

---

## سؤال ۱.

ثابت کنید هر عدد طبیعی بزرگ تر یا مساوی ۲ را می توان به عوامل اول تجزیه کرد.

**پاسخ.**

واضح است که ۲ را می توان به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه کرد. (اگر  $p$  عددی اول باشد، خود  $p$  تجزیه ی  $p$  به عوامل اول می باشد.)  
حال فرض کنید هر عدد طبیعی کوچک تر یا مساوی  $n$  را بتوان به عوامل اول تجزیه کرد. می خواهیم ثابت کنیم عدد طبیعی  $n + 1$  را هم می توان به عوامل اول تجزیه کرد.

اگر  $n + 1$  اول باشد، که خود  $n + 1$  تجزیه ی  $n + 1 = n + 1$  به عوامل اول است. پس فرض کنید  $n + 1$  اول نباشد. در نتیجه دو عدد طبیعی  $1 < a, b < n + 1$  وجود دارند که  $n + 1 = ab$ . بنا به فرض استقرا می توان  $a$  و  $b$  را به عنوان اول تجزیه کرد.

$$a = p_1 p_2 \dots p_k, \quad b = q_1 q_2 \dots q_{k'}$$

پس  $n + 1 = ab = p_1 p_2 \dots p_k q_1 q_2 \dots q_{k'}$  (ها  $p_i$  ها و  $q_j$  ها اولند). یعنی  $n + 1$  به عوامل اول تجزیه شده است و حکم ثابت شد.