



به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مخابرات 2

استاد: دکتر ربیعی

پروژه شماره 1

محمدحیدری

810197494

اردیبهشت ماه 1400

Q9) Entropy.m

در قسمت اول این پروژه ما به دنبال محاسبه ی $G(K)$ ها خواهیم بود و آن را در قالب تابعی که ورودی های آن $(transition_matrix, k)$ میباشند خواهیم نوشت.

Subject: _____
Date: _____

$$H(X_1, \dots, X_K) = \underbrace{H(S_0)}_{\text{مقدار ثابت}} + K \underbrace{H(S_1|S_0)}_{\text{مقدار ثابت}} - \underbrace{H(S_0|X_1, \dots, X_K)}_{\text{مقدار ثابت}}$$

$$H(S_0|X_1, \dots, X_K) \leq H(S_0) \leq \log n$$

$$H(X) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{H(S_0) + K H(S_1|S_0) - H(S_0|X_1, \dots, X_K)}{K} = H(S_1|S_0)$$

$$H(S_1|S_0) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\log(P_r\{S_1=j|S_0=i\}) \right] \times P_r\{S_0=i, S_1=j\}$$

$$P_r\{S_0=i, S_1=j\} = \underbrace{P_r\{S_1=j|S_0=i\}}_{P_{ij}} \times \underbrace{P_r\{S_0=i\}}_{P_i}$$

$$H(X) = H(S_1|S_0) = + \sum_{i=1}^n P_i \left[- \sum_{j=1}^n P_{ij} \log P_{ij} \right] = \sum_{i=1}^n P_i H_i = H(X)$$

$H_i \triangleq$ انتروپی حالت i ام است

مطابق خاصیت مارکوف بودن و ایستادن بودن خواهیم داشت :

$$G(K) = [H(s_0) + K * H(s_1|s_0)] / K$$

توجه شود که در رابطه بالا از مقدار کران دار $-H(s_0|X_1, X_2, \dots, X_K)$ صرف نظر میکنیم تا الگوریتم راحتتری برای پیاده سازی داشته باشیم.

توجه شود که در متلب ما دنبال نشان دادن روندهای تیوری میباشیم و همان طور که در کد نشان داده شده است علی رغم صرف نظر کردن از آن مقدار با دقت خوبی $G(K)$ رانیز بدست خواهیم آورد و همانطور که

در قسمت های بعدی مشاهده خواهیم کرد به ازای k های بزرگ مقدار $G(k)$ به $H(x)$ همگرا خواهد شد که خود صحه ای بر درستی کد میباشد.

توضیحاتی درمورد **implement** کردن **entropy.m** :

```
H_S1=-sum(P.*log2(P));      H(S1)
H_S2_given_S1=-
sum(sum(log2(transition_matrix).*(transition_matrix
.*P)));      H(s1|s0)
G=(H_S1+k*H_S2_given_S1)/k;    G(k)
```

توجه شود که مقدار $H(s1|s0)$ براساس 2 سیگمای موجود در فرمول نوشته شده در جزوه بدست آمده است.

