

سوال (1) الف

از برهان خلف استفاده می کنیم. برای اثبات این که اگر رابطه R متعلق به NF4 باشد، آنگاه R متعلق به BCNF نیز می باشد، فرض می کنیم که R متعلق به NF4 است اما متعلق به BCNF نیست. در این صورت یک وابستگی تابعی به شکل $X \rightarrow Y$ وجود دارد که X یک کلید کاندیدا برای R نیست و این به معنی وجود یک MVD به شکل $X \twoheadrightarrow Y$ است که موجب نقض شرایط NF4 می شود. بنابراین، اگر R متعلق به NF4 باشد، آنگاه R قطعاً متعلق به BCNF است. این به این معنی است که هر کلید کاندیدایی برای R نیاز به اعمال قواعد BCNF دارد تا رابطه R به شکل فشرده شده و بهینه شده ای طراحی شود.

این رابطه بر اساس تعریف NF4 به این معنی است که هر MVD در R توسط یک کلید کاندیدا تعیین شود. اگر R این شرط را ارضاء می کند، آنگاه می توان نتیجه گرفت که R متعلق به BCNF نیز می باشد. این به این معنی است که هیچ وابستگی چندتایی غیرمعمول وجود ندارد و اطلاعات بهینه و غیر تکراری در رابطه ذخیره می شود.

(ب)

شکستن یک رابطه دارای ویژگی Join Lossless به معنی این است که با اتصال روابط کوچکتر به یکدیگر، می توان رابطه اصلی را بدون افت اطلاعاتی بازسازی کرد. اگر این ویژگی برقرار نباشد، ممکن است مشکلات جدی ایجاد شود:

1. اگر join کردن روابط کوچکتر به رابطه اصلی اطلاعات را از دست دهد، ممکن است مجموعه داده ها ناقص شود و برخی اطلاعات مهم از بین برود.

2. احتمال وجود تاپل های تکراری یا اضافی در رابطه حاصل افزایش می یابد که ممکن است باعث انتشار اطلاعات نادرست شود.

3. اگر join کردن روابط نتواند اطلاعات را به صورت دقیق بازسازی کند، این باعث می‌شود که اطلاعات موجود در رابطه ناقص یا غیرقابل اعتماد باشد.

4. جستجو و ترکیب داده‌ها بدون ویژگی Join Lossless ممکن است وارد پیچیدگی‌ها و زمان‌بری‌های غیرضروری شود که باعث کاهش اداء و بهره‌وری سیستم می‌شود.

بنابراین، اهمیت وجود ویژگی Join Lossless در شکستن روابط برای اطمینان از انطباق و صحیح بودن داده‌ها و تضمین دقت و صحت اطلاعات ذخیره شده بسیار مهم است.

سوال (2) الف

برای رابطه $FD = \{ A \rightarrow B, CD \rightarrow E, E \rightarrow C, B \rightarrow D \}$ ، ابتدا مجموعه کلیدهای کاندیدا برای رابطه R را مشخص می‌کنیم و سپس بررسی می‌کنیم که آیا رابطه در فرم‌های نرمال BCNF و 3NF هست یا خیر.

1. مجموعه کلیدهای کاندیدا برای R:

یک مجموعه کلید کاندیدا برای R شامل هر زیر مجموعه از FD ها که تمامی ستون‌های R را پوشش دهد است. از تعریف‌های FD ها استفاده می‌کنیم تا مجموعه کلیدهای کاندیدا را شناسایی کنیم. چون A , F در هیچ سمت راستی نیستند پس حتما بخشی از کلید هستند.

$$AF^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

$$AFB^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

$$AFC^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$AFD^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

$$AFE^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$AFBD^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

2. بررسی فرم‌های نرمال:

رابطه BCNF نیست چرا که FD ها شرایط را ندارد مثلا رابطه $A \rightarrow B$ مثلا شامل هیچ کلیدی نیست.

همچنین 3NF هم نیست چون مثلا همان عبارت $A \rightarrow B$ ناقض شرایط است و سمت چپ آن کلید نیست.

(ب)

$$FD = \{ BC \rightarrow E , DE \rightarrow AC , BD \rightarrow A , ABCD \rightarrow AE \}$$

1. مجموعه کلید های کاندید:

یک مجموعه کلید کاندیدا برای R شامل هر زیر مجموعه از FD ها که تمامی ستون‌های R را پوشش دهد است. از تعریف‌های FD ها استفاده می‌کنیم تا مجموعه کلیدهای کاندیدا را شناسایی کنیم. چون B , D, F در هیچ سمت راستی نیستند پس حتما بخشی از کلید هستند.

$$BDF^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

$$BDFC^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$BDFA^+ = \{A, F, B, D\} \quad \times$$

$$BDEF^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

پس در این سوال BDFE و BDFC کاندیدای کلید هستند.

