سنتر فيوتشر

Subject: فيزياء "اعدادي"

Chapter: قانون جاوس

Mob: 0112 3333 122

0109 3508 204

"قانون جاوس"

الفيض الكهربي :-

- طريقة التعبير عن خطوط المجال الكهربي بكمية قياسية .
- هو عدد خطوط المجال الكهربي التي تمر عموديا من مساحة معينة .
- القانون

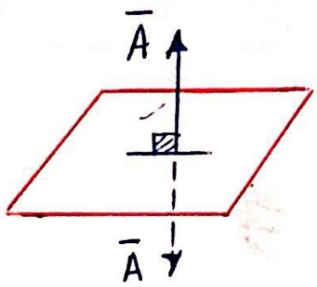
$$\underbrace{\phi_E}_{\text{الفيض}} = \underbrace{E}_{\text{المجال}}\cdot \underbrace{A}_{\text{مساحة السطح}} = EA\cos\underbrace{\theta}_{\text{زاوية بين } (A,E)} = (N/C)\,m^2 = wb$$

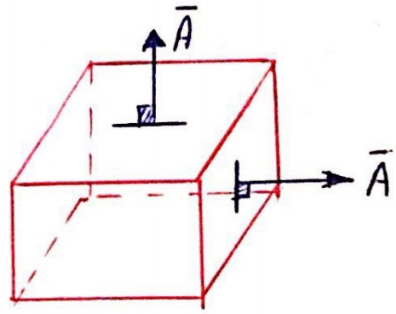
و.ب ← weber

- تناسب الفيض طرديا مع الخطوط التي تخترق السطح .

اتجاه المساحة :-

1. اذا كانت مساحة مفتوحة "ورقة" عمودي على المساحة في اي اتجاه .
2. " " مغلقة "مكعب-كرة" " وللخارج .

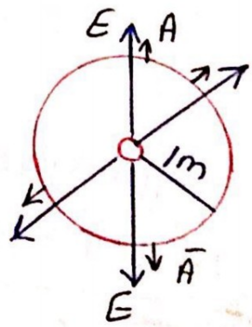




- الزاوية θ هي الزاوية بين اتجاه المجال E ، اتجاه المساحة عمودي على A .

مثال (1) احسب الفيض الكهربي خلال كرة نصف قطرها 1m وتحمل شحنة 1μC في مركزها ؟!

الحل



1. الشحنة مجالها في اتجاه انصاف الاقطار .
2. انصاف الاقطار عمودية على السطح .

$\theta = 0$

$$\phi = E\cdot A = EA\cos\theta = \frac{Kq}{R^2}\cdot 4\pi R^2 = \frac{9\times10^9}{1^2}\times 1\times10^{-6}\times 4\pi\times 1^2$$

$$= 1.13\times10^5 \ N.m^2/C$$

الحالة العامة لقانون الفيض الكهربى:

المجال الكهربى المنتظم :-

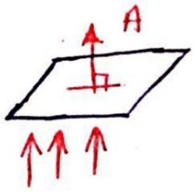
- المجال ثابت الشدة والاتجاه وثابت دائماً

$$\phi = E \cdot A = EA\cos\theta$$

المجال عمودى على السطح

$\phi = E \cdot A$

$= EA\cos\theta$

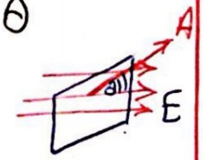


$\phi = \pm EA$

ϕ_{max}

المجال مائل على السطح

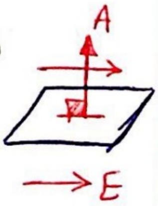
$\phi_E = EA\cos\theta$



المجال موازى على السطح

$\phi_E = EA\cos\theta$

$\theta = 90$



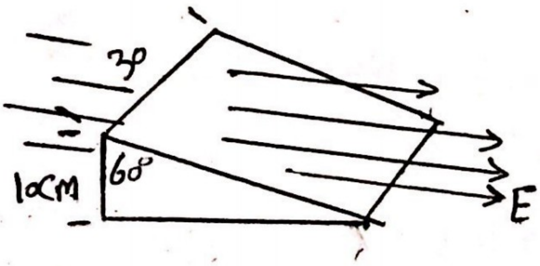
$\phi_E = zero$

ϕ_{min}

مثال (٢) احسب الفيض الذى يخترق السطح :-

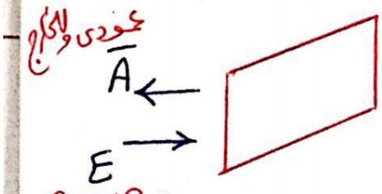
① الرأسى ② المائل ③ الصندوق كله

اذا علمت أنه $E = 7.8 * 10^4$ N/C



الحل

① السطح الرأسى



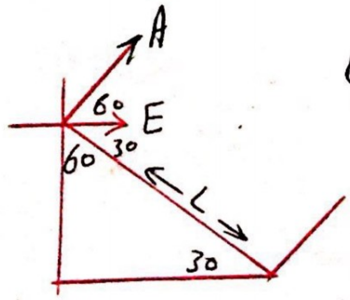
$\theta = 180$

$\phi_1 = EA\cos\theta = EA\cos 180$

$= 7.8 * 10^4 \times 0.1 * 0.3 \cos 180$

$= -2.3 * 10^3$

② السطح المائل



$\theta = 60°$

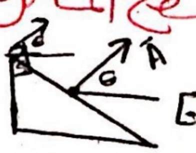
من الرسم

$\phi_E = EA\cos\theta$

$= 7.8 * 10^4 * L * 0.3 \cos 60$

$= 7.8 * 10^4 * 0.2 * 0.3 \cos 60$

$= +2.3 * 10^3$



$\cos 60 = \frac{10}{L}$

$L = 20$ cm

٣ الفيض الكلي :-

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5$$

نلاحظ ان كل من [الجانب الأيمن والأيسر والسطح السفلي] الفيض خلالهم = صفر لأن المجال يوازي كل مساحة منهم . $\theta = 90$

$$\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = zero$$

$$\phi_T = zero$$

لاحظ انه عند وجود المجال الخارجي على شكل ← الفيض الكلي خلاله = صفر

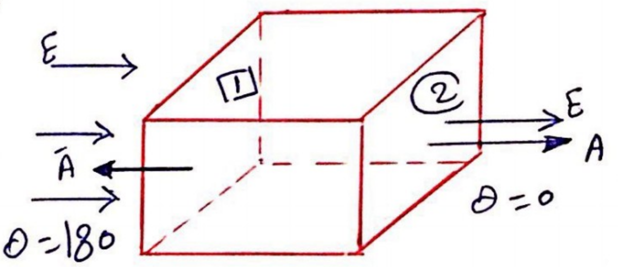
مثال) احسب المجال الكهربي خلال مكعب في مجال خارجي منتظم E

الحل

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6$$

$$\phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = \phi_6 = 0$$

لأن السطح موازي للمجال ← $\theta = 90$



$$\phi_1 = EA\cos\theta_1 = EA\cos 180$$
$$= -EA$$

$$\phi_2 = EA\cos\theta_2 = EA\cos 0 = EA$$

$$\phi_T = -EA + EA = Zero$$

قواعد هامة :-

الفيض هو عبارة عن عدد الخطوط الكلي الصافي [داخل ، خارج] من الشكل :-

الفيض:

+ ← عدد الخطوط الخارجة > عدد الخطوط الداخلة فيض موجب +ve

0 ← " " " = " " " صفر

- ← " " " < " " " -ve

مثال ( )

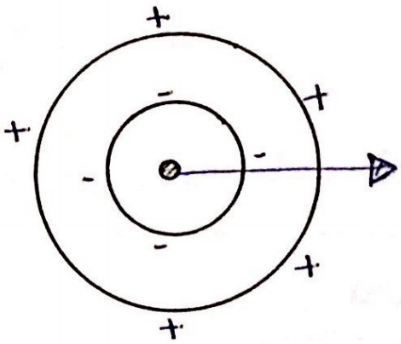
شحنة نقطية موضوعة في مركز قشرة كروية موصلة وغير مشحونة نصف قطرها الداخلي 2.5 سم والخارجي 4cm .

