

سنتر فيوتشر

Subject: إعداد رفاه

Chapter: الـ دـالـ

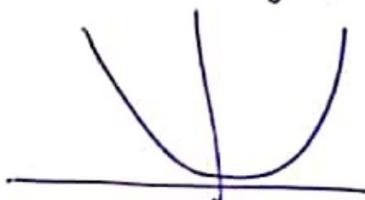
Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

• Functions •

①

$$f(-x) = f(x)$$

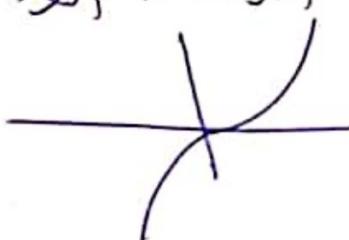


even function
الدالة الزوجية

مُعَادِنٌ مُوَلِّدٌ

② odd function $f(-x) = -f(x)$

مُعَادِنٌ مُوَلِّدٌ قُصْبَةٌ
الدالة الفردية



Ex $f(x) = \frac{x^2 + 4}{1 + \cos x}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 + 4}{1 + \cos(-x)} = \frac{x^2 + 4}{1 + \cos x} = f(x)$$

even function

Ex $f(x) = \frac{x + 3}{x^4 + 2}$

neither nor

$$f(-x) = \frac{-x + 3}{x^4 + 2} \neq f(x) \neq -f(x)$$

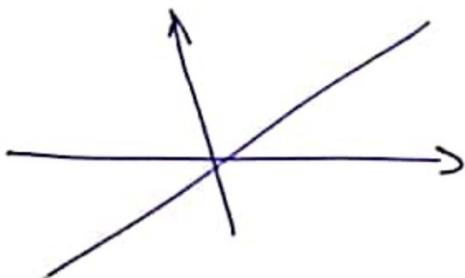
①

③ increasing function

$$x_1 > x_2$$

الدالة التي يزيد
عنها $y_1 > y_2$

كل زوايا بين x زادت قيمة y

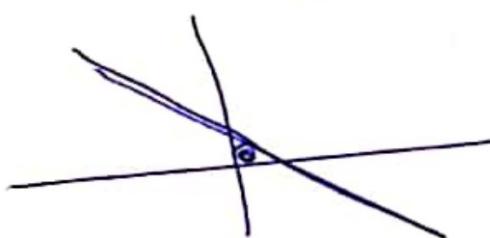


④ decreasing function

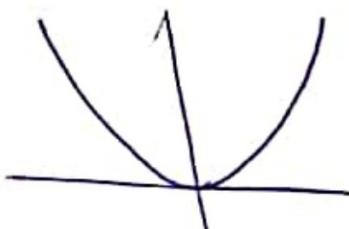
$$x_1 > x_2$$

الدالة التي تناقصت
عنها $y_1 < y_2$

كل زوايا بين x قلت قيمة y



$$+ f(x) = f(x) = x^2$$



increasing $[0, \infty[$

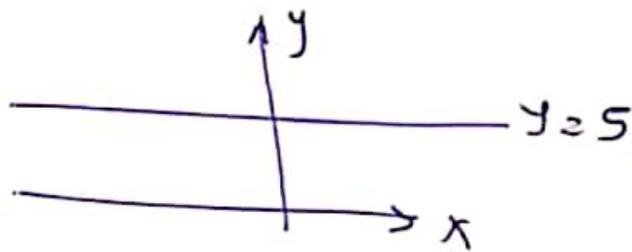
decreasing $] -\infty, 0]$

(c)

$f(x) = \text{Constant}$

(الرالٰت التاٰبٰت)

