



به نام خدا

استاد: دکتر قدوسیان

درس: ریاضی عمومی ۲

تاریخ تحویل تمرین: روز امتحان ریاضی عمومی ۲

• بخش اول - شتات جزئی

◀ حدتوابع زیر را بدست آید.

$$1. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \cos \frac{x^2+y^3}{x+y+1}$$

$$2. \lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{\pi}{2}, 0)} \frac{\cos y + 1}{y - \sin x}$$

$$3. \lim_{(x,y) \rightarrow (4,3)} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y+1}}{x-y-1}$$

$x \neq y+1$

$$4. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$5. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$$

$$6. \lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,-1,2)} \frac{(x-1)(y+1)(z-2)}{\sin((x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2)}$$

$$7. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y}{x-y}$$

$$8. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y}{x-y}$$

مراجعة :  $f_x, f_y, f_z$  ←

1.  $f(x, y, z) = (x^r + y^r + z^r)^{-\frac{1}{r}}$

4.  $f(x, y, z) = \ln(x + y + z)$

2.  $f(x, y, z) = \sin^{-1}(xyz)$

5.  $f(x, y, z) = yz \ln(xy)$

3.  $f(x, y, z) = \sec^{-1}(x + yz)$

6.  $f(x, y, z) = yz \ln(xy)$

مراجعة :  $\omega_{xy} = \omega_{yx}$  ←

1.  $\omega = e^x + x \ln y + y \ln x$

2.  $\omega = x \sin y + y \sin x + xy$

مراجعة :  $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$  ←

1.  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^r + y^r)}{x^r + y^r} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

2.  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^r + y^r)}{x^r + y^r} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

در نقطه  $(0,0)$  برابر  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  ،  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  ←

$$1. f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x - y} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$2. f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x - y} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

معاد زیر را بر حسب  $z$  بنویس ←

$$1. w = ye^x - \ln z \quad x = \ln(t+1) \quad y = \tan^{-1} t \quad z = e^t$$

$$\frac{dw}{dz} (t=1) = ?$$

$$2. x = u \cos v \quad y = u \sin v \quad z = \tan^{-1} \left( \frac{x}{y} \right)$$

$$u = 1, \pi$$

$$v = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = ?$$

$$\frac{\partial z}{\partial v} = ?$$

$$3. x = e^u + \ln v, \quad z = \omega \tan^{-1} x$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} = ? \quad u = \ln 2, v = 1$$

$$4. q = \sqrt{u+r} \tan^{-1} u, \quad z = \ln q$$

$$\frac{\partial z}{\partial u} = ? \quad \frac{\partial z}{\partial v} = ? \quad u = 1, v = -2$$

$$5. \begin{cases} x^r y + u y^r + v^r = u^r v + r x^r \\ u x + v y^r = u^r + 1 \end{cases} \quad \frac{\partial y}{\partial v} = ? \quad u = v = x = y = 1$$

$$6. \begin{cases} u = x^r + y^r \\ v = x y^r + y \end{cases} \quad \frac{\partial x}{\partial u} = ? \quad u = v = x = y = 1$$

← شق تابع را در  $P_0$  درجه  $u$  به دست آورید.

$$1. g(x, y, z) = r e^x \cos y z \quad P_0(0, 0, 0), \quad u = r i + j - r k$$

$$2. h(x, y, z) = \cos xy + e^{yz} + \ln z x \quad P_0(1, 0, \frac{1}{e}), \quad u = i + r j + r k$$

در تکرین های زیر، همبستگی را بیابید، در کنار تابع در  $P_0$  سرعترین افزایش و کاهش را دارند پس مشتقات تابع را در این همبستگی ها بیابید.

1.  $f(x, y) = x^2 y + e^{xy} \sin y$   $P_0(1, 0)$

2.  $f(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right) - yz$   $P_0(4, 1)$

صفحه معاس و خط قائم در نقطه  $P_0$  برداری روی منحنی زیر را بیابید.

1.  $\cos x - x^2 y + e^{xz} + yz = 4$   $P_0(0, 1, 2)$

2.  $x^2 - xy - y^2 - z = 0$   $P_0(1, 1, -1)$

ماکسیم و مینیمم های حلقی توابع خروض را روی دامنه های داده شده بیابید.

1. تابع  $T(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$  بر روی نیمه سطحی شکل

$-2 \leq y \leq 0$  و  $0 \leq x \leq 5$

2. تابع  $f(x, y) = 48xy - 22x^2 - 14y^2$  بر روی نیمه سطحی شکل

$0 \leq x \leq 1$  و  $0 \leq y \leq 1$

← (ما) Max های موضعی و Min های موضعی و نقاط رنژ معروض را باید .

1.  $f(x, y) = x^2 + y^3 + 2x^2 - 3y^2 - 8$

2.  $f(x, y) = x^2 + 2xy^2 - 15x + y^3 - 15y$

← سوار دزیر را بدست آوردید .

1. نقطه ای روی نمودار  $z = x^2 + y^2 + 10$  باید که از صفحه  $x + 2y - z = 0$  کمترین فاصله را

داشته باشد .

2. کمترین فاصله نقطه  $(1, 1, 2)$  از صفحه  $x + y - z = 2$  چقدر است .

3. مطلوب است نقطه ای بر کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  که بیشترین فاصله را با نقطه  $(1, 1, 1)$  دارد .

4. مقدار Max و Min تابع  $f(x, y, z) = x - 2y + 5z$  را بر روی کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  باید .

5. مقدار Max  $w = xyz$  را بر روی فصل مشترک دو صفحه  $x + y + z = 4$  و  $x + y - z = 0$  باید .

6. سادیر استریم های تابع  $f(x, y, z) = xy + z^2$  را بر روی دایره مقطع صفحه  $x - y = 0$  و کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  باید .

← تابع  $f$  مرتب شده است. پیوستگی را در نقطه  $(0,0)$  بررسی کنید.

$$1. \begin{cases} \frac{-x^2 y^2}{x^5 + y^5} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{-x^2 y^2}{x^5 + y^5} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

← ماکزیمم و مینیمم نسبی و نقطه زنجیر تابع زیر را بیابید.

$$1. f(x, y) = y^3 + 3x^2 y - 2x^2 - 2y^2 + 2$$

$$2. f(x, y) = y^3 + 3x^2 y - 2x^2 - 2y^2 + 2$$