

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

سیگنال‌ها و سیستم‌ها

استاد: دکتر ربیعی

## تمرین کامپیوتری شماره 2

نام و نام خانوادگی: محمد حیدری

شماره دانشجویی: 810197494

فرودین 1399

## چکیده:

هدف از این تمرین آشنایی با تبدیل فوریه و طیف سیگنال ها و پاسخ سیستم های خطی و خواص آنها، در متلب می باشد. همان طور که میدانیم تبدیل فوریه سیگنال ها عددی مختلط می باشد که بهتر است برای نمایش آن فاز و دامنه را به صورت جدا ترسیم کنیم. در بخش اول این تمرین ابتدا با تابع  $\text{fft}$  در متلب آشنا میشویم و یکسری اصلاحات را که شامل شیفت ناخواسته و ضرابی در دامنه خروجی میباشد را اعمال میکنیم و در نهایت به اصلاح محور فرکانس میپردازیم. نتیجه این قسمت با حدس اولیه مشابه است و با نمودار حاصل از حل دستی تطابق دارد. در ادامه این بخش خاصیت دوگانی و مدولاسیون و مقیاس در تبدیل فوریه مورد بررسی قرار میگیرند. که با نتایج تئوری مطابقت دارد و در ادامه کار بررسی میشود. و در نهایت این بخش نیز به کاربرد تبدیل فوریه در محاسبه پاسخ سیستم های خطی اشاره میشود که هم با استفاده از کانوالوشن و هم تبدیل وارون فوریه به نتایج مشابهی میرسیم. در بخش دوم نیز به بررسی و پردازش سیگنال های موجود در بدن و قلب موجودات زنده میپردازیم و هدف از این بخش استفاده از تبدیل فوریه و بکارگیری فیلترها برای حذف نویزهای موجود میباشد. که پس از حذف نویزهای فرکانس بالا و پایین و نویزهای میانی سیگنال آماده پردازش های مفید نظیر بدست آوردن تابع خودهمبستگی و استفاده از آن برای کاربردهایی نظیر تعیین ضربان قلب و امثال آن میباشد.

## بخش 1

### 1.1 رسم و اصلاح طیف سیگنال

در این قسمت با استفاده از تابع `fft` متلب که یک الگوریتم عددی سریع را برای محاسبه تبدیل فوریه پیاده سازی میکند استفاده میکنیم و به محاسبه تبدیل فوریه توابع میپردازیم. کارکرد این تابع به این صورت است که یک آرایه از ورودی میگیرد و تبدیل فوریه آن را به صورت آرایه ای مختلط به ما میدهد.

