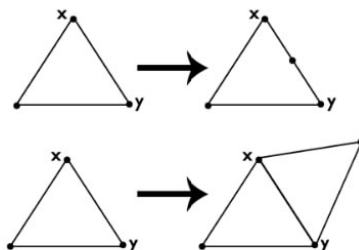


## سؤال ۱.

محسن دستگاهی دارد که به عنوان ورودی یک گراف می‌گیرد و در خروجی گرافی دیگر به او می‌دهد! کارهایی که دستگاه او می‌تواند انجام دهد به شرح زیر است:



• بین دو راس مجاور انتخاب شده یک راس اضافه کند.

• راس جدیدی را به دو راس مجاور انتخاب شده متصل نماید.

محسن یک بازی خطرناک با دستگاه خود شروع می‌کند. به این ترتیب که با یک گراف مثلث ( $C_3$ ) شروع می‌کند و هر بار گراف خود را به دستگاه می‌دهد و گراف خروجی را برای دور بعد در نظر می‌گیرد و هر موقعی که از بازی خسته شود، گرافش را به عنوان نتیجه بازی اعلام می‌کند.

عدد همبندی یک گراف را حداقل تعداد راس‌هایی در نظر می‌گیریم که باید از آن گراف حذف شود تا آن گراف ناهمبند شود. (توجه کنید به طور قراردادی عدد همبندی را برای یک گراف کامل  $n$  راسی برابر  $n - 1$  در نظر می‌گیریم). در بین همه‌ی گراف‌هایی که می‌توانند نتیجه‌ی بازی خطرناک محسن باشند، بیش‌ترین عدد همبندی چند است؟

**پاسخ.**

عدد همبندی گراف نتیجه‌ی بازی محسن هیچ‌گاه بیش از دو نمی‌شود. برای نشان دادن این موضوع آخرین حرکت محسن را در نظر می‌گیریم. در هر کدام از حرکات با حذف دو راس  $x$  و  $y$  گراف ناهمبند می‌شود و راس اضافه شده در آن حرکت از دیگر راس‌های گراف جدا می‌شود.