



پردیس دانشکده‌های فنی

بسمه تعالی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
تمرین‌های درس مخابرات دیجیتال - سری پنجم



دانشگاه تهران

برخی سئوالات این مجموعه با کسب اجازه از جناب آقای دکتر سعید نادر اصفهانی از تمرین‌های درس مخابرات ۲ ایشان انتخاب شده‌اند. بدینوسیله از بذل محبت ایشان صمیمانه قدردانی می‌نمایم.

(۱) یک سیستم مخابراتی دیجیتال باینری در هر  $T$  ثانیه یکی از دو پالس زیر را با احتمال مساوی ارسال می‌کند:

$$s_1(t) = \begin{cases} -A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad s_2(t) = -s_1(t)$$

- الف) اگر کانال AWGN باشد و در خروجی از هیچ فیلتری استفاده نکنیم، حداقل احتمال خطای آشکارسازی را به دست آورید.
- ب) با همان فرض کانال AWGN، اگر در خروجی از آشکارسازی بهینه استفاده شود، پاسخ ضربه فیلتر خروجی باید به چه صورتی باشد؟ احتمال خطای آشکارسازی را نیز در این حالت به دست آورید.
- پ) اگر نویز کانال گوسی ولی رنگی با طیف توان  $G_n(f) = \varepsilon^2 f^2$ ,  $|f| < 1/T$  باشد و از همان فیلتر (ب) قبل برای آشکارسازی استفاده شود، احتمال خطا را بیابید.
- ت) آیا می‌توانید برای بند (پ) فیلتر بهینه و احتمال خطای حاصل از آن را نیز به دست آورید؟

(۲) در یک سیستم باینری، نمونه‌های دریافتی در گیرنده به صورت  $y_1 = s + n_1$  و  $y_2 = s + n_1 + n_2$  هستند که در آن  $s$  سمبل ارسالی است و مقادیر  $A$  و  $-A$  را با احتمال برابر اختیار می‌کند. همچنین  $n_1$  و  $n_2$  نویزهای گوسی مستقل از هم و مستقل از  $s$  با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  هستند.

- الف) قانون تصمیم‌گیری را برای گیرنده‌ی بهینه (MAP) در این سیستم پیدا کنید و احتمال خطای آن را به دست آورید.
- ب) اگر گیرنده تنها قادر به مشاهده‌ی مجموع  $y_1$  و  $y_2$  یعنی  $y = y_1 + y_2$  باشد، قانون تصمیم‌گیری بهینه و احتمال خطای گیرنده را در این حالت نیز بیابید. این گیرنده چند dB افت توان نسبت به گیرنده‌ی بند (الف) دارد؟

$$s(t) = \begin{cases} \frac{At}{T} \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{سیگنال}^*$$

- الف) پاسخ ضربه فیلتر منطبق را برای این سیگنال به دست آورید.
- ب) خروجی این فیلتر را به ورودی  $s(t)$  در لحظه  $t = T$  مشخص کنید.
- پ) فرض کنید سیگنال  $s(t)$  از یک گیرنده همبستگی عبور می‌کند که همبستگی بین ورودی  $s(t)$  و خود  $s(t)$  را محاسبه می‌کند. خروجی این گیرنده را در لحظه  $t = T$  حساب کنید. پاسخ خود را با قسمت قبل مقایسه کنید.

(۴) در یک سیستم OOK با آشکارسازی بهینه، احتمال خطا  $10^{-6}$  است. در اثر بروز فیدینگ افت کانال به میزان 6 dB افزایش می‌یابد، احتمال خطای آشکارسازی را در دو حالت زیر به دست آورید:

الف) گیرنده دارای مداری برای تصحیح اتوماتیک مرز تصمیم‌گیری باشد.

ب) گیرنده مداری برای تصحیح مرز تصمیم‌گیری نداشته باشد.

(۵) فرض کنید دو سیگنال  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  برای ارسال باینری بر روی یک کانال AWGN استفاده می‌شود

$$s_1(t) = \begin{cases} \frac{At}{T}, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad s_2(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

در گیرنده سیگنال‌های  $r_i(t) = s_i(t) + n(t)$ ,  $i = 1, 2$  را دریافت می‌کنیم که در آن  $n(t)$  سفید و گوسی با چگالی طیف توان  $\eta/2$  و مستقل از سیگنال‌ها فرض می‌شود.

(الف) توان سیگنال‌های  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  و همبستگی بین این دو سیگنال را به‌دست آورید.

(ب) پاسخ ضربه‌ی فیلترهای منطبق بر  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  را به‌دست آورده و رسم کنید.

(پ) پاسخ دو فیلتر بند (ب) را به ورودی  $s_2(t)$  به‌دست آورده و رسم کنید.

(ت) حال اگر در گیرنده به جای فیلترهای بند (ب)، از گیرنده‌ی همبستگی (ضرب‌کننده به همراه انتگرال‌گیر) استفاده شود، خروجی دو گیرنده‌ی همبستگی را به ورودی  $s_2(t)$  به‌صورت تابعی از زمان در بازه‌ی  $0 \leq t \leq T$  رسم کنید.