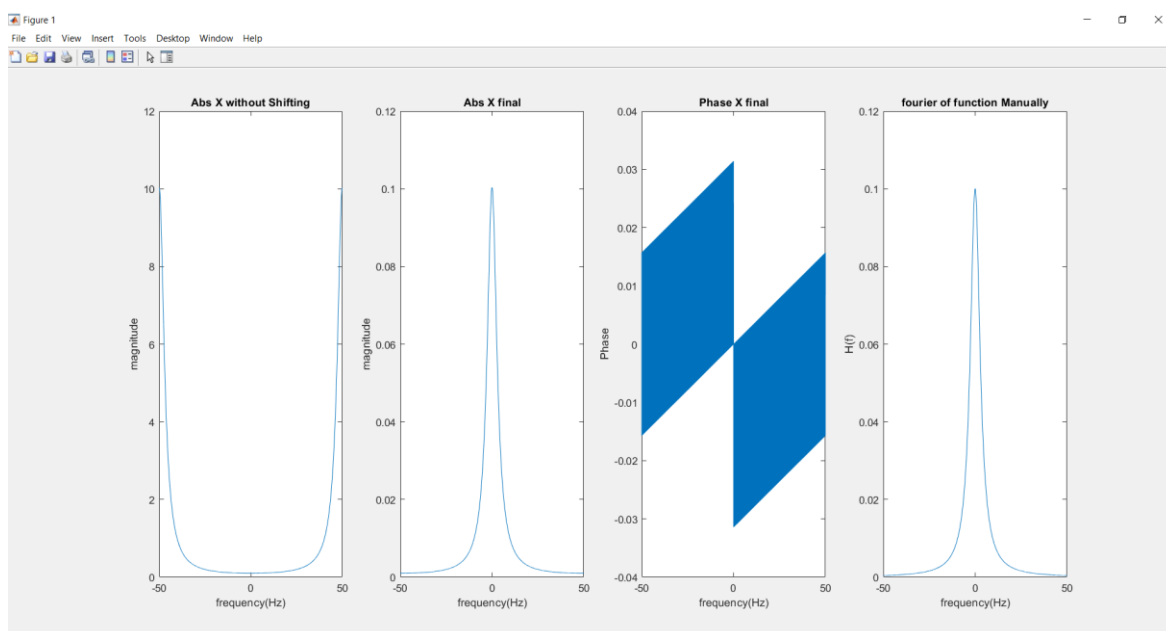


Figure 1

Figure 1 خروجی مربوط به سوال یک را به ما نشان میدهد. همانطور که میدانیم تابع `fft` کران های انتگرال را به صورت default 0 تا  $2\pi$  در نظر میگیرد که باعث میشود نمودار خروجی شباهتی به تبدیل فوریه نداشته باشد برای رفع آن از تابع `fftshift` استفاده میکنیم.

یکی دیگر از اعمال ناخواسته این تابع این است که طبق الگوریتم از پیش تعیین شده ضرب  $1/T_s$  را در Data ضرب میکند و باعث میشود که دامنه خروجی نادرست نمایش داده شود برای رفع این مشکل کافی است که یک ضرب  $T_s$  را در تابع `fftshift` نهایی ضرب کنیم که با توجه به  $F_s=100$  داریم  $T_s=0.01$ .

مشکل دیگر تابع fft این است که محور فرکانسی را به صورت درست نمایش نمی دهد. برای رفع این مشکل کافی است که  $df$  تعریف کنیم که مقادیر متناظر با هر Phase یا Magnitude را به صورت صحیح به فرکانس متناظر مربوط سازد. برای ساخت آرایه  $f$  مقدار  $t$  را به  $step=0.01$  جلو میبریم و  $df=Fs/N$  را تعریف میکنیم که گام جلورفتن  $f$  میباشد با این تغییرات هر نقطه به مقدار فرکانس متناظر با خود مربوط میشود. لازم به ذکر است که  $N$  در رابطه بالا طول آرایه  $t$  میباشد.

$$-30 < t < 30 \quad Step = 1/Fs = 0.01, \quad -fs/2 < f < fs/2 \quad Step = df = Fs/N, \quad N = \text{Length}(t)$$

با محاسبه تبدیل فوریه تابع مذکور به صورت دستی و ترسیم آن به نتیجه مشابه میرسیم که در نمودار مشخص شده است.

$$X(f) = \frac{40}{400 + 4\pi^2 f^2}$$

نتیجه گیری: نمودار حاصل از حل دستی با نمودار تابع fft یکسان شد.

