به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده برق و کامپیوتر

مخابرات بی سیم

تمرین کامپیوتری اول

محمد حیدری

810197494

اردیبهشت ماه 1401

فهرست:

.1

اطلاعات داده شده در این سوال به شرح زیر است.

- 10^5 کاربر داخل یک نوار دایره ای به مرکز آن با شروع فاصله d_0 تا حداکثر $D = 1km$.
- مدل تلف مسیر به کاررفته ، مدل ساده شده با ضریب $n = 4$ است.
- چگالی توان نویز سفید گوسی به کاررفته $N_0 = -175\frac{dBm}{Hz}$ ، میانگین توان دریافتی $1\mu W$ و پهنای باند سیگنال $1MHz$

الف:

میدانیم که میانگین توان سیگنال دریافتی با صرف نظر از اثرسایه در فاصله $d > d_0$ از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$\boldsymbol{P_r^{dBm} = P_0^{dBm} - 10n\, log_{10}(\frac{d}{d_0})}$$

دراین قسمت قصد داریم که منحنی توزیع تجمعی توان دریافتی را ترسیم نماییم.

- ✓ قدم اول درشبیه سازی این مسئله تشکیل بردار فاصله کاربران دراطراف منبع تشعشع می باشدکه برای این کار درمتلب یک بردار به اندازه تعداد کاربران و با توضیع یکنواخت دربازه مذکور برای فاصله ایجاد خواهیم کرد.

درمرحله بعدی مطابق فرمول یاد شده دربالا عمل میکنیم و با جایگذاری مقادیر زیر در رابطه توضیع تجمعی خواسته شده را بدست خواهیم آورد:

$P_0 = 1\mu W \xrightarrow{yields} P_0 = -60\ dB \xrightarrow{yields} P_0 = -60 + 30 = -30\ dBm$

$n = 4$

$d_0 = 10m$

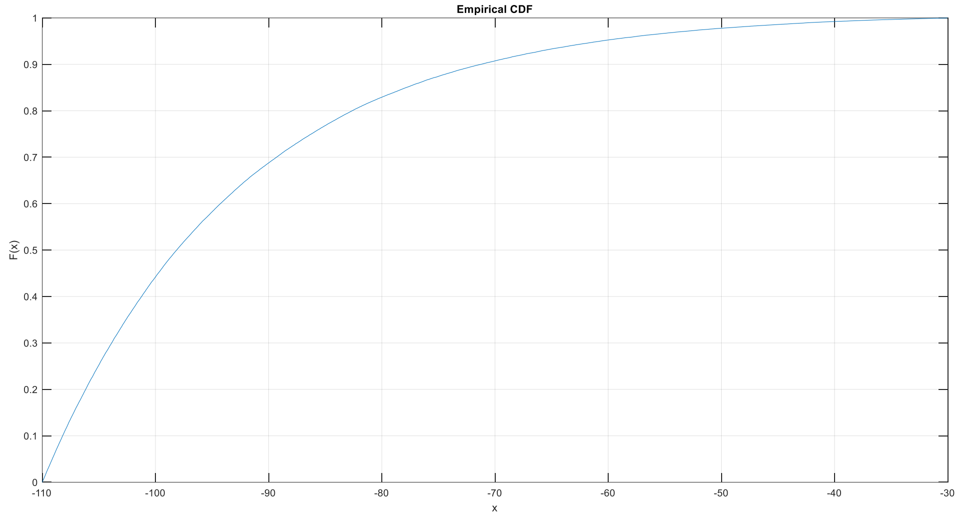

Figure 1. CDF representation of received average power

ب:

دراین قسمت قصد داریم با بدست آوردن توان نویز در مقیاس dBm مقدار امید سیگنال به نویز را درشبیه سازی بدست آوریم:

$$SNR = P_r^{dBm} - P_n^{dBm}$$

$$N_0 = -175\frac{dBm}{Hz}$$

$$Bandwidth = 1MHz$$

$$P_n^{dBm} = 10\, log_{10}(10^{-17.5} \times 10^6) = -115\, dBm$$

مقدار بردار بدست آمده درقسمت قبل را از مقدار P_n^{dBm} کسر خواهیم کرد و منحنی SNR را برحسب لگاریتم فاصله ترسیم خواهیم کرد:

