

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

\* دورة جوان 2008 \*

المدة: 03 ساعات و 30 د

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: العلوم التجريبية

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول

التمرين الأول ( 04,5 نقط )

1 - حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة :

$$z^2 - (1+2i)z - 1 + i = 0$$

نرمز للحلين بـ  $z_1$  و  $z_2$  حيث :  $|z_1| < |z_2|$

بين أن  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$  عدد حقيقي .

2 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . لتكن  $A, B$  و  $C$  نقط المستوي التي لاحقاتها

على الترتيب  $1, z_1, z_2$  .

ليكن  $Z$  العدد المركب حيث :  $Z = \frac{z_2 - 1}{z_1 - 1}$

(أ) انطلاقا من التعريف  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  و من الخاصية :  $e^{i(\theta_1 + \theta_2)} = e^{i\theta_1} \times e^{i\theta_2}$

برهن أن :  $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$  و أن  $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$  حيث  $\theta, \theta_1$  و  $\theta_2$  أعداد حقيقية .

(ب) أكتب  $Z$  على الشكل الأسّي .

(ج) أكتب  $Z$  على الشكل المثلثي و استنتج أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $B$  بتشابه مباشر مركزه  $A$  ،  
يطلب تعيين زاويته و نسبته .

التمرين الثاني ( 04 نقط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر المستوى  $(P)$  الذي معادلته :

$$x + 2y - z + 7 = 0$$

و النقط  $A(2, 0, 1)$  و  $B(3, 2, 0)$  و  $C(-1, -2, 2)$  .

1 - تحقق أن النقط  $A, B$  و  $C$  ليست على استقامة ، ثم بين أن المعادلة الديكارتيّة للمستوى  $(ABC)$

$$y + 2z - 2 = 0$$

2 - أ - تحقق أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  مستقيم تقاطع

$(P)$  و  $(ABC)$  .

ب - احسب المسافة بين النقطة  $A$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

3 - لتكن  $G$  مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, \alpha), (C, \beta)\}$  حيث  $\beta, \alpha$  عدنان حقيقيان يحققان  $1 + \alpha + \beta \neq 0$

عين  $\alpha$  حتى تنتمي النقطة  $G$  إلى المستقيم  $(\Delta)$  .

## التمرين الثالث ( 04 نقط )

1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $I = [1, 2]$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$ .

أ- بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $I$ .

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $I$ ،  $f(x)$  ينتمي إلى  $I$ .

2)  $(u_n)$  هي المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يأتي:

$$u_0 = \frac{3}{2} \text{ و } u_{n+1} = f(u_n)$$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n$  ينتمي إلى  $I$ .

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$

ب) عين النهاية :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

## التمرين الرابع ( 07,5 نقط )

I - نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يأتي :

$$f(x) = (ax+b)e^{-x} + 1$$

حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  وحدة الطول  $1cm$ .

عين قيمتي  $a$  و  $b$  بحيث تكون النقطة  $A(-1, 1)$  تنتمي إلى  $(C_f)$  و معامل توجيه المماس

عند  $A$  يساوي  $(-e)$ .

II - نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يلي :

$$g(x) = (-x-1)e^{-x} + 1$$

و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  و فسر هذه النتيجة بيانيا. (نذكر أن  $\lim_{u \rightarrow +\infty} ue^u = 0$ )

ب) ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل نقطة انعطاف  $I$  يطلب تعيين احداثياتها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_g)$  عند النقطة  $I$ .

هـ) ارسم  $(C_g)$ .

و)  $H$  الدالة العددية المعرفة على  $[-2, +\infty[$  كما يأتي:  $H(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$  حيث  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان حقيقيان.

عين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث تكون  $H$  دالة أصلية للدالة :  $x \mapsto g(x) - 1$

استنتج الدالة الأصلية للدالة  $g$  و التي تتعدم عند القيمة  $0$ .

III) لتكن  $k$  الدالة المعرفة على المجال  $[-2, +\infty[$  كما يأتي:

$$k(x) = g(x^2)$$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عين اتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكل جدول تغيراتها.