## 1.2) خواص تبدیل فوریه سیگنال

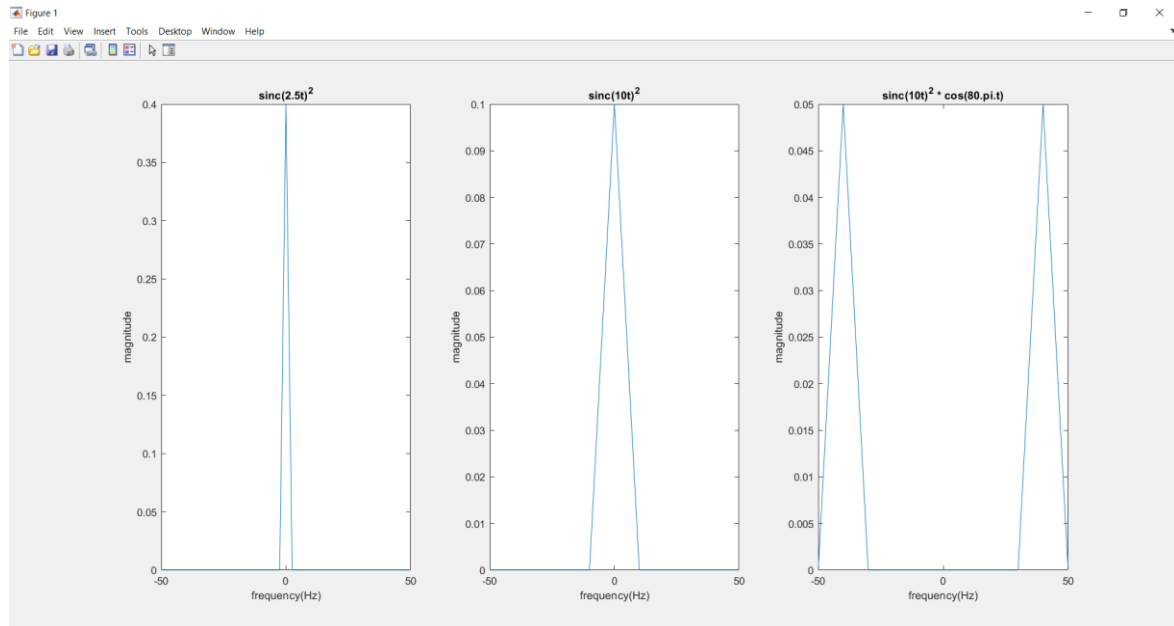


Figure 2

در این قسمت ما صرفاً از بخش قبلی استفاده میکنیم و نتایج رو توجیه میکنیم. باین منظور تابعی با عنوان Myfft تعریف شده که  $f$  و  $\text{fourier}$  را برمیگرداند و در کد این قسمت استفاده شده است.

1.2.1) در Figure 2 اولین نمودار از چپ به این قسمت تعلق دارد. که طبق ضابطه زیر یک تابع مثلثی با ماکزیمم اندازه 0.4 میباشد.

$$x(t) = \text{sinc}^2(Bt) \Rightarrow X(f) = \frac{1}{|B|} \text{Tri}\left(\frac{f}{|B|}\right)$$

1.2.2) در Figure 2 نمودار وسط به این قسمت تعلق دارد که استدلالی مشابه بالا دارد. و یک مثلثی با ماکزیمم اندازه 0.1 میباشد. و خاصیت مقیاس را به خوبی به رخ میکشد.

$$x\left(\frac{t}{a}\right) \xrightarrow{f} |a| X(af)$$

1.2.3) در Figure2 نمودار آخر مربوط به این بخش است که به خوبی خاصیت مدولاسیون را نمایش میدهد.

$$x_4(t) = x_3(t) \times \left( \frac{e^{-i40\omega t} + e^{i40\omega t}}{2} \right) \xrightarrow{\text{yields}}$$

$$\frac{\delta(f - 40) + \delta(f + 40)}{2} * X_3(f)$$

با استفاده از رابطه بالا و کانوالو ضربه در  $X_3(f)$  نتیجه مشاهده شده کاملاً منطقی است و باعث ایجاد 2 تابع مثلثی با برد  $0.5 * 0.1 = 0.05$  میشود و همچنین بدلیل کانوالو ضربه باعث shift 40 تایی به طرفین میشود.

### 1.3 کاربرد تبدیل فوریه در سیستم های LIT

1.3.1 در این قسمت پاسخ سیستم با استفاده از conv متلب بدست آمده و plot شده است.

1.3.2 در این قسمت نیز پاسخ سیستم با استفاده از تبدیل فوریه وارون محاسبه شده است.

