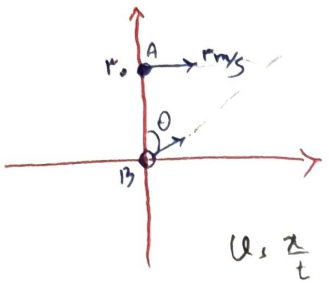
محمد امین بلو ۸۱۰۱۰۰۰۸۴ تکلیف ۱۲ - ۱۰۳ - گروه ۴

(۱) معلومات:



$a = ۰/۱۴$ $v_{0B} = 0$ $v_A = ۳$ $\theta = ؟$

$v = \frac{x}{t} \rightarrow ۳ \times t = x$

$x = \sin\theta \times \frac{1}{۲} \times ۰/۱۴ \times t^۲$ $\Big\} \Rightarrow ۰/۱۲ \sin\theta\, t^۲ = ۳t$, $\frac{۱}{۲} \cdot ۰/۱۴ \times t^۲ \cos\theta = ۳۰$

$\Rightarrow$ $۰/۱۲ t^۲ \cos\theta = ۳۰ \rightarrow t^۲ \cos\theta = ۱۳۰$ $\Big\} \rightarrow ۲۲۵۰۰ + ۲۲۵ t^۲ = t^۴$ (۱)

$۰/۱۲ t^۲ \sin\theta = ۳t \rightarrow t^۲ \sin\theta = ۱۲۵t$

$t^۴ - ۲۲۵ t^۲ - ۲۲۵۰۰ = ۰$

$\Rightarrow t^۲ = ۳۰۰ \Rightarrow ۰/۱۲ \times ۳۰۰ \times \cos\theta = ۳۰ \rightarrow \cos\theta = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = ۶۰$

---

(۲) معلومات:

$a = ۲/۲$

$v = ۶/۶$

$t = ؟$

الف)

$y_{\text{توپ}} = -\frac{۱}{۲} \times ۹/۸ \times t^۲ + ۲۱/۲t + ۲/۷$ $\Big\} \rightarrow -۴/۹t^۲ + ۲۱/۲t + ۲/۷ = ۱۱/۱t^۲ \Rightarrow t = ۰/۷$

$y_{\text{سرعت}} = \frac{۱}{۲} \times ۲/۲ t^۲ + ۲/۶t$

ب)

$-\frac{۱}{۲} \times ۹/۸ \times (۰/۷)^۲ + ۲/۶ \times ۰/۷ = ۱/۲۸۶$

---

(۳) معلومات:

$v = \alpha\sqrt{x}$

$\alpha > ۰$

$t = ۰$, $x = ۰$

الف)

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \times \frac{\alpha}{۲\sqrt{x}} = \boxed{\frac{\alpha^۲}{۲}}$

$a = \frac{v}{t} = \frac{\alpha^۲}{۲} \Rightarrow v = \frac{\alpha^۲}{۴} t$

ب)

$\frac{\alpha\sqrt{۰} + \alpha\sqrt{۵}}{۲} = \frac{\alpha}{۲}\sqrt{۵}$

گروه ۴ ۸۱۰۱۰۰۰۸۴ محمد اسانلو

(۴) معلومات:

$a = 3v_x i + 4t j$

$r = 20 i + 40 j$

$v = 5 i + 2 j$

$t = 4 \rightarrow x = ?$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$a_1 = 3 \times 5 = 15 \, m/s^2$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \rightarrow 3v_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow 3dt = \frac{dv_x}{v_x} \rightarrow \int_0^t 3dt = \int_5^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} \Rightarrow$$

$$3t - 3\times 0 = \ln v_x - \ln 5 \Rightarrow \ln \frac{v_x}{5} = 3t \rightarrow v_x = 5e^{3t}$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v_x dt = dx \Rightarrow \int_0^t \underbrace{v_x}_{5e^{3t}} dt = \int_{20}^x dx \Rightarrow x = \frac{5}{3}(e^{3t} - 1) + 20 \xrightarrow{t=4} \boxed{x = 271000}$$

به طریق مشابه

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \Rightarrow 4t = \frac{dv_y}{dt} \rightarrow \int_0^t 4t\,dt = \int_2^{v} dv_y \Rightarrow 2t^2 = v_y - 2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow dy = v_y dt \Rightarrow \int_{40}^y dy = \int_0^t v_y dt \Rightarrow y - 40 = \frac{2}{3}t^3 + 2t$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}t^3 + 2t + 40 \xrightarrow{t=4} \boxed{y = 91}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 271000 i + 91 j}$$

---

(۵) معلومات:

$v_1 = 4 \, m/s$

$v_2 = -3 \, m/s$

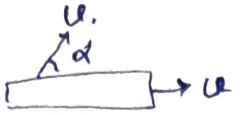
$a = g$

$$v_A = v_{0A} i - gt j \qquad v_B = -v_{0B} i - gt j$$

$$\text{if } v_A \cdot v_B = 0 \Rightarrow v_{0A} \times (-v_{0B}) + g t^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{v_{0A} \times v_{0B}}}{g} = \frac{2\sqrt{3}}{g}$$

$$x_A = v_{0A} t = 4 \times \frac{2\sqrt{3}}{g} \qquad x_B = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{g} \rightarrow x_A + x_B = \frac{14\sqrt{3}}{g} = \boxed{2.42}$$

۴) معلومات:



$\alpha = ? \rightarrow \Delta x_{max}$

$x = (v_{0x} + v)t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_{0x} + v}$

$y = -\dfrac{g t^2}{2} + v_{0y} t$

$\Rightarrow$ Max شرط: $0 = -\dfrac{g}{2}\left(\dfrac{x}{v_{0x}+v}\right) + v_{0y}\left(\dfrac{x}{v_{0x}+v}\right)$