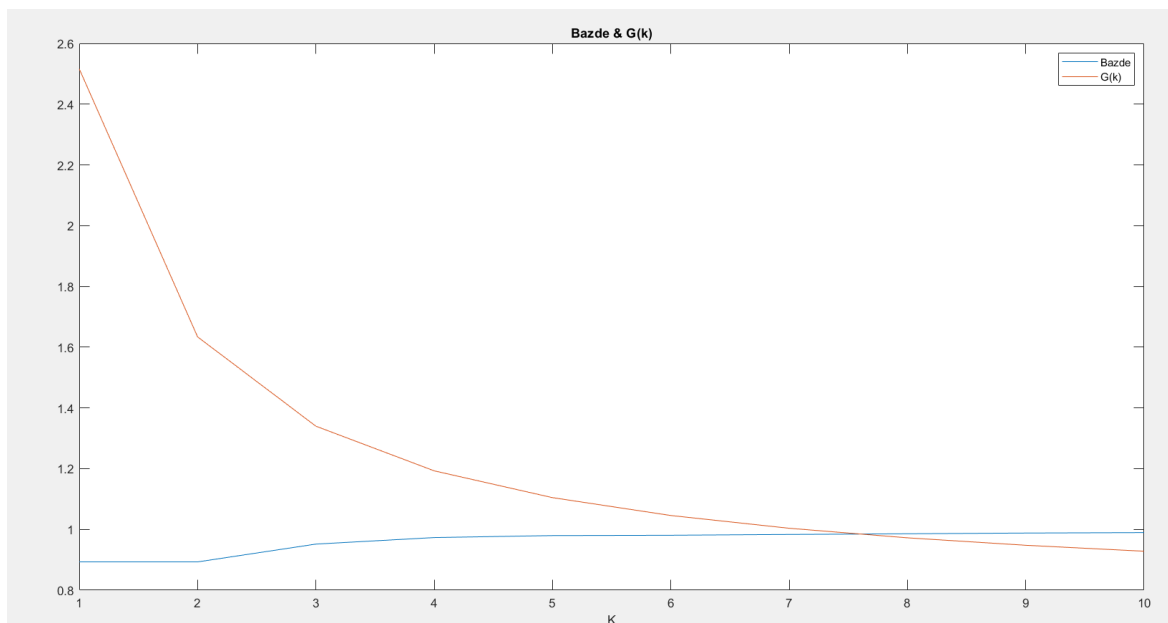
Q10) Average_length.m

در این قسمت تابع **average_length** پیاده سازی شده است. این تابع 2 ورودی $(Chain, K)$ را می پذیرد و طول متوسط را به عنوان آرگمان خروجی بدست میآورد.

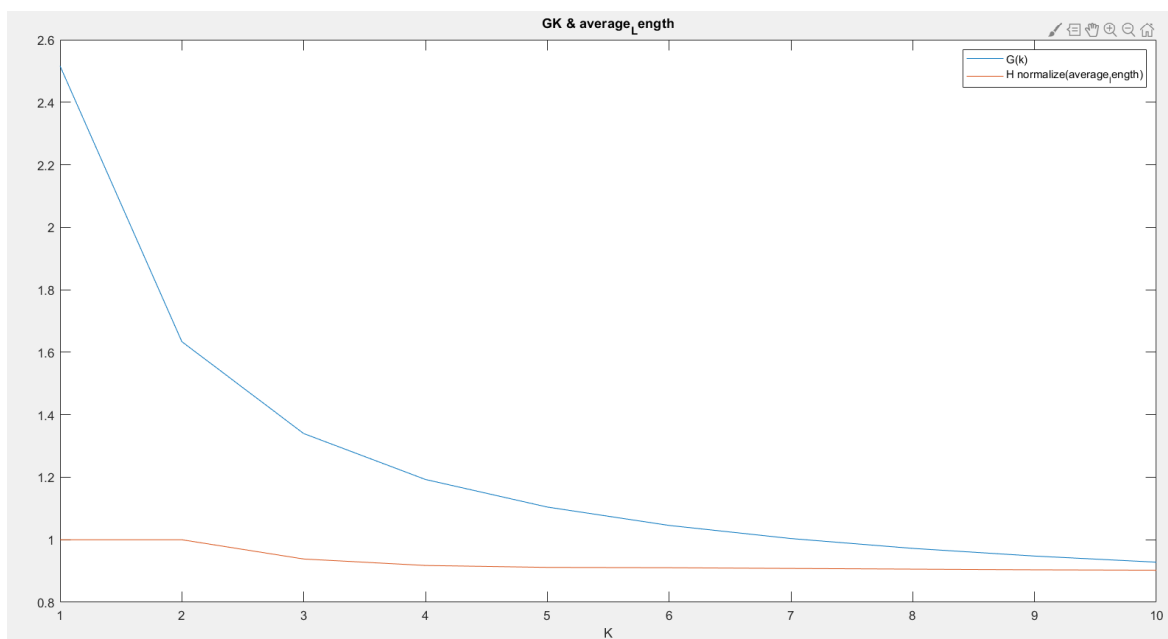
شیوه پیاده سازی بدین صورت است که در ابتدا **chain** ورودی را به صورتی درمی آوریم که طول آن مضربی از k باشد سپس با استفاده از دستور **reshape** این **chain** را به صورت دسته های k تایی در میآوریم و در ادامه با استفاده از دستور **unique** سمپل ها را بدست می آوریم و با استفاده از پیمایش روی این آرایه جدید و پیدا کردن تعداد k تایی های جدید که به عنوان سمپل های ما شناخته خواهند شد و تقسیم آنها بر اندازه **chain** بردار احتمالات بدست می آید و در انتها نیز با استفاده از تابع **huffmandict** مقدار متوسط تابع را بدست می آوریم.

