| (الموضوع الأول) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط )** | | |
| 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$. إذن $(v_n)$ متتالية هندسية | 0,50 | 04 |
| أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=5$. | 0,50 | |
| 2) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n-4$. | $0,50\times2$ | |
| 3) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ و منه $u_{n+1}-u_n<0$. إذن $(u_n)$ متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$. | 0,50 | |
| 4) $S_n=15\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)-4(n+1)$. | 0,50 | |
| 5) أ) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}-w_n>0$ إذن $(w_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. | 0,50 | |
| ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)=0$ ( لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$ ) . | 0,50 | |
| **التمرين الثاني: (05 نقاط )** | | |
| 1) أ) $\overrightarrow{AB}(-3;3;0)$ ، $\overrightarrow{AC}(-1;0;1)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن $A$ ، $B$ و$C$ تعيّن مستويا $(ABC)$. | 0,75 | 05 |
| ب) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إذن $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$. | 01 | |
| جـ) $(ABC):x+y+z+d=0$<br>$A\in(ABC)$ و منه: $d=-2$ أي: $(ABC):x+y+z-2=0$ | 0,50 | |
| 2) أ) $\overrightarrow{OG}=\frac{\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}}{2}$ إذن $G\left(-\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$. | 01 | |
| ب) $M\in(\Gamma)$ معناه $MG=MD$ إذن $(\Gamma)$ هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$. | 0,50 | |
| جـ) $(\Gamma):6x-4y+2z+3=0$. | 0,50 | |
| 3) ليكن $\vec{u}(6;-4;2)$ شعاع ناظمي لـــ$(\Gamma)$. $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$. $\vec{u}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. إذن $(ABC)$ و $(\Gamma)$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$. | 0,25 | |

| (الموضوع الأول) عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | مجموع |
|---|---|---|
| $\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ أو أي تمثيل آخر | 0,50 | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط )**<br>1) $\Delta=\left(6\sqrt{2}i\right)^2$ ؛ $z'=3\sqrt{2}(1+i)$ و $z''=3\sqrt{2}(1-i)=\overline{z'}$ . | 0,75 | 05 |
| 2) أ) $z_A=z'=6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=z''=6e^{-i\frac{\pi}{4}}$ . $(1+i)z_A=6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ . | 0,75 | |
| ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}=e^{i1007\pi}=-1$ . | 0,50 | |
| جـ) $DO=DA=DC=DB=3\sqrt{2}$ إذن النقط $O$ ، $A$ ، $B$ ، $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $D$ و نصف قطرها $3\sqrt{2}$. | 01 | |
| د) $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=i$ ، $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)=\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}$ .<br>المثلث $ACB$ قائم في $C$ و متساوي الساقين $CA=CB$ والنقطة $D$ منتصف القطعة $[AB]$<br>لأنّ $z_D=\frac{z_A+z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأنّ $z_D=\frac{z_C}{2}$ .<br>إذن الرباعي $OACB$ مربع. | 0,75 | |
| 3) أ) العبارة المركبة للدوران $R$ : $z'=iz$ . | 0,25 | |
| ب) $z_{C'}=6\sqrt{2}i$ ؛ $z_{\overrightarrow{AC}}=3\sqrt{2}(1-i)=z_{\overrightarrow{C'A}}$ ، ومنه $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{C'A}$ مرتبطان خطيا | 0,50 | |
| جـ) $z_{A'}=3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران $R$ هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأنّ : $R(O)=O$ ، $R(A)=A'$ ، $R(C)=C'$ و $R(B)=A$ . | 0,50 | |
| **التمرين الرابع: (06 نقاط )**<br>1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)=-\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$.<br>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ؛المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لــ $(C_f)$. | 0,25 × 4 | 02,75 |
