<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="8">04</td><td></td><td>التمرين الأوّل: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>1) $\overrightarrow{n_{(P)}}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P)، $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P').
$\overrightarrow{n_{(P)}}$ و $\overrightarrow{n_{(P')}}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>2) $d(M,(P))=d(M,(P'))$ معناه $\frac{|2x+y-z+1|}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{|x-2y+z-2|}{\sqrt{1+4+1}}$ أي
$|2x+y-z+1|=|x-2y+z-2|$ أي $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$. ومنه
مجموعة النقط (Γ) هي إتحاد مستويين معادلتيهما: $x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$.</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>3) $A(1;2;0)$، $3x_A-y_A-1=0$ أو $d(A,(P))=d(A,(P'))=\frac{5}{\sqrt{6}}$ ومنه $A\in(\Gamma)$.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>4) أ. $(AH):\begin{cases}x=2t+1\\y=t+2\\z=-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ ؛ $(AH'):\begin{cases}x=t'+1\\y=-2t'+2\\z=t'\end{cases}\ (t'\in\mathbb{R})$.
(تقبل أيّ تمثيلات وسيطية صحيحة) .</td></tr>
<tr><td>01</td><td>ب . نعوّض في معادلة (P): نجد $t=-\frac{5}{6}$ و منه $H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6}\right)$.
نعوّض في معادلة (P'): نجد $t'=\frac{5}{6}$ و منه $H'\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$.</td></tr>
<tr><td>0,25

0,75</td><td>5) $I\left(\frac{7}{12};\frac{3}{4};\frac{5}{6}\right)$.
المثلث AHH' متساوي الساقين $AH=AH'$ ومنه $S_{AHH'}=\frac{1}{2}(HH'\times AI)(u.a)$
$\overrightarrow{HH'}\left(\frac{15}{6};-\frac{5}{6};0\right)$ ؛ $HH'=\frac{5\sqrt{10}}{6}$ ؛ $\overrightarrow{AI}\left(-\frac{5}{12};-\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$ و منه : $AI=\frac{5\sqrt{14}}{12}$،
وبالتالي $S_{AHH'}=\frac{25}{72}\sqrt{35}(u.a)$.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">02</td><td></td><td>التمرين الثاني: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>I) 1) أ . $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.</td></tr>
<tr><td>0,25
0,25</td><td>ب . من أجل كل $x\in[0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ إذن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$
جدول التغيّرات .</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>2) $\begin{cases}y=f(x)\\y=x\end{cases}$ أي $\begin{cases}\sqrt{2x+8}=x\\x\geq 0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x^2-2x-8=0\\x\geq 0\end{cases}$
($x_1=-2$ مرفوض) ، $x_2=4$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $A(4;4)$.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>3) رسم (C_f) و (Δ):</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>II) 1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل .</td></tr>
</table>

عناصر الاجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
2) التخمين: نلاحظ $u_0<u_1<u_2<u_3$ إذن يبدو أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأنها متقاربة وتتقارب نحو العدد 4.	0,25	03
3) أ. لدينا $u_0=0$ ومنه $0\le u_0<4$ نفرض أنّ $0\le u_n<4$ و منه $f(0)\le f(u_n)<f(4)$ أي $0\le 2\sqrt{2}\le u_{n+1}<4$ أي $0\le u_{n+1}<4$ وهذا هو المطلوب.	0,75	
ب. من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{2u_n+8}-u_n=\frac{(4-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ بما أن $0\le u_n<4$ فإن $u_{n+1}-u_n>0$ وعليه فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما.	0,50	
جـ. من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $4-u_{n+1}=4-\sqrt{2u_n+8}=\frac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$ $4+\sqrt{2u_n+8}\ge 4$ ومنه $\frac{1}{4+\sqrt{2u_n+8}}\le\frac{1}{4}$ إذن $4-u_{n+1}\le\frac{2(4-u_n)}{4}$ و بالتالي: من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$.	0,50	
$4-u_1\le\frac{1}{2}(4-u_0)$ ؛ $4-u_2\le\frac{1}{2}(4-u_1)$ ؛ ... ؛ $4-u_n\le\frac{1}{2}(4-u_{n-1})$ بالضرب طرف إلى طرف نجد: $(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)\le\left(\frac{1}{2}\right)^n(4-u_0)(4-u_1)...(4-u_{n-1})$ إذن $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$ (تقبل أيّ طريقة أخرى).	0,50	
د) $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^n}(4-u_0)=0$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $0<4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$ إذن $\lim_{n\to+\infty}(4-u_n)=0$ أي $\lim_{n\to+\infty}u_n=4$.	0,50	
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		02,75
1) $z'=z$ معناه $z-2=z(z-1)$ مع $z\ne1$ أي $z^2-2z+2=0$ مع $z\ne1$ ؛ $\Delta=(2i)^2$ و $z_1=1-i$ ، $z_2=1+i$.	0,75	
2) أ. $\frac{z_2}{z_1}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
ب - $\frac{z_2}{z_1}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، R الدوران الذي مركزه O و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	
3) $z'\ne0$: $\arg(z')=\arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_D}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ؛ $(\overrightarrow{DM};\overrightarrow{CM})=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ، $(k\in\mathbb{Z})$ أو $z'=0$ أي $z=2$ و $M=C$. إذن (Γ) مجموعة النقط M هي الدائرة التي قطرها $[CD]$ باستثناء النقطة D. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	
