Year: Month: Day:

Page:( )

محمد امانلو

شماره دانشجویی: ۸۱۰۱۰۰۰۸۴

سوال 1:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu I$$

$$\text{if } a<R \Rightarrow B\times 2\pi a = \int_0^a 2\pi\mu|\vec{J}(\vec{r})|\, r\,dr$$

$$\Rightarrow B = \frac{A}{a}\left(\frac{1-e^{-\beta a}}{\beta^2} - \frac{ae^{-\beta a}}{\beta}\right)$$

$$\text{if } a>R \Rightarrow B\times 2\pi a = \int_0^R 2\pi\mu|\vec{J}(\vec{r})|\, r\,dr$$

$$B = \frac{A\mu}{a}\left(\frac{1-e^{\beta a}}{\beta^2} - \frac{ae^{-\beta a}}{\beta}\right)$$

سوال 2:

$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DA}$$

نقطه P در راستای دو تکه سیم AB و CD قرار دارد پس میدان مغناطیسی ناشی از آن ها در این جهت صفر است.

$$B = \frac{a}{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2R}$$

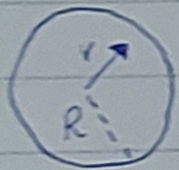
$$\vec{B}_{BC} = \frac{1}{3}\frac{\mu_0 I}{2(3)}(-\hat{z}) = \frac{\mu_0 I}{18}(-\hat{z})$$

$$\vec{B}_{DA} = \frac{1}{3}\frac{\mu_0 I}{2(2)}(\hat{z}) = \frac{\mu_0 I}{12}(\hat{z})$$

$$\vec{B} = 0 + \frac{\mu_0 I}{18}(-\hat{z}) + 0\,\frac{\mu_0 I}{12}(\hat{z}) = \frac{\mu_0 I}{36}(\hat{z})$$

سوال 3 :

برای یک سیم توپر که حامل جریان $\vec J$ است میدان در نقاط مختلف سیم از رابطه‌ی زیر




$$\vec B = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec r$$

اثبات : بنا به تقارن مسئله جهت میدان به صورت پادساعت گرد بوده

به قانون آمپر روی حلقه شعاع r

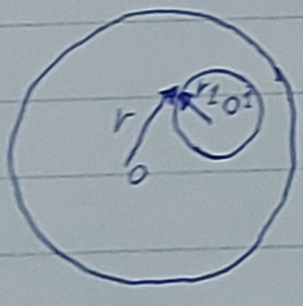
$$\int \vec B \cdot d\vec s = B(2\pi R), \quad i_{\text{محصور}} = \int \vec J \cdot \hat n \, dA = J(\pi r^2)$$

$$\to B(2\pi R) = \mu_0 J(\pi r^2) \to B = \frac{\mu_0 J}{2} r$$

$\vec K \times \vec r$ نشان دهنده جهت میدان

$$\vec B = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec r$$

• با توجه به این مسئله فرض می کنیم میدان سیم توخالی برابر $\vec B_x$ باشد اگر یک سیم استوانه در بخش توخالی میدان ناشی از قسمت برابر با : $\vec B_1 = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec r$ حاصل جمع $\vec B_x$ و $\vec B_1$ برابر با میدان کل سیم استوانه‌ای توپر




$$\vec B_x + \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec r_1 = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec r$$

$$\to \vec B_x = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times (\vec r - \vec r_1) = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec{OO'} = \frac{\mu_0 J}{2}\vec K \times \vec b$$

• J را بر حسب I محاسبه می توان کرد چون یکنواخت است چگالی جریان برابر با I تقسیم بر سطح سیم

$$J = \frac{I}{\pi(R^2 - a^2)}$$

$$\to \vec B_x = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{\pi(R^2 - a^2)}\vec K \times \vec b$$

سوال 4:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -B\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$A_1 = l^2 , A_2 = l^2\sin(\theta) \Longrightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = -\frac{l^2(1-\sin(\theta))}{\Delta t} < 0$$

$$\Longrightarrow \mathcal{E} = \frac{Bl^2(1-\sin(\theta))}{\Delta t} > 0 \qquad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Bl^2(1-\sin(\theta))}{R\Delta t}$$

• جهت جریان ساعتگرد است

سوال 5:

الف):

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$\begin{cases} r>b \\ a<r<b \\ r<a \end{cases}$$

$$B_1 2\pi r = 2\mu_0 I \rightarrow B_1 = \frac{2\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$$

$$B_2 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$I_{enc} = 0 \rightarrow B_3 = 0$$

ب):

$$\varphi = \int_0^h \int_{L1}^{L2} B_1\, dr\, dz = \int_0^h \int_{L1}^{L2} \frac{\mu_0 I}{\pi r}\, dr\, dz = \frac{\mu_0 I}{\pi} h \ln\frac{L2}{L1}$$

ج):

$$M = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0 h}{\pi} \ln\frac{L2}{L1}$$

د):

$$\mathcal{E} = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{dI}{dt}\frac{\mu_0 h}{\pi} \ln\frac{L2}{L1}$$

• اگر $\frac{dt}{dt} > 0$ جهت پادساعتگرد

• اگر $\frac{dt}{dt} < 0$ جهت جریان ساعتگرد

سوال 6 :

• مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است و تر دو برابر ارتفاع است

$$A = \frac{1}{2}(\text{قاعده})(\text{ارتفاع}) = \frac{1}{2}(2Vt)(Vt) = V^2t^2$$

$$\emptyset = BA = (0.04)(4)^2t^2 = 0.64t^2$$

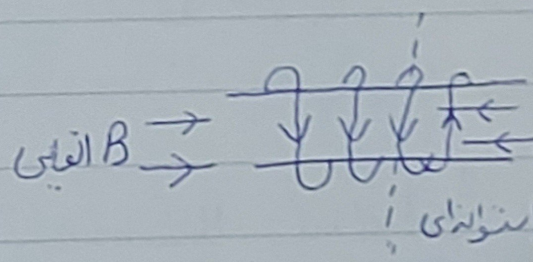
$$At\ t = 3s : \emptyset = (0.064)(3)^2 = 5.76$$

$$\varepsilon = \frac{d\emptyset}{dt} = (0.064)\frac{dt^2}{dt} = 1.28t$$

$$At\ t = 3s : \varepsilon = (1.28)(3) = 3.84$$

امتیازی :

• می‌خواهیم القای مغناطیسی کمترین باشد




طبق قانون دست راست میدان مغناطیسی القایی $B$ القایی ناشی از نیمه راست سیم پیچیده شده دور لوله استوانه‌ای در جهت $\overleftarrow{B}$ می‌باشد

• میدان مغناطیسی ناشی از نیمه چپ در جهت $\overrightarrow{B}$ است اما چون نیمی به صورت $\overrightarrow{B}$ و نیمی به صورت $\overleftarrow{B}$ است تقریبا این یکدیگر را خنثی می‌کنند. کمترین $B$ ممکن را خواهیم داشت.