محمدرضا نامی ۸۱۰۱۰۰۰۸۴ تکلیف ناوردایی گسسته!

(۱) زوجیت علامت منفی همواره ثابت و یک ناوردا می‌باشد بدین معنی که اگر ۲ علامت منفی پاک شود یک مثبت اضافه می‌شود و زوجیت منفی‌ها ثابت می‌ماند اگر هم یک منفی و یک مثبت پاک شود یک منفی اضافه شده و باز زوجیت منفی‌ها ثابت است پس اگر تعداد منفی‌ها فرد باشد علامت آخر منفی و در غیر این صورت مثبت است

(۲) $۱۴۰۰ \overset{۳}{\equiv} ۲$ با هر تغییر در تعداد سرها (کشت و کشتار) باقیمانده تعداد سرها بر ۳ باقیمانده ۲ خواهد داشت چرا که در حرکت اول ۶ سر اضافه ($۶ \overset{۳}{\equiv} ۰$) در حرکت دوم ($۱۷ \overset{۳}{\equiv} ۱۴$) در حرکت سوم ($۳۰ \overset{۳}{\equiv} ۰$) در حرکت چهارم ($۶ \overset{۳}{\equiv} ۰$) پس هر کدام از قتل‌ها تاثیری بر تعداد سرها ندارد! و در واقع باقیمانده ۲ ناوردا است!

(۳) زوجیت مجموع اعداد ۸ رأس همواره ثابت و ناوردا است! چرا که با افزودن دو مقدار برابر در سر یک یال، S (مجموع اعداد یال‌ها) دو واحد اضافه می‌شود و چون در ابتدا مجموع فرد است پس تا انتها نیز فرد می‌ماند اما اگر قرار باشد هر ۸ رأس مساوی شوند $S = ۸ \times x$ می‌شود و S زوج است که با ناوردایی زوجیت در تناقض است پس هیچگاه هر ۸ رأس با هم مساوی نمی‌شوند

(۴) (آبی، فرد قرمز، زوج) ← یک مثال

a, b ناهمرنگ $\rightarrow$ $a+b$ ، آبی
$a \times b$ ، قرمز

① ابتدا ثابت می‌شود حاصلضرب ۲ قرمز نیز قرمز است:

فرض خلف: a ، قرمز b ، قرمز c ، آبی $\rightarrow a \times b = c$

برهان خلف: $a + c =$ آبی

$(a+c) \times b =$ قرمز $= \underbrace{ab}_{\text{آبی}} + \underbrace{cb}_{\text{قرمز}} =$ آبی $\times$

پس ثابت شد قرمز × قرمز = قرمز

مضارب قرمز حتماً قرمزند $\Rightarrow$ قرمز × قرمز ، آبی × قرمز ، آبی + قرمز = آبی

حل: می‌دانیم مضارب ق حتماً ق هستند پس همه‌ی اعداد قرمز مضرب کوچکترین عدد قرمز هستند!

باید ثابت شود هیچ عدد قرمزی وجود ندارد که مضربی از a نباشد فرض کنیم n مضرب a نیست

$\underbrace{n}_{\text{آبی}} = \underbrace{aq}_{\text{قرمز}} + \underbrace{r}_{\text{آبی}}$

چون r از a کوچکتر است پس آبی است

می‌دانیم آبی، قرمز + آبی پس n حتماً آبی است!

۵) بله! می‌توان!

n تا قرمز (R) n تا آبی (B)

الگوریتم زیر را طراحی می‌کنیم: ← $B_1 — R_2$ این کار باعث می‌شود تقاطع خطوط از بین برود!

$B_2 — R_1$

با این الگو اگر پیش برویم همه‌ی تقاطع‌های موجود از بین می‌روند و می‌توان n نقطه‌ی آبی و قرمز را بدون تقاطع به هم وصل کرد.

این الگوریتم به دلیل اینکه n پایان‌پذیر است و می‌توان آنها را با n خط به هم وصل کرد پایان‌پذیر و صحیح است