إنشاء المجموعة (Γ):	0,25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ - $S=h\circ R$ ؛ h تحاك مركزه O نسبته 2 و R دوران مركزه O زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن S التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.	0,50	01,75
ب - $z'=2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ أي $z'=2iz$.	0,25	
جـ - $(\Gamma')=S(\Gamma)$ إذن (Γ') هي الدائرة التي قطرها $[C'D']$ باستثناء النقطة D' حيث $C'=S(C)$ و $D'=S(D)$ أي $z_{C'}=4i$ و $z_{D'}=2i$. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,75	
- إنشاء (Γ').	0,25	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		06
I) 1) $g'(x)=\frac{2x^2-1}{x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$: $0 \quad - \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad + \quad +\infty$	0,50	
الدالة g متناقصة تماما على $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$.	0,25	
2) $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\approx 1,85$ ؛ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $g(x)>g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ إذن $g(x)>0$.	0,5	
II) 1) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	
2) أ . من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}+1=\frac{g(x)}{x^2}$.	0,25	
إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$: إذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)>0$.	0,25	
ب . جدول تغيّرات الدالة f .	0,25	
3) معادلة المماس لـ (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي : $(T): y=2x-2$.	0,25	
4) أ . $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ إذن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) عند $+\infty$ معادلة له : $y=x-1$.	0,25	
ب . وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ): إشارة $f(x)-(x-1)=\frac{\ln x}{x}$ و الوضعية	0,50	
5) رسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C).	0,75	
6) أ . $y_A=mx_A-m$ أي $0=m\times1-m$	0,25	
ب . المناقشة بيانيا:من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، المستقيم ذو المعادلة $y=mx-m$ يشمل النقطة $A(1;0)$. (Δ_m) معامل توجيهه m و (Δ) معامل توجيهه 1 و (T) معامل توجيهه 2 . – إذا كان $m\leq1$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. – إذا كان $1<m<2$ أو $m>2$ فإنّ المعادلة تقبل حلين متمايزين (1 و آخر) – إذا كان $m=2$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا (هو 1).	0,50	
7) أ . الدالة: $x\mapsto\frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.	0,25	
ب - $I_n=\left(\int_1^n\frac{\ln x}{x}dx\right)u.a=\left(\int_1^n\left(f(x)-(x-1)\right)dx\right)u.a$ أي: $I_n=\left(\frac{1}{2}(\ln n)^2\right)u.a$.	0,75	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
جـ - أصغر قيمة لـ n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ $I_n>2$. $I_n>2$ معناه $\left(\ln n\right)^2>4$ أي $n>e^2$ وعليه: أصغر قيمة لـ n_0 هي: $n_0=8$.	$0,50$	$0,50$
التمرين الأول: (04,5 نقطة)		$04,5$
1–أ) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') هو : $(\Delta'):\begin{cases}x=5-2t\\ y=-1+t;\ (t\in\mathbb{R})\\ z=-2+t\end{cases}$	$0,50$	
ب) نبين أنّ $(\Delta)\perp(\Delta')$ ، $(\Delta)\cap(\Delta')=\{C\}$ حيث : $C(1;1;0)$.	01	
2–أ) نبيّن أنّ : $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي لـ (P) يكفي أن نبيّن أنّ $\vec{n}\perp\vec{u}$ و $\vec{n}\perp\vec{v}$ معادلة المستوي (P) هي : $2x+11y-7z-13=0$.	$0,50$ $0,50$	
ب) نبيّن أن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) :لدينا $C\in(P)$ و $\overrightarrow{BC}(2;11;-7)=\vec{n}$. (تُقبل أيّ طريقة أخرى صحيحة).	$0,50$	
3–أ) إثبات أنّ (P') هي مستو: المستوي (P') مزود بالمعلم $(B;\vec{w},\vec{v})$ حيث $B(3;12;-7)$ و $\vec{W}(0;12;-6)$ و $\vec{V}(-1;9;-11)$ والشعاعين $\vec{W}$ و $\vec{V}$ غير مرتبطين خطيا ، معادلة المستوي (P') هي: $-13x+y+2z+41=0$.	$0,50$	
ب) $(P')\cap(\Delta)=\{D\}$ و $(P')\cap(\Delta')=\{E\}$ حيث: $D(4;3;4)$ و $E(3;0;-1)$.	$0,50$	
جـ) حجم رباعي الوجوه $BCDE$: $V_{BCDE}=\dfrac{1}{3}S_{CDE}\times CB=\dfrac{1}{6}\times CD\times CE\times CB$. ومنه : $V_{BCDE}=29\,u.v$.	$0,50$	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		$03,5$
I) 1– أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=5$.	$0,25$	
ب. $f'(x)=\dfrac{10}{(x+2)^2}$ و منه $f'(x)>0$ أي f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. جدول تغيّرات الدالة f .	$0,25$ $0,25$	
2) تبيان أنّ: من أجل كل x من $[0;+\infty[$، $f(x)\geq 0$.	$0,25$	
II) 1 – أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 3$.	$0,5$	
ب. دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n(u_n-3)}{u_n+2}\geq 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$. بما أنّ (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.	$0,25$ $0,25$	
2– أ. البرهان أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{2}{5}$ ، $v_0=-2$.	$0,50$	
ب. من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=-2\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n=\dfrac{3}{1+2\left(\dfrac{2}{5}\right)^n}$.	$0,75$	
جـ. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$.	$0,25$	

العلامة مجموع	 مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
0,50	0,50	3- حساب S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_n}=\frac{1}{3}\left[(1+1+...+1)-(v_0+v_1+...+v_n)\right]$ ومنه $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)-\left(v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)\right]$ أي أنّ : $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)+\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)\right]$.