# NABIL SOFT

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول ( 03 نقط )

- لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط . عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك.  
 نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة:  
 $D(3, 2, 1)$ ،  $C(-2, 0, -2)$ ،  $B(4, 1, 0)$ ،  $A(1, 3, -1)$   
 والمستوى  $(P)$  الذي معادلته:  $x - 3z - 4 = 0$   
 (1) المستوى  $(P)$  هو: (1) ج  $(BCD)$  ، (2) ج  $(ABC)$  ، (3) ج  $(ABD)$  .  
 (2) شعاع ناظمي للمستوي  $(P)$  هو :  
 $\vec{n}_1(1, 2, 1)$  (1) ج ،  $\vec{n}_2(-2, 0, 6)$  (2) ج ،  $\vec{n}_3(2, 0, -1)$  (3) ج  
 (3) المسافة بين النقطة  $D$  والمستوى  $(P)$  هي :  
 $\frac{\sqrt{10}}{5}$  (1) ج ،  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  (2) ج ،  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$  (3) ج

### التمرين الثاني ( 05 نقط )

- $(u_n)$  متتالية عددية معرفة كما يلي :  
 $u_0 = \frac{5}{2}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$   
 (1) أ - ارسم في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  والمنحنى  $(d)$  الممثل للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$   
 ب - باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود :  $u_4$  و  $u_3, u_2, u_1, u_0$   
 ج - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.  
 (2) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \leq 6$  .  
 ب - تحقق أن  $(u_n)$  متزايدة .  
 ج - هل  $(u_n)$  متقاربة ؟ برّر إجابتك .  
 (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = u_n - 6$  .  
 أ - اثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية بطلب تعيين أساسها و حدها الأول.  
 ب - اكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

## التمرين الثالث ( 05 نقط )

- 1 . حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية:  

$$z^2 + iz - 2 - 6i = 0$$
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v})$  النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لاحقاًهما  $z_A$  و  $z_B$  على الترتيب حيث :  

$$z_B = -2 - 2i \quad \text{و} \quad z_A = 2 + i$$

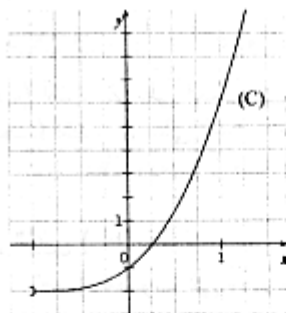
عين لاحقة النقطة  $\omega$  مركز الدائرة  $(\Gamma)$  ذات القطر  $[AB]$ .
3. لتكن  $C$  النقطة ذات اللاحقة  $z_C$  حيث  $z_C = \frac{4-i}{1+i}$  .  
 اكتب  $z_C$  على الشكل الجبري ثم أثبت أن النقطة  $C$  تنتمي إلى الدائرة  $(\Gamma)$ .
4. - برهن أن عبارة التشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $M_0(z_0)$  ونسبته  $k$  ( $k > 0$ ) وزاويته  $\theta$  و الذي يرفق بكل نقطة  $M(z)$  النقطة  $M'(z')$  هي :  $z' - z_0 = k e^{i\theta} (z - z_0)$
- ب - تطبيق : عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل  $S$  المعروف بـ :  $z' + \frac{1}{2}i = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \left( z + \frac{1}{2}i \right)$  .

## التمرين الرابع ( 07 نقط )

المنحنى  $(C)$  المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يأتي :

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

1- أ - قراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  و حدد  $g(0)$  وإشارة  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  .



ب) علل وجود عدد حقيقي  $\alpha$  من المجال  $\left]0, \frac{1}{2}\right[$  يحقق :  $g(\alpha) = 0$

ج) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1; +\infty[$  .

2 -  $f$  هي الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بما يأتي :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

و ليكن  $(\Gamma)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \bar{i}, \bar{j})$  .

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]-1; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

حيث  $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$  .

ب) عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  و فسر النتيجة بيانياً.

ج) احسب :  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$  و فسر النتيجة بيانياً.

د) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3 - نأخذ  $\alpha = 0,26$

أ) عين مدور  $f(\alpha)$  إلى  $10^{-2}$  .

ب) ارسم المنحنى  $(\Gamma)$

4- أ) أكتب  $f(x)$  على الشكل :  $f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

ب) عين  $F$  الدالة الأصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-1; +\infty[$  والتي تحقق :  $F(1) = 2$

بالتوفيق