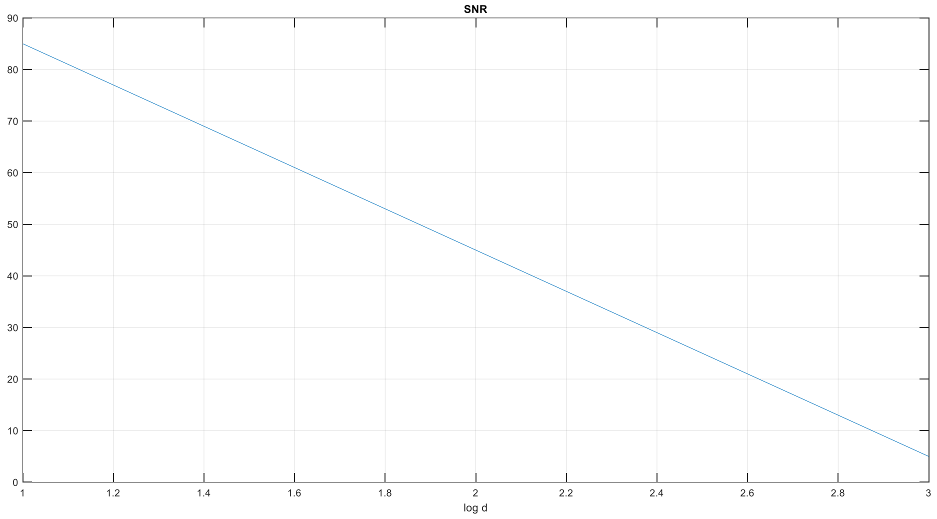

Figure 2. SNR ratio representation of received signal per Log(d)

ج:

دراین قسمت قصدداریم که اثر سایه را نیز درنظر بگیریم و ماهیت تصادفی به بردار بیافزاییم.

پس کافی است که یک بردار تصادفی با ماهیت نرمال و با میانگین 0 و واریانس داده شده در سوال تولید کنیم و با افزودن آن به توان دریافتی درقسمت قبل ، منحنی توزیع تجمعی سیگنال دریافتی (CDF) و سیگنال به نویز (SNR) را دوباره ترسیم کنیم.

$$\boldsymbol{P_r^{dBm} = P_0 - 10n\, log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + X^{dB}}$$

