

a) $L = \{a^i b^j \mid j=i \text{ or } j=2i\}$

(۱)

- در حالتی که $j=i$ باشد

- Demon picks $P \gg 1$
- you pick $w = a^P b^P \quad w \in L$ and $|w| \gg P$
- Demon picks $w = xyz \quad |xy| = P' \ll P \quad y \neq \epsilon$
 $x = a^l \quad y = a^j \quad z = a^{P-P'} b^P \quad (l+j \leq P') \quad (j \geq 1)$
- $i=0 \quad wxyz = a^{P-j} b^P \notin L$

- در حالتی که $j=2i$ باشد

- D: $P \gg 1$
- you pick $s = a^P b^{2P} \quad s \in L \quad |s| \gg P$
- D: $s = xyz \quad |xy| \leq P \quad y \neq \epsilon$
 $x = a^l \quad y = a^j \quad z = a^{P-l-j} b^{2P}$
- $\gamma \quad i=0 \quad s = a^{P-j} b^{2P} \quad 2(P-j) \neq 2P$

$\Rightarrow L$ is not regular

b) - D $P \geq 1$

- Y $w = a^P b^{P/2+1}$ $w \in L$ and $|w| \geq P$

- D $w = xyz$ $|xy| \leq P$ $y \neq \epsilon$

$x = a^l$ $y = a^j$ $z = a^{P-j-l} b^{P/2}$

- Y $i=2$ $w' = a^{l+2j+P-j-l} b^{P/2} = a^{P+j} b^{P/2}$

$P+j > 2 \times P/2 \Rightarrow w' \notin L \Rightarrow L_2$ is not regular

c) - D $P \geq 1$

- Y $w = a^{2^P}$ $w \in L$ $|w| \geq P$

- D $w = xyz$ $|xy| \leq P$ $y \neq \epsilon$

$x = a^l$ $y = a^j$ $z = a^k$

- Y $w' = xy^2z$ $i=2 \rightarrow w' = a^{l+j+k+j} = a^{2^P+j}$

$j < P \leq 2^P \Rightarrow 2^P + j < 2^{P+1}$ $a^{2^P+j} \notin L \Rightarrow L_3$ is not regular

d) - D $P \geq 1$

- Y $w = a^P b a^{P-1} b a^{P-2} \dots bab$ $w \in L$ $|w| \geq P$

- D $w = xyz$ $|xy| \leq P$ $y \neq \epsilon$

$x = a^l$ $y = a^j$ $z = a^{P-l-j} b a^{P-1} b \dots bab$

- Y $i=0$ $w' = a^{P-j} b a^{P-1} b \dots bab$

$P-j < P \rightarrow$ $a^{P-j} b a^{P-1} b \dots bab$ is not in L because the number of a 's is not equal to the number of b 's.

$\Rightarrow L_4$ is not regular

a)

b) - D $n \geq 1$

$$= \gamma \quad z_1 = a^r \quad z_2 = b^n \quad z_3 = c^n \rightarrow z_1 z_2 z_3 \in L \quad |z_2| = n$$

$$- D \quad u u w = z_2 \quad |u| \geq 1 \Rightarrow u = b^m$$

$$- \gamma \quad w' = a^r b^m b^{im} b^y c^n \quad i \geq 2$$

$$\begin{matrix} 2m + n + y \neq n + m + y \\ \uparrow \\ m \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow w' \notin L \Rightarrow L \text{ is not regular.}$$

DPDA نسبت به CFL (با قدرت کم)

Complement:

چون یک زبان بین زبانی که در آن accepting, non-accepting ها کاملاً متضاد هستند پس اگر بتوانیم آن را تشخیص دادیم که با تغییر این در state - یکدیگر همزمان DPDA می‌تواند باشد. فوایدی که نسبت به DCFE ها نسبت به complement شده‌اند!

۲ مشکل در موردی که هر چیزی را یکس کنیم ممکن است رخ دهد (اول اینکه در یک state که در آن استند فای است تعداد خروج pop شدن مقدار معینی باشد برای تراز از این مشکل در accepting ها یک استند فای است دیگر با transition = (1/9, 6) می‌رویم و از non-accepting ها همین transition یک non-accepting state می‌رویم (در وقت رسید باید در استند فای بیشتری \$ در استند فای تراز را در نظر)

(دوم)