Q11)

در این قسمت در ابتدا از روی زنجیره مارکوف نشان داده شده ماتریس **transition** را بدست می آوریم سپس در قالب یک حلقه **for** با 10 باز فراخوانی تابع **entropy.m** و **average_length.m** مقادیر آنها را در یکسری آرایه ذخیره میکنیم و در انتها نیز به رسم منحنی های خواسته شده میپردازیم.



منحنی توام بازده و $G(k)$ در یک شکل

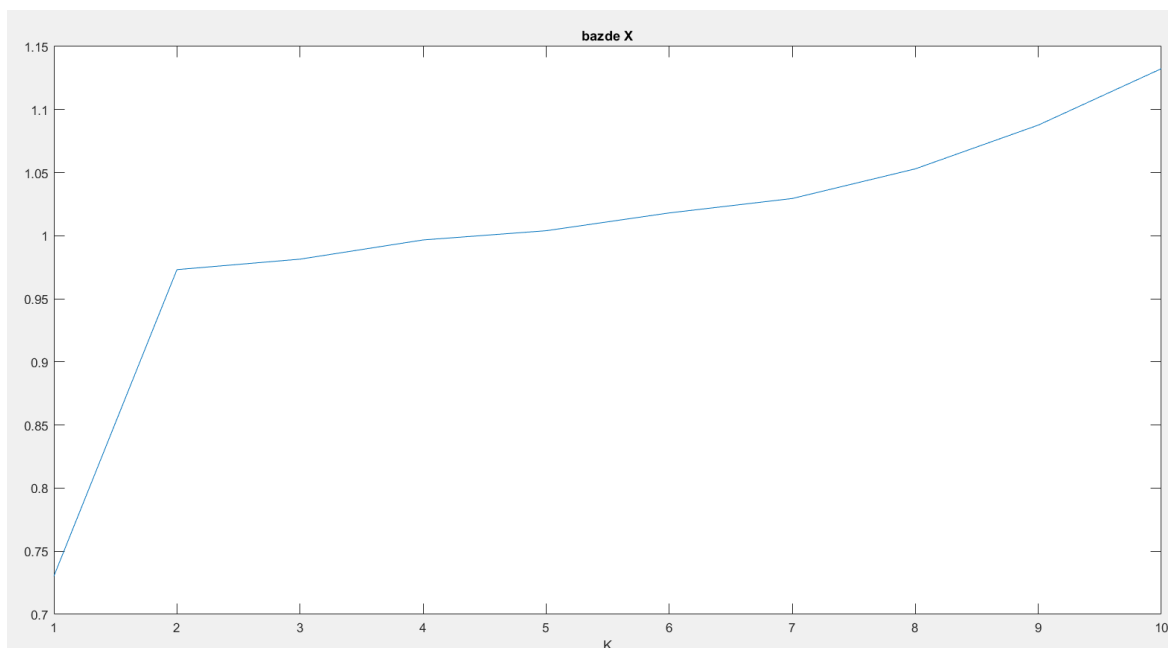


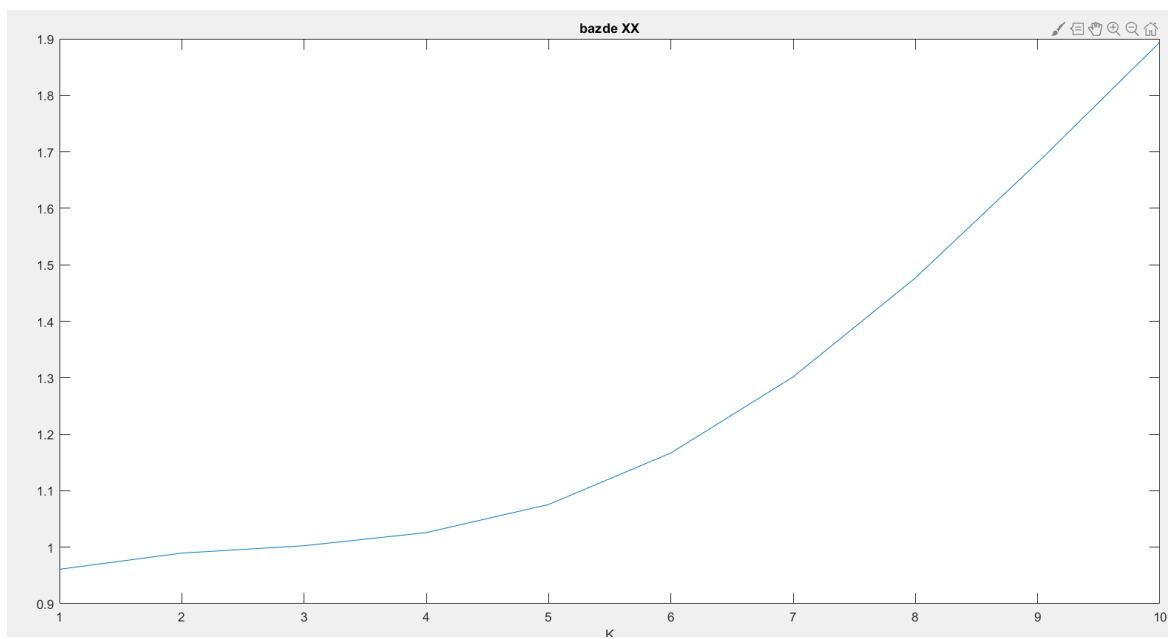
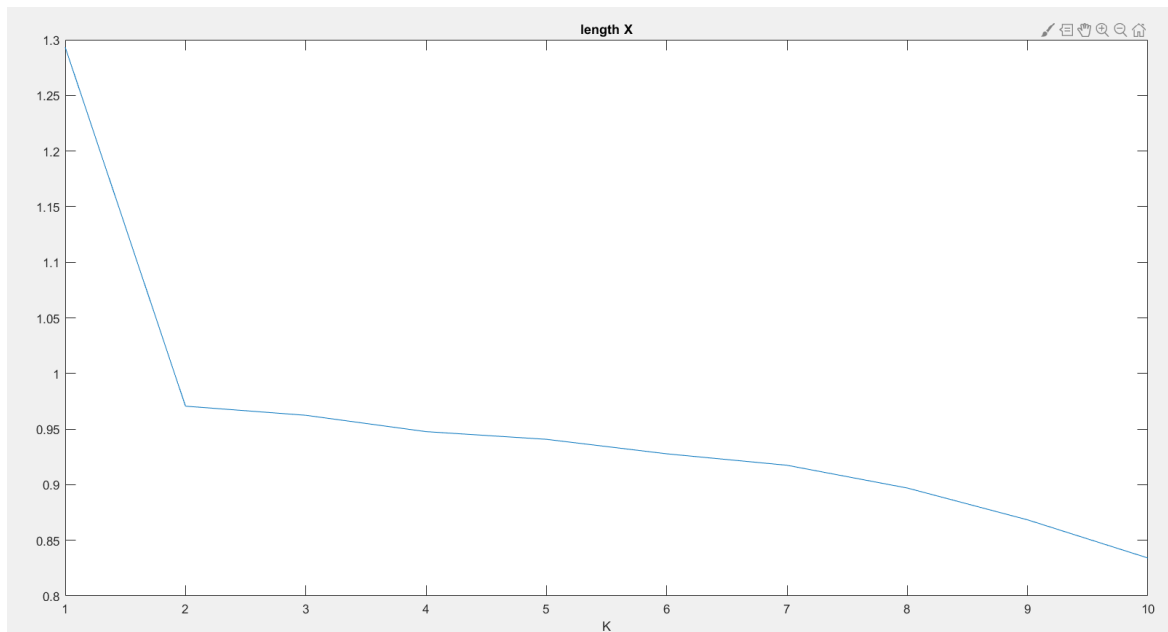
منحنی توام طول متوسط و $G(k)$ در یک شکل