$$\boldsymbol{\sigma = 5\ dB}$$

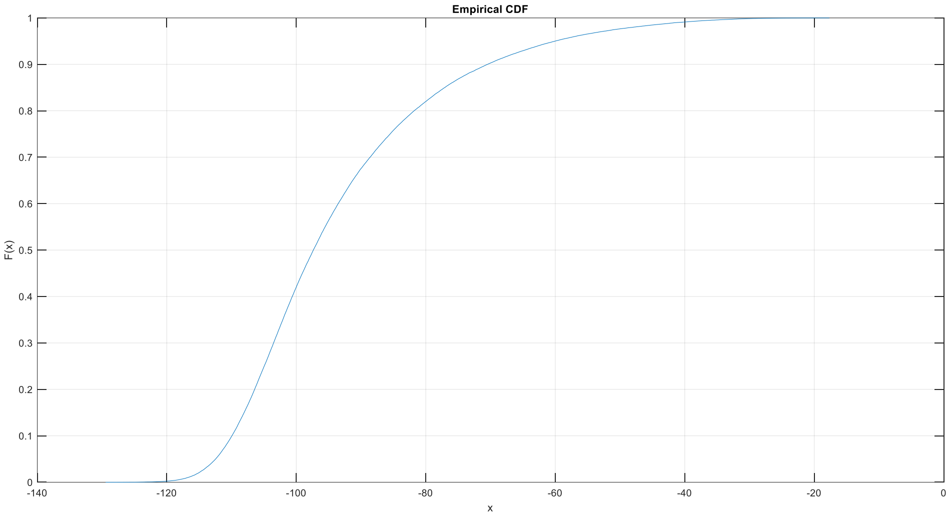

Figure 3. CDF representation of received average power with shadowing

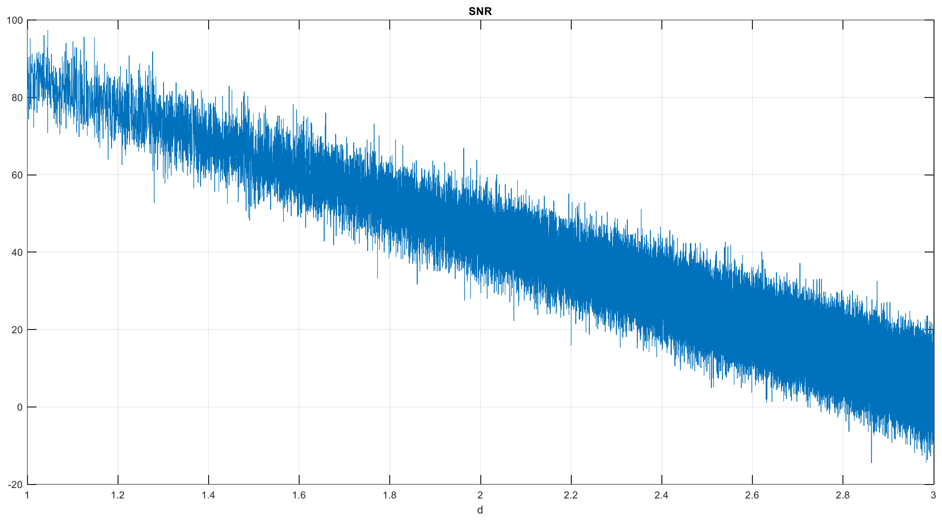

Figure 4. SNR ratio representation of received signal + shadowing per Log(d)

د:

دراین قسمت نیز قصد داریم منحنی احتمال خاموشی را برحسب لگاریتم فاصله ترسیم نماییم.

برای احتمال خاموشی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$outage\ probability = \Pr\{\, P_n(d) < P_{min}\}$$

$$\text{Pathloss + Shadowing} \xrightarrow{yields} \boldsymbol{P_r^{dBm} = P_0 - 10n\, log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + X^{dB}}$$

$$\mathbf{Pout}(\boldsymbol{P_{min}, d}) = \mathbf{Pr}\left\{\boldsymbol{X^{dB} > P_0 - 10n\, log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) - P_{min}}\right\} = \mathbf{1} - \boldsymbol{Q}\left(\frac{\boldsymbol{P_{min} - (P_0 - 10n\, log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right))}}{\boldsymbol{\sigma_{dB}}}\right)$$

با بکارگیری تئوری مطرح شده در بالا منحنی خواسته شده درادامه ترسیم شده است:

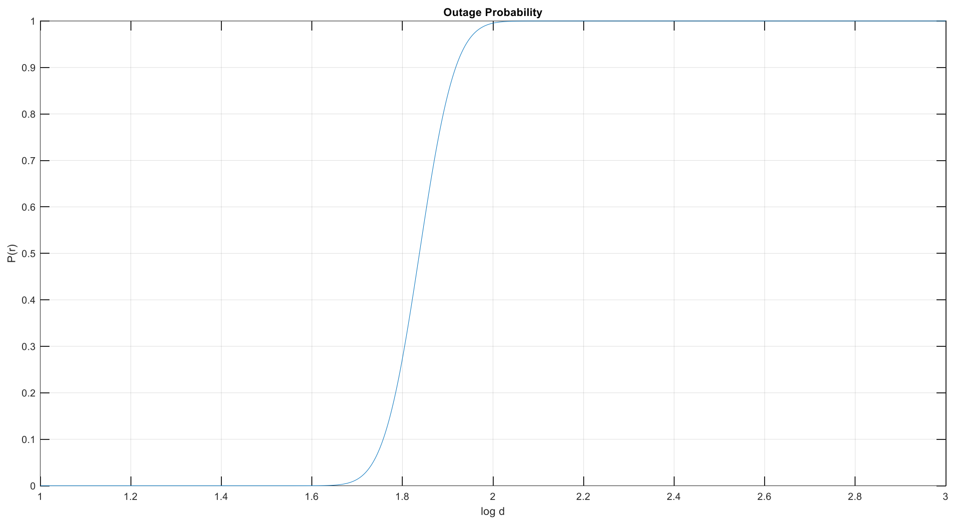

Figure 5. Outage probability per Log(d)

ه:

درادامه قصد داریم که هم به شیوه تئوری و هم به شیوه عملی ناحیه ای تحت پوشش منبع تشعشع که میزان SNR در آن ناحیه حداقل 18dB باشد را بدست آوریم.