$$y = 5$$

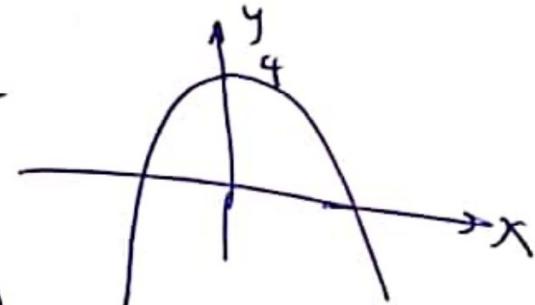


* bounded function الرالٰت المحدودة

① bounded up المحدودة سراع

$$y = 4 - x^2$$

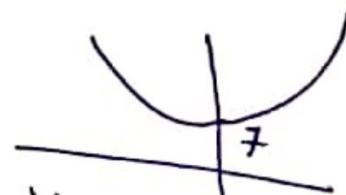
اعلى قيٰمة y



فِيما يُلَاحِظُ بِعْدَ مُقْرَرٍ مُعْيِمٍ

② bounded down كُوٰدة سافل

$$y = x^2 + 7$$



الرالٰت كُوٰدة من سافل

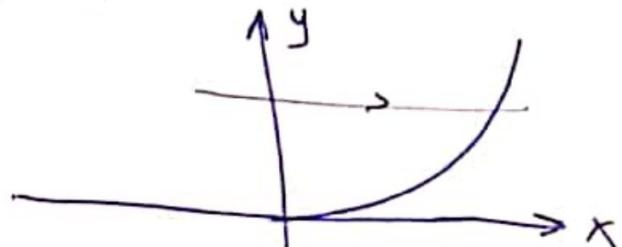
أَنْتَ لَمْ تَهْدِ لَنْكَ



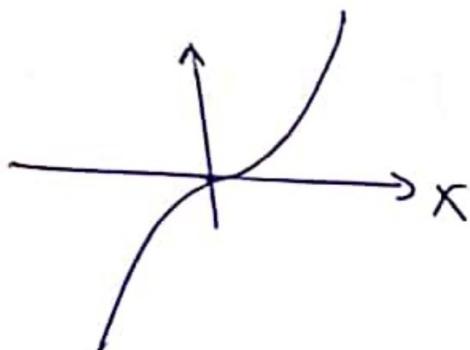
الرالٰت الاحادیت
one to one

كل قیمة لـ y بیان کرده قیمت ممکنه لـ x

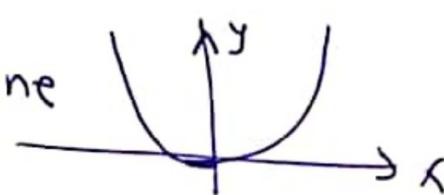
لورکت خنہ افق بیان
الرالٰت نقصان پاہتہ



not one to one



one to one



onto

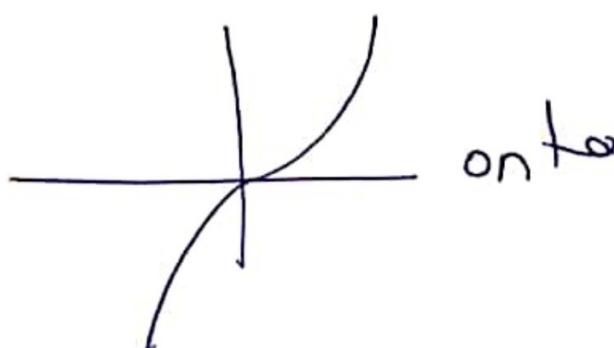
الرالٰت الغو قیتہ

R هو

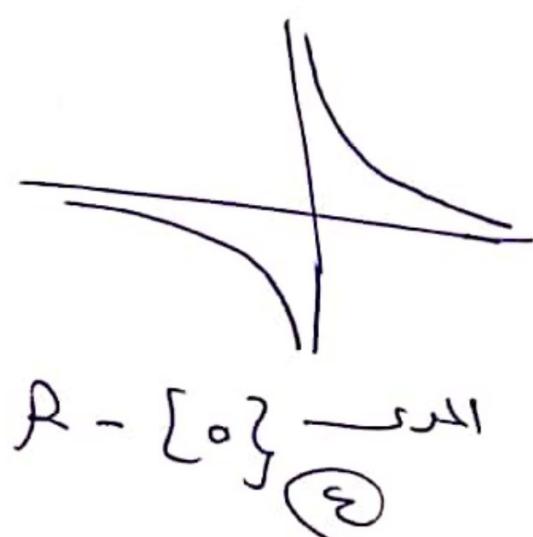
Range

اڈکاہ (الدری)