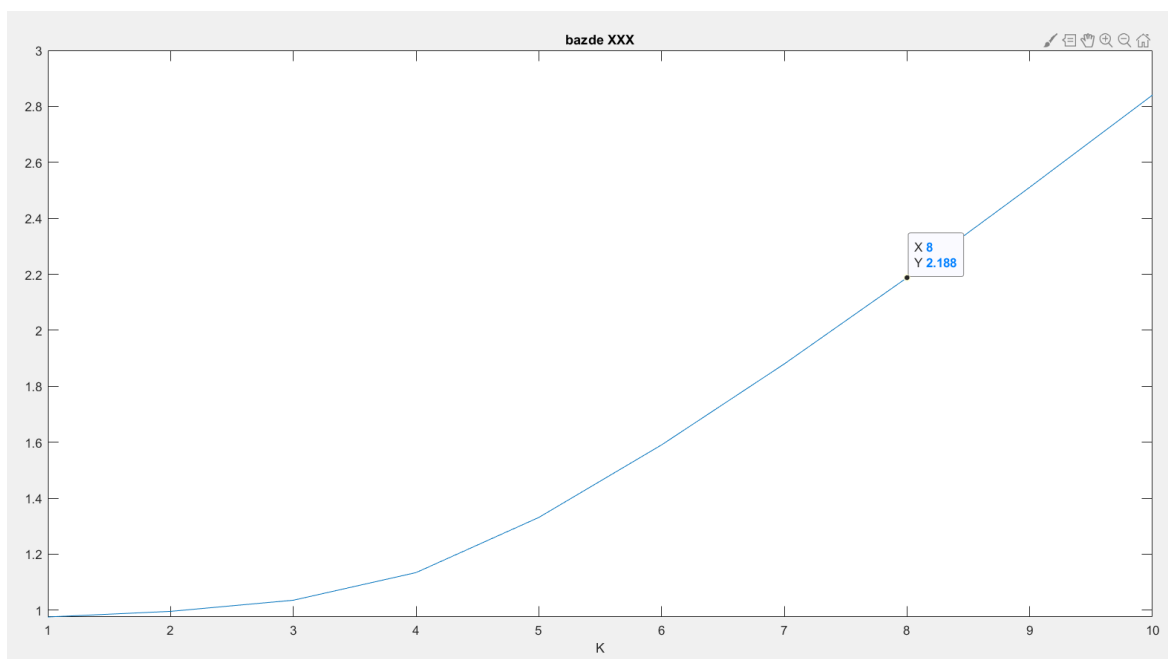
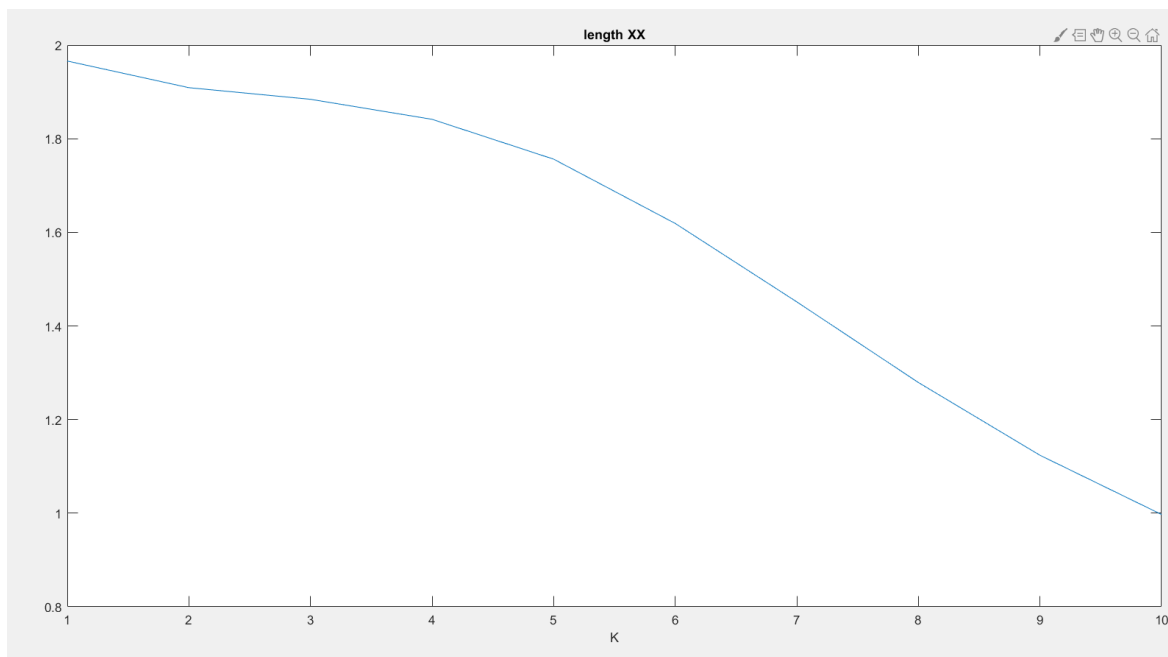
Q12)

