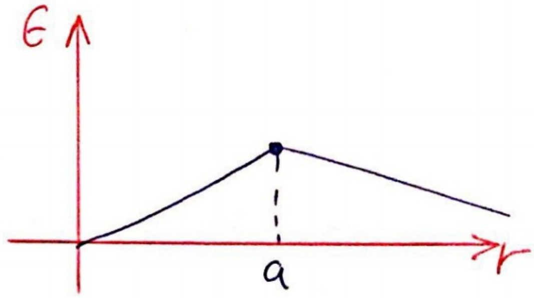
$$E = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 \cancel{r_1} L}$$

at $r_1 = a \xrightarrow{\quad} E_a$ على السطح

$$E_a = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a L}$$

داخل

$r < a \rightarrow r_2 \longrightarrow E_b$



$$E(2\pi r_2 L) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r_2 L) = \frac{Q}{\epsilon_0} \frac{r_2}{a^2}$$

$Q \rightarrow \pi a^2 L$

$q_{in} \rightarrow \pi r_2^2 L$

$$q_{in} = Q \frac{r_2^2}{a^2}$$

$$E = \frac{Q r_2}{2\pi \epsilon_0 L a^2}$$

$$\boxed{E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L a}}$$

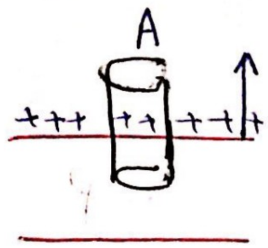
الشحنة المتصلة	قيمة المجال	المكان
كرة غير موصلة نصف قطرها R وشحنتها الكلية Q	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$	r > R
	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3}r$	r < R
قشرة كروية موصلة نصف قطرها R وشحنتها الكلية Q	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$	r > R
	$E=0$	r < R
خط لانهائي الطول مشحون بشحنة كثافتها الطولية λ	$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}$	خارج الخط
مستوى لانهائي مشحون بشحنة كثافتها السطحية σ	$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$	أي مكان خارج المستوى
مستوى لانهائي موصل مشحون بشحنة كثافتها السطحية σ	$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_o}$	خارج الموصل
	$E=0$	داخل الموصل

مثال)

اوجد المجال الناشئ عن سطح "موصل" لانهائي ـ لوح موصل عليه شحنة q.

الحل

اللوح الموصل تكون الشحنة على احد طرفيه فقط.



$$\oint E\cdot dA=\frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} \qquad q_{in}=\sigma A$$

$$\int E_1\cdot dA_1+\int E_2\cdot dA_2+\int E_3\cdot dA_3=\frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

العليا   السفلى   الجانبية

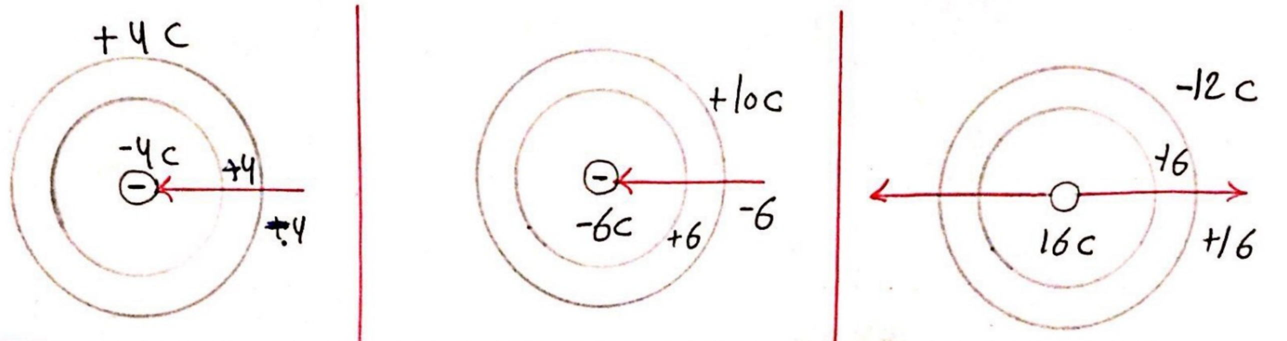
$$\int E_2\, dA+0+0=\frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$ ##