لذا تواجدت على السطح الخارجي للقشرة $\sigma = 71nc/cm^2$ ما هي :

① الشحنة

② كثافة الشحنة السطحية على السطح الداخلي .

الحل



الشحنة النقطية في المركز = الشحنة على السطح الخارجي = الشحنة على السطح الداخلي للكرة

$$q = \sigma A = 71*10^{-9}*4\pi r^2 = 71*10^{-9}*4\pi*(4)^2$$

$$= 14.3\,\mu C$$

∴ الشحنة 14.3 وهي موجبة لأن توزع الشحنات كما بالشكل

$\boxed{ب}$

$$\sigma_{in} = \frac{q}{A_{in}} = \frac{14.3}{4\pi r^2} = \frac{14.3}{4\pi * 2.5^2} = 182nc/cm^2$$

وبالسالب

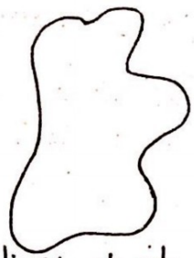
$$\sigma = -182\ nc/cm^2$$

- لايجاد الفيض الكهربي في وجود مجال أو مساحة غير منتظمة :-

عند وجود مجال أو مساحة غير منتظمة

- يتم تقسيم السطح الى عناصر صغيرة جداً بحيث تكون المساحة المأخوذة متساوية وصغيرة جداً مساحة كل عنصر dA به مجال صغير المجال به تقريباً ثابت ويكون الفيض خلال تلك المساحة $d\phi$.

مجال غير منتظم



سطح غير منتظم

$$\phi_T = \int d\phi = \int E \cdot dA = \oint E \cdot dA$$

$$\phi_T = \int d\phi_1 + \int d\phi_2 + \int d\phi_3 + \cdots = \oint d\phi = \oint E \cdot dA$$

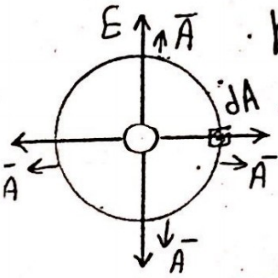
لو السطح مغلق على نفسه "تكامل سطحي"

قانون جاوس

هو قانون يربط قيمة الفيض الكهربي داخل السطح وقيمة الشحنة الكلية التي يحويها داخل السطح .

اثبات قانون جاوس

- اعتبر وجود شحنة نقطية q موجبة في مركز كرة نصف قطرها r .



- هنقسم الكرة إلى أجزاء صغيرة dA واحسب الفيض في عنصر وأكامل

$$d\phi_E = E \cdot dA \qquad E = \frac{Kq}{r^2} \rightarrow$$ مجال شحنة نقطية

نلاحظ ان خطوط المجال في اتجاه انصاف الأقطار وللخارج لذا تكون عمودية على السطح وكذلك اتجاه المساحة عمودي على السطح لذا $\theta = 0 \leftarrow \theta = 0$

$$\phi_E = \int d\phi_E = \oint E \cdot dA = \oint \frac{kq}{r^2} dA \cos\theta \qquad \cos\theta = 1,\ \theta = 0$$

$$= \frac{kq}{r^2} \cdot A = \frac{kq}{\cancel{r^2}} 4\pi \cancel{r^2} \qquad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{kq}{1} 4\pi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi q = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \ \#$$

$$\therefore \oint E \cdot dA = \frac{\sum q}{\epsilon_0} = \frac{\text{مجموع الشحنات}}{\epsilon_0} \qquad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$$

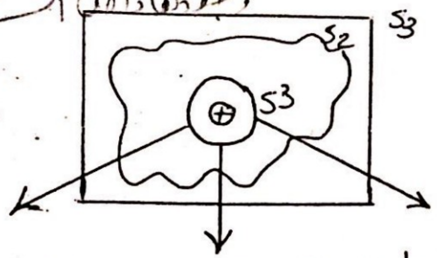
$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

الفيض ثابتا سيتبع الشحنة داخل السطح

لا يعتمد على الشكل، نصف قطر) السطح .

لا يعتمد الفيض على مكان الشحنة والسطح، ولا مساحات وجودها داخل السطح

يعني



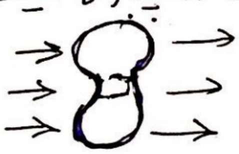
لو كان لدينا أكثر من سطح بداخلهم شحنة لها مثلاً عدد خطوط مجال (٣) فإن عدد الخطوط التي تعبر المساحة الأولى = عدد الخطوط التي تعبر المساحة الثانية = عدد الخطوط التي تعبر المساحة الثالثة .

لو هناك شحنة خارج سطح جاوس "السطح المغلق" فإن عدد الخطوط الداخلة للسطح = عدد الخطوط الخارجة منه .

هام جداً

وهو ما وجدناه من القانون حيث إنه ليس هناك شحنات داخله فإن

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{0}{\epsilon_0} = 0}$$



هام

- راعي في القانون

$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$ الجمع الجبري للشحنات إذا كان أكثر من شحنة داخله

ودا للفيض الصافي.

$q_1 \oplus \quad q_2 \ominus$

$$\phi_E = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{q_1 - q_2}{\epsilon_0}$$

نص قانون جاوس :- الفيض الكلي خلال سطح مغلق يساوي الشحنة الكلية داخل السطح مقسوماً على معامل سماحية الفراغ .

$$\phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

مجموع الشحنات داخل السطح

سطح جاوس

المجال على السطح

مثال (٣) اذا كان هناك سطح جاوس كروي يحوي شحنة نقطية q.
صف ما يحدث عند :-
① تضاعف الشحنة ثلاث مرات.
② " نصف قطر الكرة.
③ تغير السطح الكروي إلى مكعب.
④ تحركت الشحنة إلى مكان آخر داخل مكعب.

الحل

الفيض الكهربي يعتمد فقط على الشحنة داخل السطح $\phi_E = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$

① اذا تضاعفت الشحنة ثلاث مرات ← يتضاعف الفيض ثلاث مرات.
② لا يتغير قيمة الفيض.
③ " " " "
④ " " " " لأنه لا يعتمد على مكان وجودها داخل السطح.

تطبيقات قانون جاوس :- حساب المجال الناشئ عن شكل عند نقطة

الطريقة :-

① تخيل سطح وهمي مغلق "سطح جاوس" يحيط بالموصل ويحتوي الجسم بداخله ويمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها . ولازم يكون مغلق . دي
② يتم اختيار سطح مناسب بحيث يكون :-
ⓐ عمودياً على اتجاه المجال" خطوط المجال" الناشئة عن الجسم او موازياً له.
ⓑ ان يكون المجال ثابت على جميع نقاط ذلك السطح ← يكون نفس البعد عن الجسم من جميع النقاط ← لكي يثبت المجال ونقدر ان نخرج E خارج التكامل

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

③ الأشكال المناسبة لسطح جاوس [كرة - اسطوانة]

وبس#

كرة
- شحنة نقطية.
- كرة بجميع اشكالها.
- قشرة كروية.

اسطوانة
- سلك.
- اسطوانة بجميع اشكالها.
- مستوى أو لوح.

ولابد ان يكون الجسم في مركز الشكل الى انا فارضه

④ المواد الموصلة :-

① الشحنة تتوزع على السطح الخارجي لها فقط.

② لا يوجد بها مجال داخلها.