$R - \{0\}$ د نقصان



R اکری



$R - \{0\}$ اکری

Domaine

المجال (مدى) x

$$R$$

مجال الدالة كنزة المدخل

$$R \text{ مانع معاشر لـ}$$

مجال الدالة (الى درجة)

$$f \geq 0$$

$$\sqrt{f}$$

مجال الدالة الجذرية

$$R \ni f \in \sqrt[3]{f}$$

مجال الدالة اللوغاريتمية

$$f > 0$$

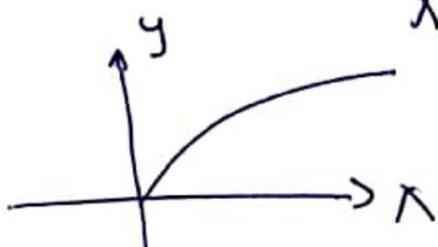
$$\ln f$$

$$\log f$$

Range

(مدى) y

مدى y انتظرة لـ قيمة x



Range

$$[0, \infty[$$

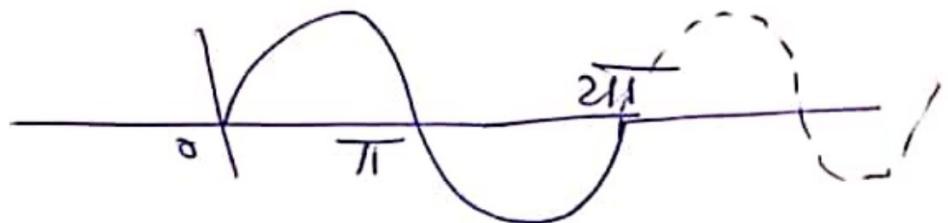
$$\text{Domaine } [0, \infty[$$

٦٥

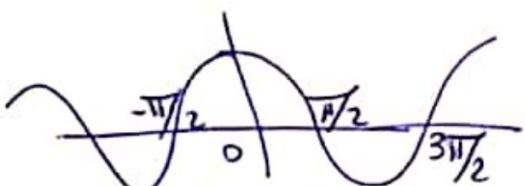
الدالة الدورية

و الدالة تكررت كل فترة

$$y = \sin x$$

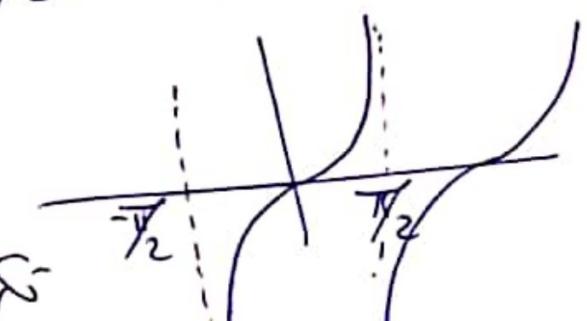


$$y = \cos x$$



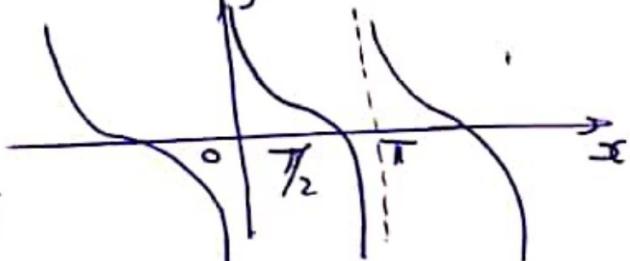
2π تكررت كل