← اذا كان هناك قشرة كروية موصلة لها نصفان قطر وموضوع شحنة على q_1 ويوجد بها شحنة q_2 فما هي قيمة الشحنة على كل سطح اذا كان:-

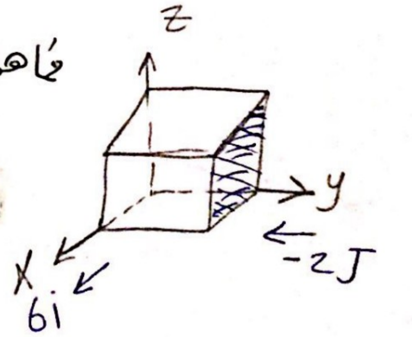
① $q_1 = 4c$, $q_2 = -4$ ② $q_1 = 10c$, $q_2 = -6$ ③ $q_1 = -12c$, $q_2 = 16c$

الحل



	①	②	③
الداخلي	$-4\,C$	$+6$	-16
الخارجي	$+4+4 = 8\,C$	$-6+10 = 4C$	$+16-12 = 4C$

← لو كان هناك مكعب طول ضلعه $L = 1.4$ والمجال ① $E = 6i$ ② $E = -2J$ ③ $-3i + 4k$ فما هو الفيض خلال ذلك السطح المظلل؟!



الحل

① $6i$ $\quad \phi = EA\cos\theta$

$= 6 * (1.4)^2 * \cos 90 = 0$

② $-2J$ $\quad \phi = EA\cos\theta$

$= 2 * 1.96 * \cos 180 = -3.92$ wθ

③ $-3i + 4k$ $\quad \phi = EA\cos\theta$ $\qquad A = 1.96\,J$

$\therefore \phi_E = 0$

$A = |A|\,J$

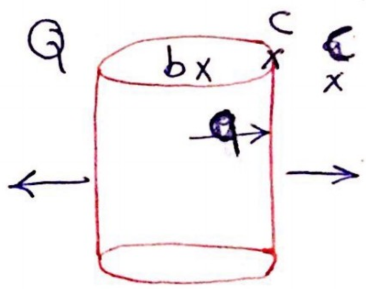
مثال ( ) :- اوجد المجال الناشئ عن اسطوانة "موصلة" غير موصلة" نصف قطرها a في نقطة داخل الاسطوانة وعند خارج الاسطوانة وعلى سطح الاسطوانة ؟!

الحل

$E_b \rightarrow$ داخل

$E_c \rightarrow$ خارج

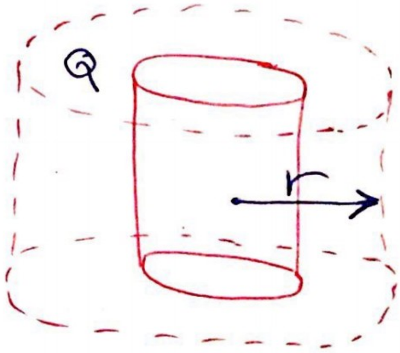
① الاسطوانة موصلة



$r > a \longrightarrow r_1 \longrightarrow E$ خارج

$$\oint E_a \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\oint E_a \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$



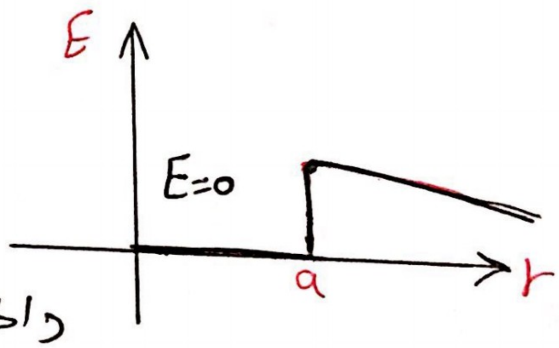
$$E_a (2\pi r_1 L) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L r_1}$$

على السطح

$r_1 \rightarrow a$

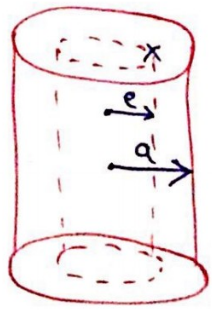
$$E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L a}$$