اینکه یکی از شرایط DPDA بودن که transition - نرم $\epsilon, x / \epsilon$ است بین دو
 استیت accepting اتفاق نیفتد که با برعکس کردن وضعیت استیت‌های مشکل حل نمی‌شود
 برای حل این مشکل نیز باید تمام transition های $a, x / \epsilon$ را - بصورت دو transition یی
 - بصورت $a, x / \epsilon + a, x / \epsilon$ در بیاریم درصورتی که استیت ابتدای accepting بود استیت نهایی
 را نیز و state accepting می‌کنیم. در نهایت آنکه accepting state های با بیش از یک ورودی وجود دارند
 نمی‌توانند حذف می‌کنیم. در نهایت با تغییر وضعیت نهایی state های accepting
 - state های non-accepting و بالعکس می‌توانیم DPDA جدید بدون مشکل بسازیم

DPDA ها نسبت به اشتداد بسته نیستند \times اشتداد 2)

مثال کار پس: $L_1 = a^n b^n c^m$
 $L_2 = a^k b^n c^n$ } \rightarrow هستند DCFL
 $L_1 \cap L_2 = a^n b^n c^n$ می‌دانیم CFL نیست

نسبت به اشتداد \times union (تقاطع) 3)
 $\overline{L_1 \cup L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$ می‌دانیم

وقتی که L_1 و L_2 هر دو DCFL باشند ثابت کردیم $\overline{L_1}$ نیز DCFL هستند
 ثابت کردیم $\overline{L_1 \cap L_2}$ نیز DCFL نیست آنرا $L_1 \cup L_2$ نه تنها DCFL
 نباشد چون $\overline{L_1 \cup L_2}$ نیز نه تنها DCFL نخواهد شد و ثابت است متضاد
 متناقض خواهد شد پس $L_1 \cup L_2$ نه تنها DCFL نیست

4) Concatenation

$$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j\} \text{ DCFLL}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\} \text{ DCFLL}$$

$$0^* = \text{regular} = \text{DCFLL}$$

$$0^* (\underbrace{0 L_1 \cup L_2}_{\text{DCFLL}}) = L_C$$

یادگیری $a^i b^j c^k$ یک زبان منظم است

که اشتراک آن با زبان های DCFLL یک

زبان DCFLL به دست می آید!

پس اگر L_C ، DCFLL باشد باید درسته باشیم!

$$L_C \cap 0 a^* b^* c^* = 0 L_1 \cup 0 L_2$$

\Rightarrow به نتایج برخوردیم

باید دید که آیا DCFLL است
 فرض کردیم DCFLL است

$$\{a^i b^j c^k \mid i \neq j, j \neq k\} \text{ X DCFLL}$$

پس فرض آنکه L_C ، DCFLL است، اشتباه بوده است!

(خروجی، نتیجه)

4) برای هر q_L ، q_M عضو دو زبان M ، L یک استیت به نام q_{LM} در $W = L \cap M$

ایجاد می کنیم. این transition های مربوط نیز به حرکت می دهیم.

اسکند را نیز در DPDA تعریف می کنیم. اسکند L و اسکند M را در اسکند W تعریف می کنیم.

تدوین های حاصل در W همان تدوین های M ، L است. ($\Sigma_W = \Sigma$)

استیت ها حاصل ضرب و زوج مرتبی (استیت های L ، M است) (q_W, q_L, q_M)

حروف اسکند همان حروف اسکند L است. ($\Gamma_W = \Gamma_L$)

