



Traitement Numérique du Signal  
TP1  
Corrélations et spectres numériques

Nathalie Thomas  
Première année Département Sciences du Numérique

2017 – 2018

# Chapitre 1

## Introduction

L'objectif de ce premier TP est de vous permettre d'analyser des estimateurs de la fonction de corrélation et des estimateurs de la densité spectrale de puissance (DSP), en observant le comportement d'estimateurs déjà programmés. Lancer `corr_sp.m` sous Matlab. La figure 1.1 présente l'interface alors obtenue.

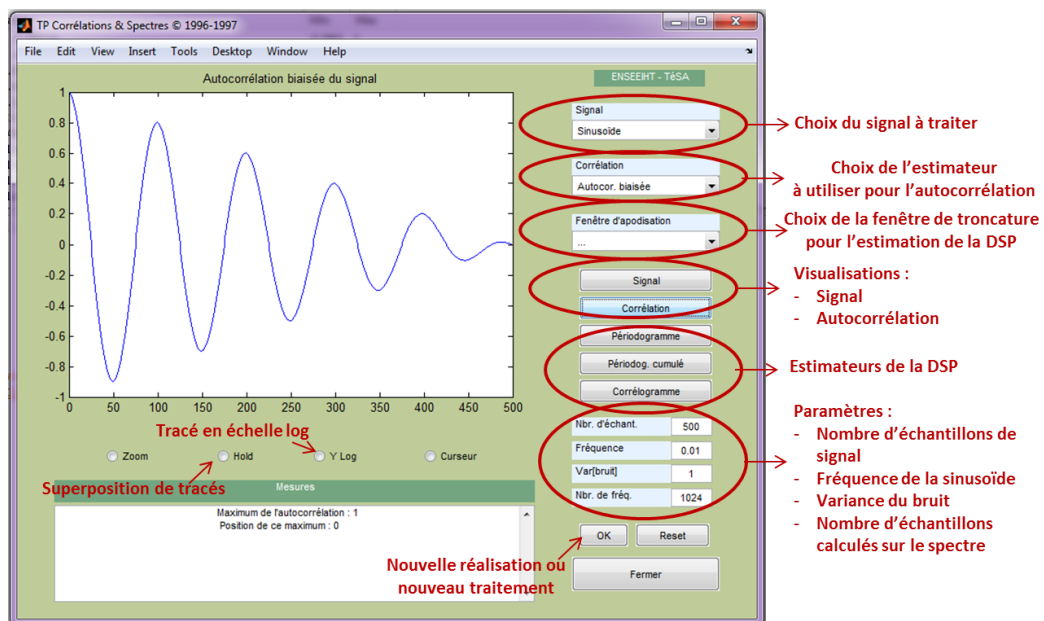


FIGURE 1.1 – Interface `corr_sp.m`

Remarque : toutes les fréquences sont données en fréquences normalisées et les spectres sont visualisés entre 0 et  $F_e/2$ .

## Chapitre 2

# Estimateurs de la fonction de corrélation

La fonction de corrélation constitue grossièrement une mesure de ressemblance entre deux signaux. Cette quantité dépend d'un paramètre de décalage temporel (déphasage entre les deux signaux) et possède selon la nature des signaux, plusieurs définitions.

### 2.1 Autocorrélation d'un sinus

Générer 50 échantillons d'une sinusoïde de fréquence normalisée 0.1 (phase aléatoire uniformément répartie sur  $[0, 2\pi]$ ).

Observer les estimations de son autocorrélation :

- Pour l'estimateur biaisé, quelle est l'allure du biais ?
- Pour l'estimateur non biaisé, dans quelle partie de l'autocorrélation la variance est la plus importante ? On pourra utiliser le bouton hold afin de superposer les estimations non biaisées de l'autocorrélation pour plusieurs réalisations de signal.

Expliquer les résultats obtenus.

A partir de l'estimation de l'autocorrélation, retrouver les caractéristiques du signal (puissance et fréquence).

## 2.2 Autocorrélation d'un bruit blanc

Générer un bruit blanc (nombre d'échantillons générés  $N = 100$ ).

Observer les estimations de son autocorrélation. Des 2 estimations (biaisée, non biaisée), laquelle paraît la plus satisfaisante ? Expliquer pourquoi. A partir de l'estimation de l'autocorrélation, retrouver les caractéristiques du bruit.