$$y = \tan x$$



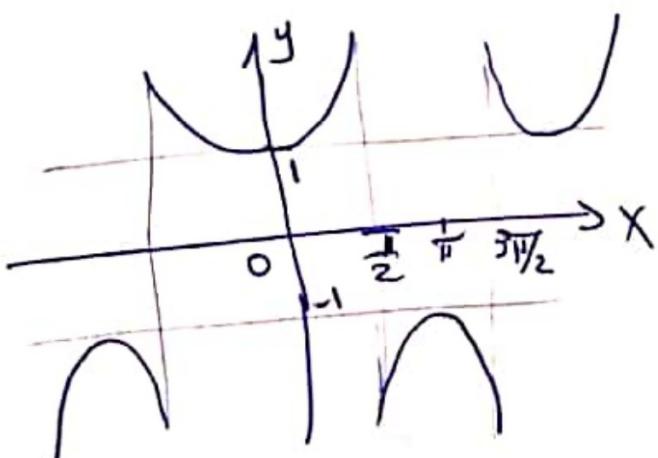
π تكررت كل

$$y = \cot x$$



π تكررت كل

$$y = \sec x$$

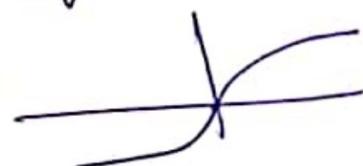
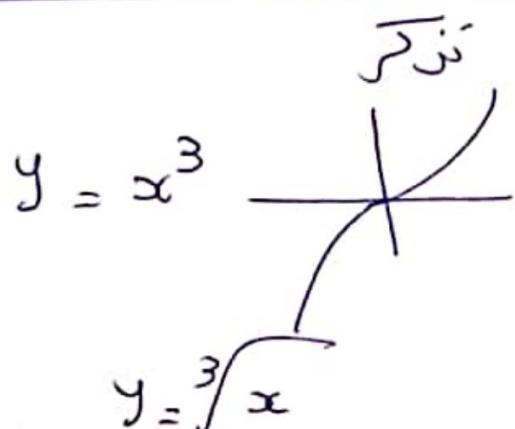
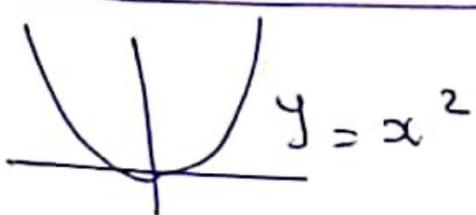
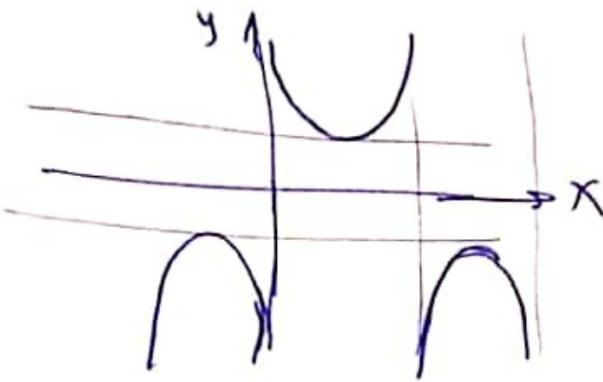


π تكررت كل

2

$$y = 0.5 \sin x$$

وهي موجة



Sketch the function and find its properties

$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

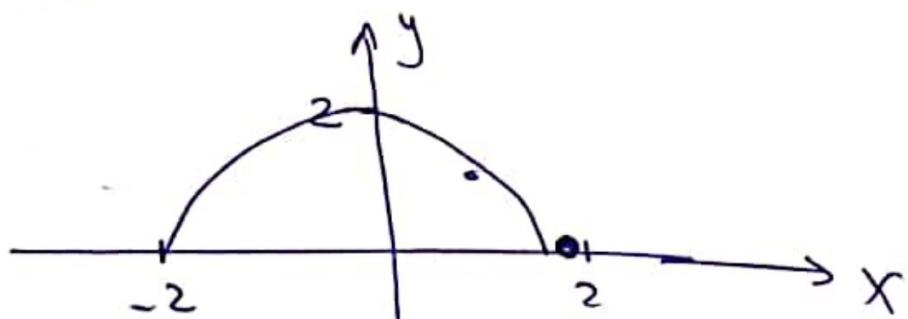
① نعو الدالة
 $f(-x) = \sqrt{4 - (-x)^2} = \sqrt{4 - x^2}$
 الدالة زوجية

Domain ② المجال

$$4 - x^2 \geq 0$$

$$4 \geq x^2$$

$$-2 \leq x \leq 2$$



Range $[0, 2]$

الدالة مرددة من سفل دائري

③

الراله تناهية [-2, 0]

تناهية [0, 2]