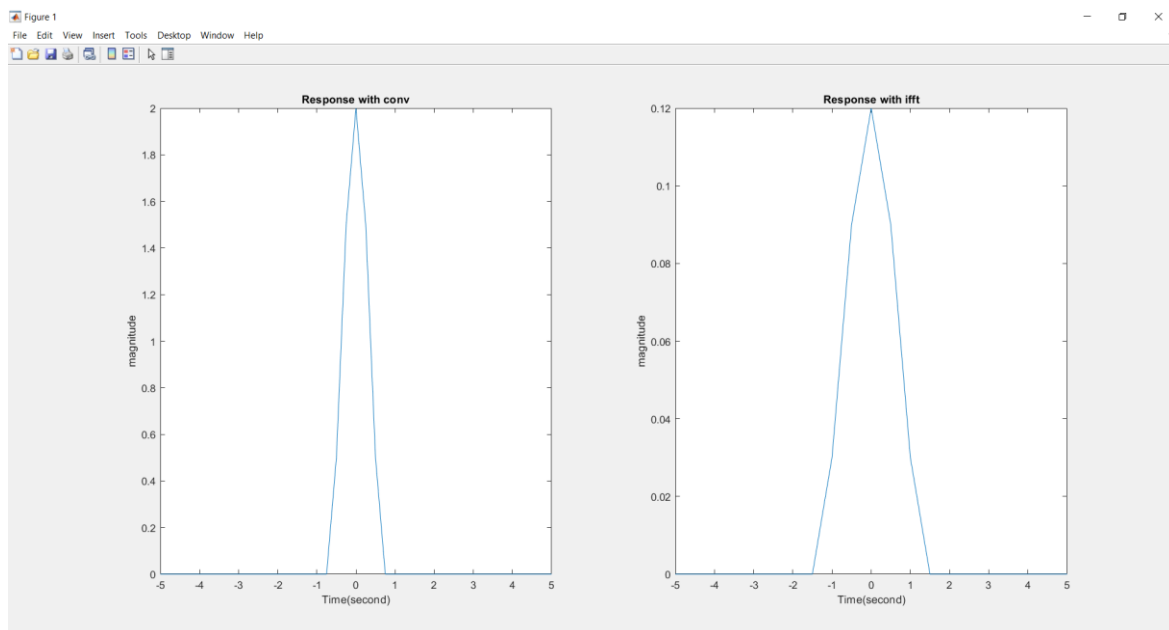


Figure 3

نتیجه گیری: همانطور که در Figure3 مشاهده میشود نتایج حاصل در هر 2 قسمت مشابه میباشند.

## 2.1) رسم طیف

در این قسمت ابتدا با استفاده از دستور **Load** دیتا را در متلب میخوانیم و سپس بازه 5 ثانیه ای دلخواهی از آن را برای پردازش انتخاب میکنیم.

1) در این قسمت نیز سیگنال دیجیتال خود را با اسکیل زمانی مناسب **Plot** میکنیم. و با استفاده از دستور **Findpeak** و **period** دوره تناوب آن را مییابیم و محاسبه میکنیم که چند دوره تناوب در این قسمت قرار میگیرد.

$$T=0.08, \quad \text{Length Time} = 5s, \quad N = 5/0.08=62.5$$

2) در این قسمت نیز با توجه به فرکانس **Fs** طیف سیگنال را با دستور **fft** رسم کرده ام.

با توجه به بازه 5 ثانیه ای و فرکانس اولیه در این قسمت ما با 2500 نقطه سروکار داریم.

$$N=500*5=2500$$

پس با این اطلاعات از محور فرکانسی به محاسبه فرکانس برق شهر میپردازیم.

با توجه به Figure 4 به محاسبه فرکانس نویز برق شهر میپردازیم.

$$\text{First dot after Max} = 1500, \quad N/2=2500/2=1250$$

$$\text{Power\_Line} = (1500-1250) / N = 250/2500 * fs = 0.1 * 500 = 50 \text{ Hz}$$