(د) شکل‌های به‌دست آمده در بندهای (پ) و (ت) را مقایسه کنید. آیا این شکل‌ها مشابهند؟ چرا؟

(۶) در یک سیستم PSK باینری با آشکارسازی همدوس، احتمال ارسال صفر برابر  $p$  و در گیرنده  $\frac{E_b}{\eta} = 4$  است.

(الف) سطح آستانه تصمیم‌گیری بهینه را برای  $p = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  به‌دست آورید. احتمال خطای آشکارسازی را در هر حالت محاسبه کرده و نتایج حاصل را با هم مقایسه کنید.

(ب) فرض کنید در اثر بروز اشکال در گیرنده آستانه تصمیم‌گیری روی صفر ثابت مانده باشد (یعنی با تغییر مقدار  $p$  آستانه‌ی تصمیم‌گیری مقدار ثابت صفر را داشته باشد). احتمال خطای آشکارسازی را در این حالت برای  $p = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  به‌دست آورده و نتایج حاصل را با نتایج بند (الف) مقایسه کنید.

(۷) در یک سیستم PSK باینری همدوس با آشکارسازی بهینه، حامل گیرنده به دلیل سنکرون‌سازی ضعیف دارای خطای فاز  $\theta$  است.

به عبارت دیگر، برای آشکارسازی سیگنال‌های ارسالی که به فرم  $s_1(t) = -A \cos(\omega_c t)$  و  $s_2(t) = A \cos(\omega_c t)$  با هم احتمال هستند، در گیرنده از  $x_1(t) = -A \cos(\omega_c t + \theta)$  و  $x_2(t) = A \cos(\omega_c t + \theta)$  استفاده می‌شود. همچنین نویز کانال را سفید و گوسی با چگالی طیف توان  $\eta/2$  و مستقل از سیگنال‌ها در نظر بگیرید.

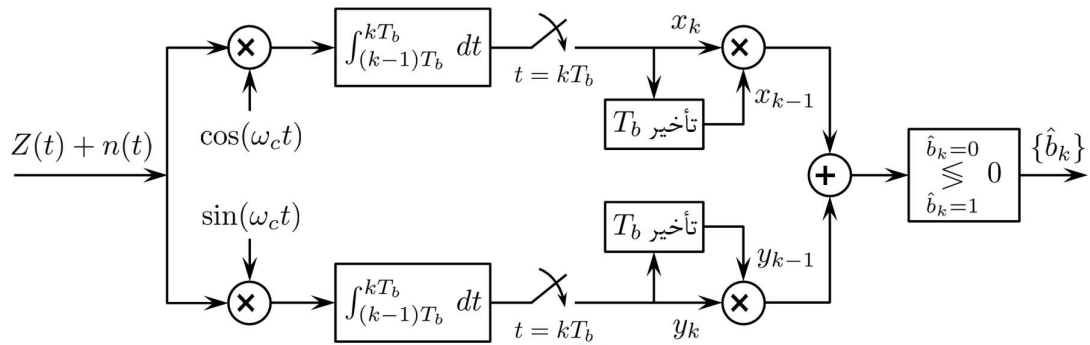
(الف) احتمال خطا را بر حسب  $E_b$ ,  $\eta$  و  $\theta$  محاسبه کنید.

(ب) اگر در حالت هم‌زمانی دقیق (یعنی زمانی که  $\theta = 0$  است) احتمال خطا برابر  $10^{-5}$  باشد، چه مقدار خطای فاز این احتمال را به  $10^{-4}$  می‌رساند؟

(پ) فرض کنید برای مقابله با تاثیر مخرب  $\theta$  به جای BPSK همدوس از مدولاسیون DPSK باینری استفاده کنیم. با فرض اینکه  $\frac{E_b}{\eta} \leq 10$  dB باشد، بیشترین مقدار  $\theta$  را بیابید که به ازای آن، PSK همدوس همچنان از DPSK بهتر کار می‌کند (احتمال خطای کمتری دارد).

(۸) \* در یک سیستم DPSK باینری،  $Z(t) = A_k \cos(\omega_c t + \theta)$  است که در آن  $\theta$  یک فاز ناشناخته و  $n(t)$  نویز سفید گوسی

با طیف توان  $\eta/2$  است. همچنین  $\omega_c$  مضرب صحیحی از  $1/T_b$  فرض می‌شود. همان‌طور که در درس گفته شد ساختار گیرنده‌ی بهینه مطابق شکل زیر است:



با تعریف متغیرهای تصادفی مناسب، احتمال خطای گیرنده فوق را محاسبه کنید و آن را با سیستمی که در آن  $\theta = 0$  است مقایسه کنید.

راهنمایی: مطالعه‌ی فصل 8.3.1 از کتاب زیر توصیه می‌شود:

R. D. Ziemer and W. H. Tranter, *Principles of Communications, Systems, Modulation and Noise*, 6<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons, 2009.