⑤ قوانين هامة

الشكل	كرة	اسطوانة
حجم	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$\pi r^2 L$
مساحة	$4\pi r^2$	$2\pi r L$ جانبية

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

- Σq_{in} ← مجموع الشحنات داخل سطح جاوس
- ϵ_0 ← ثابت
- dA ← مساحة سطح جاوس
- $\cdot$ ← تطلع من الاسطوانة فقط من الكرة $\theta = 0$
- E ← المجال ثابت دائما يخرج خارج التكامل

كرة ← $E \oint dA$ → اسطوانة

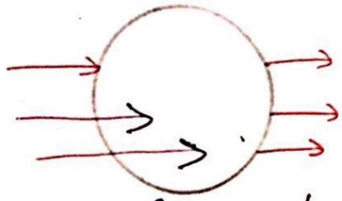
كرة: $E(4\pi r^2)$

اسطوانة:

مستوى	اسطوانة أو سلك
$E(A)$	$E(2\pi r L)$
$E(\pi r^2)$	

خاص بمساحة سطح جاوس ← $\oint E \cdot dA$ = $\frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ → خاص بالشحنة داخل سطح جاوس

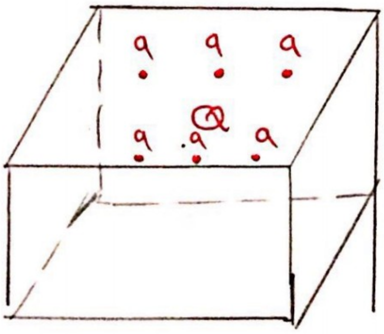
من الشكل المقابل احسب الفيض



الحل

لأنه سطح مغلق وليس به شحنة $\frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \phi_T = 0$

من الشكل المقابل :-



اذا كانت $Q = 5\mu C$ وطول ضلع المكعب $L = 10\,cm$

ويوجد بداخل المكعب ست شحنات شحنة كل واحدة $q = -1\mu C$

فما هو الفيض خلال أي وجه من المكعب !؟

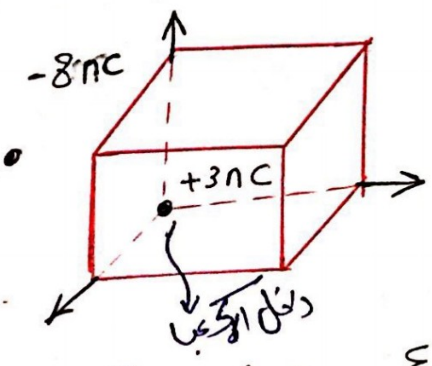
الحل

$$\phi_{Et} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{Q + 6 * q}{\epsilon_0} = \frac{5 * 10^{-6} - 1 * 6 * 10^{-6}}{\epsilon_0} = \frac{-1 * 10^{-6}}{\epsilon_0}$$

$\therefore \phi_E$ "لكل وجه" $= \frac{1}{6} \phi_{Et}$

$$= \frac{1}{6} * - \frac{1 * 10^{-6}}{\epsilon_0}$$

اذا كانت هناك شحنات كما في الشكل المقابل :-



① ما هو الفيض الكهربي خلال السطح.

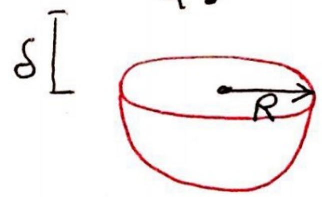
② هل تستطيع استخدام جاوس لحساب المجال على السطح

الحل

(a) $\phi E = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{3 * 10^{-9}}{\epsilon_0}$

(b) لا نستطيع حساب المجال على السطح بجاوس لأنه لا نستطيع ايجاد شكل مناسب يضم المكعب بداخله والمجال منتظم.

Q.



اذا كان عندي الشكل المقابل احسب:

① الفيض خلال السطح المستوي.

② " " " الكروي.

③ " " المكعب ككل.

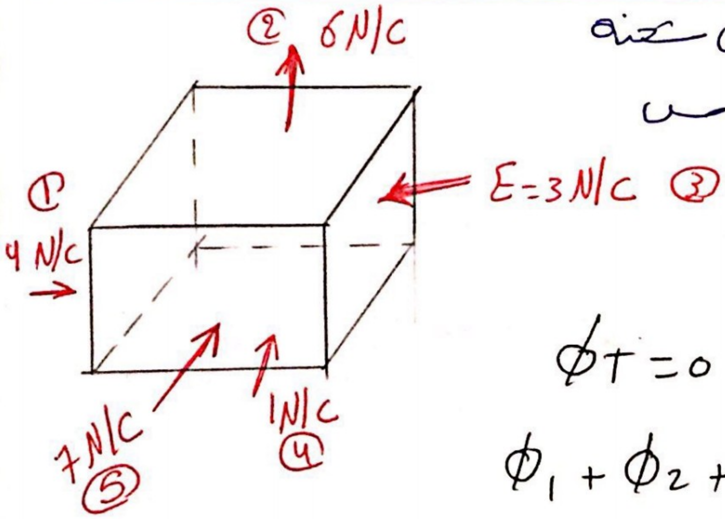
الحل

① $\phi_{E_1} = EA\cos\theta = \frac{Kq}{\delta^2} * \pi R^2 * \cos 180 = -\pi R^2 \frac{Kq}{\delta^2}$

② $\phi_{E_1} = -\phi_{E_2}$ شكل مغلق وليس به شحنة

$\phi_{E_2} = +\pi R^2 \frac{Kq}{\delta^2}$

③ $\phi_T = 0$ ∵ الشكل مغلق وليس به شحنة



اذا كان المكعب المبين بالشكل لا يوجد به اي شحنة

ما هو الفيض والمجال الخارج من الوجه السادس

طول ضلع المكعب $L = 2m$

الحل

$\phi_T = 0$ لا يوجد شحنة بداخله

$$\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 = 0$$

$$E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 + E_3 \cdot A_3 + E_4 \cdot A_4 + E_5 \cdot A_5 + E_6 \cdot A_6 = 0$$

$$A_1 E_1 \cos\theta_1 + E_2 A_2 \cos\theta_2 + E_3 A_3 \cos\theta_3 + E_4 A_4 \cos\theta_4 + E_5 A_5 \cos\theta_5 + \phi_6 = 0$$

$$-4*4 + 6*4 - 3*4 - 1*4 - 7*4 + \phi_6 = 0$$

$\phi_6 = 36 \ wb \rightarrow$ خارج

$E = 9 \ N/C$ والخارج عمودي

مثال ((٢٢

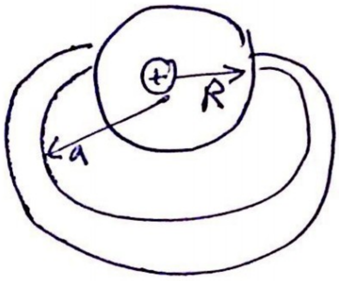
- شحنة نقطية q موضوعة في مركز حلقة مشحونة بشحنة ما طولية λ ونصف قطرها a احسب الفيض خلال سطح كرة R ← تحوي الشحنة

← " " " والحلقة

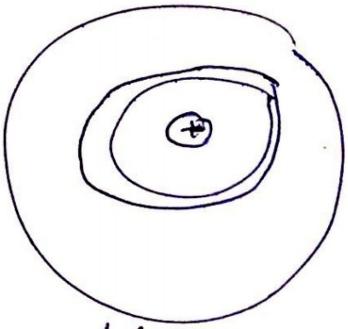
الحل

لو الشحنة داخل الكرة بس

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$



لو الحلقة والشحنة



$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a)}{\epsilon_0}$$

طب لو جواه سلك طوله L وشحنته λ_2 كل ال

$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a) + L\lambda_2}{\epsilon_0}$$

ولو نص السلك بس

$$\phi = \frac{q + \lambda(2\pi a) + \frac{L}{2}\lambda_2}{\epsilon_0}$$

ازاى نحل فى جاوس ؟!

هيديك شحنة ما عايز مجالها عند نقطة "جسم مشحون"

① نفرض سطح مغلق "كرة أو اسطوانة" بيمر بالنقطة الى عايز يجيبا عندها المجال ولازم يكون الجسم المشحون فى مركزة

* كرة لو الجسم المشحون "شحنة نقطية - كرة مشحونة - قشرة مشحونة"
* اسطوانة ،، ،، " سلك - اسطوانة ،، - مستوى مشحون "

② بنطبق فى القانون

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$\oint \rightarrow$ تكامل على سطح مقفول

$E \rightarrow$ المطلوب حسابه

$dA \rightarrow$ جزء من مساحة السطح المفروض "كرة أو اسطوانة" $\xrightarrow[\text{يبقى}]{\text{هيتكامل}}$ A

- $\rightarrow$ كرة $4\pi r^2$
- $\rightarrow$ سلك اسطوانة $2\pi r L$
- $\rightarrow$ مستوى πr^2

$q_{in} \rightarrow$ الشحنة جوه السطح المفروض

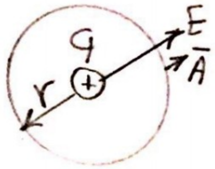
$\epsilon_0 \rightarrow$ ثابت

وبعدين نشوف ال ، دى

مثال (٤) باستخدام قانون جاوس احسب المجال الكهربي لشحنة نقطية.