2. بررسی فرم های نرمال

رابطه BCNF نیست چرا که ناقض هستند مثلاً در $BC \rightarrow E$ می بینیم که BC شامل هیچ کلیدی نمی شود.

همچنین 3NF نیز نیست چرا که در رابطه زیر AC جزو هیچ کلید کاندیدی نیست و بدیهی هم نیست.

$$DE \rightarrow AC$$

(ج)

$$FD = \{ AB \rightarrow C , A \rightarrow E , C \rightarrow DE , D \rightarrow BE \}$$

1. مجموعه کلید های کاندید:

یک مجموعه کلید کاندیدا برای R شامل هر زیر مجموعه از FD ها که تمامی ستون های R را پوشش دهد است. از تعریف های FD ها استفاده می کنیم تا مجموعه کلید های کاندیدا را شناسایی کنیم. چون A , F در هیچ سمت راستی نیستند پس حتما بخشی از کلید هستند.

$$AF^+ = \{A, F, E\} \quad \times$$

$$AFB^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$AFC^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$AFD^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$AFE^+ = \{A, F, E\} \quad \times$$

پس AFB و AFC و AFD کلید های کاندید هستند.

2. بررسی فرم های نرمال:

رابطه BCNF نیست چرا که FD ها شرایط را ندارد مثلا رابطه $A \rightarrow E$ ناقض شرایط است.
همچنین 3NF هم نیست چون مثلا همان عبارت $C \rightarrow DE$ ناقض شرایط است و سمت
چپ آن کلید نیست و سمت راست آن بخشی از کلید نیست و بدیهی هم نیست.

سوال 3)

الف) برای رسیدن به minimal cover مراحل زیر را باید طی کنیم:

1. در قدم اول باید سمت راست را تک attribute کنیم. (Decompose the right sides)

2. سمت چپ را تا حد ممکن کوچک کنیم. (Minimize the left sides)

3. آن FD هایی که افزونگی دارند را حذف کنیم. (Delete redundant FDs)

Steps:

1)

$$F1 = \{D \rightarrow F, A \rightarrow F, F \rightarrow C, F \rightarrow E, B \rightarrow D, BC \rightarrow D, DF \rightarrow B, DF \rightarrow A\}$$

2)

همانطور که در بالا میبینیم چون $D \rightarrow F$ را داریم پس DF سمت چپ این عبارات $DF \rightarrow B$ و $DF \rightarrow A$ را می توان به صورت $D \rightarrow B$ و $D \rightarrow A$ نوشت

$$F1 = \{D \rightarrow F, A \rightarrow F, F \rightarrow C, F \rightarrow E, B \rightarrow D, BC \rightarrow D, D \rightarrow B, D \rightarrow A\}$$

3)

طبق قانون تراگذاری چون $D \rightarrow A$ و $A \rightarrow F$ را داریم پس می توان $D \rightarrow F$ را نتیجه گرفت و
آن را حذف کرد همچنین چون $B \rightarrow D$ پس نیازی $BC \rightarrow D$ نیست و اضافی است و میتوانیم آن را
حذف کنیم

جواب نهایی :

$$F1 = \{ A \rightarrow F, F \rightarrow C, F \rightarrow E, B \rightarrow D, D \rightarrow B, D \rightarrow A \}$$

(ب)

Steps:

1)

$$F2 = \{ BG \rightarrow F, BG \rightarrow A, BA \rightarrow H, BA \rightarrow C, C \rightarrow G, C \rightarrow A, FB \rightarrow A, FBC \rightarrow H, HB \rightarrow C \}$$

2)

ثابت می ماند.

3)

ثابت می ماند.

جواب نهایی :

$$F2 = \{ BG \rightarrow F, BG \rightarrow A, BA \rightarrow H, BA \rightarrow C, C \rightarrow G, C \rightarrow A, FB \rightarrow A, FBC \rightarrow H, HB \rightarrow C \}$$

(ج)

Steps:

1)

$F3 = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, ACD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow G \}$

2)

از $C \rightarrow A$ نتیجه میگیریم که می توان $ACD \rightarrow B$ به صورت $CD \rightarrow B$ نوشت

$F3 = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, CD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow G \}$

3)

چون $C \rightarrow A$ را داریم دیگر نیازی به $CE \rightarrow A$ نداریم و میتوانیم آن را حذف کنیم

$F3 = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, CD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow G \}$

جواب نهایی :

$F3 = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, CD \rightarrow B, D \rightarrow E, D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow G \}$

سوال 4)
(الف)

| Company | LastName | FirstName | Department |
|---------|----------|-----------|------------|
| Amazon | Lee | Alice | Sales |
| Amazon | Lee | Alice | Marketing |

| | | | |
|--------|--------|------|-------------|
| Amazon | Lee | Mark | Sales |
| Amazon | Lee | Mark | Marketing |
| Amazon | Garcia | Mark | Development |
| Amazon | Garcia | Mark | Sales |
| Amazon | Garcia | Mark | Marketing |
| Amazon | Lee | Mark | Development |

