

« تکلیف اول طراحی الگوریتم »

۵. این متن از n صنف و الگوی $0 \dots 0$ فرزندی از بین تکلیف شده است.
 $n-1$

Worst-case input. الگوریتم $m(n-m+1)$ مقایسه‌ی کاراکترها را در چنین Input انجام می‌دهد.

1 1 1 1 1 1

1 1 0

1 1 0

1 1 0

1 1 0

1 1 0

مرحله 5

$n=7, m=3$

15 مقایسه

تعداد کل مقایسه‌ها برای این نوع Input $m(n-m+1)$

- صفحه ۱۵۷ -

۸.۵ - هر روش پروت فورس، مشابه 2 حلقه‌ی تو در تو عمل می‌کنیم. حلقه‌ی اول کاراکتر A را پیدا می‌کند.

و به محض یافتن هر A، حلقه‌ی دوم از عقبه، بعد از این کاراکتر شروع می‌شود و همه Bهای بعد از

این A را می‌یابد و ذخیره می‌کند. با انجام حلقه‌ی دوم، حلقه‌ی اول کار خود را ادامه می‌دهد و پایان

الگوریتم، پایان حلقه‌ی اول است. $n + (n-1) + \dots + 2 = n(n+1)/2 - 1 \in \Theta(n^2)$.

۶. توجه داشته باشید که تعداد رشته‌های فرعی مورد نظر که باید B در یک موقعیت معین حتمی شود

$i (0 \leq i \leq n-1)$ در test برابر است با تعداد A در سمت چپ این موقعیت. این منجر به الگوریتم زیر

می‌شود: تعداد زیر رشته‌های مورد نظر را آغاز کنید و تعداد A را 0 در نقطه بسوزید. test را از چپ

به راست دنبال کنید تا $test$ تمام شود و مدار زیر را انجام دهید.

اگر با A مواجه شد، مقدار A را افزایش دهید. اگر با B مواجه شد، مقدار فعلی مقدار A را به مقدار

زیر رسته‌ی مورد نظر اضافه کنید. پس از انجام $test$ آخرین مقدار مقدار زیر رسته‌ی مورد نظر را برگردانید.

از آنجایی که الگوریتم از یک $test$ معین عبور می‌کند و تنها برای هر یک از کاراکترهای این زمان ثابتی

کار می‌کند، الگوریتم خطی است.

صفحه ۱۱۳ - ۵.۳ -

برای مینه‌یابی فاصله بین $Post\ office$ ، باید این اشیاء را میانه باشد. اگر $Post\ office$ را

x_1 قرار دهیم، مینه‌ی فاصله بین آن و همه‌ی نقاط $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ اجزای مورد نیاز است.

$$|x_i - x_j| = 1 \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{n}$$

از آنجایی که تعداد نقاط n ثابت است، می‌توانیم حد $\frac{1}{n}$ را نادیده بگیریم و مینه‌یابی $|x_i - x_j| = 1$ را

باید موارد زوج و فرد n را جداگانه در نظر بگیریم. ابتدا $n=2$ در نظر بگیرید.

مجموع $|x_1 - x| + |x_2 - x|$ برابر است با $x_2 - x_1$. برای همه n زوج این به این

معادلت :

$$\sum_{j=1}^n |x_j - x| = [|x_1 - x| + |x_n - x|] + [|x_2 - x| + |x_{n-1} - x|] + \dots + [|x_{n/2} - x| +$$

$$|x_{n/2+1} - x|]$$

اشاره دهد $n > 1$ فرد باشد پس مجموع $|x_j - x|$ از $j=1$ به حداقل می رود.

مستطیل بخش زوج ، برای همه زوجین نقطه از چپ یا راست ، چون نقطه بین دارند office در میانه

باشد بهترین است . در میانی ترین نقطه همان $x_{[\frac{n}{2}]}$ خواهد بود.

صفحه ۱۱۳ - ۳ -

اگر Post office مجبور نباشد در یکی از مکان های داده شده باشد ، نقطه ی میانی راه حل واضح خواهد بود.

در واقع اگر Post office را در هر مکانی قرار دهیم x_i درست چپ m ، طولانی ترین فاصله $x_n - x_i$

این فاصله برای سخت ترین نقاط در میان چنین نقاطی است .

Input: List P of n ($n \geq 2$) Points x_1, x_2, \dots, x_n in increasing order

Output: Point x_i that minimizes $\max_{1 \leq j \leq n} |x_j - x_i|$ among all x_1, x_2, \dots, x_n

$$m \leftarrow (x_1 + x_n) / 2$$

while $x_i < m$ do

$$i \leftarrow 1$$

$$i \leftarrow i + 1$$

if $x_i - x_1 < x_n - x_i - 1$

return x_i

else return x_{i-1}

جزئی زمانی این الگوریتم $O(n)$ است.

صفحه 113 - 4

$$d_m(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

$$i, |x_1 - x_2| \geq 0, |y_1 - y_2| \geq 0 \rightarrow |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 0 \rightarrow d_m(P_1, P_2) \geq 0$$

چون $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \geq 0$ هر دو نامتنه اند پس باید هر دو صفر باشند.

$$|x_1 - x_2| = 0 \rightarrow x_1 = x_2 / |y_1 - y_2| = 0 \rightarrow y_1 = y_2 = 0 \rightarrow y_1 = y_2$$

$$P_1 = P_2$$

$$\text{ii) } d_m(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

$$d_m(P_2, P_1) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| \xrightarrow{|a-b| = |b-a|} d_m(P_1, P_2) = d_m(P_2, P_1)$$

$$\text{iii) } d_m(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = |(x_1 - x_3) + (x_3 - x_2)| + |(y_1 - y_3) +$$

$$(y_3 - y_2)| \leq |x_1 - x_3| + |x_3 - x_2| + |y_1 - y_3| + |y_3 - y_2| = d(P_1, P_3) +$$

$$d(P_3, P_2).$$

1.)