الحل

نفرض سطح جاوس مناسب ← كرة وتكون الشحنة في نصفها وثابت المجال على السطح وفي اتجاه انصاف الأقطار للكرة، وعمودي عليها.



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{kq}{r^2}$$ ← نفس القانون السابق

مثال (٤) كرة مصمتة وغير موصلة نصف قطرها a وكثافتها الحجمية للشحنات عليها. والشحنة الكلية Q احسب شدة المجال عند:

١) نقطة خارج الكرة. ٢) نقطة داخل الكرة ٣) على سطحها.

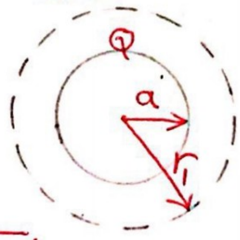
الحل

1 out side

جاوس ← كرة

١) خارج الكرة

نفرض سطح وهمي نصف قطره r_1 "كرة"



$$r > a = r_1$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{kQ}{r^2}} \qquad E \propto \frac{1}{r^2}$$

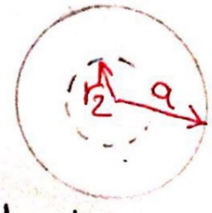
2 Inside

٢) داخل الكرة

نفرض سطح وهمي كرة نصف قطرها r_2

$$r < a = r_2$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$



$$E(4\pi r_2^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$ ← جوه سطح جاوس

هنا سطح جاوس ليس به Q كل الشحنة كما في السابق ولكن جزء منها لأن الشحنة موزعة على الحجم ← كرة غير موصلة.

$$Q \xrightarrow{\text{تتوزع}} \tfrac{4}{3}\pi a^3$$

$$q_{in} \longrightarrow \tfrac{4}{3}\pi r_2^3 \qquad q_{in} = Q\frac{r_2^3}{a^3}$$

أو

$$q_{in} = \rho V_{in} = \rho \tfrac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$\therefore E(4\pi r_2^2) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r_2^3}{\epsilon_0} \qquad \text{or} \qquad E(4\pi r_2^2) = \frac{Q\frac{r_2^3}{a^3}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r_2}{3\epsilon_0} \quad \boxed{E\propto r_2} \qquad E = \frac{Q r_2}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{kQ r_2}{a^3} \quad \boxed{E\propto r^2}$$

على سطح الكرة ← هناك ثلاث طرق :-

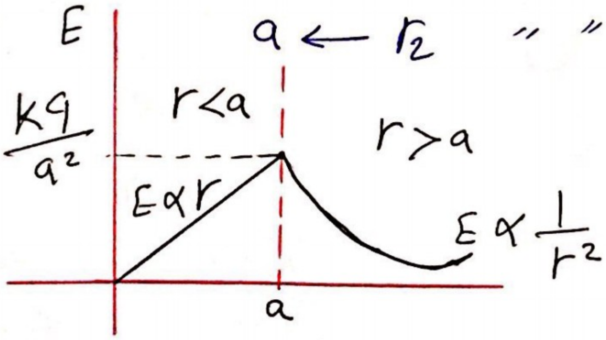
① نفرض سطح كروي يمر بسطح الكرة "زي اللي فاتوا"

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi a^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad E = \frac{kQ}{a^2}$$

② نعوض في القانون المستنتج في أول حالة ولكن بدل $a \leftarrow r_1$

③ " " " في ثاني " " " $a \leftarrow r_2$



مثال (٥) كرة مصمتة نصف قطرها 40 سم مشحونة بشحنة موجبة مجملها $26\mu C$ موزعة بانتظام على الحجم فاحسب المجال عند:-

① 0 cm ③ 10 cm

② 40 cm ④ 60 cm من مركز الكرة.

$E = \frac{KQr}{a^3}$ | $E = \frac{KQ}{r^2}$

داخل | خارج

لابد من عمل جميع خطوات المسائل السابقة

$r=10$ $\quad E = \frac{KQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(40*10^{-2})^2} * 10*10^{-2} = 365*10^3\ N/C$

$r=0$ $\quad E = \frac{KQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(40*10^{-2})^2} * 0 = Zero$

$r=40$ $\quad E = \frac{KQr}{a^3} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(0.4)^2} * 0.4 = 1.46*10^6\ N/C$

$r=60$ $\quad E = \frac{KQ}{r^2} = 9*10^9 \frac{26*10^{-6}}{(0.6)^2} = 649*10^3\ N/C$

مثال (٦) كرة موصلة نصف قطرها a وشحنتها الكلية Q احسب قيمة المجال عند:-

① نقطة داخل السطح.

② نقطة خارج السطح.

الحل

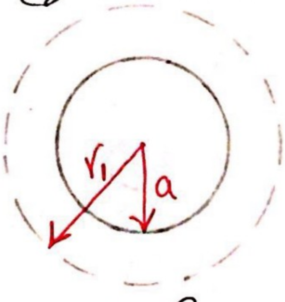
موصلة ← الشحنة موزعة على السطح الخارجي فقط للكرة وليس هناك أي شحنات داخل سطح الكرة (لا مجال داخلها)

① out side — خارج الكرة

$r > a = r_1$

$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$

$E(4\pi r_1) = \frac{Q}{\epsilon_0}$

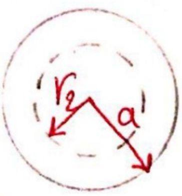


$E = k\frac{Q}{r^2}$.

② in side — داخل الكرة

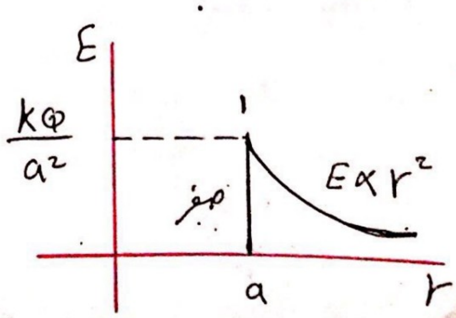
$r < a = r_2$

$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$ $\quad q_{in} = 0$



$E = 0$ $\quad$ $E = 0$

موصلة



مثال (٧) قشرة كروية موصلة نصف قطرها $a = 14$ سم وشحنتها $32\ \mu C$ احسب المجال عند ① $r = 10\ cm$ ② $r = 20\ cm$

الحل

① $r = 10 < a$ موصلة

$E = 0$

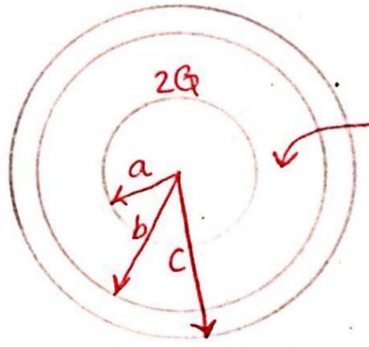
② $r = 20 > a$

$$E = \frac{kQ}{r^2} = 9\times10^{9} \times \frac{32\times10^{-6}}{(0.2)^2} = 7.2\times10^{6}\ N/C$$

مثال (٨) كرة مصمتة وموصلة نصف قطرها a تحمل شحنة موجبة 2Q ويحيط معها قشرة كروية موصلة نصف قطرها الداخلي b والخارجي c وتحمل شحنة -Q .