## 2.3 Autocorrélation d'un sinus bruité

Générer 500 échantillons d'une sinusoïde bruitée (bruit blanc additif, indépendant du signal) de fréquence normalisée 0.01 et de  $SNR = -7\text{ dB}$ .

Observer le signal et l'estimation biaisée de son autocorrélation. En déduire un intérêt des estimateurs de l'autocorrélation.

A partir du tracé de l'autocorrélation, retrouver les caractéristiques du signal (puissances du sinus et du bruit).

## Chapitre 3

# Estimations de la Densité Spectrale de Puissance (DSP)

La densité spectrale de puissance (transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation) reflète la contribution qu'apporte chaque fréquence à la puissance moyenne du signal.

### 3.1 Périodogramme d'un sinus

Générer une sinusoïde ( $N = 128$  points de signal,  $\tilde{f} = 0.1$ , nombre de points en fréquence = 128). Observer le périodogramme (fenêtre rectangulaire) en échelle linéaire et en échelle log. Recommencer avec un nombre de points en fréquence de 1024 (zero-padding). Expliquer les différences observées entre les deux périodogrammes. Retrouver les caractéristiques du signal (fréquence, puissance).

Pour  $N = 100$  et  $f = 0.25$ , analysez et comparez les effets des différentes fenêtres de troncature. Classez-les en fonction de leur pouvoir à réduire l'amplitude des lobes secondaires et à approcher les transitions (utiliser la représentation en log et le bouton *hold*).

### 3.2 Périodogramme de sinusôides

Charger le fichier *deuxsinpb1*. En utilisant les différentes fenêtres d'apodisation, donner les caractéristiques de ce signal.

Refaire la même analyse sur le fichier *deuxsinpb2*.

### 3.3 Périodogramme et périodogramme cumulé d'un bruit blanc

Générer un bruit blanc ( $N = 100$ , nombre de points en fréquence : 2048). Observer son périodogramme. Retrouver les caractéristiques du signal (puissance et blancheur).

Noter la variance estimée du périodogramme. Augmenter le nombre d'échantillons ( $N = 1000$ ). Comparer les variances (sur plusieurs réalisations). Commenter.

Cumuler les périodogrammes de différentes réalisations. Observer la variance estimée du périodogramme.

### 3.4 Périodogramme et périodogramme cumulé d'un sinus bruité

Générer une sinusoïde bruitée ( $N = 200$ ,  $f = 0.2$  et puissance du bruit 0.1). Retrouver les caractéristiques du signal (fréquence et puissances).

Générer une sinusoïde bruitée ( $N = 200$ ,  $f = 0.2$  et  $SNR = -10\text{ dB}$ ). Cumuler les périodogrammes à l'aide du bouton "OK". Commenter.

### 3.5 Corrélogramme

Générer une sinusoïde ( $N = 100$ ,  $f = 0.2$  et 1024 points en fréquence). Choisir l'estimateur biaisée de l'autocorrélation et comparer le périodogramme et le corrélogramme. Expliquer.

Choisir l'estimateur non biaisé de l'autocorrélation et observer le corrélogramme. Quel est le principal inconvénient ?

## Chapitre 4

# Annexes

### 4.1 Corrélations théoriques de signaux particuliers

- Sinusoïde à phase aléatoire :

$$x(n) = A \sin(2\pi \tilde{f}n + \phi) \rightarrow R_x(k) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi \tilde{f}k). \quad (4.1)$$

- Bruit blanc :

$$R_x(k) = \frac{N_0}{2} \delta(k). \quad (4.2)$$

### 4.2 Périodogramme d'une sinusoïde bruitée

On considère  $N$  échantillons d'une sinusoïde de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $A$  perturbée par un bruit blanc de puissance  $\sigma^2$ . Le périodogramme de ce signal est :

$$S_x(n) = \frac{1}{N} |X(n)|^2 \approx \sigma^2 + \frac{A^2 N}{4} \left\{ \left| \frac{\sin(\pi(k - k_0))}{\sin(\frac{\pi(k - k_0)}{N})} \right|^2 + \left| \frac{\sin(\pi(k + k_0))}{\sin(\frac{\pi(k + k_0)}{N})} \right|^2 \right\}. \quad (4.3)$$