قوانین و transition ها نیز با ترکیب برص می شوند. تدوین ها، حروف اسکند و اسکند

$$S_W = S_L \times S_M$$

یعنی $\delta_W = \delta_L \times \delta_M$ و در نهایت نیز استیت شروع نیز

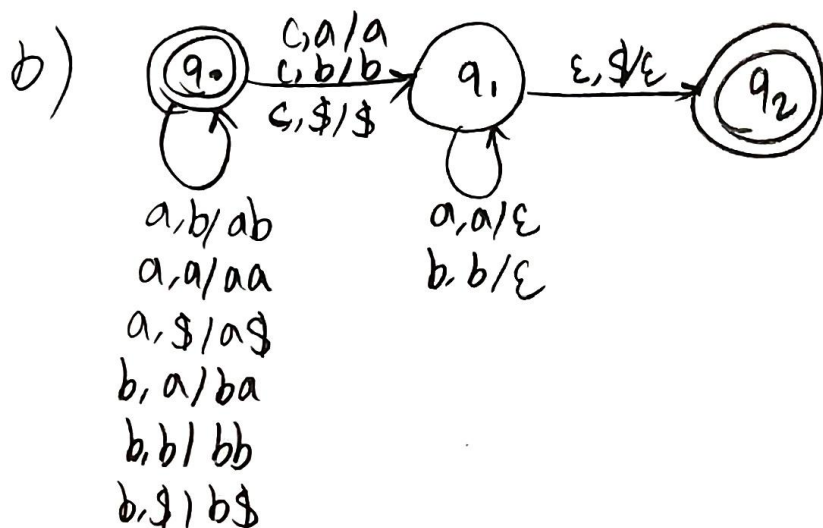
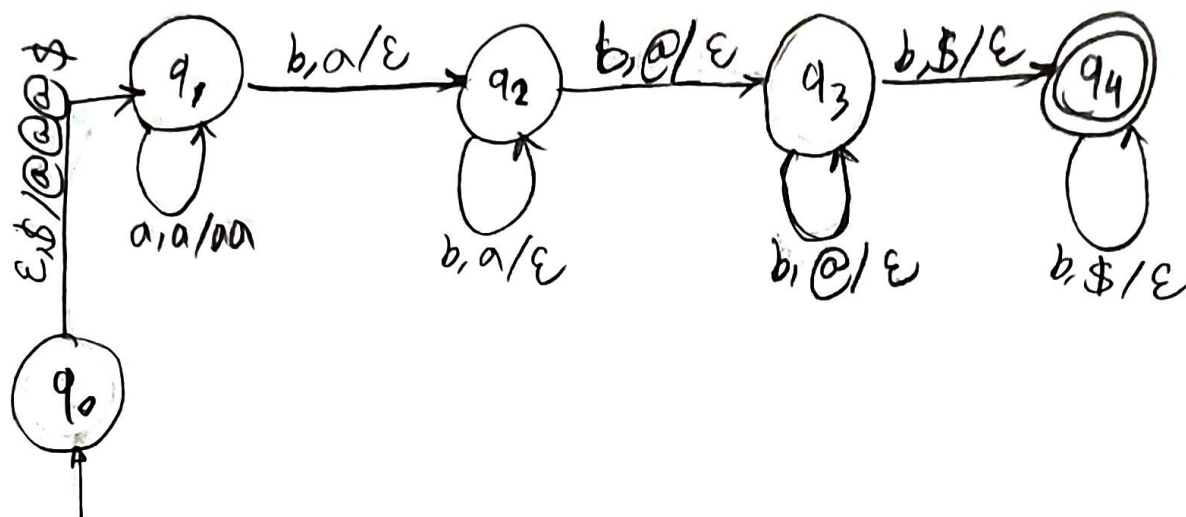
$$F_W = F_L \times F_M$$

و اسکند

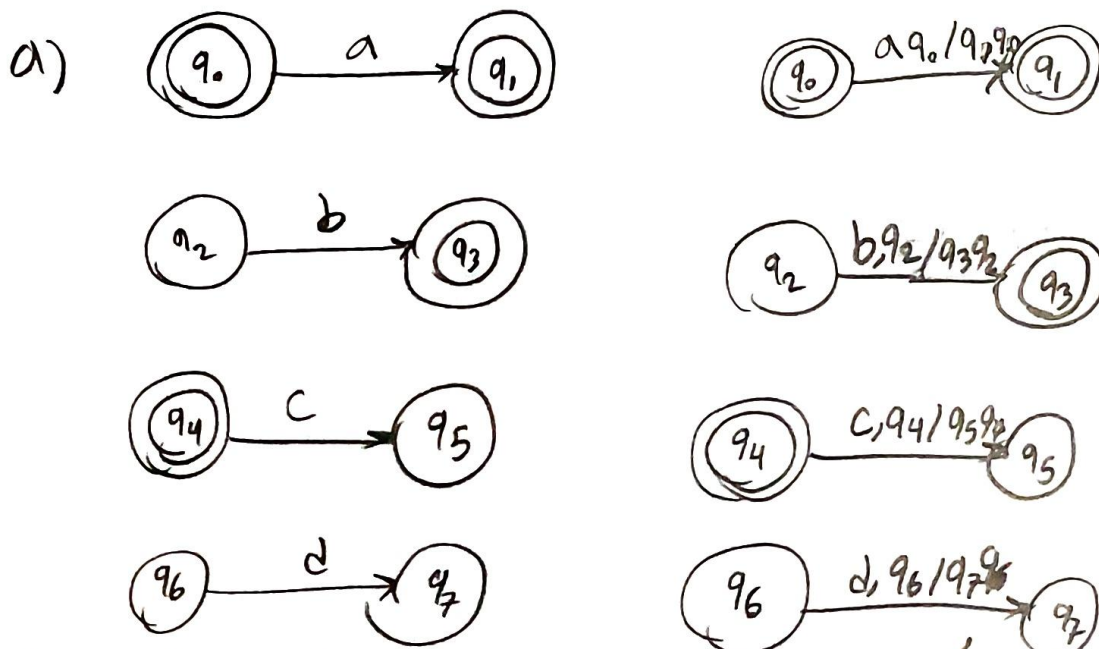
من DCFLL است

چون یک DPDA داریم پس می توانیم DPDA را به DPDA تبدیل کنیم.