04,5		**<u>التمرين الثالث:</u> (04,5 نقطة)**
	0,75	1- حلول المعادلة في $\mathbb{C}$ هي: $z_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_3=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.
	0,75	2- أ) كتابة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي: $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{7\pi}{6}}$.
	0,25 0,75	ب) تبيان أنّه، يوجد تشابه مباشر S :لدينا $z_A-z_B=i\sqrt{3}(z_C-z_B)$. ج) نسبة التشابه المباشر S هي $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ صيغته المركبة هي: $z'-z_B=i\sqrt{3}(z-z_B)$
	0,75	3-أ) لاحقة D : لدينا: $z_D-z_C=z_A-z_B$ ومنه: $z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ الرباعي $ABCD$ مستطيل.
	0,50	ب) تعيّين المجموعة (E) :لدينا $\|z-z_A\|=\|\bar{z}-z_B\|$ تكافئ $\|z-z_A\|=\|\overline{z-z_C}\|$ وتكافئ $\|z-z_A\|=\|z-z_C\|$ ومنه $AM=CM$ وعليه (E) هي المستقيم المحوري لـ $[AC]$
	0,75	ج) المجموعة (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{3}$: لدينا : النقطة A تنتمي إلى (Γ) لأنّ $AB=\sqrt{3}$.
04		**<u>التمرين الرابع :</u> (07 نقاط)**
	0,50	I) 1- أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$.
	01	ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x)=(-x^2+x+2)e^{-x}$ ومنه : $g'(x)\le 0$ من أجل $x\in]-\infty;-1]\cup[2;+\infty[$ و $g'(x)\ge 0$ من أجل $x\in[-1;2]$ و هذا يعني أنّ الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-1;2]$. جدول التغيّرات للدالة g .
	0,75	2- أ) تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1,52<\alpha<-1,51$. (مبرهنة القيم المتوسطة) .
	0,25	ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(x)\le 0$ من أجل $x\in[\alpha;0]$. $g(x)\ge 0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha]\cup[0;+\infty[$.
	0,50	II –1- أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.
	0,25	ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.
	0,25	ج) تشكّيل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$.
	0,25 0,25	د) تعيّن : $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$ ، النتيجة :المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α معامل توجيهه معدوم (يوازي حامل محور الفواصل) .

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2− أ) تبيان أنّ (Δ) مستقيم مقار بمائل لـ (C_f): $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}=0$	0,50	03
ب) دراسة الوضعية النسبية: (C_f)يقطع (Δ) عند النقطتين $A(-1;1)$ و $B(-2;2)$ و (C_f)يقطع فوق (Δ) من اجل $x\in]-\infty;-2]\cup[-1;+\infty[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in[-2;-1]$.	0,25	
جـ) تبيّان أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثيتاهما. لدينا : $f''(x)=-g'(x)$ و منه $f''(x)=0$ من أجل $x=-1$ أو $x=2$ و بالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ و $C\left(2;-2+\frac{12}{e^2}\right)$.	0,50	
د) رسم (Δ) و (C_f)على المجال $[-2;+\infty[$.	0,50	
هـ) المناقشة البيانية :لدينا $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ تكافئ $f(x)=-m$.	0,50	
III)1− من أجل كل xمن $\mathbb{R}$:لدينا $H'(x)=h(x)$ ومنه $H(x)=\left(-x^2-5x-7\right)e^{-x}$.	0,25	
2− حساب: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx=\left[H(x)\right]_0^{\lambda}=\left(-\lambda^2-5\lambda-7\right)e^{-\lambda}+7$. النتيجة $A(\lambda)$هي مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات: (C_f) ، $x=\lambda$ و $x=0$. $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=7$.	0,25 + 0,25	