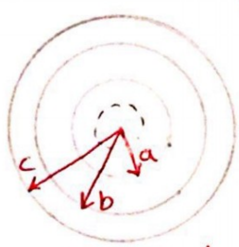
فما هي قيمة المجال في كل منطقة ؟؟

الحل



- الكرة موصلة
- القشرة موصلة

① داخل الكرة



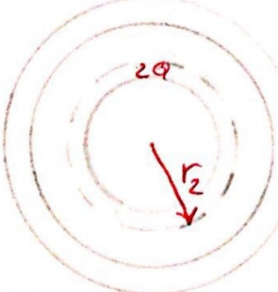
$r < a = r_1$

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

∵ الكرة موصلة ← لا يوجد داخلها شحنات $q_{in} = 0$

$E = 0$

② خارج الكرة



$b > r > a = r_2$

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E_2(4\pi r_2^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{K(2Q)}{r_2^2}$$

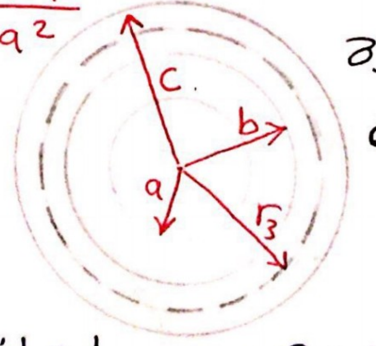
at $r = a$ $r \to a$

$$E = \frac{2KQ}{a^2}$$

at $r = b$

$$E = \frac{2KQ}{b^2}$$

③ داخل القشرة



$c > r > b = r_3$

نلاحظ ان مجال الكرة لا يستطيع اختراق القشرة ← او بمعنى آخر القشرة موصلة فالمجال داخلها = صفر

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} \qquad q_{in} = 0$$

$E = 0$

4 خارج القشرة والكرة

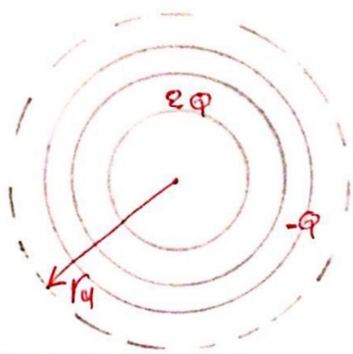
$r > c = r_4$

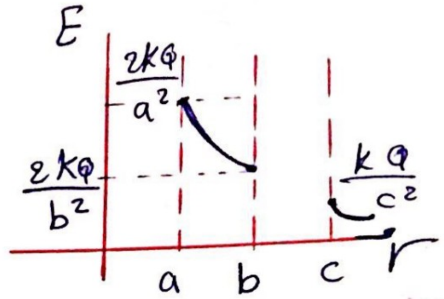
$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r_4^2) = \frac{-Q+2Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{kQ}{r_4^2} \quad \text{at } c \quad E = \frac{kQ}{c^2}$$

$r \to c$



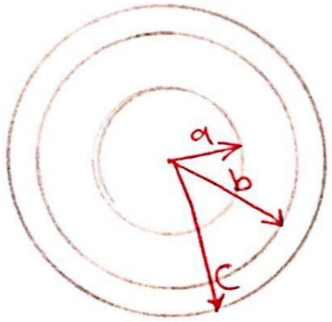


مثال(9) ارسم المجال كدالة في الإزاحة

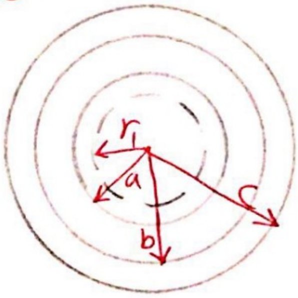
1 الكرة :- غير موصلة وشحنتها $3Q$

2 القشرة موصلة وشحنتها $-Q$

الحل



1 داخل الكرة



1 $r < a = r_1$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$q_{in} = \rho V_{in}$$

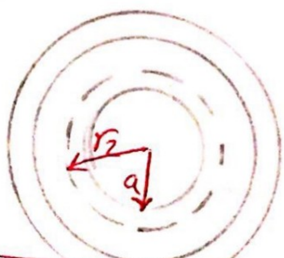
$$\rho = \frac{3Q}{Vol} = \frac{3Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \qquad q_{in} = \frac{3Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} * \frac{4}{3}\pi r_1^3 = 3Q\frac{r_1^3}{a^3}$$

$$E(4\pi r_1^2) = \frac{3Q r_1^3}{a^3 \epsilon_0} \qquad \text{at } a \quad E = \frac{3kQ}{a^2}$$

$r \to a$

$$\boxed{E = \frac{3kQ r_1}{a^2}} \to 1$$

2 خارج الكرة



2 $b > r > a$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_2^2) = \frac{3Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{3kQ}{r_2^2} \qquad \text{at } b \quad r_2 \to b \qquad \boxed{E = \frac{3kQ}{b^2}}$$

at $c > r > b \to r_5$ لأن القشرة موصلة في القشرة

$$E = 0$$

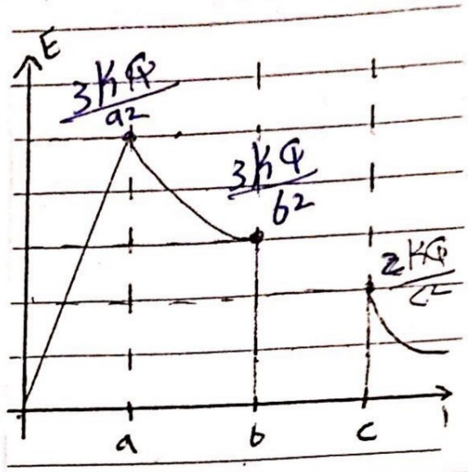
at $r > c \rightarrow r_4$

خارج القشرة

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{3Q - Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{2KQ}{r_4^2} \qquad \text{at } C \quad r_4 \rightarrow c$$

$$\boxed{E = \frac{2KQ}{c^2}}$$

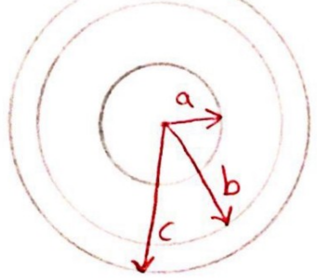


مثال (١٠)

ارسم المجال في كل منطقة اذا كان

① الكرة ← موصلة وشحنتها q

② القشرة ← غير موصلة وشحنتها 3q



الحل

① داخل الكرة ← موصلة

$r < a \rightarrow r_1$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} \qquad q_{in} = 0$$

$$E = 0$$

② خارج الكرة

$b > r > a \rightarrow r_2$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_2^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Kq}{r_2^2} \qquad \text{at } a \rightarrow r_2 \quad E = \frac{Kq}{a^2}$$

$$\text{at } b \rightarrow r_2 \quad E = \frac{Kq}{b^2}$$

③ داخل القشرة ← غير موصلة

$$3q \rightarrow \tfrac{4}{3}\pi c^3 - \tfrac{4}{3}\pi b^3$$

$$q_{2in} \rightarrow \tfrac{4}{3}\pi r_3^3 - \tfrac{4}{3}\pi b^3$$

الشحنة داخل سطح جاوس شحنتان

① شحنة الكرة.

② " الجزء داخل القشرة.

$c > r > b \rightarrow r_3$

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_3^2) = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$q_{in} = q_1 + q_{2in} \qquad q_1 = q$$

$$q_{2\,in} = 3q\,\frac{r_3^3 - b^3}{c^3 - b^3}$$

$$q_{in} = q\left[1 + \frac{r_3^3 - b^3}{c^3 - b^3}\right]$$

$$\boxed{E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0 [4\pi r_3^2]}}$$