درمرحله اول مقدار خواسته شده را توسط روابط ریاضی موجود در کتاب Goldsmith بدست خواهیم آورد.

$$\mathrm{a} = \frac{P_{min} - \bar{P}_r(D)}{\sigma_{dB}} \quad , \quad \mathrm{b} = \frac{10n\, log_{10}(e)}{\sigma_{dB}}$$

$$\mathrm{C} = \ Q(a) + \exp\,[\frac{2-2ab}{b^2}]Q(\frac{2-ab}{b})$$

$$\bar{P}_r(D) = P_0 - 10n\, log_{10}\left(\frac{D}{d_0}\right) = -60 - 2\times 40 = -140\ dB$$

حال با در دست داشتن رابطه بالا به محاسبه مقدار خواسته شده می پردازیم:

$$P_{min} = SNR_{min} + P_{n\,dB} = 18 - 145 = -127\ dB$$

$$\mathrm{a} = \frac{-127-(-140)}{5} \ = 2.6$$

$$\mathrm{b} = \frac{40\, log_{10}(e)}{5} \ = 3.4743$$

$$\mathrm{C} = \ Q(2.6) + \exp\left[\frac{2-2\times 2.6\times 3.4743}{3.4743^2}\right] Q\left(\frac{2-2.6\times 3.4743}{3.4743}\right) = 0.2632$$

درادامه همین مقدار را با استفاده از متلب بدست خواهیم آورد:

```
for i=1:1:length(SNR)
if SNR_new(i)<18
index=i;
break
end
end
coverage_percent=(sum(d_sort(1:index)))/(sum(d_sort))
```

```
Command Window
>> Part1

coverage_percent =

    0.2632
```

همانطور که مشاهده میشود حاشیه خطایی بسیار پایینی خواهیم داشت که صحه ای بر درست بودن کار است.

درواقع برای محاسبه ی عملیاتی میبایست مجموع سطح تمامی کاربرانی که SNR آنها از 18dB بیشتر میباشند را محاسبه نماییم و بر مجموع کل سطح کاربران تقسیم نماییم.

علت این کار این است که فرمول محاسبه تیوری بصورت درصدی از ناحیه قطع به کل مساحت ناحیه حاصل را بما خواهد داد و برای چک کردن تیوری این سوال میبایست روش زیر را پیش بگیریم و با درنظر گرفتن جرء سطح برای هر فاصله نواری کاربران خواهیم داشت:

$$\frac{\sum\sum di_{snr,min}\ \ r\Delta r\Delta\varphi}{\sum\sum di_{totall}\, r\Delta r\Delta\varphi} = \frac{Sum(d(1{:}\, index_{threshold})}{Sum(d(1{:}\, end))}$$

که در صورت کسر مجموع مساحت کاربرانی را خواهیم داشت که سیگنال به نویز بزرگ تر مساوی 18dB خواهند داشت و همچنین درمخرج نیز مجموع سطح کل کاربران را خواهیم داشت که با سینتکس مطرح شده در بالا در محیط متلب پیاده سازی شده است و به عدد دقیق و معقولی رسیده است.

2.

دراین سوال قصد داریم که یک کانال بی سیم را درمحیط متلب شبیه سازی نماییم.

اطلاعات داده شده در این سوال به شرح زیر است.

- تعداد 15 خوشه مسیر خواهیم داشت که از زاویه های مختلف تصادفی با توضیع یکنواخت دریافت می شوند.
- کانال تاخیر تصادفی τ با توضیع یکنواخت دارد و ماهیت کانال نیز ریلی با بهره توان وابسته به تاخیر خواهد بود.
- سیستم باند باریک است و فرکانس حامل برابر $f_c = 3GHz$ و سرعت کاربر 30 m/s است.

در ادامه قصد داریم با بکارگیری روابط مربوط به کانال ریلی یک مدل تقریبی از کانال را در متلب پیاده سازی نماییم.

گام اول: بدست آوردن اندازه پاسخ زمانی سیستم:

$$f_{Di}(t) = \frac{v\cos(\theta_i(t)}{\lambda}$$

$$\phi_{Di}(t) = 2\pi f_{Di}(t)$$

$$\phi_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t) - \phi_{Di}(t)$$

$$C(\tau,t)=\sum_{i=1}^{N} a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}\,\delta(\tau-\tau_i(t))$$

برای یافتن اندازه پاسخ زمانی عبارت بالا را در مزدوج آن ضرب خواهیم کرد:

$$|C(\tau,t)|^2=|h|^2=\ C(\tau,t)C^*(\tau,t)$$

$$|h|^2=\sum_{i=1}^{N} a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}\,\delta(\tau-\tau_i(t))\sum_{j=1}^{N} a_j{}^*(t)e^{j\phi_j(t)}\,\delta^*(\tau-\tau_j(t))$$

$$=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_i(t)a_j{}^*(t)e^{j\phi_i(t)}\,e^{j\phi_j(t)}\delta(\tau-\tau_i(t))\delta^*(\tau-\tau_j(t))$$