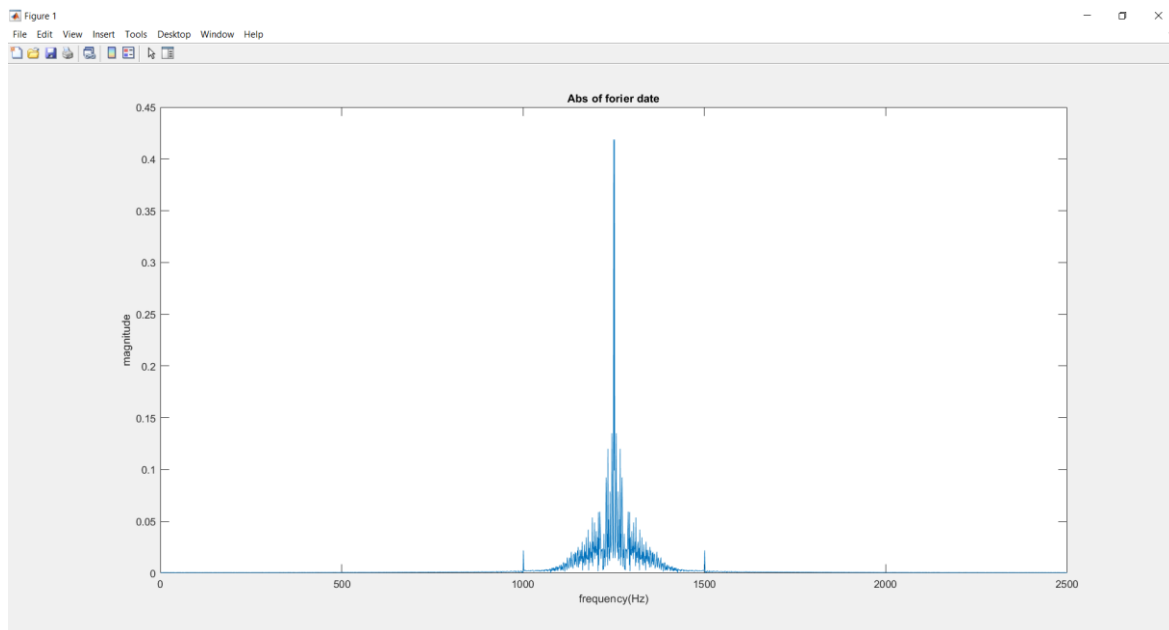


Figure 4

در آخر نیز به نمایش Output ها میپردازیم.

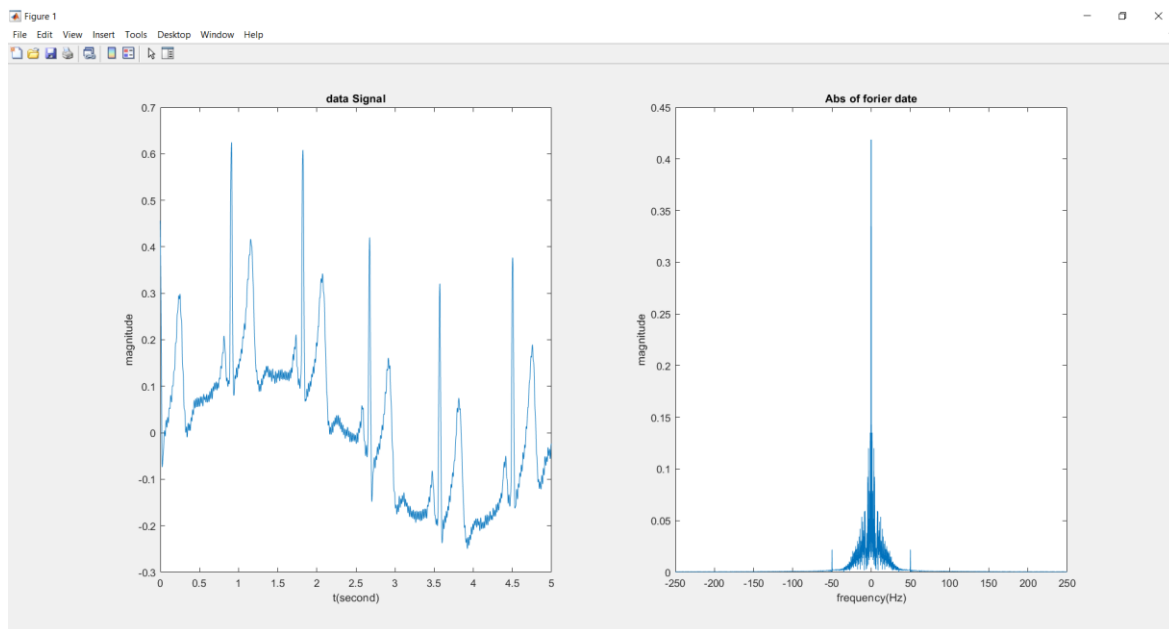


Figure 5

## 2.2 حذف نویز فرکانس پایین

فیلتر بالاگذر فیلتری است که فرکانس های بالاتر از حد خاصی را عبور میدهد و فرکانس های پایین تر از آن را نیز تضعیف میکند. در این سوال نیز با یک فیلتر بالاگذر سروکار داریم که قرار است این نویز فرکانس را از بین ببرد.

طبق طیف مشاهده شده در Figure 5 این نویز به صورت تقریبی در بازه فرکانسی  $-9 < f < 9$  Hz قرار دارد.

