



بسمه تعالی

دانشکده ی مهندسی برق و کامپیوتر

درس سیگنال ها و سیستم ها

تمرین کامپیوتری ۲



استاد: دکتر ربیعی

مهلت تحویل: ۲۰ فرودین ماه ۹۹

طراح: ارشاد حسن پور، امیرحسین ناظری

مقدمه:

هدف از این تمرین آشنایی با تبدیل فوریه و طیف سیگنال ها و پاسخ سیستم های خطی و خواص آنها، در محیط نرم افزار متلب می باشد.

تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته-زمان:

همانطور که در درس مشاهده کردید تبدیل فوریه برای سیگنال های پیوسته-زمان با استفاده از انتگرال زیر بدست می آید.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2\pi f t} dt$$

که $X(f)$ در حالت کلی عددی مختلط است که می توان آن را به صورت اندازه (دامنه) و فاز (زاویه) نمایش دهیم.

۱. طیف سیگنال

۱.۱ رسم و اصلاح طیف سیگنال

هدف از این بخش آشنایی با روش بدست آوردن تبدیل فوریه ی (طیف) سیگنال ها در نرم افزار متلب می باشد.

در نرم افزار متلب تابعی به نام `fft` وجود دارد که با استفاده از یک روش عددی تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته را محاسبه می کند، با استفاده از `Help` متلب و سایر منابع، درباره این تابع تحقیق کنید و نحوه ی کارکرد آن را در گزارش کار ذکر کنید.

حال در نرم افزار متلب سیگنال زیر را تعریف کنید و با استفاده از تابع فوق، تبدیل فوریه آن را بدست آورده سپس اندازه و فاز آن را ترسیم نمایید.

$$x_1 = e^{-20|t|} \quad f_s = 100 \quad -30 < t < 30$$

همانطور که در قسمت قبل مشاهده کردید، نمودار اندازه تبدیل فوریه، شباهتی به چیزی که توقع داریم ندارد. مراحل اصلاح طیف خروجی به شرح زیر می باشند:

۱- تابع fft یک شیفت ناخواسته در تبدیل فوریه خروجی خود ایجاد می کند که با استفاده از تابع fftshift ، طیف سیگنال اصلاح می شود. نحوه ی عملکرد تابع fftshift را در گزارش کار خود ذکر کنید.

۲- یکی دیگر از اعمال ناخواسته ای که تابع fft در خروجی اعمال می کند این است که دامنه ی تبدیل فوریه را با یک ضریب، افزایش می دهد، که باید در انتها اثر آن را در دامنه تبدیل فوریه خروجی از بین برد. این ضریب را پیدا کرده و با ذکر دلیل در گزارش کار خود توضیح دهید.

۳- برای نمایش صحیح طیف خروجی، محور فرکانس را طوری باید درجه بندی کرد که به درستی نشان دهد اندازه یا فاز مربوطه در چه فرکانسی رخ داده است. توضیح دهید که محور فرکانس طیف خروجی بعد از اعمال تابع fftshift به چه صورتی است؟

سپس با استفاده از توضیحات فوق تبدیل فوریه اصلاح شده ی سیگنال x_1 را ترسیم کنید و همچنین نمودار خروجی را با نمودار حاصل از حل دستی مقایسه کنید.

۱.۲ خواص تبدیل فوریه سیگنال

در این قسمت، بخشی از خواص تبدیل فوریه (حوزه فرکانس) متناسب با سیگنال (حوزه ی زمان) را بررسی می کنیم.

۱.۲.۱

با استفاده از بخش ۱.۱ اندازه طیف سیگنال زیر را رسم کنید.

$$x_2(t) = \text{sinc}^2\left(\frac{5t}{2}\right) \quad f_s = 100 \quad -30 < t < 30$$

۱.۲.۲ خاصیت مقیاس

طیف سیگنال $x_3(t) = x_2(4t)$ رسم کنید و سپس تغییر مشاهده شده در اندازه ی طیف را توجیه کنید.