(ب)

| CustomerName | ContactNumber | Address | Membership |
|--------------|---------------|------------|------------|
| Jane Smith | 123456 | Elm St 123 | Gold |
| Jane Smith | 098765 | Oak St 456 | Gold |
| John Doe | 098765 | Oak St 456 | Gold |
| John Doe | 123456 | Elm St 123 | Gold |

سوال 5)

الف) خیر در فرم نرمال 3NF نیست چون مثلاً در $C \rightarrow BD$ سمت چپ شامل کلید نیست و سمت راست هم قسمتی از کلید کاندید نیست. یا مثلاً در $BE \rightarrow AD$ رابطه بدیهی نیست یعنی سمت راست زیر مجموعه ای سمت چپ نیست و همچنین سمت چپ اصلاً عضو کلید های کاندید نیست و همچنین سمت راست زیر مجموعه یکی از

کلید های یکتا نیست. پس کلا 3NF نیست.
کلید ها کاندید:

چون C در سمت راست هیچ کدام نیست پس C حتما باید جزو کلید ها باشد.

$$C^+ = \{C, B, D\} \quad \times$$

$$AC^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

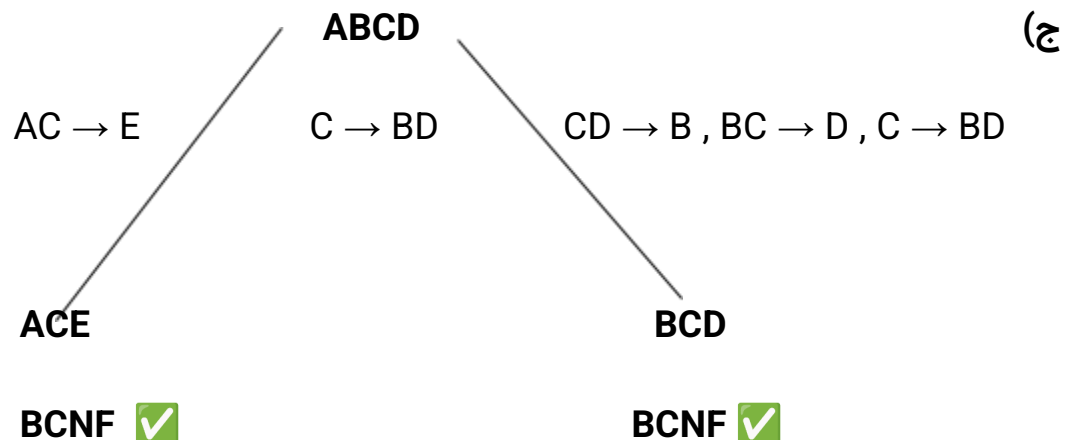
$$BC^+ = \{B, D, C\} \quad \times$$

$$EC^+ = \{A, F, B, D, C, E\} \quad \checkmark$$

$$CD^+ = \{B, D, C\} \quad \times$$

$$BCD^+ = \{B, C, D\} \quad \times$$

ب) با توجه به اینکه می دانیم BCNF بودن زیر مجموعه ای 3NF بودن است پس با توجه به اینکه در بخش قبلی ثابت کردیم که 3NF نیست پس BCNF نیست. همچنین 2NF هم نیست چرا که مثلا $C \rightarrow BD$ یک PARTIAL DEPENDENCY است پس 2NF هم نیست. در صورتی که دامنه همه Attribute ها atomic باشند می توان قوی ترین فرم 1NF بودن را برایش در نظر گرفت.



برای تجزیه رابطه $R(A, B, C, D, E)$ با تابع وابستگی‌های

$$FD = \{AC \rightarrow E, BE \rightarrow AD, C \rightarrow BD\}$$

به روابط BCNF، ابتدا با استفاده از قاعده تبدیل FD به کلید، روابط ACE و BCD را بدست می‌آوریم. سپس با بررسی وابستگی‌های تابع در هر یک از این دو رابطه، به این نتیجه می‌رسیم که نیاز به اضافه کردن رابطه ABDE به مجموعه داریم تا وابستگی‌های تابع حفظ شود و تجزیه در حالت preserving dependency انجام شود. در نهایت، رابطه R به سه رابطه BCD، ABDE، و ACE تجزیه خواهد شد که همگی در فرم BCNF هستند و هیچ‌یک از این تجزیه‌ها حاوی اطلاعات اضافی یا از دست رفته نیستند. در واقع پس از تجزیه بالا که در شکل نمایش داده شده به دلیل آنکه $BE \rightarrow AD$ ، هیچ کجا PRESERVE نشده است یک جدول دیگر اضافه می‌کنیم که پس از DECOMPOSITE به صورت نهایی زیر خواهیم رسید.

$R(A, C, E)$

$R(B, C, D)$

$R(A, B, D, E)$