الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2017

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطة $A(1;-1;2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة $x-y+z+2=0$ والمستقيم (D) المعرف بـ : $\begin{cases} x+y-9=0 \\ y+z-4=0 \end{cases}$

1) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

2) جد معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يشمل A ويوازي (P).

3) أثبت أنّ (D) يقطع (P') في النقطة A' حيث $A'(6;3;1)$.

4) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A ويوازي (P) ويقطع (D).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$u_0=\frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3-\frac{10}{u_n+4}$ و $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0<u_n<1$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة.

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ ثمّ عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n.

ب) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=1-\frac{3}{v_n+1}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z+2)(z^2-4z+8)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر النّقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A=2-2i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و $z_C=-2$

1) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسّي.

2) عيّن z_D لاحقة النّقطة D حتى تكون النّقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

3) (Γ) مجموعة النّقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث $\arg\left(\dfrac{z_B-z}{z_A-z}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

تحقّق أنّ مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ) ثمّ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

4) ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2 ، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h

عيّن طبيعة المجموعة (Γ') مع تحديد عناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D=\left]-\infty;-1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2}{3}x+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ ،

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من D ، $f'(x)=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x^2+2}{x^2-1}\right)$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}8<\alpha<1{,}9$.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=\dfrac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$(2-3|m|)x+3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0 .$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(3;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ و $C(0;0;1)$.

1) بيّن أنّ النقط A، B و C تعيّن مستويا، ثمّ تحقّق أنّ: $2x+3y+6z-6=0$ معادلة للمستوي (ABC).

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل المبدأ O.

3) جد إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC).

4) بيّن أنّ (BH) عمودي على (AC)، ثمّ استنتج أنّ H هي نقطة تلاقي أعمدة المثلث ABC.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

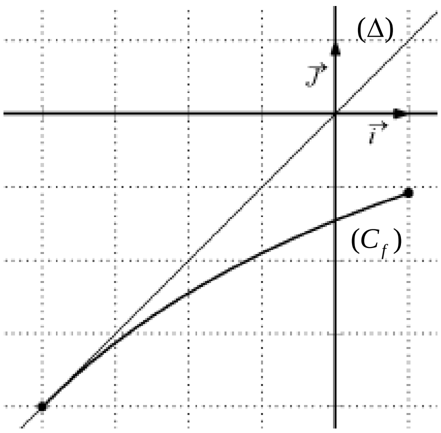
المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

f الدالة المعرّفة على المجال $[-4;1]$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x-16}{x+11}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

I) تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;1]$ ثم بيّن أنّ:

من أجل كل $x\in[-4;1]$ فإنّ $f(x)\in[-4;1]$



II) (u_n) متتالية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) انقل الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1 ، u_2 و u_3 (لا يطلب حساب الحدود)

ثمّ ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-4<u_n\leq 0$

ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n\times u_n=1-4v_n$.

أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{7}$، ثم احسب المجموع S حيث

$S=v_0\times u_0+v_1\times u_1+\cdots+v_{2016}\times u_{2016}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2=1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي $S=\left\{-\frac{1}{2}+i\right\}$.

2) من أجل كل عدد مركب z ، $(z+2)\times(\overline{z}+2)=|z+2|^2$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n}=1$.

4) S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$

صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C') ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9 .

5) من أجل كل عدد حقيقي α: إذا كان $Z=(\sin\alpha+i\cos\alpha)\times(\cos\alpha-i\sin\alpha)$

فإنّ: $\arg(Z)=\frac{\pi}{2}-2\alpha+2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثمّ احسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$.

1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x)\geq 0$، ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .

2) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $-0,7<\alpha<-0,6$.

3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

4) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x)=2x+(x^2+2x+2)e^{1-x}$.

تحقّق أنّ F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$، ثمّ احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الثاني