عبارت بالا فقط زمانی مقدار دارد که i=j باشد و لذا حاصل بالا بصورت زیر ساده خواهد شد:

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\alpha_i(e^{j\phi_i}e^{-j\phi_i})\,\delta(\tau-\tau_i)\delta(\tau-\tau_i)=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^2\,\delta^2(\tau-\tau_i)\rightarrow$$

$$|h|^2=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i^2\,\delta^2(\tau-\tau_i)$$

ازآنجایی که کانال *narrowband* می باشد لذا پاسخ کانال *flat* خواهد بود و درنتیجه میتوانیم در توابع دلتا τ را برابر فرض کنیم و درواقع بافرض *flat* بودن درنهایت یک *tap* خواهیم داشت که مجموع گین های مختلط 15 مسیر قبل را بر روی پیک خود خواهد داشت(درواقع فرض میکنیم خروجی فقط شامل یک تپ خواهد بود که دامنه آن تپ مجموع تمام ضرایب مختلط 15 مسیر بر روی یک τ دلخواه خواهد بود.

$$\boldsymbol{h}=\sum_{i=1}^{N} a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}\,\delta\big(\tau-\tau_i(t)\big)$$

فرض میکنیم $\tau_i(t)$ یکسان باشند و یکی را بصورت دلخواه به عنوان حامل تپ نهایی انتخاب میکنیم و خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{h}=\delta\big(\tau-\tau_1(t)\big)\sum_{i=1}^{N} a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}$$

$$|\boldsymbol{h}|=\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}}$$

گام دوم: بدست آوردن پاسخ فرکانسی سیستم:

میدانیم که پاسخ حوزه زمان سیستم با تبدیل شدن دلتای دیراک بصورت یک شیفت به پاسخ فرکانسی سیستم تبدیل خواهد شد.

$$C(\tau,t)=\sum_{i=1}^{N}a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}\,\delta\big(\tau-\tau_i(t)\big)\quad\xrightarrow{Fourier\,Transform}$$

$$\boldsymbol{Hf(\tau,f)}=\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}}\boldsymbol{a_i(t)e^{-j\phi_i(t)}e^{-j2\pi f\tau_i(t)}}$$

حال بادست آوردن روابط بالا برای اندازه پاسخ زمانی و همچنین پاسخ فرکانسی منحنی های خواسته شده را پلات میکنیم: (توجه شود که درتمام روابط بالا وابستگی سیگما توزیع رایلی به تاخیرهای با توزیع یکنواخت رعایت شده است)

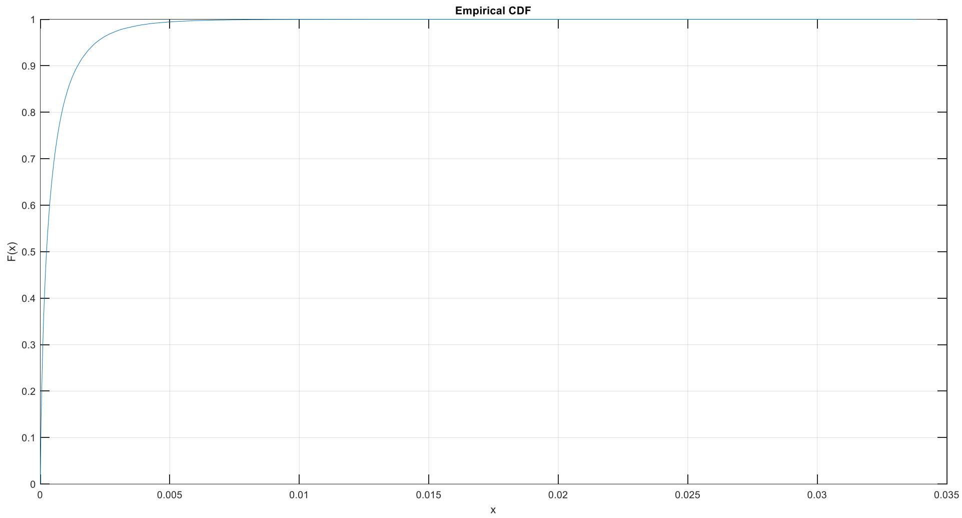

Figure 6. CDF representation of $|h|^2$

همانطور که مشاهده می شود فرم کلی تابع cdf بالا مشابه توزیع exponential میباشد.

