

العلامة		(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
04,5 نقطة		<b>التمرين الأول: (04,5 نقطة)</b>
	0,75	1. النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية لأن $\vec{AB}(-1;1;2) \wedge \vec{AC}(1;2;1)$
	0,5	إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x - y + z - 1 = 0$
	0,5	2. المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع ، $AB = AC = BC = \sqrt{6}$
	0,5	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A = \frac{3\sqrt{3}}{2} ua$
	0,5	3. التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta)$ هو: $(t \in \mathbb{R})$ : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$
	0,5	4. أ - $E(0;2;3)$ ومنه $E \in (\Delta) \cap (ABC)$
	0,5	$ED = \sqrt{3}$ أو $d(D; (ABC)) = \sqrt{3}$
	0,25	ب - المركزان هما $D$ و $D'(-1;3;2)$ نظيرة $D$ بالنسبة إلى $E$
	0,5	5. $V_{ABCD} = \frac{3}{2} uv$
04,5 نقطة		<b>التمرين الثاني: (04,5 نقطة)</b>
	0,5	(I) $\beta = i\sqrt{3}$ ، $\alpha = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
	0,75	(II) 1. أ - $z_C = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$
	0,25	ومنه $\frac{n\pi}{3} = (2k+1)\pi$ ؛ $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$ و $n = 6k+3; k \in \mathbb{N}$
	0,25	ب - $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435} = -\sqrt{3} - 1$ وهو عدد حقيقي
	0,75	2. أ - $\frac{z_A}{z_D} = \sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له
	0,75	ب - $\frac{z_A}{z_D} = \frac{\sqrt{3}-3}{4} + i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$
	1	$\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ، $\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
	0,25	3. مجموعة النقط $M$ هي نصف مستقيم $[OA)$ ( $z = \sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}}$ مع $k \in \mathbb{R}^+$ )

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
4,50 نقطة		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	1	1. $u_3 = e^{-4} - 1$ و $u_2 = e^{-2} - 1$ ، $u_1 = 0$	
	0,75	2. إثبات أن: $1 + u_n > 0$ باستعمال البرهان بالتراجع	
	0,5	3. $(u_n)$ متناقصة تماما ومنه $u_{n+1} - u_n = (e^{-2} - 1)(1 + u_n) < 0$	
	0,25	$(u_n)$ متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $-1$	
	01	4. أ - $v_{n+1} = e^{-2} v_n$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية ، $q = e^{-2}$ ، $v_0 = 3e^2$	
	0,25	ب - $v_n = 3e^{-2n+2}$	
	0,25	$u_n = e^{-2n+2} - 1$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$	
	0,25	ج - $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(\ln 3 + 2 - n)$	
06,5 نقطة		التمرين الرابع: (06,5 نقطة)	
	0,5	1. (I) الوضع النسبي لـ $(\gamma)$ و $(\Delta)$	
	0,5	2. $g(x) < 0$ لـ $x \in ]0; \alpha[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in ]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	
	1	3. $g(2,2) \approx -0,0115$ ، $g(2,3) \approx 0,13$ ومنه $g(2,2) \times g(2,3) < 0$	
	0,5	1. (II) $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. التحقق من $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,5	3. $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$	
	0,25	$-0,768 < f(\alpha) < -0,626$ يقبل أي حصر صحيح	
	0,75	4. $(C_f)$ فوق محور الفواصل على كل من $]1; +\infty[$ و $]e^2; +\infty[$ وتحت على $]1; e^2[$ ويتقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و $e^2$	
	0,5	إنشاء المنحنى على المجال $]0; e^2[$	
	0,25	1. (III) $F'(x) = f(x) = 0$ ومنه $x = 1$ أو $x = e^2$	
	0,5	2. $u'(x) = \ln x$ ومنه $u(x) = x \ln x - x$	
	0,5	عبارة $F(x) = (2+x) \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - 3x$ : $F(x)$	

العلامة		(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
04 نقاط		<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>
	0,75	1. صحيح : $\vec{AB}(-2;0;-4) \wedge \vec{AC}(1;-3;-4)$
	0,75	2. صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x + 2y - z - 11 = 0$
	0,75	3. خطأ : الشعاع $\vec{DE}(2;2;1)$ ليس ناظميا للمستوي $(ABC)$
	0,5	4. خطأ : $D$ لا تنتمي إلى المستوي $(ABC)$
	0,75	5. صحيح : إحداثيات النقطتين $C$ و $D$ تحقق التمثيل الوسيط
	0,5	6. صحيح : لأن النقط $A, B, I$ في استقامية أو $(3\vec{IA} + 7\vec{IB} = \vec{0})$
05 نقاط		<b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b>
	1	1. أ - $z_C = 2e^{i\frac{3\pi}{2}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$
	0,5	ب - $ z_A  =  z_B  =  z_C  = 2$ إذاً $A, B, C$ تنتمي إلى $(\gamma)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2
	0,5	ج - الإنشاء
	0,75	2. أ - التحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$
	0,5	ب - المثلث متقايس الأضلاع $(AB; CB) = -\frac{\pi}{3}$ و $AB = BC$
	0,25	$O$ مركز ثقله $(z_A + z_B + z_C = 0)$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله
	0,75	ج - $(E)$ هي محور $[OA]$ مع الإنشاء
	0,5	3. أ - $\frac{z_A}{z_C} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذاً $\frac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران $r$ .
03 نقاط	0,25	ب - $r(A) = B$ و $r(O) = O$ يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة $(E)$ هي محور $[OB]$ ب $r$ أو أية طريقة أخرى.
		<b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b>
	0,5	1. (I) $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
	0,5	2. $f(\alpha) = \alpha$ حيث $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ على $]0; \alpha[$ ، $f(x) - x = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x + 1}$
	0,75	3. الرسم
	0,75	1. (II) أ - تمثيل الحدود
	0,5	ب - $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة ؛ $(v_n)$ متناقصة تماما ومتقاربة

العلامة		تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
02 نقاط	0,5	2. أ - إثبات بالتراجع لكل $n$ من $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ أو أية طريقة أخرى
	0,5	ب - استنتاج اتجاه التغير
	0,25	3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$
	0,25	ب - تبيان $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$
	0,25	ج - استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$
06 نقاط		التمرين الرابع (06 نقاط)
	0,75	1.(I) $g'(x) = -2(1 + e^{2x-2}) < 0$ ومنه $g$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$
	0,5	2. $g$ مستمرة متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و $g(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$
	0,5	$g(0,37) \approx -0,02$ ؛ $g(0,36) \approx 0,002$
	0,5	3. $g(x) < 0$ لـ $x \in ]\alpha; +\infty[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in ]-\infty; \alpha[$ و $g(\alpha) = 0$
	0,5	1.(II) أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$
	0,25	ب - $g(-x) < 0$ لـ $x \in ]-\infty; -\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لـ $x \in ]-\alpha; +\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$
	0,25	$f$ متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ و متزايدة تماما على $]-\alpha; +\infty[$
	0,5	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0,25	جدول التغيرات
	0,25	3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x - 1) = 0$
	0,25	$(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$
	0,25	4. $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $]0; +\infty[$ وتحت على $] -\infty; 0[$
	0,5	5. إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$
	0,5	6. أ - لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$
	0,25	ب - $F(x) = \frac{1}{2} \left[ -f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2} \right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right) e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث $F$ دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.