الراله لبيت one to one

on to

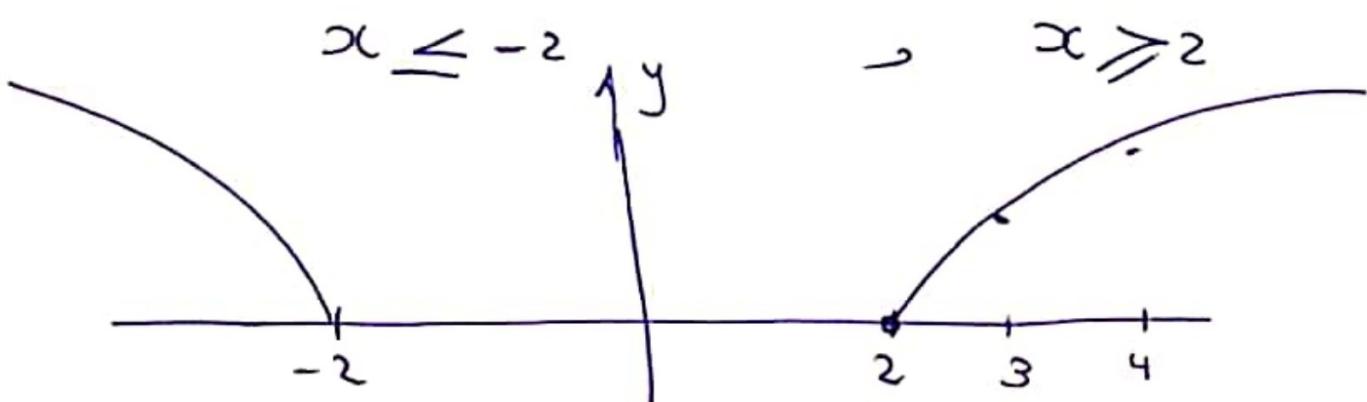
درببيت

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$f(-x) = \sqrt{x^2 - 4} = f(x) \quad \text{الراله زوجي}$$

Domain $x^2 - 4 \geq 0$ حل ⑥

$$x^2 \geq 4$$



Range $[0, \infty[$

⑨

الرالك عربة من كفل

الرالك تزايديه $[2, \infty)$ دئافمه $[-\infty, -2]$

الرالك ليت one to one

onto

ددرسيه

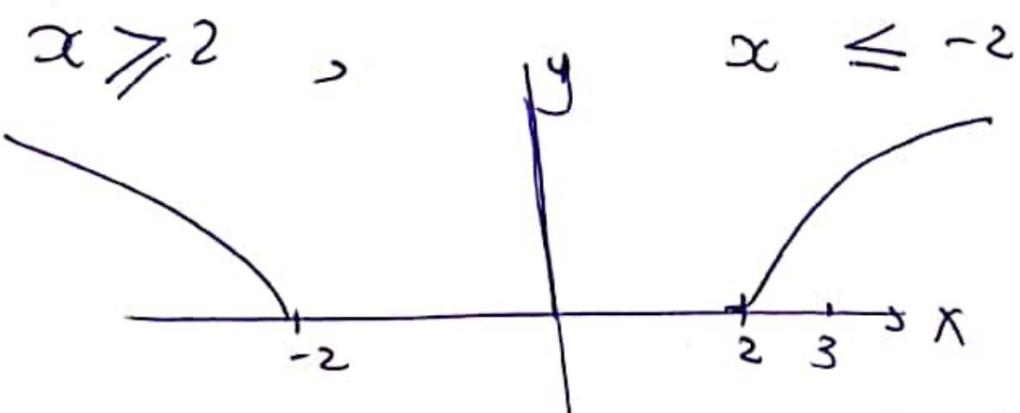
$$f(x) = \sqrt{|x| - 2}$$

↓

$$f(-x) = \sqrt{|-x| - 2} = \sqrt{|x| - 2}$$

الرالك زوجي

Domain $|x| - 2 \geq 0$



تقس خواص الباقي

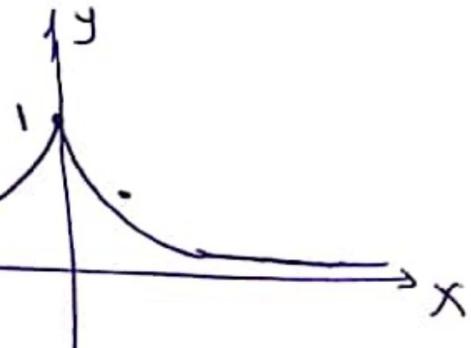
1.