علت آن نیز مشخص است زیرا ما دراین حالت برای هر شبیه سازی جمع 15 عدد مختلط را خواهیم داشت که درنهایت نیز به ما یک عدد مختلط خواهند داد که میتوان باتوجه به قضیه حد مرکزی گفت که هم قسمت موهومی و هم قسمت حقیقی آن نیز نرمال خواهند بود و لذا اندازه h طبق تعریف ریلی خواهد بود و اندازه h به توان 2 ها نمایی خواهند بود و لذا پس از شبیه سازی های متعدد یک بردار با طول تعداد بار شبیه سازی ها خواهیم داشت که تماما توزیع نمایی خواهند داشت و لذا توزیع بدست آمده مطابق انتظار و نمایی خواهد بود.

در ادامه میانگین اندازه h ها به توان 2 تخمین زده شده است که خروجی بصورت زیر خواهد بود.

```
Command Window

expected_h2 =

   5.5466e-04
```

Figure 7. Expectation of $|h|^2$ $in\ different\ simulation$

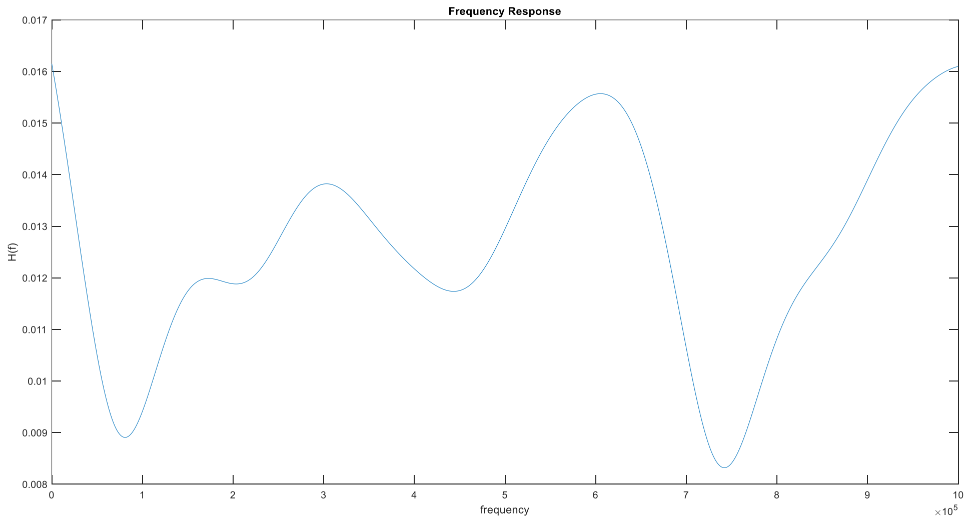

Figure 8. frequency response of system

توجیه نمودار:

همانطوری که درقسمت های قبل نیز مشاهده کردیم اختلاف $\tau1 - \tau2$ در رنج میکروثانیه است و T ما در اردر نانوثانیه میباشد (باتوجه به فرکانس حامل) و لذا مسیرهای خوشه مفروض تفکیک پذیر خواهند بود و درواقع ما با سیگما مذکور تمام مسیرها را برای این کانال مدل کرده ایم و عملا یک سیستم wideband مدل کرده ایم که چند مسیره است و لذا انتظار داریم که پاسخ فرکانسی بازای فرکانس های مختلف متفاوت باشد و درواقع frequency-selective باشد که همانطور که مشاهده می شود همین گونه است.

.3

دراین قسمت نیز درابتدا تابع چگالی احتمال را برای 2 توزیع خواسته شده در متلب تعریف میکنیم و سپس بااستفاده از یک loop تابع توزیع تجمعی را برای k های مختلف محاسبه می نماییم.

