



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین هفتم درس ریاضیات مهندسی

طراحان

محمدعرفان مفید

سوال ۱

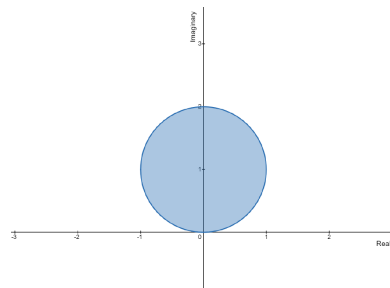
تابع $f(z) = \frac{1}{z(1-z)}$ را در نظر بگیرید .

الف) کلیه بسط های لوران حول $z=0$ بدست آورید.

ب) اگر بخواهیم $f(z)$ را حول $z=1+j$ بسط دهیم در کدام ناحیه تابع بسط تیلور و در کدام ناحیه بسط لوران خواهد داشت؟

سوال ۲

تصویر ناحیه زیر را تحت نگاشت $\omega = \frac{j}{z}$ بیابید



شکل ۱: شکل سوال دوم

سوال ۳

مانده های توابع زیر را در نقاط تکین تابع بدست آورید.

الف)

$$e^z \sinh\left(\frac{1}{z}\right)$$

ب)

$$z \cdot e^{-\frac{1}{z}-1}$$

سوال ۴

موارد زیر را ابتدا اثبات کنید تابع داخل آرگومان انتگرال گیری تحلیلی است یا نه، سپس در صورت تحلیلی بودن به صورت تابعی از z بنویسید و در انتها انتگرال معین آنها را محاسبه کنید (شرط کوشی ریمان را بررسی کنید).

$$\int_j^1 (x^2 - y^2 - 2xyj) dz$$

$$\int_{j+1}^0 (e^x \cos(y) + je^x \sin(y)) dz$$

$$\int_1^{3j} (\sin(x) \cosh(y) + j \cos(x) \sinh(y)) dz$$

سوال ۵

حاصل انتگرال های زیر را به کمک نظریه مانده ها بدست آورید .

$$\oint_{|z|=2} (z+2)^5 \sin\left(\frac{1}{z-1}\right) dz$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{2} - \cos \theta}$$

سوال ۶

دایره $|z| = d$ با نگاشت $w = z^k + \frac{1}{z^k}$ به چه شکلی تبدیل خواهد شد؟ (k عدد طبیعی و $d > 1$ است)

نکات کلی درباره تمرین

- در صورتی که در تمرین هر گونه ابهام و یا پرسشی دارید می‌توانید با [محمدعرفان مفید](#) در ارتباط باشید.
- در صورتی که سوالی از تمرین دارید که ممکن است برای دیگران نیز مفید باشد، آن را در گروه درس مطرح کنید.
- مشورت و همفکری با دوستان خود هنگام نوشتن تمرین کاری مفید و سازنده است و از انجام آن پرهیز نکنید، اما این کار باید در راستای فهم درس و تمرین باشد و از کپی‌کردن تمرین یکدیگر خودداری کنید.
- پاسخ‌های خود را به صورت یک فایل به فرمت PDF در سامانه درس با فرمت نامگذاری Engmath-HWNum-SID بارگذاری نمایید.