| ب) من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{2}{x^2}(1-\ln x)$ .<br>إشارة $f'(x)$ : $\begin{array}{cccccc} x & 0 & & e & & +\infty \\ f'(x) & & + & 0 & - & \end{array}$<br>$f$ متزايدة تماما على $]0;e]$ و متناقصة تماما على $[e;+\infty[$.<br>– جدول تغيّرات الدالة $f$ . | 0,50<br>0,25<br>0,25<br>0,25 | |
| 2) أ) $f(x)-1=\frac{2\ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x)-1$ هي: $\begin{array}{cccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ & & - & 0 & + & \end{array}$ | 0,50 | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| من أجل $x$ من $]0;1[$ $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$، من أجل $x$ من $]1;+\infty[$ $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1;1)$. | $0,25$ | $03,25$ |
| ب) $(T): y=2x-1$ | $0,25$ | |
| ج) الدالة $f$ مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1[$ ، و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)=-\infty$ و $f(1)=1>0$ ؛ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;1[$ . $f(e^{-0,3})\simeq +0,2$ ، $f(e^{-0,4})\simeq -0,2$ أي: $f(e^{-0,4})\times f(e^{-0,3})<0$ . إذن $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$ | $0,75$ | |
| 3) إنشاء المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$. | $0,50$ | |
| 4) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{0\}$ ، $h(x)-h(-x)=0$، و منه $h$ دالة زوجية أو $((yy')$ محور تناظر لـــ $(C_h)$). | $0,50$ | |
| ب) في المجال $]0;+\infty[$، $h(x)=f(x)$ و منه $(C_h)$ ينطبق على $(C_f)$ وفي المجال $]-\infty;0[$ $(C_h)$ هو نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى $(yy')$ – إنشاء $(C_h)$ | $0,50$ | |
| جـ) $\ln x^2=(m-1)\|x\|$ معناه $h(x)=m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى $(C_h)$ و المستقيم ذي المعادلة $y=m$ مع $(m\in\mathbb{R})$. إذا كان $m\leq 0$ للمعادلة حلّين. إذا كان $0<m<1+\frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول. إذا كان $m=1+\frac{2}{e}$ للمعادلة حلّين (مضاعفين). إذا كان $m>1+\frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل. | $0,50$ | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: (04 نقاط )** <br> I) 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=e^{-1}.u_n$ . إذن $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=e^{-1}$ و حدّها الأوّل $u_0=\sqrt{e}$. | 0,75 | 04 |
| 2) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ نستنتج أنّ $(u_n)$ متتالية متقاربة. | 0,75 | |
| 3) $S_n=\sqrt{e}\left(\dfrac{1-e^{-n-1}}{1-e^{-1}}\right)$. | 0,50 | |
| II) 1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}-n$ ؛ و من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=v_n-1$. <br> إذن $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $r=-1$ و حدّها الأوّل $v_0=\dfrac{1}{2}$. | 0,50 <br> 0,50 | |
| 2) أ) $P_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n=\dfrac{(n+1)}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-n\right)$ أي $P_n=\dfrac{1-n^2}{2}$. | 0,50 | |
| ب) $P_n+4n>0$ أي $-n^2+8n+1>0$ و $n\in\mathbb{N}$. <br> و بالتالي: $n\in[0;8]$ و $n\in\mathbb{N}$ أي $n\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$. | 0,50 | |
| **التمرين الثاني: (05 نقاط )** <br> 1) أ) $\overrightarrow{AB}(0;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(1;1;2)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن $A$ ، $B$ و $C$ ليست في إستقامية. | 0,75 | 05 |
| ب) تمثيل وسيطي للمستوي $(ABC)$ هو: $(\alpha,\beta\in\mathbb{R})$ ; $\begin{cases} x=1+\beta \\ y=-1-\alpha+\beta \\ z=-2-\alpha+2\beta \end{cases}$ أو أي تمثيل | 0,75 | |
| جـ) التحقق أنّ معدلة للمستوي $(ABC)$ هي: $x+y-z-2=0$. | 0,75 | |
| 2) $\overrightarrow{u_1}(1;-1;-2)$ شعاع ناظمي لــ $(P)$ و $\overrightarrow{u_2}(3;2;-1)$ شعاع ناظمي لــ $(Q)$. <br> $\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن $(P)$ و $(Q)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$. <br> – إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لــ $(\Delta)$ هو: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t-3 \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$. | 0,25 <br> 0,75 | |