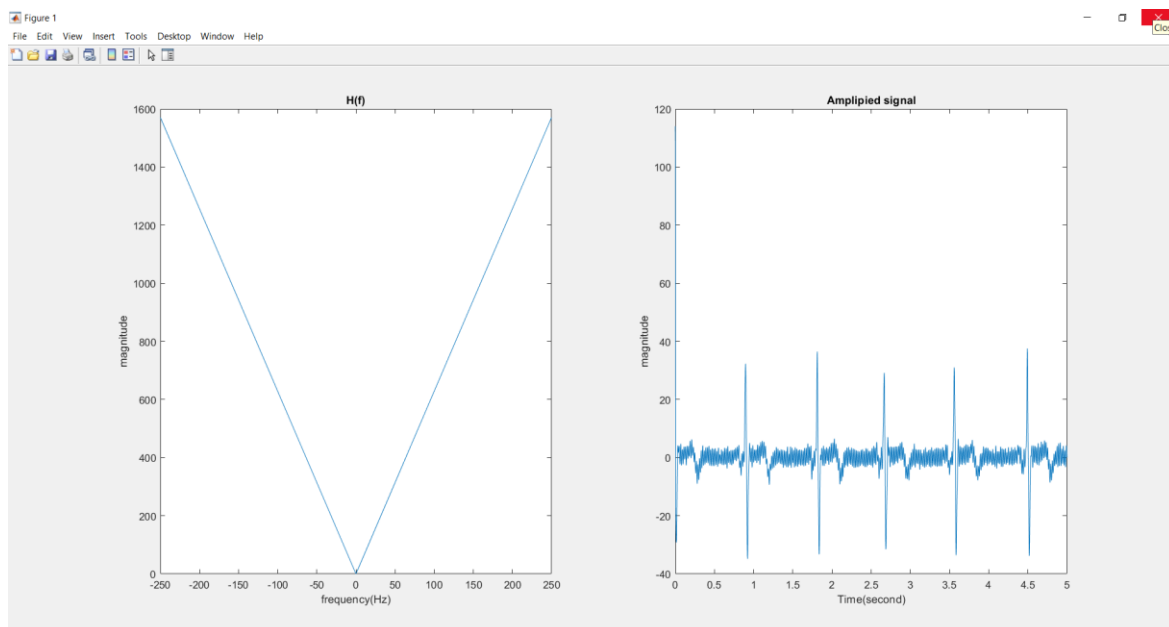


Figure 6

همانطور که در نمودار بالا دیده میشود ما میتوانیم به صورت شهودی با توجه به منحنی  $H(f)$  فیلتر داده شده که همان مشتق گیر است به بالاگذر بودن فیلتر مذکور پی ببریم. میدانیم که فرکانس های اطراف صفر فرکانس های پایین هستند که به وضوح این فیلتر آنها را تضعیف میکند.

در نمودار سمت راست نیز پس از عبور دادن از فیلتر بالاگذر سیگنال حوزه زمان دوباره رسم شده و مشاهده میشود اندکی smooth تر شده و نویزهای فرکانس پایین آن حذف شده اند.

### 2.3 حذف نویز فرکانس بالا

در این سوال با فیلتر باتروث سروکار داریم که یک فیلتر پایین گذر است و نویزهای فرکانس بالا را تضعیف کرده و از بین میبرد. این فیلتر دارای 2 پارامتر میباشد که برابر با فرکانس قطع و مرتبه فیلتر میباشد.

همان طور که میدانیم هرچه مرتبه فیلتر افزایش پیدا کند، شیب تندتر و باند توقف ایده آل تر می شود.