$$\text{Ex} \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$f(-x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{even function}$$

Domain

\mathbb{R}



الدالة محددة على \mathbb{R}

$$y = 1$$

Range

$$\mathbb{R} \setminus \{1\}$$

الدالة ليست one-to-one
onto " "
ذاتي " "

الدالة تزيل $\{1\}$ وتأخذ $[0, \infty)$ $\cup (-\infty, 0]$

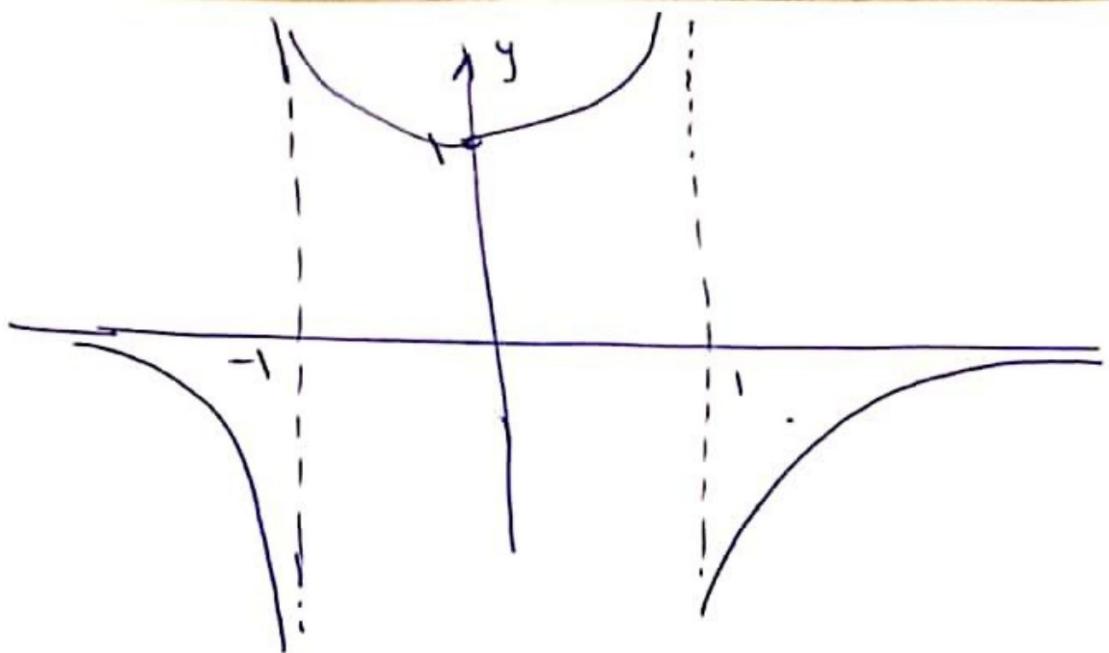
$$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$$

$$f(-x) = f(x) = \text{even}$$

Domain

$$\mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

(ii)



