

9 Exercices

Exercice 1 : Rappels sur les tests

1. On a prélevé, au hasard dans une population normale de moyenne μ et d'écart-type σ , un échantillon de taille $n = 10$. La moyenne et la variance calculées sur cet échantillon sont respectivement $m = 4$ et $s^2 = 6$.
2. Calculer une estimation sans biais de σ et son intervalle de confiance au risque 5%.
3. Tester l'hypothèse $\sigma = 2$ au risque 5%.
4. En admettant σ connu égal à 2, tester l'hypothèse $\mu = 3$ au risque 5%.
5. Tester, au risque 5%, l'hypothèse $\mu = 3$ sans faire aucune hypothèse sur la valeur de σ .
6. Donner une estimation sans biais de μ et son intervalle de confiance au risque 5% sans faire aucune hypothèse sur la valeur de σ .
7. En admettant μ connu égal à 3, est-il possible d'envisager un test plus puissant que celui mis en oeuvre en 3) pour tester l'hypothèse $\sigma = 2$?

Exercice 2 : Test sur valeurs appariées

Pour comparer les rendements de deux variétés de blé A et B , on a ensemencé 10 couples de deux parcelles voisines, l'une en variété A , l'autre en variété B , les 10 couples étant répartis dans des localités différentes. On a obtenu les résultats suivants :

couple n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
récolte A	45	32	56	49	45	38	47	51	42	38
récolte B	47	34	52	51	48	44	45	56	46	44

1. Que peut-on conclure de ces résultats ?

Exercice 3 : Test de comparaison de 2 populations

Deux chaînes de fabrication produisent des transistors. Des relevés effectués pendant 10 jours ont donné les résultats suivants :

— ligne 1 : $\bar{x} = 2800$ et $\sum (x - \bar{x})^2 = 103600$

— ligne 2 : $\bar{y} = 2680$ et $\sum (y - \bar{y})^2 = 76400$

On admettra que les variances σ_x^2 et σ_y^2 sont inconnues mais égales.

1. Peut-on conclure, au risque 5%, à une différence entre les productions moyennes des deux lignes ?
2. Quel est l'intervalle de confiance à 95% de la différence ?

Exercice 4 : Test sur des variances

Il y a des raisons de penser que l'épaisseur de la cire dont sont enduits des sacs en papier est plus irrégulière à l'extérieur qu'à l'intérieur. Pour le vérifier 75 mesures de l'épaisseur ont été faites et ont donné les résultats suivants :

— surface intérieure : $\sum x = 71,25$ et $\sum x^2 = 91$

— surface extérieure : $\sum y = 48,75$ et $\sum y^2 = 84$.

1. Faire un test pour déterminer, au risque 5%, si la variabilité de l'épaisseur de la cire est plus grande à l'extérieur qu'à l'intérieur des sacs.
2. Revenant à la loi de F, calculer l'intervalle de confiance à 95% du rapport des variances.

Exercice 5 : Test d'ajustement à une loi uniforme discrète

Dans une étude portant sur l'orientation spatiale chez les souris, les animaux de l'expérience ont été placés un par un au centre d'un labyrinthe radiaire comportant 8 allées orientées dans les huit directions de la rose des vents. Chaque animal s'est échappé par l'une de ces allées. Les expériences ont porté sur des souris sauvages récemment capturées en un lieu situé au nord-est du laboratoire. Les répartitions des directions de fuite sont données dans le tableau ci-dessous.

Directions	N	NO	O	SO	S	SE	E	NE
Nombre de souris	26	17	9	2	3	16	33	54

1. Au seuil de 5%, est-ce que le choix de la direction de fuite se fait au hasard ?

Exercice 6 : Test d'ajustement à une loi de Poisson

Soit la variable aléatoire X correspondant au nombre annuel de tués lors de l'absorption d'un médicament destiné aux nouveaux nés. 200 observations faites sur plusieurs années dans différents hopitaux ont donné le tableau suivant.

Nombre de tués x_i	0	1	2	3	4
Effectifs observés n_i	109	65	22	3	1

On souhaite tester pour X l'hypothèse d'une loi de Poisson de paramètre λ .

1. Montrer que l'estimation du paramètre λ est égale à 0,61.
2. Que peut-on conclure sur l'hypothèse au risque 5% ? (remarque : les effectifs des 3 classes les moins élevés seront rassemblés pour que l'effectif résultant soit supérieur à 5).

Exercice 7 : Test d'ajustement à une loi normale

Un correcteur rend ses 100 copies au secrétariat d'un concours. Par souci d'équité, la consigne est de noter les copies de manière telle que la distribution des notes soit normale avec une moyenne de 10 et un écart-type de 4. Le secrétariat a établi la distribution suivante :

Notes	moins de 4	de 4 à 8	de 8 à 12	de 12 à 16	plus de 16
Effectifs	8	25	45	10	12

1. Montrer si la distribution observée est cohérente avec celle visée ($\mu = 10$ et $\sigma = 4$). Pour cela, justifier que le nombre de degrés de liberté est égal à 4.

Exercice 8 : Test d'indépendance entre 2 variables

On étudie l'action d'un insecticide sur une culture. On considère deux parcelles : une est non traitée et sert de témoin, alors que l'autre est soumise à un traitement par l'insecticide. Pour chaque parcelle, on recense le nombre de pieds indemnes, le nombre de pieds malades mais vivants et le nombre de pieds morts.

	témoin	traitée
Malades	516	71
Morts	481	82
Indemnes	437	103

1. Que peut-on conclure sur l'efficacité de l'insecticide ?

Exercice 9 : Test d'indépendance entre 2 variables

Pour tester l'efficacité d'un médicament en injection intraveineuse directe, on forme deux groupes de cent malades. Au premier (le groupe A), on injecte du sérum physiologique, et au second (le groupe B), le médicament en question. Les résultats sont les suivants :

	guéris	non-guéris
Groupe A	75	25
Groupe B	65	35

1. Testez au seuil de risque de 5% si la guérison dépend ou non de la prise du médicament.

Exercice 10 : Analyse de la variance à 1 facteur

Un laboratoire utilise 4 thermomètres de façon interchangeable pour faire des mesures de température. Pour étudier si les résultats diffèrent suivant les thermomètres, ces derniers ont été placés dans un récipient maintenu à température constante. Trois lectures ont été faites avec chaque thermomètre. Les résultats en degrés centigrades ont été les suivants :

Thermo 1	Thermo 2	Thermo 3	Thermo 4
0,9	0,3	-0,6	0
1,2	-0,2	-1,0	0,4
0,8	0,1	-0,7	0,5

On donne également :

$$\sum_{i,j} y_{ij} = 1,7 \quad \sum_{i,j} y_{ij}^2 = 5,29 \quad 3 \sum_i \bar{y}_i^2 = 4,85.$$

1. Peut-on conclure à une influence du thermomètre sur les mesures ?

Exercice 11 : Analyse de la variance à 2 facteurs

On réalise une expérience visant à étudier la déformation de plaques de cuivre en fonction de la teneur en cuivre et de la température de ces plaques. La variable étudiée est une mesure de la déformation. On obtient alors le tableau suivant :

	teneur en cuivre (%)			
température (C)	40	60	80	100
50	17	19	23	29
75	12	15	18	27
100	14	19	22	30
125	17	20	22	30

1. Posez toutes les hypothèses nécessaires à l'analyse
2. Analysez l'influence des facteurs