



به نام خدا

استاد: دکتر قدوسیان

درس: ریاضی عمومی ۲

تاریخ تحویل تمرین: روز امتحان ریاضی عمومی ۲

بخش سوم:

۱. فرض کنید $f(x, y, z) = x - 2y^2 + z$ ، $\mathbf{r}(t)$ را نگاشت f را روی سیرهای زیر بیابید.

الف) روی سیر C با تعریف $C: \vec{R}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k}$

ب) روی سیر $C' = C_1 \cup C_2$ با تعریف $C_1: \vec{R}(t) = t\hat{i} + t\hat{j}$ $0 \leq t \leq 1$

$C_2: \vec{R}(t) = \hat{i} + \hat{j} + t\hat{k}$ $0 \leq t \leq 1$

۲. فرض کنید C سیر شکل زیر باشد.

$$\vec{R}(t) = \cos(4t)\hat{i} + \sin(4t)\hat{j} + t\hat{k} \quad t \in [0, 2\pi]$$

مطلوب است انتگرال فید خطی تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ روی خم C .

۳. میدان برداری $F(x, y, z) = (x^2 - y^2 - z, z^2 - x)$ داده شده است. کارسز F از نقطه $P_0(0, 0, 0)$

ماتر $P_1(1, 1, 1)$ را روی هر یک از دو خم زیر بیابید.

الف) خم C_1 با ضابطه $\vec{R}(t) = t\hat{i} + t\hat{j} + t\hat{k}$ $t \in [0, 1]$

ب) خم C_2 با ضابطه $\vec{R}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j} + t^3\hat{k}$ $t \in [0, 1]$

4. مطلوب = انتگرال کارسوزی

$$\vec{F}(x, y, z) = (x, z, y) \text{ روی مسیر } C \text{ با منطبق:}$$

$$\vec{R}(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad t \in [0, \frac{\pi}{4}]$$

5. مقنیه کون را برای حالتی که $\vec{F}(x, y) = (x+y, -xy)$ و خم C سرزنامه مجزوبه منحنی های $y = x^2$ و $x = y^2$ باشد تحقق کند.

6. درست مقنیه کون را در مورد میدان برداری $\vec{F}(x, y) = (x-y, x)$ و ناحیه D محصوره دایره C به حادله

$$\vec{R}(t) = \cos t \hat{i} + \sin t \hat{j} \quad ; \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

تحقق کند.

7. مطلوب = مقدار انتگرال $I = \oint_C (2y + \sqrt{1+x^2}) dx + (5x + e^{\tan^{-1}y}) dy$ که در آن C سرز دایره

توپر D به حادله $x^2 + y^2 \leq 4$ را باید.

8. سمت بغیر به حادله $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ را باید.

9. فرض کنید رویه S بخش از مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ باشد که بین صفحات $z=1$ و $z=2$ قرار می گیرد. انتگرال

رویه ای تابع $g(x, y, z) = x^2 z^2$ روی رویه S را باید.

10. رویه S بخش از مخروط $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ است که بین استوانه های $x^2 + z^2 = 1$ و $x^2 + z^2 = 4$ قرار می گیرد. سمت که را باید.

۱۱. فرض کنید S رویه \hat{x} باشد که صفحات $x=0$ و $x=a$ از استوانه $\begin{cases} y^2+z^2=a^2 \\ z \geq 0 \end{cases}$ جدا می کنند. مطلوب است شار بر روی میدان $\vec{f}(x,y,z) = yz \hat{j} + z^2 \hat{k}$ از رویه S گذرنده از رویه S .

۱۲. فرض کنید $\vec{F}(x,y,z) = (xy, yz^2, xz^3)$
مطلوب است محاسبه $\text{div} \vec{F}$ ، $\text{curl} \vec{F}$ ، $\text{div}(\text{curl} \vec{F})$

۱۳. معنی دپورزاشی را در حالتی که $\vec{F}(x,y,z) = (x, y, z)$ و رویه S کره به معادله $x^2+y^2+z^2=a^2$ باشد تحقیق کنید.

۱۴. معنی استوکس را در حالتی که رویه S نیمه $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ z \geq 0 \end{cases}$ با دایره مرزی C به معادله

$\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ z=0 \end{cases}$ است و میدان برداری $\vec{F}(x,y,z) = y \hat{i} - x \hat{j}$ است تحقیق کنید.

۱۵. میدان \vec{F} روی فضای R^3 بصورت زیر تعریف شده است.

$$\vec{F}(x,y,z) = (xz - y, -z, xz)$$

آیا میدان \vec{F} پیمانه است؟

۱۶. میدان \vec{F} روی R^3 بصورت زیر تعریف شده است.

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^x \cos y + yz) \vec{i} + (xz - e^x \sin y) \vec{j} + (xy + z) \vec{k}$$

الف) نشان دهید که میدان \vec{F} پتانسیل دارد. یک تابع پتانسیل برای میدان \vec{F} بیابید.

ب) انتگرال کار نیروی \vec{F} از نقطه $A(0, 0, 0)$ تا نقطه $B(1, \frac{\pi}{4}, -1)$ را بیابید.

۱۷. مطلوب = محاسبه کار نیروی $\vec{F} = (x^2y^2 - 5y + e^{x^2}) \vec{i} + (x^3y^2 + 3x + \sin y^2) \vec{j}$

در امتداد دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ و در جهت خلاف عقربه‌ها.

۱۸. مطلوب = سمت نواری که مساحت $x=2$ و $x=7$ از سهمی وار $x^2 + y^2 - z = 0$ جدا می‌کنند.

۱۹. میدان برداری $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ در رویه S به معادله

$$S = \{ (x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, x, y, z > 0 \}$$

را در نظر بگیرید. اگر n بردار فاق به خارجی (برونو) باشد. انتگرال $\iint_S \text{curl } F \cdot n \, ds$ را محاسبه کنید.