سؤال ۱.

ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، داریم:

$$\sum_{i=1}^{n} = i(i+1)(i+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

پاسخ .
ما برای ثابت کردن این تساوی از استقرا روی n استفاده می‌کنیم.
مرحله پایه:
برای $n=1$ سمت چپ این تساوی برابر با $1*2*3=6$ و سمت راست تساوی برابر با $\frac{1*2*3*4}{4}=6$ است. پس تساوی برای $n=1$ برقرار است.
فرض استقرا:
حال فرض کنید که تساوی برای $n=k$ برقرار است.

$$\sum_{i=1}^{k} = i(i+1)(i+2) = \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4}$$

حکم استقرا:
می‌خواهیم نشان دهیم که تساوی برای $n=k+1$ نیز برقرار است:

$$\sum_{i=1}^{k+1} = i(i+1)(i+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}{4}$$

حل:
برای اثبات تساوی برای $n=k+1$ با کمک فرض استقرا داریم:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{k+1} = i(i+1)(i+2) &= \left(\sum_{i=1}^{k} = i(i+1)(i+2)\right) + (k+1)(k+2)(k+3)\\ &= \frac{k(k+1)(k+2)(k+3)}{4} + (k+1)(k+2)(k+3) && \text{(با فرض استقرا)}\\ &= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)}{4}\end{aligned}$$

در نتیجه، با استفاده از استقرا، تساوی به اثبات رسید.