



ریاضیات گستته

تمرین هشتم - روابط بازگشتی

نگار مرادی

تاریخ تحویل ۱۴۰۱/۰۲/۱۱

سوال ۱.

جمله عمومی رابطه‌های بازگشتی زیر را به دست آورید.

.۱

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$$

$$a_* = 4$$

$$a_1 = -4$$

$$a_2 = 8$$

.۲

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2}, n \geq 2$$

$$a_* = 4$$

$$a_1 = 10$$

سوال ۲.

۲. با استفاده از تابع مولد نمایی تعداد رشته‌های به طول n از حروف a, b, c که در آن‌ها تعداد a زوج و تعداد b فرد باشند را بیابید.

سوال ۳.

اگر تابه حال به باع کتاب تهران رفته باشید، ممکن است گذرatan به پلههای طولانی حیاط آن افتاده باشد. به دلیل اینکه ارتفاع بین دو پله متوازی بسیار کم است، نیما و شانلی تصمیم می‌گیرند تا پلهها را به صورت مورب طی کنند. به طور دقیق‌تر، آنها یک پله در بالاترین ردیف را انتخاب کرده و در هر مرحله به پله پایین چپ یا پایین راست می‌روند. برای سادگی مسأله، مجموعه پلهها را به صورت ۱۰ ردیف که هر ردیف شامل ۸ پله است، در نظر بگیرید. نیما و شانلی چند مسیر متفاوت از شروع تا پایان را می‌توانند طی کنند؟



سوال ۴.

۱. تابع مولد دنباله‌ی بازگشتی داده شده را به دست آورید.

$$a_n - 4a_{n-1} = n; n \geq 1, a_1 = 1$$

سوال ۵.

سوال ۶

فرض کنید x_n تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه $\{n, \dots, 1\}$ باشد به طوری که اگر اعضای زیرمجموعه را از کوچک به بزرگ در یک دنباله قرار دهیم، زوجیت جملات مجاور متفاوت باشد. (برای مثال $\{1, 4, 9, 14\}$ ، $\{1, 4, 9, 13\}$ این ویژگی را دارند ولی $\{7, 3, 1\}$ این ویژگی را ندارند). رابطه بازگشتهای برای x_n باید و سپس آن را حل کرده و رابطه مستقیم بررسید.