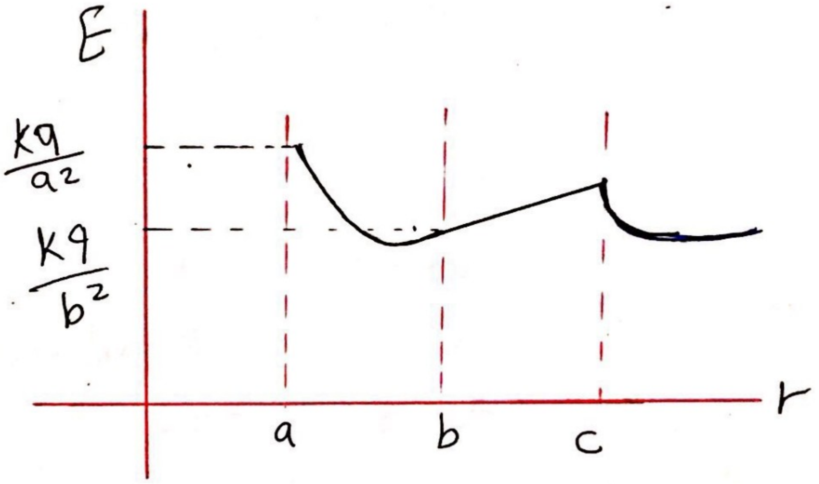
$r > c \rightarrow r_4$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r_4^2) = \frac{4q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{4kq}{r_4^2} \quad \text{at } r_4 \rightarrow c$$

$$\boxed{E_c = \frac{4kq}{c^2}}$$



ملخص الكرة

داخل أي كرة

خارج أي كرة

$E = \frac{k(\text{الشحنة})}{r^2}$

الشحنة ← جميع الشحنات داخل السطح باشارتهم

موصلة

$E = 0$

غير موصلة "مصمتة"

$E = \frac{kr(\text{الشحنة})}{a^3}$

غير موصلة مفرغة

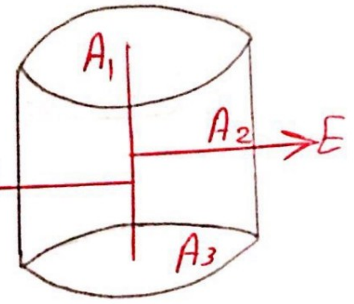
$q_{in} = q_T \frac{r^3 - b^3}{c^3 - b^3}$

$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$

$\boxed{14}$

مثال (11) سلك طويل لا نهائي الطول مشحون بشحنة طولية λ فما قيمة المجال عند أي نقطة بعيدة عن السلك.

الحل



- مجال السلك يكون من الخارج لو موجبة وللداخل لو سالبة وعمودي على السلك.

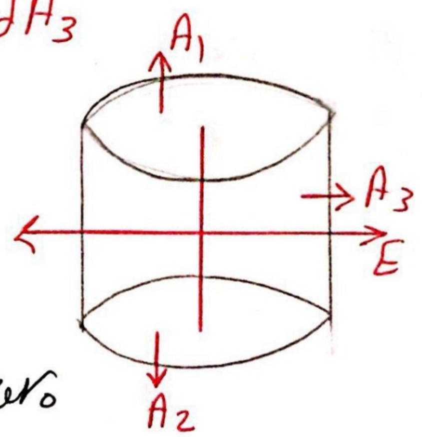
- نفرض اسطوانة طولها L ونصف قطرها r تمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها والسلك في المنتصف

$$\oint E\cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

ولكن الاسطوانة لها ثلاث اسطح :-

① القاعدة العليا A_1 ② السطح الجانبي A_2 ③ القاعدة السفلى A_3

$$\phi_E = \int_{A_1} E_1\cdot dA_1 + \int_{A_2} E\cdot dA_2 + \int_{A_3} E\cdot dA_3$$



القاعدتان العليا والسفلى :-

خطوط المجال موازية للقواعد لذا العمودي على A عمودي على E $\theta = 90$

$$\int_{A_1} E_1\cdot dA_1 = \int_{A_2} E_2\cdot dA_2 = \int E\cdot dA \cos 90 = zero$$

موازي $\theta = 90$

$$\int_{A_3} E_3\cdot dA_3 = \int E\, dA_3 \cos\theta = \int E\cdot dA_3 = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

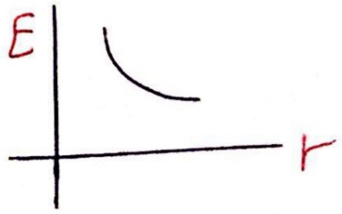
المساحة الجانبية للاسطوانة $\leftarrow A$

$$E A_3 = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$\lambda L = q$ ← لأنه مشحون بشحنة طولية λ وطول السلك داخل سطح جاوس L

$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

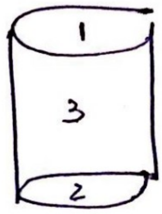
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \qquad E \propto \frac{1}{r}$$



قانون جاوس في حالة "سلك - اسطوانة - لوح"

- نفرض ان سطح جاوس عبارة عن ← أسطوانة.
- الاسطوانة الوهمية تمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها والشكل الذي عليه الشحنة في مركز الاسطوانة.

$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$



$$\int E_1 \cdot dA_1 + \int E_2 \cdot dA_2 + E_3 \cdot dA_3 = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

الاسطوانة لها ثلاث اسطح
١، ٢ ← قاعدتان
٣ ← الجانبية

* في السلك والاسطوانة

$$\int E_1 \cdot dA_1 = \int E_2 \cdot dA_2 = zero \longrightarrow \int E\,dA\cos\theta \quad \theta = 90$$

$$\int E_3 \cdot dA_3 = \int E_3\, dA_3 = EA_3 = E(\underbrace{2\pi r L}) $$

المساحة الجانبية

* في المستوى

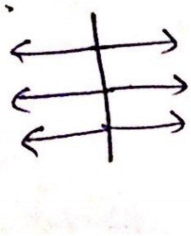
$$\int E_3 \cdot dA_3 = 0$$

$$\int E_1 \cdot dA_1 + \int E_2 \cdot dA_2 = 2\int E \cdot dA = 2E(\underbrace{A}_{\pi r^2})$$

$q_{in} \longrightarrow$ الشحنة المحصورة جوه الاسطوانة

$\epsilon_0 \longrightarrow$ ثابت

- مجال سلك



مثال (١٢) اذا كانت كثافة وحدة الأطوال من سلك لانهائي $90\ \mu c/m$

احسب المجال على بعد ① ١٠ سم ② ٢٠ سم ③ ١٠٠ سم

الحل

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

بعد عمل ما سبقه

$r = 10\ cm$ $\qquad E = \dfrac{90 \times 10^{-6}}{2\pi \epsilon_0 \times 0.1} = 1.67 \times 10^{7}\ N/C$

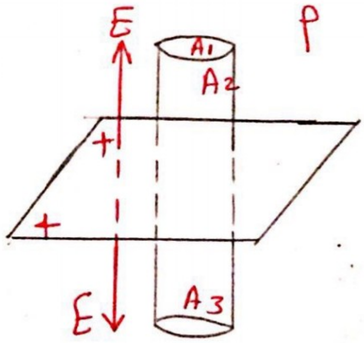
$r = 20\ cm$ $\qquad E = 8.1 \times 10^{5}\ N/C$

$r = 100$ $\qquad E = 1.62 \times 10^{5}\ N/C$

مثال (١٣) أوجد المجال الكهربي الناشئ عن لوح مستوى لانهائي مشحون بشحنة سطحية σ

الحل

نفرض سطح جاوس اسطواني يمر بالنقطة المراد حساب المجال عندها ((P))



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\int_{A_1} E \cdot dA_1 + \int_{A_2} E \cdot dA_2 + \int_{A_3} E \cdot dA_3$$