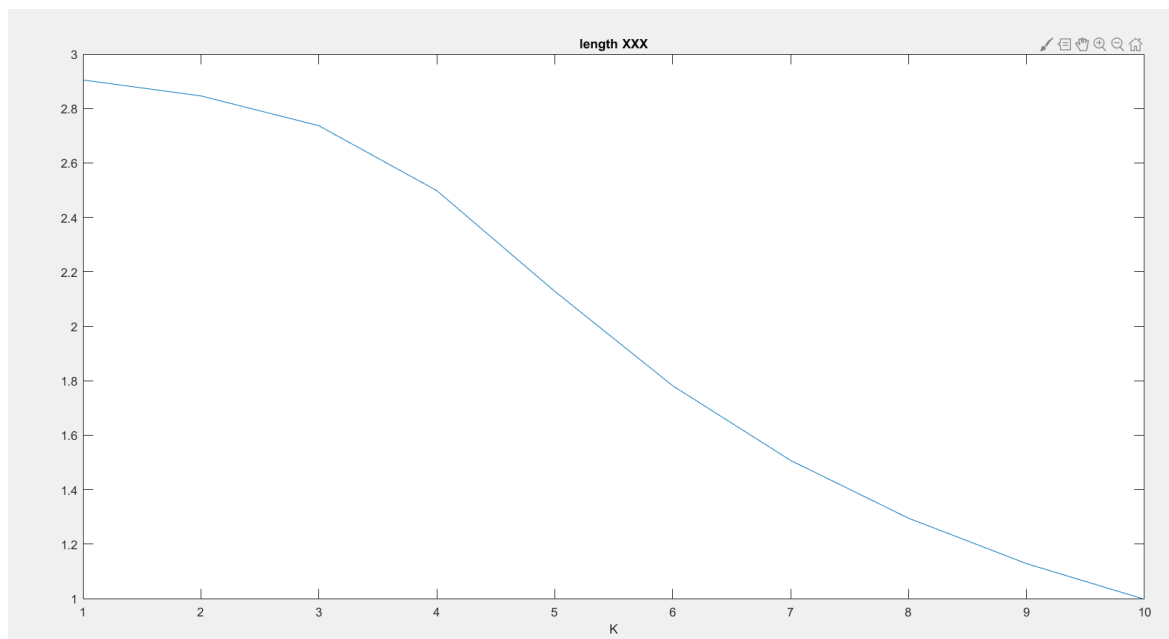
در این قسمت با یک منبع بی حافظه مواجه خواهیم بود پس برای هر 3 منبع مورد بررسی به رابطه ی $H(x_1, x_2, \dots, x_k) = kH(x)$ خواهیم رسید که حاکی از آن است که $G(k) = H(x)$ و در واقع اگر آنتروپی را برای بردار احتمالات داده شده در صورت سوال محاسبه کنیم برابر مقدار G_k ها خواهد بود و در واقع G_k برای تمامی مقادیر K یکسان خواهد بود (این قضیه برای هر سه منبع صادق خواهد بود)