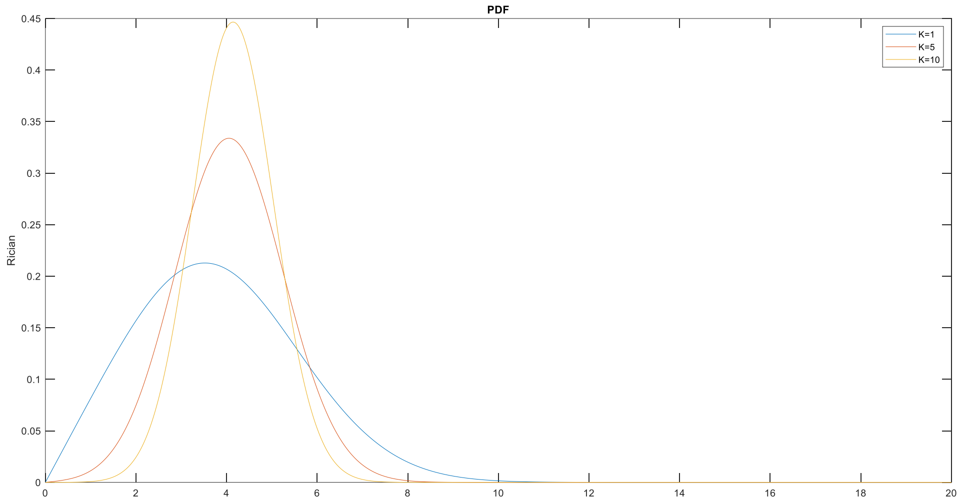

Figure 9. Rician PDF for different K values.

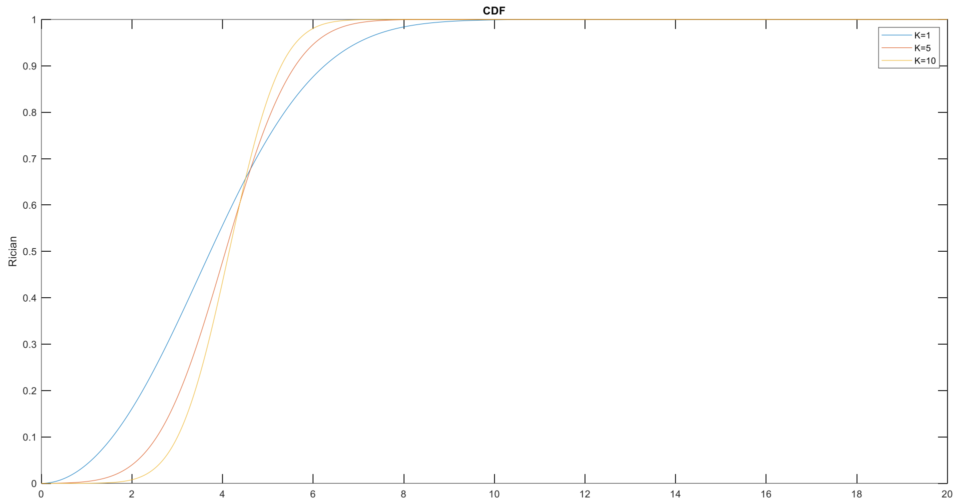

Figure 10. Rician CDF for different K values.

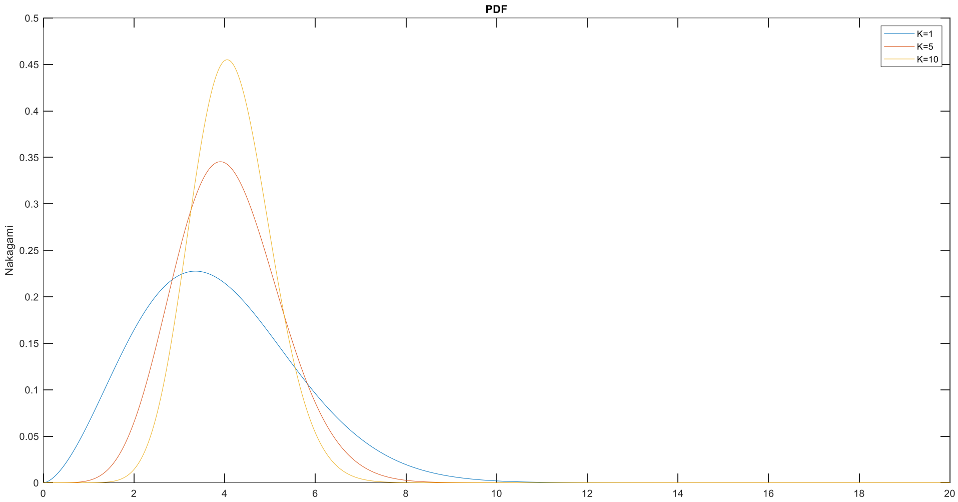

Figure 11. Nakagami PDF for different m values.