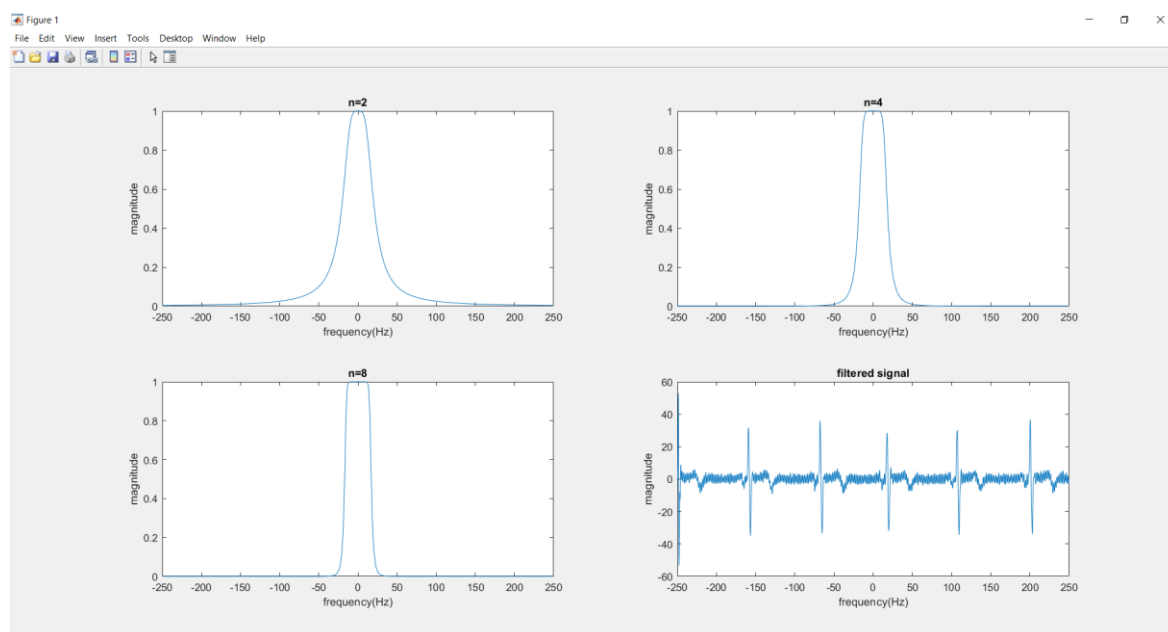


Figure 7

همانطور که در نمودار بالا دیده میشود با افزایش مقدار  $n$  شیب تندتر میشود.

فیلتر این قسمت نیز با تضعیف فرکانس های بالا و حفظ فرکانس های میانی ما را در رسیدن به سیگنال نهایی کمک میکند.

## 2.4 حذف نویز فرکانس میانی

در این قسمت از یک فیلتر میان گذر بسیار تیز استفاده شده تا بتواند در بازه بسیار کوچک نویز برق شهر  $f=50\text{Hz}$  را حذف کند این فیلتر notch نام دارد.