الاسطوانة لها ثلاثة أسطح

مجال المستوى يكون عمودي على المستوى لذا المجال يوازي الأسطح الجانبية

وعمودي على السطحين القاعدتين

$\theta_2 = 90$ $\qquad A_2$

$\theta_1 = \theta_2 = 0$ $\qquad A_1 , A_3$ $\qquad A_1 = A_2$

$$\int E \cdot dA + \int E \cdot dA = 2E \int dA$$

$$= 2EA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

مساحة جذع الاسطوانة

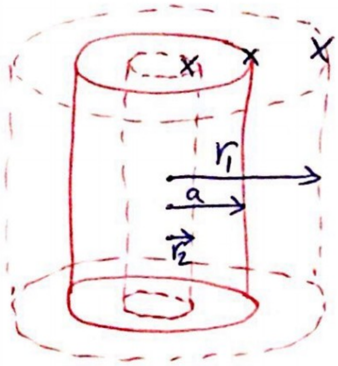
$q_{in} = \sigma A$

σ الشحنة السطحية

الاسطوانة غير موصلة

E_c على السطح

$r > a \rightarrow r_1 \rightarrow E_c$



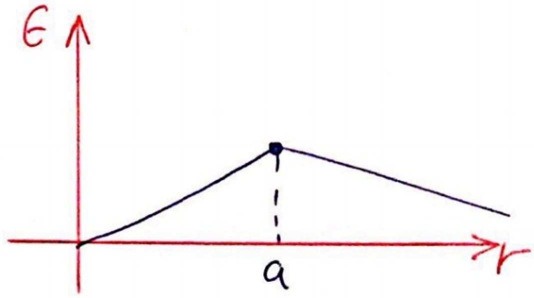
$$E(2\pi r_1 L) = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 r_1 L}$$

at $r_1 = a \longrightarrow E_a$ على السطح

$$E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 a L}$$

داخل



$r < a \rightarrow r_2 \longrightarrow E_b$

$$E(2\pi r_2 L) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r_2 L) = \frac{Q}{\epsilon_0} \frac{r_2}{a^2}$$

$$Q \rightarrow \pi a^2 L$$

$$q_{in} \rightarrow \pi r_2^2 L$$

$$q_{in} = Q \frac{r_2^2}{a^2}$$

$$E = \frac{Q r_2}{2\pi \epsilon_0 L a^2}$$

$$\boxed{E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L a}}$$

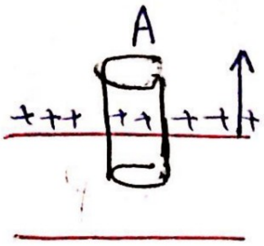
الشحنة المتصلة	قيمة المجال	المكان
كرة غير موصلة نصف قطرها R وشحنتها الكلية Q	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$	r > R
	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3}r$	r < R
قشرة كروية موصلة نصف قطرها R وشحنتها الكلية Q	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$	r > R
	$E = 0$	r < R
خط لانهائى الطول مشحون بشحنة كثافتها الطولية λ	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}$	خارج الخط
مستوى لانهائى مشحون بشحنة كثافتها السطحية σ	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}$	أى مكان خارج المستوى
مستوى لانهائى موصل مشحون بشحنة كثافتها السطحية σ	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$	خارج الموصل
	$E = 0$	داخل الموصل

مثال)

اوجد المجال الناشئ عن سطح "موصل" لانهائي ← لوح موصل عليه شحنة q.

الحل

اللوح الموصل تكون الشحنة على احد جانبيه فقط .



$$\oint E \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0} \qquad q_{in} = \sigma A$$

$$\int E_1 \cdot dA_1 + \int E_2 \cdot dA_2 + \int E_3 \cdot dA_3 = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

العليا — السفلى — الجانبية

$$\int E_2 \, dA + 0 + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

18 ?

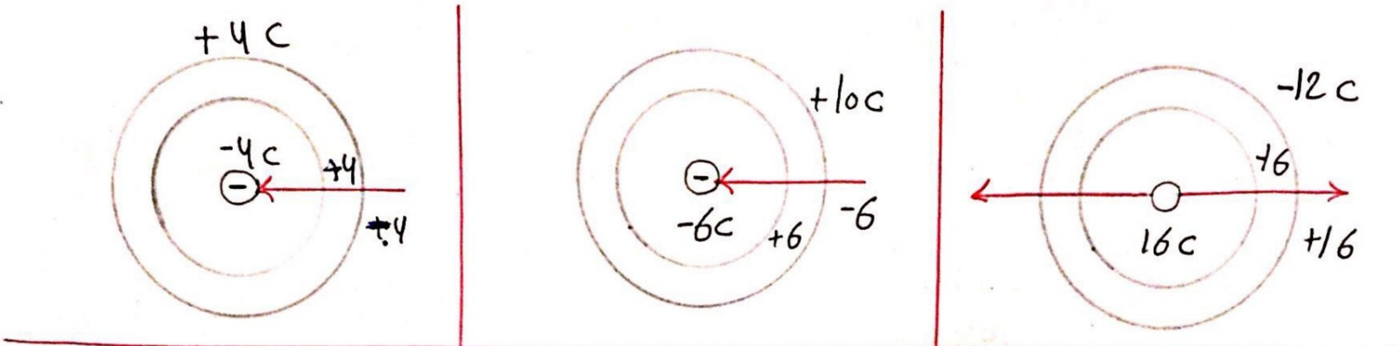
← اذا كان هناك قشرة كروية موصلة لها انصاف اقطار وموضوع شحنة عليها q_1
ويوجد بها شحنة q_2 فما هي قيمة الشحنة على كل سطح اذا كان:-

① $q_1 = 4c ,\ q_2 = -4$

② $q_1 = 10c ,\ q_2 = -6$

③ $q_1 = -12c ,\ q_2 = 16c$

الحل



-4 C	+6	-16	الداخلي
+4+4 = 8 C	-6+10 = 4C	+16-12 = 4C	الخارجي

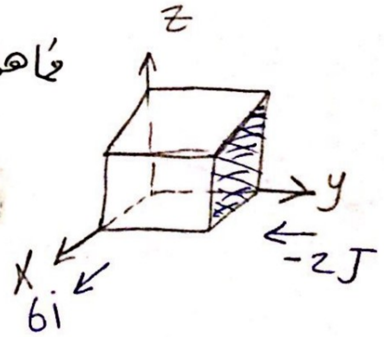
← لو كان هناك مكعب طول ضلعه $L = 1.4$ والمجال

① $E = 6i$

② $E = -2J$

③ $-3i + 4k$

فما هو الفيض خلال ذلك السطح المظلل؟!



الحل

① $6i$ $\quad \phi = EA\cos\theta$

$= 6 * (1.4)^2 * \cos 90 = 0$

② $-2J$ $\quad \phi = EA\cos\theta$

$= 2 * 1.96 * \cos 180 = -3.92$ wθ

③ $-3i + 4k$ $\quad \phi = EA\cos\theta$

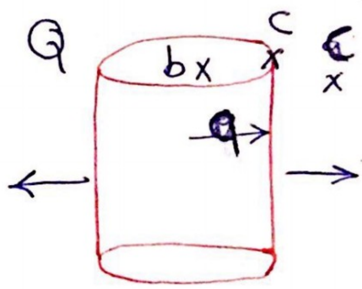
$A = 1.96\ J$

$\therefore \phi_E = 0$

$A = |A|\ \hat{j}$

مثال ( ) :- اوجد المجال الناشئ عن اسطوانة "موصلة - غير موصلة" نصف قطرها Q في نقطة داخل الاسطوانة وعند خارج الاسطوانة وعلى سطح الاسطوانة ؟!

الحل



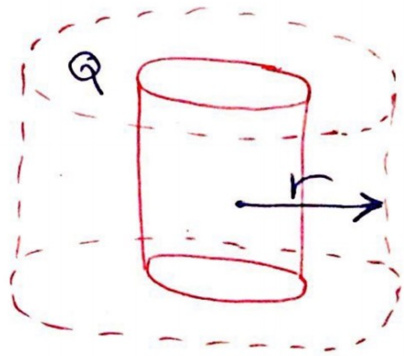
① الاسطوانة موصلة

$E_b \rightarrow$ داخل

$E_c \rightarrow$ خارج

$r > a \rightarrow r_1 \longrightarrow E$ خارج

$$\oint E_{c} \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$



$$\oint E_{c} \cdot dA = \frac{\Sigma q_{in}}{\epsilon_0}$$

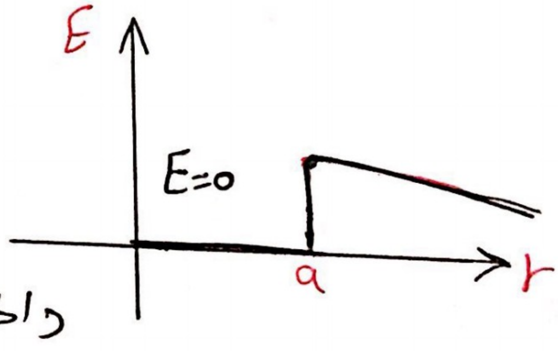
$$E_{c}(2\pi r_1 L) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_{c} = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L r_1}$$