$\Rightarrow x = 2\dfrac{v_{0y}(v_{0x}+v)}{g} = 2\dfrac{v_0 \sin(\alpha)(v_0\cos(\alpha)+v)}{g} =$

ماکسیمم یابی:

$\dfrac{dx}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \cos\alpha\left(\cos\alpha + \dfrac{v}{v_0}\right) - \sin^2\alpha = 0 \Rightarrow$

$2\cos^2\alpha + \dfrac{v}{v_0}\cos\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{-\frac{v}{v_0} \pm \sqrt{\frac{v^2}{v_0^2} + 8}}{4} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arccos\left(\dfrac{-\frac{v}{v_0} + \sqrt{\frac{v^2}{v_0^2}+8}}{4}\right)}$

---

۷) معلومات $v_1 = 3i + 4j$

$t = 5s: \ v_2 = -3i - 4j$

الف)

$a = \dfrac{v^2}{r} \Rightarrow a = \dfrac{(5)^2}{r} \rightarrow a = \dfrac{25}{19.4} = \boxed{1.3}$

$T = 10s \Rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T} \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi \times 19}{10} \Rightarrow r = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{2\omega}{\pi} = 12.14$

ب)

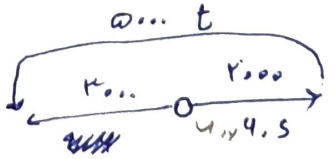
$\bar{a} = \dfrac{v_2 - v_1}{t} = \dfrac{4i + 8j}{5} = 0.8i + 1.4j = \boxed{2}$

---

۸) معلومات

$t_1 = 1h \quad d_1 = 30km$

$t_2 = 2h \quad d_2 = 50km$



الف)

$(v_{\text{قایق}} - v_{\text{آب}}) = \dfrac{30}{1}$

$(v_{\text{قایق}} + v_{\text{آب}}) = \dfrac{50}{2}$

$\xrightarrow[\text{مجهول}]{\text{دو معادله دو}}$

$v_{\text{آب}} = 10 \ km/h$

$v_{\text{قایق}} = 30 \ km/h$

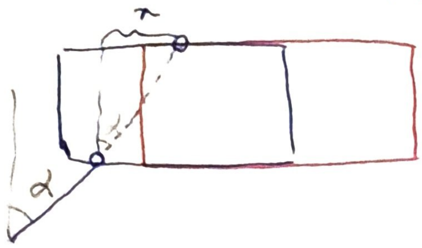
ب)

$s_2 = (1+t)\, v_{\text{آب}}$

$t = 1$

گروه ۲   ۸۱۰۱۰۰۰۸۴   محمد اسانلو

(۹)



معلومات :

$v_{ن} = ۵۰$

$v_{گ} = ۳۶۰$

$v'_{گ} = \frac{۸۰}{۱۰۰} \times ۳۶۰$

$x = ۵۰ \cdot t \quad , \quad x = \sin\alpha \cdot \frac{۸۰}{۱۰۰} \times ۳۶۰ \times t$

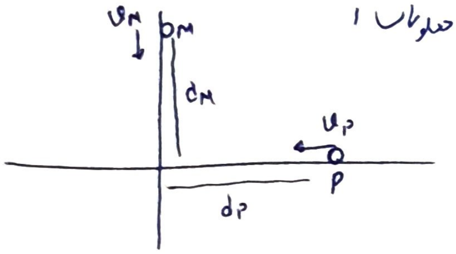
$\Rightarrow ۵۰ = \sin\alpha \times ۸ \times ۳۶ \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۵۰}{۸ \times ۳۶} \Rightarrow \sin\alpha = ۰/۱۷۳$

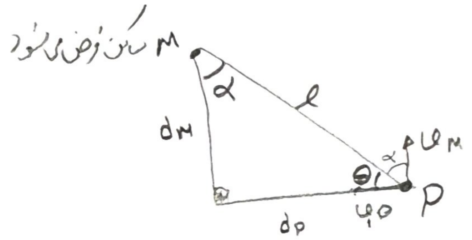
$\Rightarrow \alpha = ۱۰^\circ$

---

(۱۰)

معلومات :





. حرکت نسبی :

الف) M را ساکن فرض می‌کنیم :

مولفه در راستای l $v_{2p} = v_{1p}\cos\theta + v_M\cos\alpha = \frac{v_p d_p + v_M d_M}{l}$

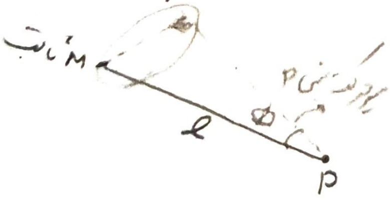
مولفه‌ی عمود بر l $v_{1p} = v_{1p}\sin\theta - v_M\sin\alpha = \frac{v_p d_M - v_M d_p}{l}$

$\tan\Phi = \frac{v_p d_M - v_M d_p}{v_p d_p + v_M d_M}$ زاویه‌ی بین سرعت نسبی و در راستای خط واصل

ب) چون حرکت‌ها با سرعت ثابت است $\Rightarrow$ سرعت نسبی همان مقدار بالا می‌باشد

ج) کمترین فاصله برابر فاصله M از خط مسیر حرکت نسبی است یعنی :

$l \sin\Phi = \text{Min } d$



د) با توجه به شکل فوق شرط برخورد حرکت نسبی p در راستای l است. یعنی

$\tan\Phi = ۰ \Rightarrow v_p d_M - v_M d_p = ۰ \Rightarrow v_p d_M = v_M d_p \Rightarrow d_M / v_M = d_p / v_p$