



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین اول درس ریاضیات مهندسی

طراح
نیما کیا حیرتی

سوال ۱

سری فوریه تابع

$$f(x) = |\sin(x)|, \quad -\pi < x < \pi$$

را بدست آورید و سپس حاصل عبارت زیر را پیدا کنید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2 - 1}$$

سوال ۲

ابتدا تابع $f(x) = x^3$ را در بازه $0 < x < \pi$ گسترش فرد داده و سری فوریه آن را بدست آورید.

(الف) نشان دهید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(6n\pi - n^3\pi^3)}{\pi n^3} \cos(nx) = 3x^2$$

(ب) با استفاده از قسمت الف نشان دهید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n(6n\pi - 4n^3\pi^3)}{n^3} = 3\pi^3$$

سوال ۳

جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر را به کمک سری فوریه بیابید.

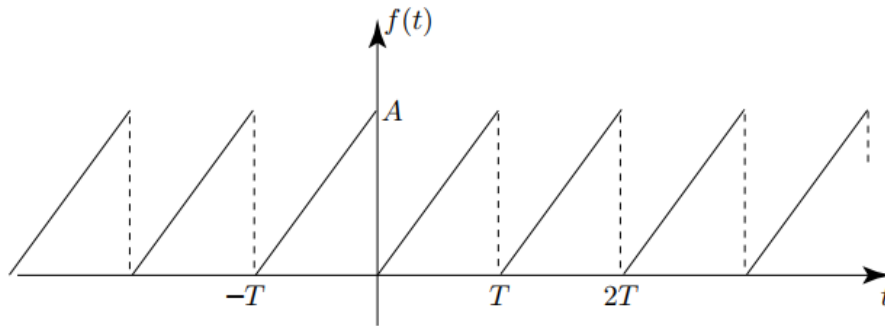
$$y'' + \alpha y' - y = f(x)$$

ابتدا سری فوریه مختلط تابع $f(x)$ را حساب کنید و سپس به کمک آن معادله دیفرانسیل را حل کنید.

$$f(x) = e^{-|\frac{x}{2}|} \sin(5\pi x), \quad -2 < x < 2, \quad T = 4$$

سوال ۴

یک سیگنال ولتاژ متناوب به صورت زیر داریم:



شکل ۱: تابع $f(t)$ (سوال ۴)

الف) شکل مختلط سری فوری سیگنال داده شده، $f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$ را بدست آورید که در آن $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$.
 ب) با در نظر گرفتن رابطه پارسوال $\sum_{-\infty}^{\infty} |C_n|^2$ را بدست آورید.

سوال ۵

سری فوری مختلط $f(x) = \sin^3 x \cos 2x$ را بدست آورید و سپس به کمک رابطه پارسوال حاصل رابطه $\int_0^\pi \sin^6 x \cos^2 2x$ را بدست آورید.

سوال ۶

اگر $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+1} \cos nx + \frac{n}{n^3+1} \sin nx$ باشد حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) (\sin^2 x + \cos 5x)^2 \sin 3x$$

سوال ۷

سری فوریه تابع $f(x) = \sin^7(x)$ را:
الف) در بازه $-\pi < x < \pi$ بدست آورید.
ب) در بازه $0 < x < \pi$ بدست آورید.

سوال ۸ امتیازی

چنانچه $f(x)$ یک تابع متناوب با دوره تناوب 2π بوده و مقدار متوسط آن صفر باشد با جایگذاری ضرایب در بسط فوریه تابع نشان دهید که میتوان $f(x)$ را به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(x') \cos(n(x' - x)) dx'$$

نکات کلی درباره تمرین

- در صورتی که در تمرین هرگونه ابهام و یا سوالی دارید می‌توانید با [نیما کیا حیرتی](#) در ارتباط باشید.
- در صورتی که سوالی از تمرین دارید که ممکن است برای دیگران نیز مفید باشد، آن را در گروه درس مطرح کنید.
- مشورت و همفکری با دوستان خود هنگام نوشتن تمرین کاری مفید و سازنده است و از انجام آن پرهیز نکنید، اما این کار باید در راستای فهم درس و تمرین باشد و از کپی‌کردن تمرین یکدیگر خودداری کنید.
- پاسخ‌های خود را به صورت یک فایل مرتب به فرمت PDF در سامانه درس با فرمت نامگذاری Engmath-HWNum-SID بارگذاری نمایید.