$$R - \{1, -1\}$$

$$R - \{0, 1\}$$

خواص اليمى

اليمى

الراله ذاتي
لبت ذرددة

\leftarrow \rightarrow
one to one
onto

الراله تابعية
 $[0, \infty [$

$]-\infty, 0]$ تابعية



$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$$

$$f(-x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = -f(x)$$

odd function
دالة فردية

$$1-x^2 > 0$$

حل

$$1 > x^2$$

$$-1 < x < 1$$

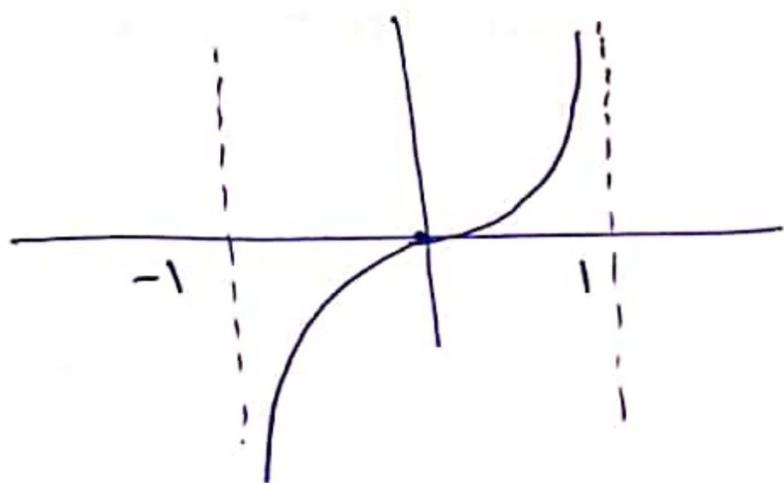
Range R

الدالة غير معرفة

one to one

onto

الدالة تزايديّة



$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$$

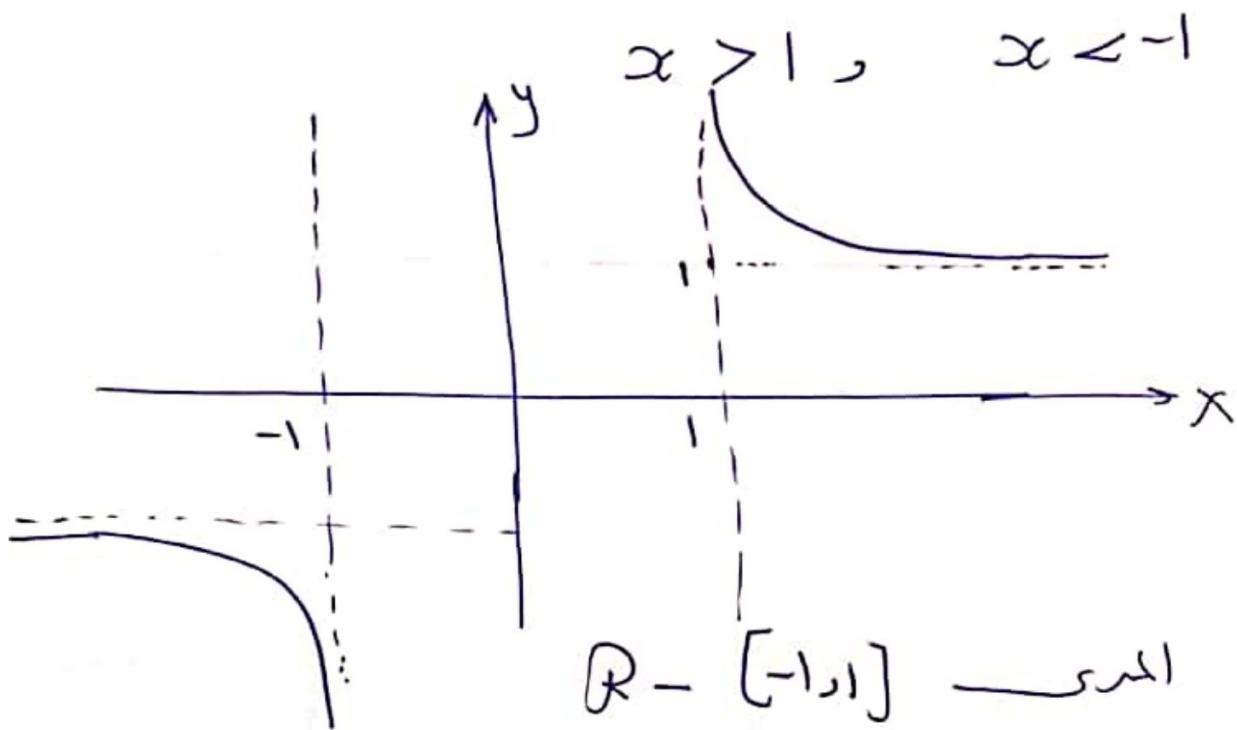
$$f(-x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}} = -f(x)$$

odd function.

