



## ریاضیات گسسته

تمرین نهم - گراف مقدماتی

محمد امانلو و زینب پیش‌بین

### سؤال ۱.

بال‌های یک گراف کامل  $n$  راسی به تعدادی دور با طول ۳ افراز شده است. ثابت کنید یا  $n - ۱$  یا  $n - ۳$  بر ۶ بخش پذیر است.

### سؤال ۲.

علی، سامان، محمد، ناصر و مهرداد در یک شبکه اجتماعی عضو هستند و هرکدام از آن‌ها ممکن است در فهرست دوستان هر کدام از ۴ نفر دیگر باشند یا نباشند. با مدل سازی گراف به موارد زیر پاسخ دهید.  
الف) چند حالت مختلف می‌تواند وجود داشته باشد؟  
ب) اگر در فهرست دوستان بودن، رابطه‌ای دو طرفه باشد در این صورت چند حالت مختلف وجود دارد؟  
ج) در حالت ب اگر علی در لیست دوستان محمد باشد ولی در لیست دوستان مهرداد نباشد، چند حالت داریم؟

### سؤال ۳.

در یک گروه، بعضی افراد با هم آشنایند. هر روز یکی از افراد آشنایان خود را به مهمانی دعوت می‌کند تا با هم آشنا شوند. بعد از چند روز هر فرد حداقل یک بار مهمانی داده‌اند و هنوز دو نفر با هم آشنا نشده‌اند. ثابت کنید این دو نفر هیچگاه با هم آشنا نخواهند شد.

### سؤال ۴.

آدمی را گوشه گیر می‌نامیم اگر کمتر از ۱۰ آشنا داشته باشد. آدمی را عجیب می‌نامیم اگر تمام دوستانش گوشه گیر باشند. نشان دهید در هر جمعی از افراد تعداد افراد گوشه گیر بیشتر - مساوی تعداد افراد عجیب است