صفحه 113 - 4 - b

$$|x-0|, |y-0| = 1 \rightarrow |x| + |y| = 1 \rightarrow P_1 = (1, 0), P_2 = (0, 1)$$

$$P_3 = (-1, 0), P_4 = (0, -1)$$

$$\text{Euclidean distance: } \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = 1 \rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

مجموعه‌ی نقاط محیط دایره به شعاع 1 و مرکز (0,0)

C، غلط است: سه نقطه $P_1(0,0)$ ، $P_2(1,0)$ ، $P_3(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ در نقطهٔ همپوشانی.

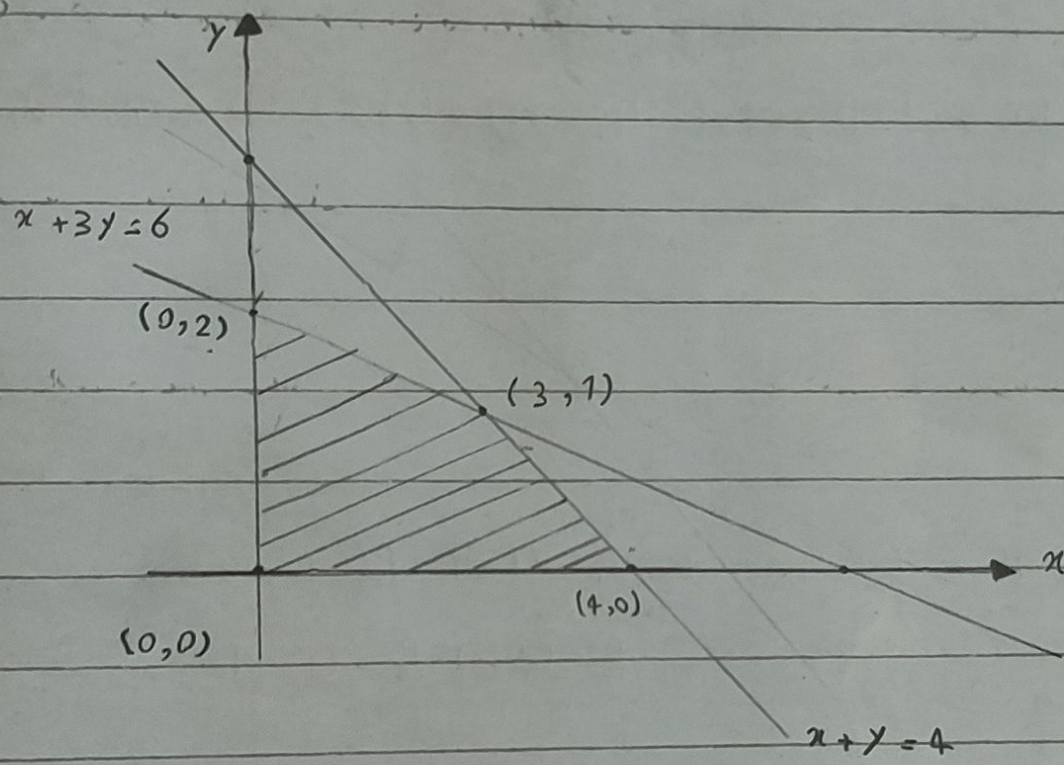
$$d_E(P_1, P_2) = 1, \quad d_E(P_3, P_1) = d_E(P_3, P_2) = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} < 1.$$

بنابراین در مختصات Euclidean نزدیکترین نقاط اینها هستند. $(P_3, P_1) \perp (P_2, P_3)$



صمیم ۱۱۳ و ۱۲

در اینجا طری از ناصبی مورد نظر رسم شده است.



(b)

نقاط بحرانی عبارتند از: $(0,0)$, $(4,0)$, $(3,1)$, $(0,2)$

(c)

Extreme Point value of $3x + 5y$

$(0,0)$

0

$(4,0)$

12

$(3,1)$

14 ✓

$(0,2)$

10

جواب $(3,1)$ است و بیشترین مقدار

$3x + 5y$ ، ۱۴ می باشد.

طبق تعریف گراف اولیه لیست درجه‌ی تمام رئوس آن باید زوج باشد پس باید برای تک رئوس

این شرط برقرار شود اگر رأس فرد بود، گراف دسیر نمی‌تواند اولیه‌ای باشد و اگر تمام رئوس زوج بود

آنگاه تمام رئوس گراف اولیه نیست.

برای اینکه بنویسیم درجه‌ی یک رأس چند است باید تعداد ا‌های مرتبط به آن نقطه را بشماریم

پس پیچیدگی شمارش ا‌های هر رأس از $O(n)$ باید کمتر از $O(n)$ باشد

پس پیچیدگی کل الگوریتم $O(n^2)$ می‌شود.

در اینجا یک مثال خطی داده است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$



صنعت 120 . 9 -

تعداد مدفعیت علی بصفت ملک در یک خانه 8×8 برابر است با:

اگر هیچ دو ملک در یک مربع نباشند. $C(64, 8) = 4,426,165,368$

هیچ دو ملک در یک ردیف نیستند. $8^8 = 16,777,216$

اگر هیچ دو ملک در یک ردیف یا در یک ستون نباشند. $8! = 40,320$