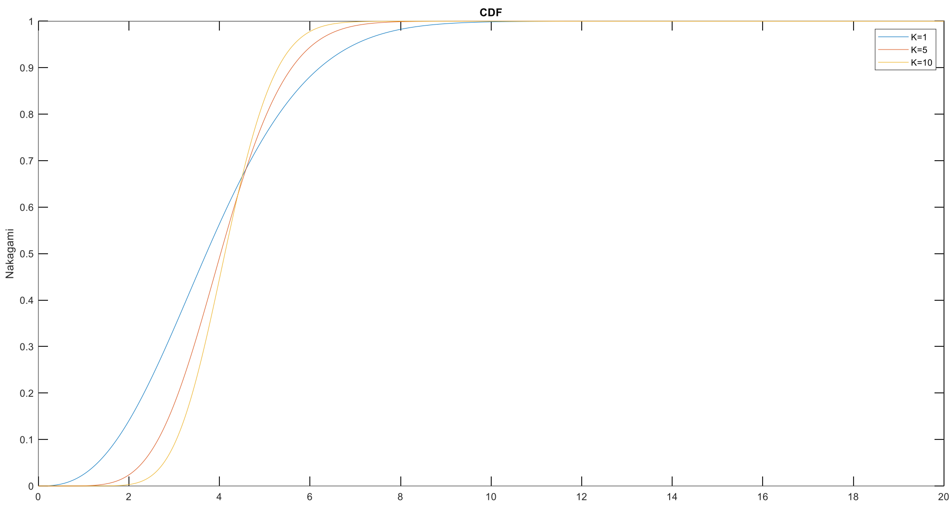

Figure 12. Nakagami CDF for different m values.

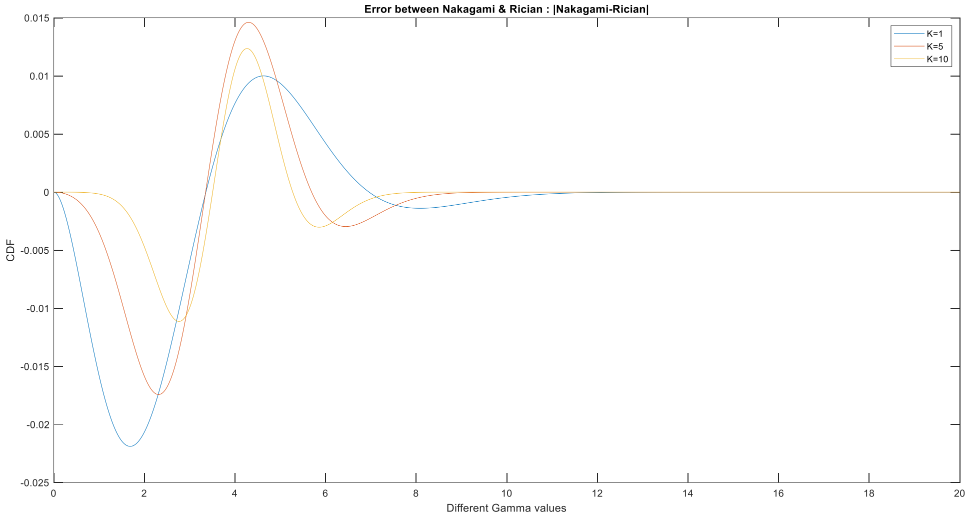

Figure 13. |Nakagami-Rician| Error

همانطور که مشاهده می شود به ازای مقادیر بزرگ x منحنی ناکاگامی مقدار بیشتری خواهد داشت.

البته این نکته برای ما مشخص است که زمانی که پارامتر $m = \frac{(K+1)^2}{2K+1}$ انتخاب میگردد منحنی های ناکاگامی و رایسین تقریبا مشابه هم خواهند شد و به ازای K های مختلف درنهایت روند مشابهی را طی خواهند کرد.

اما درخواسته سوال که گفته شده بازای مقادیر بزرگ x بررسی کنید که کدام یک مقدار احتمال قطع یا همان cdf بزرگ تری خواهد داشت که در جواب باید گفت به وضوح توزیع ناکاگامی مقادیر بزرگ تری خواهد داشت.

البته ازآنجایی که درهرصورت منحنی هر cdf ای به یک خواهد رسید لذا منظور از مقادیر بزرگ x درصورت سوال را معادل مقادیر x اندکی قبل از صفر شدن تابع خطا درنظر خواهیم گرفت.