| 3) تقاطع المستويات : $(ABC)\cap(P)\cap(Q)=\{E(-9;6;-5)\}$ ؛ $(t=-6)$ . | 0,75 | |
| 4) $\sqrt{6}\times d(M,(P))=\sqrt{14}\times d(M,(Q))$ أي $\lvert x-y-2z+5\rvert=\lvert 3x+2y-z+10\rvert$ <br> $(\Gamma)=(P_1)\cup(P_2)$ حيث: <br> $(P_1):2x+3y+z+5=0$ و $(P_2):4x+y-3z+15=0$. | 0,50 <br> 0,50 | |

| العلامة | | (الموضوع الثاني) عناصر الإجابة |
|---|---|---|
| مجموع | مجزأة | |
| | | **التمرين الثالث: (04 نقاط)** |
| 04 | 0,25<br>0,75 | 1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $\left(z^2-2z+5=0\right)$...و منه $z=i$<br>$z''=1-2i$ ، $z'=1+2i$ ؛ $\Delta=(4i)^2$ |
| | 0,75 | 2) أ) إنشاء النقط $A$ ، $B$ و $C$ |
| | 0,25 | ب) $z_H=1+i$ |
| | 0,50 | جـ) مساحة المثلث $ABC$ هي: $\mathscr{A}=2cm^2$ |
| | 0,50 | 3) أ) الكتابة المركبة لــ $S$ هي: $z'=\frac{1}{2}iz+\frac{1}{2}+i$ |
| | 0,50 | ب) مساحة صورة $ABC$ بالتشابه $S$ هي: $\mathscr{A}'=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}cm^2$ |
| | 0,50 | 4) $\lvert z\rvert=\lvert iz+1+2i\rvert$ أي $\lvert z\rvert=\lvert z+2-i\rvert$ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$ |
| 02 | 0,50 | **التمرين الرابع: (07 نقاط)**<br>I) 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ . |
| | 0,75 | ب) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=6x^2-8x+7$ . من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ،<br>$g'(x)>0$ و بالتالي $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. جدول تغيّرات الدالة $g$ . |
| | 0,50 | 2) أ) $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$، $g(0,7)\simeq-0,37$ و $g(0,8)\simeq 0,06$ إذن<br>حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$حيث: $0,7<\alpha<0,8$ . |
| | 0,25 | ب) إشارة $g(x)$ : $-\infty$ $-$ $\alpha$ $0$ $+$ $+\infty$ |
| 05 | 0,50 | II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ . |
| | 0,50 | 2) أ) برهان أنّ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2\left(2x^2-2x+1\right)}$ . |
| | 0,50 | ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ .<br>إذن المنحى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$: $y=\frac{1}{2}(x+1)$ . |
| | 0,50 | ج) $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2\left(2x^2-2x+1\right)}$ . من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ،<br>إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$ : $-\infty$ $+$ $\frac{1}{3}$ $0$ $-$ $+\infty$<br>إذا كان $x$ ينتمي إلى $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ فإنّ $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$و إذا كان $x$ ينتمي إلى $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$ فإنّ<br>$(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في $A\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ . |

| | | |
|---|---|---|
| | **0,50** | 3) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ . |
| | **0,25** | ب) إشارة $f'(x)$ : $-\infty$ $+$ $\underset{0}{0}$ $-$ $\underset{\alpha}{0}$ $+$ $+\infty$ |
| | **0,25** | جدول تغيّرات الدالة $f$ : <br> $x$: $-\infty$ ، $0$ ، $\alpha$ ، $+\infty$ <br> $f'(x)$: $+$ $0$ $-$ $0$ $+$ <br> $f(x)$: $-\infty \nearrow 1 \searrow f(\alpha) \nearrow +\infty$ |
| | **0,25** <br> **0,50** | 4) $f(1)=0$ . <br> $f(x)=0$ تعني $\dfrac{(x-1)(x^2+x-1)}{2x^2-2x+1}=0$ أي $(x-1)(x^2+x-1)=0$ <br> و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي: <br> $x_0=1$ ، $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ |
| | | |
| | **0,50** | 5) إنشاء المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ |
| | **0,25** | 6) أ) التحقق من: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $h(x)=f(x)-2$ |
| | **0,25** <br> **0,25** | ب) $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$ <br> إنشاء $(C_h)$ في المعلم السابق. |