على السطح

$r_1 \rightarrow a$

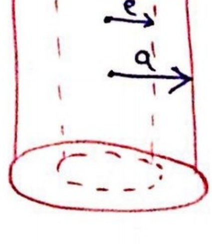
$$E_a = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L a}$$



$r < a \longrightarrow r_2 \longrightarrow E_b$ داخل

$$E(2\pi r_2 L) = \frac{0}{\theta_0}$$

$E = 0 \rightarrow$ لانها موصلة

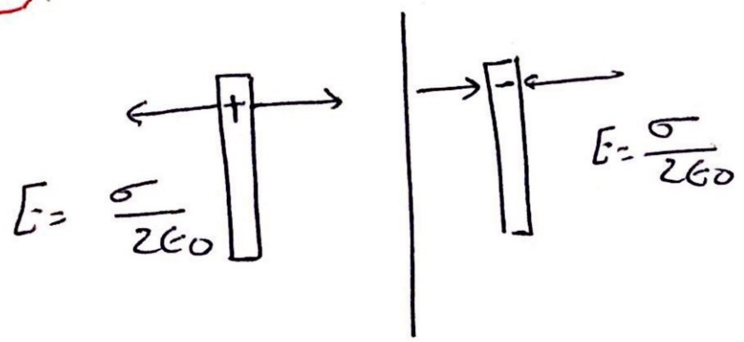


Scanned with CamScanner

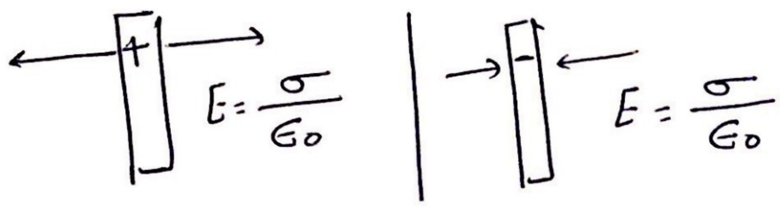
الالواح

لوح واحد

١ لوح غير موصل



٢ لوح موصل



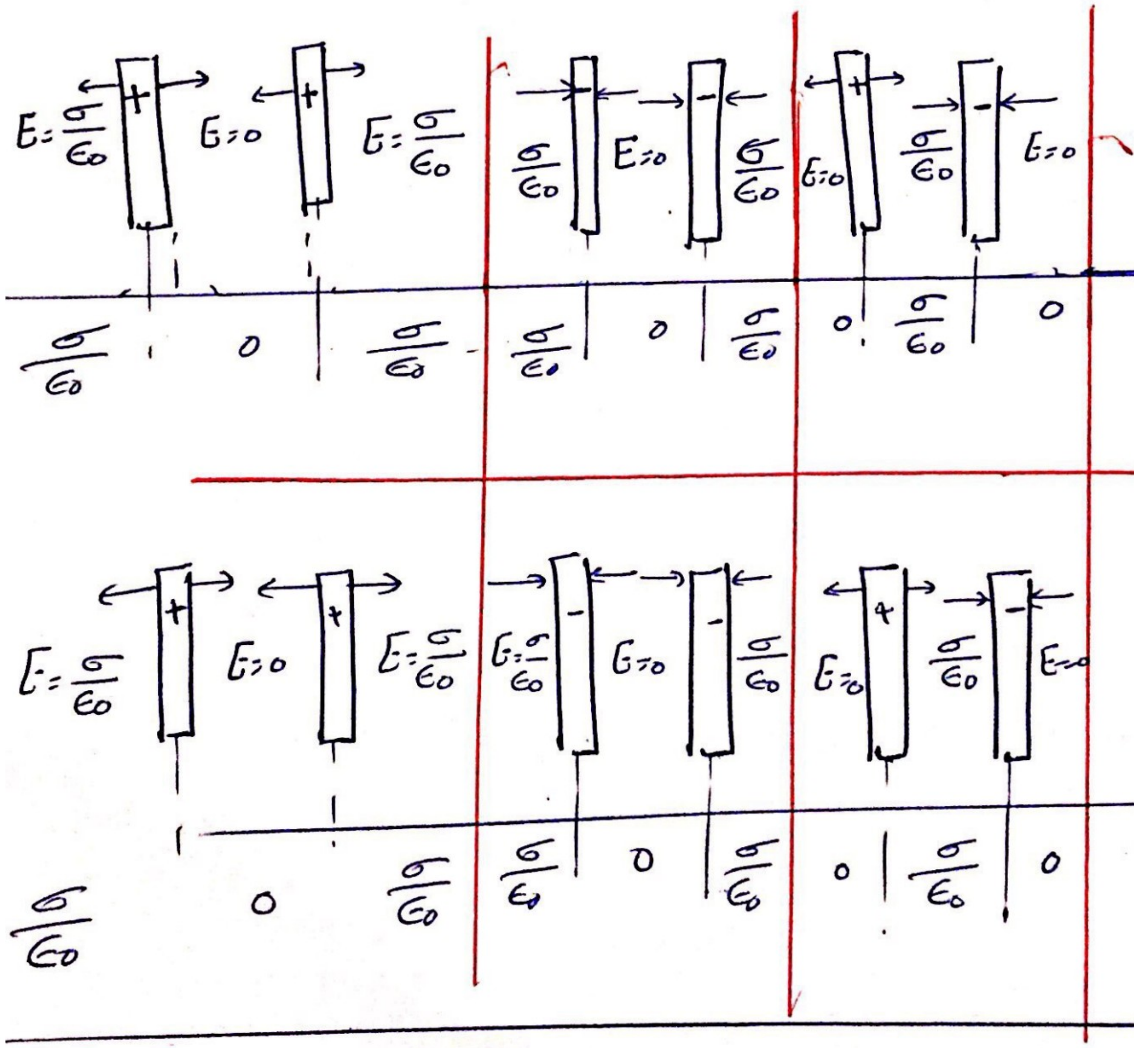
لوحان

١ غير موصل

=E

٢ موصل

E =



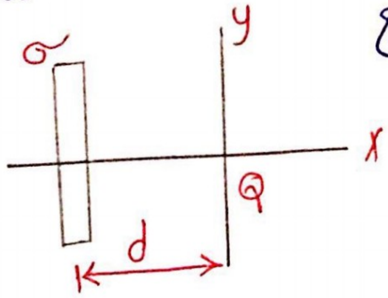
لو مذكرش في المسأله نوع اللوح ← غير موصل.

مثال (١٤) اذا كانت $\sigma = -2\,\mu C/m^2$ ووضع جسم مشحونه Q $Q = +6\mu C$

عند نقطة الاصل (٠,٠) وعلى بعد $d = 0.2$ م عن ازاى موضع

تجد المالانهاية ينعدم المجال الكهربى.

واذا كانت $d = 0.8$ م فما هو الموضع التى ينعدم فيه



الحل

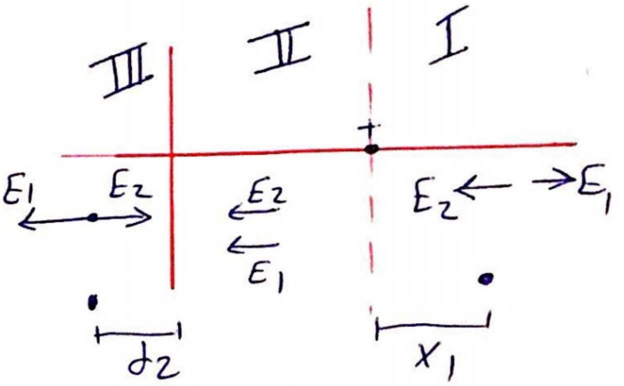
$d = 0.2\,m$

$E_1 = E_2$

$$\frac{KQ}{x_1^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{9\times10^9 \times 6\times10^{-6}}{x^2} = \frac{2\times10^{-6}}{2\epsilon_0}$$

$x = 0.691\,m$



at left $\qquad E_1 = E_2 \qquad \dfrac{KQ}{x^2} = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$x_2 = 0.691$

$\therefore d_2 = 0.491\,m$

لو كانت المسافة $d = 0.8$ فإن المكان الذى ينعدم به فقط على اليمين فقط

اما على اليسار فلا يوجد