۱.۲.۳ خاصیت مدولاسیون

طیف سیگنال $x_4(t) = x_3(t) \times \cos(2\pi \times 40t)$ رسم کنید و سپس تغییر مشاهده شده در اندازه ی طیف را توجیه کنید.

۱.۳ کاربرد تبدیل فوریه در سیستم های LTI

در این بخش قصد داریم پاسخ یک سیستم LTI را از دو روش الف) کانولوشن- در حوزه ی زمان ب) تبدیل فوریه- در حوزه ی فرکانس بدست آوریم.

همانطور که می دانیم پاسخ سیستم های LTI در حوزه ی زمان و فرکانس به صورت زیر بدست می آیند.

input: $x(t) \rightarrow X(f)$ impulse response: $h(t) \rightarrow H(f)$ output: $y(t) \rightarrow Y(f)$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(f) = X(f)H(f) \rightarrow y(t) = F^{-1}\{X(f)H(f)\} \quad \text{رابطه (1)}$$

$$\text{where. } x(t) = \Pi(t) \quad . \quad h(t) = \Pi(t) + \Pi\left(\frac{t}{2}\right)$$

۱.۳.۱ پاسخ سیستم در حوزه ی زمان

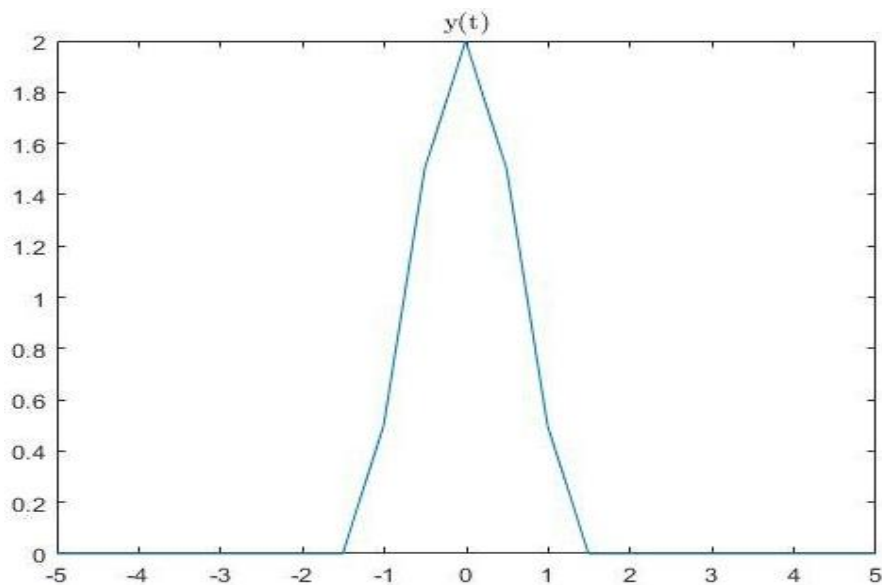
پاسخ سیستم LTI با پاسخ ضربه ی $h(t)$ را به ورودی $x(t)$ با استفاده از تابع $conv$ متلب بدست آورده و رسم کنید.

۱.۳.۲ پاسخ سیستم در حوزه ی فرکانس

در این قسمت با استفاده از رابطه ی ۱، پاسخ سیستم LTI را ابتدا در حوزه فرکانس و سپس در حوزه ی زمان بدست آورده و رسم کنید.

*برای محاسبه تبدیل فوریه ی معکوس می توانید از توابع $ifft$, $ifftshift$ استفاده کنید.

**خروجی سیستم در حوزه ی زمان در هر دو بخش فوق باید به صورت زیر باشد.



شکل ۱ - خروجی سیستم LTI

۲. فیلتر و حذف نویز

بیوسیگنال ها به هر سیگنال قابل اندازه گیری در بدن موجودات زنده گفته می شود. از انواع این سیگنال ها می توان به ECG یا نوار قلب اشاره کرد. این سیگنال داده های مهمی را برای تشخیص درست وضعیت بیمار در بر دارد. اما پیش از آنالیز سیگنال، باید سیگنال خام را به جهت حذف نویز های موجود پردازش کرد. نویز های بیو سیگنال ها شامل سه دسته ی زیر می باشند:

- انحراف از خط اصلی (نویز فرکانس پایین): این نویز را که ناشی از حرکات بدن، تنفس و تغییر در امپدانس الکتروود هنگام اندازه گیری است، که می توان با استفاده از یک فیلتر بالاگذر (highpass) آن را حذف کرد.
- نویز ناشی از سیگنال های عصبی عضلات (نویز فرکانس بالا): این نویز های نیز از حرکت هنگام اندازه گیری ناشی شده اما معمولاً در فرکانس های بالاتر رخ می دهد و حذف آن ها به دلیل تداخل طیفشان با طیف ضربان قلب به آسانی قرار دادن یک فیلتر نیست.
- نویز برق شهری: این نوع نویز بسته به فرکانس برق شهری، در ۵۰ هرتز یا ۶۰ هرتز مشاهده می شود، که برای حذف این نویز از فیلتر میانگذر استفاده می شود.

با توجه به توضیحات فوق، مراحل زیر را انجام داده و نتایج هر فسمت را در گزارش خود بیاورید.

۱.۲ رسم طیف

۱. نوار قلب قبلاً توسط دستگاه با فرکانس نمونه برداری $f_s = 500 \text{ Hz}$ ثبت شده است. این داده ها در فایل به نام ecg.dat در اختیار شما قرار گرفته است، می توانید آن ها را با استفاده از دستور زیر وارد Matlab کنید.

```
ecg_data = load('ecg.dat')
```

سپس بازه ی ۵ ثانیه از قسمت دلخواهی از سیگنال (به اندازه $5 \times f_s$ سمپل) را جدا کنید، آن را `ecg_data_short` نامگذاری کرده و رسم کنید.

دقت کنید که محور افقی نمودار بر حسب زمان مدرج شود. تقریباً چند دوره تناوب سیگنال در این بازه قرار دارد؟

۲. اندازه ی طیف سیگنال `ecg_data_short` را رسم کرده و فرکانس نویز برق شهری را مشخص کنید.

*دقت کنید محور فرکانس را به درستی مدرج کرده باشید.

۲.۲ حذف نویز فرکانس پایین

ابتدا می خواهیم نویز فرکانس پایین سیستم را از بین ببریم. توضیح دهید طبق طیف بخش قبل، این نویز تقریباً در چه بازه ی فرکانسی قرار دارد؟

برای حذف این نویز از فیلتر بالاگذر استفاده می کنیم. یک فیلتر بالاگذر ساده، مشتق گیر مرتبه یک می باشد.

$$y[n] = \frac{1}{T_s} (x[n] - x[n-1])$$

به صورت شهودی توضیح دهید چگونه این فیلتر فرکانس های پایین را عبور نمی دهد.

پاسخ فرکانسی پیوسته-زمان این فیلتر به صورت $H(f)=2\pi/f$ است. از روی اندازه ی طیف نیز بالا گذر بودن فیلتر را استدلال کنید.

این فیلتر را با فیلتر *Moving Average* زیر ترکیب کرده:

$$y_1[n] = \frac{1}{2} (y[n] + y[n-1]) = \frac{1}{2T_s} (x[n] - x[n-1] + x[n-1] - x[n-2]) = \frac{1}{2T_s} (x[n] - x[n-2])$$

از معادله ی تفاضلی فوق بهره ی فیلتر $\frac{1}{2T_s}$ بدست آمده و ضرایب آن به صورت ماتریس $[1,0,-1]$ خواهد بود. برای پیاده سازی این فیلتر و اعمال آن بر سیگنال *ECG* از دستور زیر استفاده کنید.

```
ecg_highpassed = filter([1,0,-1], [1], ecg_data_short)
```

حال دوباره این سیگنال را برحسب زمان رسم کنید و تفاوت را توصیف کنید.

*دقت کنید که در قطعه کد فوق بهره ی فیلتر، قرار داده نشده و شما باید بهره را در آن ضرب کنید.