a) $\{a^n b^m \mid m \geq n+3\}$



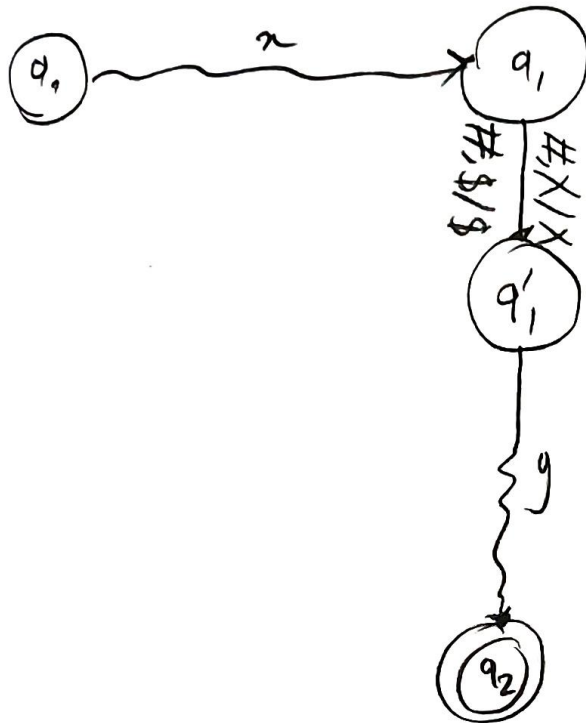
DFA



با انجام تغییرات فوق در DFA که برای هر زبان منتظم قابل رسم است: PDPA آن زبان را به سبک دیگر



برای ساختن زبان جدید توسط PDA در بوطی همان ساختار را تغییر داده و در نیمه دوم
می توان a را ساخت پس همان سیر ابتدایی با a را تا رسیدن به q_1 می کنیم.



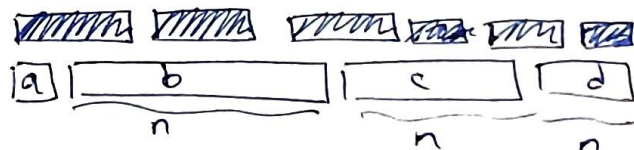
و q_1 را ~~از حالت~~ accepting خارج می کنیم و با خواندن $\#$
- بر طبق جدیدی می رویم سپس
تأثیر بر اصل بین q_1 و q_2 در L را
بازنویسی می کنیم! ($\#$ را چون در
رشته های L نداریم پس هر عدد اشتباهی
ورود استیت q'_1 نمی شود)

a) - D $n \geq 1$

- γ $w, ab^n c^n d^n \in L$

- D $u \in \Sigma^* z \quad |u| \leq n \quad |u| + |z| \geq 1$

- γ $i=3 \quad u = u_1 a^i u_2 \quad u_1 u_2 \notin L$



و u همواره ۳ حرف مختلف را به مثل می شود! یا ۲ حرف و یا یک حرف را شامل می شود با ۳ یا ۲ یا ۱ بزرگتری یکی
از عناصر Σ یا با یکدیگر به هم می پیوندند هر که تعداد آن زیاد شود (هر عددی که در آن باشد) زیاد می شود
و تعداد یکی از حقیقیها ثابت می ماند که این باعث می شود بتوانیم برای تعداد متغیرهای
متغیر می شود پس $L \neq L$ پس زبان L مستقل از متن نیست

$$b) -D \quad n \geq 1$$

$$-2 \quad w, a^n b^n c^2 \in L$$

$$-D \quad u \in \Sigma^2 \quad |u| \leq n \quad |x| + |y| \geq 1$$

① در صورتی که y مثل a یا b یا هر دو باشد

ما قرار دادن $z = a$ از تعداد یکی از a یا b کم می کند و تیرتای u و v را می دهد

و u که دیگر عضو زبان نیست پس L مستقل از متن نیست

② در صورتی که y مثل a و b نباشد $i = \frac{n-2}{m+j} + 1$

و در انتهای v $v = c^m$ و c و y !

در نهایت باید با تغییر n کاری کنیم که تعداد c ها با تعداد a و b ها

مساوی شوند. پس داریم:

$$(i-1)(m+j) + 2 = n$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{m+j} + 1 = i$$

ما قرار دادن n در حالت دوم مساوی عدد فوق تعداد c ها یا a و b مساوی شد که خلاف

فرض شد است و منتهی می شود که درست است که عضو زبان L نیست

پس L یک زبان مستقل از متن نمی باشد.