در ادامه برای پیدا کردن طول متوسط توسط هریک از منابع نیز روش زیر را 3 بار تکرار خواهیم کرد. در ابتدا با استفاده از دستور `randsrc()` بردار احتمالات را به `chain` تبدیل کرده ام سپس با استفاده از تابع نوشته شده در سوال 10 مقدار طول متوسط را برای هریک از منابع با استفاده از `for` بدست خواهیم آورد و ترسیم خواهیم کرد.









نتیجه گیری در صفحات بعدی

Q13) Conclusion

همانطور که انتظار داشتیم با افزایش k تا مقدارهای زیاد منحنی $G(k)$ به $H(x)$ همگرا خواهد شد که در شکل های بالا مشخص است.

همانطور که میدانیم طول متوسط نرمالایز شده با افزایش K باید کاهش یابد که همین امر نیز اتفاق می افتد و با افزایش k به مقدار طول کمینه متوسط بهینه نزدیک تر خواهیم شد.

در مورد α یا مقدار بازده نیز همانطور که در درس اثبات شد هر چقدر مقدار k افزایش پیدا کند به مقدار بهینه نزدیک تر خواهیم بود و کد کردن بهتری خواهیم داشت و همانطور که میبینیم مطابق انتظار α افزایش خواهد یافت.

و در مورد مقایسه منابع مختلف در سوال 12 نیز همانطور که میبینیم با گرفتن سمپل های متوالی بیشتر و در واقع k تایی کد کردن مقدار $g(k)$ در هر مرحله ثابت ولی نسبت به حالت قبلی افزایش پیدا میکند که این قضیه نیز مطابق انتظار ما خواهد بود.

همچنین در مورد سوال 12 و طول متوسط مشاهده خواهیم کرد که طول متوسط نرمالایز شده در X^3 نسبت به 2 حالت دیگر کمتر خواهد بود که نشان دهنده ی بهینه تر بودن آن میباشد و برای هر 3 این منابع بی حافله نیز مقدار بازده با افزایش مقدار k افزایش خواهد یافت / در صورت کیفیت پایین اسکرین شات ها به پوشه موجود مراجعه شود.

همچنین در سوال 12 به دلیل حجم محاسبات بالای متلب تعداد سمبل ها 10000 گرفته شده است که ممکن است اندکی در نمودارهای ترسیم شده خطا ایجاد کند.