



| | |
|-----------|---|
| Filières: | Développement des Systèmes d'Information/Systèmes et Réseaux informatiques/Multimédia et Conception Web |
| Épreuve: | MATHEMATIQUES |

| | |
|---------------|----------|
| Durée : | 2 Heures |
| Coefficient : | 15 |

4 points

Exercice 1 :

Soit I l'intégrale généralisée définie par : $I = \int_1^{+\infty} \frac{2}{t(t+2)} dt$

1

1. a- Donner la nature de l'intégrale généralisée $\int_1^{+\infty} \frac{2}{t^2} dt$.

b- Montrer que $\frac{2}{t(t+2)} \sim_{+\infty} \frac{2}{t^2}$, et en déduire que I est convergente.

1

2. Vérifier que $\forall t \geq 1, \frac{2}{t(t+2)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+2}$.

3. On pose : $I(x) = \int_1^x \frac{2}{t(t+2)} dt$ pour tout $x \geq 1$.

1

a- Montrer que $I(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) + \ln(3)$.

1

b- En déduire la valeur de l'intégrale généralisée I .

6 points

Exercice 2 :

Déterminer la nature des séries numériques suivantes :

1

1. $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{3^n}$

1

2. $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$

2

3. $\sum_{n \geq 0} \frac{2^n}{n!}$ (On pourra utiliser le critère de D'Alembert)

2

4. $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n+1}$

6 points

Exercice 3 :

Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^2 dont la matrice dans la base canonique $B_c = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

1 1. Montrer que le polynôme caractéristique de la matrice A est : $P_A(\lambda) = \lambda^2 - \lambda - 6$ et en déduire les valeurs propres de la matrice A .

1 2. On considère les vecteurs $\vec{u} = (1, -2)$ et $\vec{v} = (2, 1)$ de l'espace vectoriel \mathbb{R}^2

a- Montrer que $B = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de \mathbb{R}^2

b- Donner P la matrice de passage de B_c à B .

3. Soient les matrices P et D telles que : $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

1 a- Calculer $\det(P)$ puis déterminer P^{-1} .

1 b- Vérifier que $P D P^{-1} = A$.

1 4. a- Montrer que $A^n = P D^n P^{-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1 b- Calculer A^n en fonction de n .

4 points

Exercice 4 :

On fait une étude statistique sur 6 sites de commerce électronique ayant pour but de sonder, sur une semaine, le nombre de visiteurs de chaque site et le nombre des commandes correspondant. On obtient le tableau suivant :

| | | | | | | |
|--------------------------------|----|----|----|----|----|----|
| le nombre de visiteurs : x_i | 10 | 11 | 12 | 15 | 16 | 20 |
| le nombre de commandes : y_i | 5 | 6 | 6 | 10 | 12 | 15 |

1 1. Déterminer le point moyen $G(\bar{x}, \bar{y})$ de cette série statistique.

1 2. a- Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique.

b- Peut-on envisager une relation linéaire entre les deux variables X et Y .

1 3. Montrer que l'équation de la droite de régression linéaire de Y en X est

$$y = 1,06x - 5,8$$

1 4. Estimer le nombre de commandes, si le nombre de visiteurs d'un site est 30.

NB : - Tous les résultats doivent être justifier.

- Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

Fin de l'épreuve.