$r < a \longrightarrow r_2 \longrightarrow E_b$ داخل

$$E (2\pi r_2 L) = \frac{0}{\epsilon_0}$$

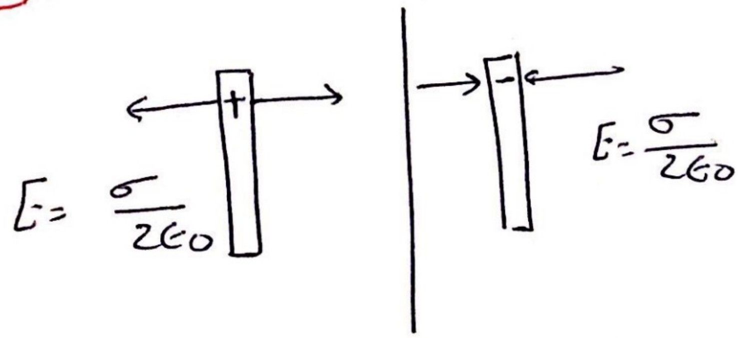
$E = 0 \longrightarrow$ لانها موصلة



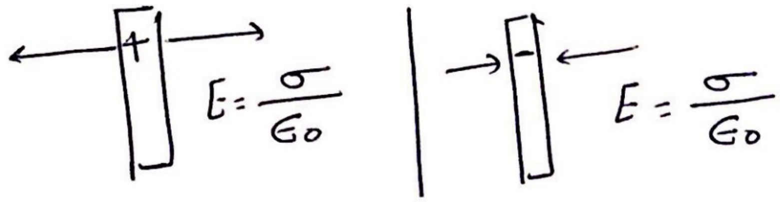
الالواح =

لوح واحد

1 لوح غير موصل

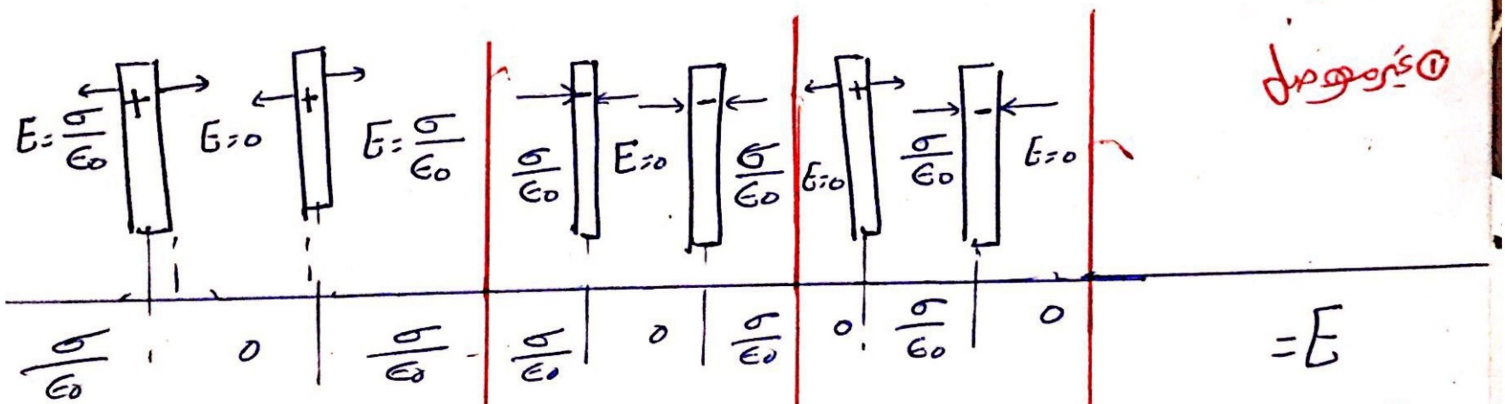


2 لوح موصل

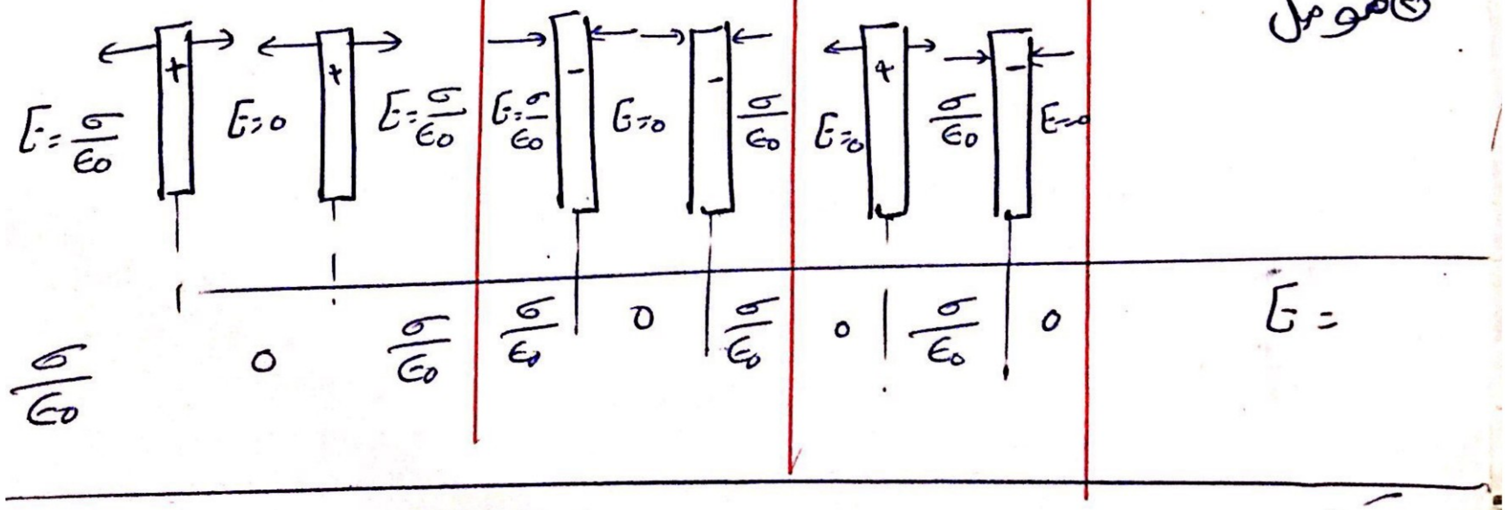


لوحان

1 غير موصل

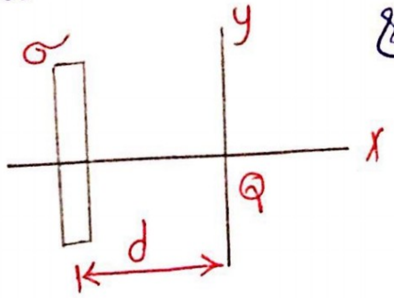


2 موصل



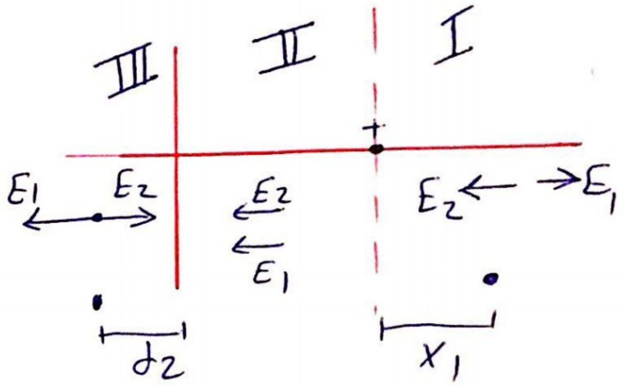
لو مذكرش في المسأله نوع اللوح ← غير موصل.

مثال (١٤) اذا كانت $\sigma = -2\,\mu C/m^2$ ووضع جسم مشحونه Q $\quad Q = +6\mu C$
عند نقطة الأصل $(0,0)$ وعلى بعد $d = 0.2$ م عند أى موضع بخلاف اللانهاية ينعدم المجال الكهربى.
واذا كانت $d = 0.8$ م فماهو الموضع التى ينعدم فيه



الحل

$$d = 0.2\,m$$



$$E_1 = E_2$$

$$\frac{KQ}{x_1^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{9\times10^9 \times 6\times10^{-6}}{x^2} = \frac{2\times10^{-6}}{2\epsilon_0}$$

$$x = 0.691\ m$$

at left $\qquad E_1 = E_2 \qquad \frac{KQ}{x^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$x_2 = 0.691$$

$$\therefore d_2 = 0.491\ m$$

لو كانت المسافة $d = 0.8$ فإن المكان الذى ينعدم به فقط على اليمين فقط
اما على اليسار فلا يوجد