۳.۲ حذف نویز فرکانس بالا

در این قسمت قصد داریم، فیلتری در حوزه ی فرکانس طراحی کنیم که نویز های فرکانس بالا را با کمترین از دست رفتن فرکانس های باند میانی، حذف کند.

بدین منظور از فیلتر باترورث (*Butterworth*) استفاده می کنیم. که اندازه ی پاسخ فرکانسی آن به صورت زیر است.

$$|H(f)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi f}{jf_c}\right)^{2N}}}$$

در این رابطه f_c فرکانس قطع فیلتر و N مرتبه ی فیلتر است و این دو درواقع پارامتر های این نوع فیلتر هستند، که توسط طراح تعیین می شوند. درباره ی این فیلتر، پاسخ فرکانسی آن و تاثیر مرتبه آن تحقیق کنید و در گزارش کار خود بیاورید.

اندازه ی پاسخ فرکانسی فیلتر را برای فرکانس قطع ۱۰۰ هرتز و مرتب های ۲، ۴، ۸ نیز رسم کنید و در گزارش کار خود بیاورید.

فیلتری که در این بخش طراحی می کنیم، یک فیلتر باترورث پایین گذر مرتبه ۸ با فرکانس قطع ۷۰ هرتز (فرکانسی بالاتر از نویز برق شهر و فرکانس های مربوط به داده اصلی) می باشد، برای این کار به قطعه کد زیر توجه کنید:

```
fc = 70;
wn = fc/(fs/2) % what does fs/2 represent?
n = 8;
[b, a] = butter(n, wn, 'low')
ecg_lp = filter(b, a, ecg_hp)
```

۴.۲ حذف نویز فرکانس میانی

در این قسمت فیلتری طراحی می کنیم که فرکانس برق شهر را حذف کند. این فیلتر یک فیلتر میان‌گذر یا *notch* می باشد و باید بسیار تیز باشد تا بتواند یک بازه ی کوچک از فرکانس را حذف کند. با استفاده از قطعه کد زیر این فیلتر را روی سیگنال اعمال کنید.

```
f_line = ? % ? is powerline frequency
b = [1, -2*cos(2*pi*f_line/fs), 1];
a=[1];
ecg_filtered = filter(b, a, ecg_lp);
```

در نهایت سیگنال *ecg_filtered* آماده ی پردازش داده های مفید است.

۵.۲ بدست آوردن ضربان قلب

بدین منظور تابه خود همبستگی سیگنال بدست آمده از بخش قبل را بدست آورده و رسم می کنیم.

راجع به عمل ریاضی پیاده سازی شده در این تابع، ارتباط آن بابدست آوردن نرخ ضربان قلب و کاربرد های آن تحقیق کنید و در گزارشکار خود بیاورید.

با استفاده از قطعه کد زیر نمودار خود همبستگی سیگنال مذکور را رسم کنید و توضیح دهید از روی این نمودار، چونه ضربان قلب بدست می آید و همچنین مقدار تقریبی برای نرخ ضربان قلب را گزارش کنید.

```
[cor, lag] = xcorr(ecg_filtered);
figure
plot(lag, cor)
title('Auto-correlation function of filtered ECG')
xlabel('samples')
```

نکات تحویل:

- فایل های خود را به صورت زیپ شده با فرمت CA#2_full name_student number در صفحه ی CECM درس آپلود کنید.
- هدف این تمرین یادگیری شماسست. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- نحوه ی محاسبه ی تاخیر در تحویل این تمرین مطابق قوانین درس، ۱ درصد به ازای هر ساعت خواهد بود.
- گزارشکار شما باید نمودار ها و تحلیل های خواسته شده باشد.
- گزارشکار ۳۰ درصد نمره ی این تمرین را شامل می شود و صرفا به صورت تایپ شده و منظم پذیرفته خواهد شد.
- تحویل حضوری این تمرین طبق تقویم درس انجام خواهد شد.
- سوالات خود را در خصوص این تمرین از طریق ایمیل های زیر مطرح نمایید:

ah.nazeri1@gmail.com

ershad.hasanpour@ut.ac.ir

موفق باشید....