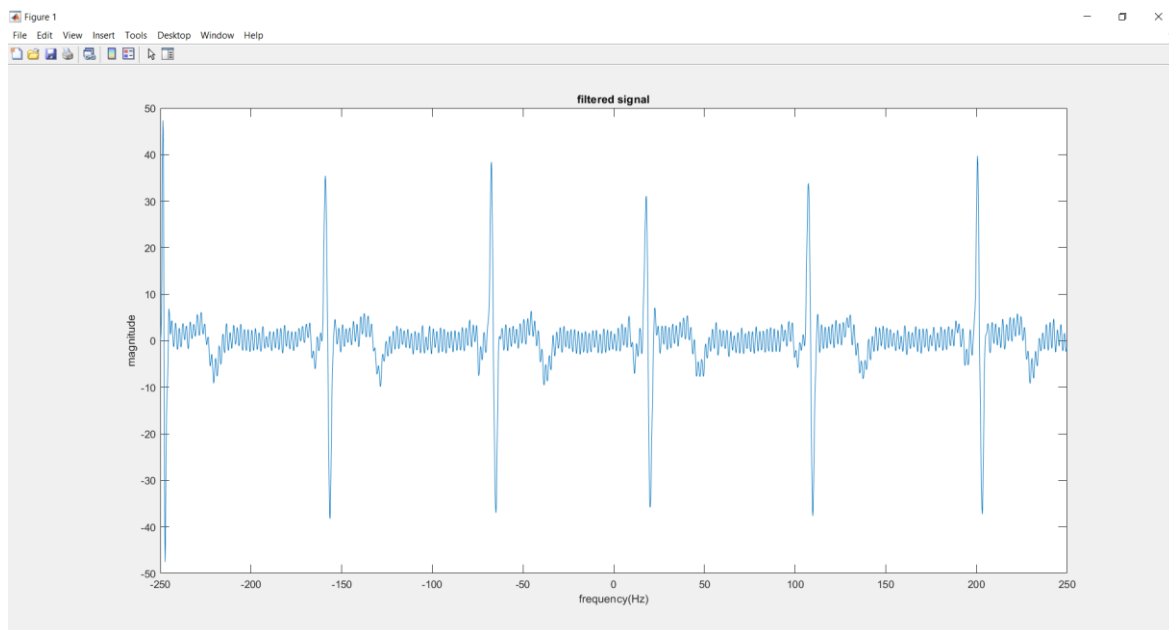


Figure 8

همانطور که در نمودار بالا دیده میشود در این قسمت نیز یک مرحله به رسیدن سیگنال نهایی نزدیک میشویم. و مقداری از نویزها تضعیف میشوند.

## 2.5) بدست آوردن ضربان قلب

در این قسمت میخواهیم با استفاده از تابع خودهمبستگی نرخ ضربان قلب را بدست بیاوریم. نحوه کارکرد = شروع میکند تابع را شیفتمیده و همبستگی را بررسی میکند و ضریب همبستگی را محاسبه میکند.

از کاربردهای آن نیز محاسبه دوره تناوب در سیگنال متناوب و پیدا کردن ضربان قلب و امثالهم میباشد.

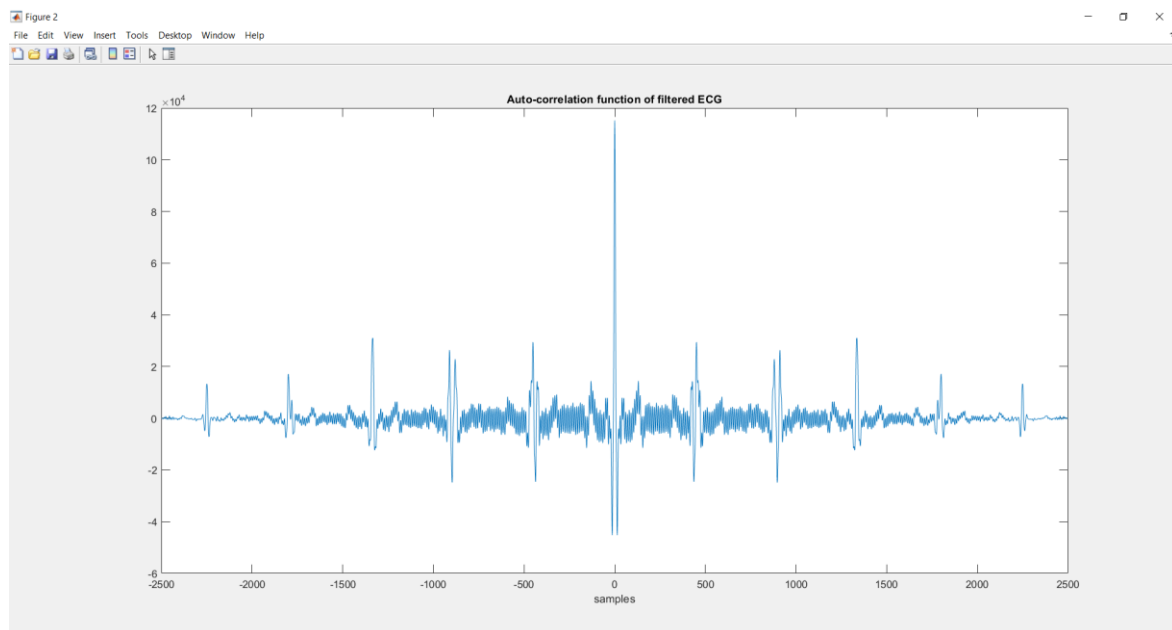


Figure 9

محاسبه ضربان قلب = ابتدا بازه بین 2 پیک متوالی را حساب میکنیم که به صورت تقریبی و شهودی برای نمودار بالا 450 میباشد.

$$\text{Rate} = L/F_s = 450/500 = 0.9$$

حال از آنجا که ضربان قلب بر دقیقه میباشد آن را تبدیل میکنیم.

$$\text{Final\_rate} = 60/0.9 = 67$$