Domaine $x^2-1 > 0$

(١٤)

$$\therefore x^2 > 1$$



الدالة غير قابلة

الدالة متاقيمة

one to one
لبيت
onto

لبيت دوريّة

$$y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2$$

الدالة one to one

$$P(x) = \frac{2x}{3+5x}$$

$$\frac{2x_1}{3+5x_1} = \frac{2x_2}{3+5x_2}$$

نعرف $x_1 \rightarrow x$ و $x_2 \rightarrow x$

one to one $x_2 = x_1$ دلائل يعنى دوافع

(٤)

$$\frac{2x_1}{3+5x_2} = \frac{2x_2}{3+5x_1}$$

$$3x_1 + 5x_1 x_2 = 3x_2 + 5x_1 x_2$$

$$x_1 = x_2 \quad \therefore f(x) \text{ one to one}$$

$$\underline{y = x^2}$$

$$x_1^2 = x_2^2 \quad x_1 = \pm x_2$$

not one to one

$$y = x^2 \quad x > 0$$

$$x_1^2 = x_2^2 \quad x_1 = x_2$$

$\therefore f(x)$ one to one

الدالة逆 \rightarrow أحادية \leftarrow بعدها \rightarrow العاكس
 (inverse function)

الدوال العكسيّة

١) تأمين الدالة أحاديّة

٢) مات x لمعنون طرف

٣) كنيد $x \rightarrow f(x)$ دلالة

$f^{-1}(x)$ دلالة العكسيّة

$$\text{Ex} \quad y = \frac{2x}{x+1}$$

Find inverse function

$$\frac{2x_1}{x_1+1} = \frac{2x_2}{x_2+1}$$

$$\frac{x_1}{x_1+1} = \frac{x_2}{x_2+1}$$

$$\cancel{x_1 x_2 + x_1} = \cancel{x_1 x_2 + x_2}$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

$\therefore f(x)$ is one to one

(٢)

$$y = \frac{2x}{x+1} \quad \text{إيجاد الراتب العكسي}$$

$$yx + y = 2x$$

$$y = 2x - yx = x(2-y)$$

$$\therefore x = \frac{y}{2-y}$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x}{2-x}} \quad \text{الراتب العكسي}$$

٤٦

مدى الراتب العكسي

$$\text{if } f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

Prove that y is one to one

Find inverse function, prove that

$$f(x) \circ f^{-1}(x) = x$$



$$\ln\left(\frac{x_1+1}{x_1-1}\right) = \cancel{\ln\left(\frac{x_2+1}{x_2-1}\right)}$$

$$\cancel{x_1x_2 - x_1 + x_2 - 1} = \cancel{x_1x_2 - x_2 + x_1 - 1}$$

$$2x_2 = 2x_1 \quad x_1 = x_2$$

$\therefore f(x)$ is one to one

$$y = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

which e if "

$$e^y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$xe^y - e^y = x+1$$

$$xe^y - x = 1 + e^y$$

$$x(e^y - 1) = e^y + 1$$

$$\therefore x = \frac{e^y + 1}{e^y - 1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1} \neq$$

(11)

$$f \circ f^{-1}(x) = f(x) \quad \text{نحو صناعة الاراء}$$

عند كل } x \in \text{الاراء

$$f \circ f^{-1}(x) = \ln \left[\frac{\frac{e^x + 1}{e^x - 1} + 1}{\frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 1} \right]$$

$$= \ln \left[\frac{e^x + 1 + e^x - 1}{e^x + 1 - e^x + 1} \right] = \ln \left(\frac{2e^x}{2} \right)$$

$$\therefore \ln e^x = x$$

الاراء المترتبة

$$f \circ g(x) \quad \text{نحو صناعة الاراء}$$

g(x) = x \in \text{الاراء} \quad f(x) \in \text{الاراء}

$$* f(x) = x + 2 \quad g(x) = e^x$$

$$f \circ g = e^x + 2$$

$$g \circ f = e^{x+2}$$

(19)

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

$$f \circ g = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x+2}} - 1}$$

$$g \circ f = \frac{1}{\sqrt{2 + \sqrt{x-1}}}$$

$$f \circ f = \sqrt{\sqrt{x-1} - 1}$$

$$g \circ g = \frac{1}{\sqrt{2 + \frac{1}{\sqrt{x+2}}}}$$

b-u if $y = \sqrt{|x| - 2}$

② $y = \sqrt{2 - |x|}$

③ $y = \frac{1}{x^2}$

④ $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

Sketch and find properties

(c)