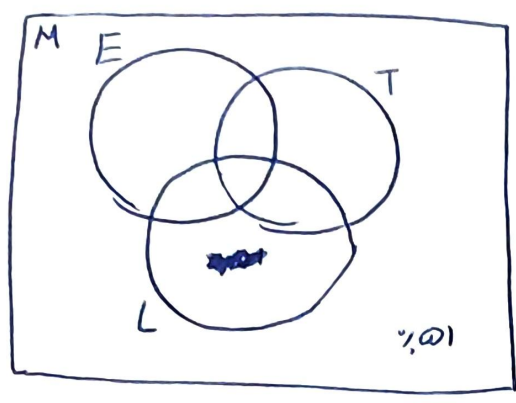


مسئله

احتمال وقوع حوادث

نمونه سوال - ۸۴ - ۸۱۰۱۰۰۰۸۴



$$\begin{aligned} P(E) &= ۴۰\% & P(E \cap T) &= ۲۴\% \\ P(T) &= ۳۰\% & P(E' \cap T' \cap L') &= ۵۱\% \\ P(L) &= ۲۵\% & P(E \cap L) &= ۱۸\% \\ & & P(L \cap T) &= ۷۰\% \end{aligned}$$

(۱)

$$P(T|E) = ? = \frac{P(E \cap T)}{P(E)} = \frac{۲۴}{۴۰}$$

(۱)

$$P(T|L) = \frac{P(L \cap T) \times P(T)}{P(L)} = \frac{۷۰ \times ۳۰}{۲۵} = \frac{۲۱}{۲۵}$$

(۱)

$$P(T|E \cap L) = \frac{P(E \cap T \cap L)}{P(E \cap L)} = \frac{۲۰}{۲۲} = \frac{۱۰}{۱۱}$$

(۲)

$$\begin{aligned} P(E \cup T \cup L) &= ۴۹ = P(E) + P(T) + P(L) - P(E \cap L) - P(E \cap T) - P(L \cap T) + P(E \cap T \cap L) \\ &= ۴۰ + ۳۰ + ۲۵ - ۱۸ - ۲۴ - ۷۰ + ۲۰ \\ &\Rightarrow ۴۹ = ۲۹ + P(L \cap T \cap E) \Rightarrow P(L \cap T \cap E) = ۲۰\% \end{aligned}$$

$$1 - \{ \text{احتمال وقوع حوادث} \} = 1 - \left(1 - \frac{1}{1.9 \times 9} \right)^{1.9} = 1 - \left(\frac{9 \times 1.9 - 1}{9 \times 1.9} \right)^{1.9} \approx ۰.۱۰۵۱$$

(۳)

$$\begin{aligned} P(G) &= ۱/۲ & \frac{P(G \cap E_1)}{P(E_1)} &= \frac{4}{10} & \frac{P(G \cap E_r)}{P(E_r)} &= \frac{1}{10} \\ P(E_1 \cap E_r) &= ۰.۱ & P(E_1 \cap E_r \cap G) &= ۰.۰۱ & & \\ \Rightarrow P(G|E_1 \cap E_r) &= \frac{۰.۰۱}{۰.۱} & &= ۰.۱ \end{aligned}$$

(۴)

A = E, A E_r

$$P(E, A E_r | G) = \frac{P(A \cap G)}{P(G)}$$

$$P(G | E, A E_r) = \frac{P(A \cap G)}{P(A)}$$

نیز شش در یک بار:

۳, ۲	~	HH	p^2
۲, ۲	~	THH	$(1-p)p^2$
۱, ۲	~	HTHH	$p(1-p)p^2$
۰, ۲	~	THTH	$p(1-p)^2p^2$
۰, ۱	~	HTHTH	$(1-p)^2p^2$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow p^2 + p^2(1-p) + p^2(1-p) + p^2(1-p)^2 + \dots \\ = p^2(r-p) + p^2(1-p)(r-p) + p^2(1-p)^2(r-p) + \dots \end{array} \right\}$$

$$= p^2(r-p) (1 + p(1-p) + p^2(1-p)^2 + \dots) = \frac{p^2(r-p)}{1-p(1-p)}$$

$d = p(1-p)$ (نیمه ضعیف)

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{1-p(1-p)}$$

$$P(1 \cup 2) = P(1) + P(2) - P(1 \cap 2) = 90 + 90 - 11 = 99\%$$

$$P(1 \cap 2) = P(1) \cdot P(2) = \frac{90}{100} \times \frac{90}{100} = 4\%$$

$$P(2 \cap 1) = P(2 \cap 1) = \frac{4}{100} \times \frac{99}{100} = 4\%, 44\%$$

$$r_2: r_2 \text{ آمدن} \rightarrow r_2': r_2 \text{ آمدن}$$

(۶) الف)

$$P(r_2) = P(r_2 \cap r_1) + P(r_2 \cap r_1') = P(r_2) \times P(r_1) = P \times (p-1) \quad \text{I}$$

تجانس می‌کنند

$$P(r_2') = P(r_2' \cap r_1) + P(r_2' \cap r_1') = P(r_2') \times P(r_1) = P \times (p-1) \quad \text{II}$$

تجانس می‌کنند

$$\text{I}, \text{II} \Rightarrow P(r_2) = P(r_2') \quad \checkmark$$

ب) پس از آنکه r_1 در صداسن انالیز تابع unknownRandom شش می‌شود تمام صدای
که تابع کلی برمی‌گرداند با مقدار r_2 متفاوت است همچنین برای آنکه تابع مقدار مخالف اگر r_2 است
را برگرداند! چون طبعاً تابعی از آنکه که $r_1 \neq r_2$ باشد پس r_2 احتمالاً مقدار مخالف r_1 برگرداند

$$P(\text{return } 0) = P(r_1 = 1) = P$$

$$P(\text{return } 1) = P(r_1 = 0) = (1-p)$$

مساوی می‌کنند!

$$P(T_1 | G) = 0.18 \quad P(T_1 \cap T_2 | G) = 0.12$$

$$P(T_2 | G) = 0.19 \quad P(T_1 | G) \times P(T_2 | G) = 0.172$$

(۷) ا) بله!

$$P(T_1 \cup T_2 | G') = 0 \Rightarrow P((T_1 \cap G') \cup (T_2 \cap G')) = 0 \Rightarrow P(T_1 \cap T_2 \cap G') = P(T_1 \cap G') + P(T_2 \cap G')$$

$$\Rightarrow P(T_1 \cap T_2 | G') = \frac{P(T_1 \cap G')}{P(G')} + \frac{P(T_2 \cap G')}{P(G')} = P(T_1 | G') + P(T_2 | G') \neq P(T_1 | G') \times P(T_2 | G')$$

پس مستقل نمی‌کنند!

ج)

$$P(T_1 | G) = 0.18 \Rightarrow P(T_1 \cap G) = 0.18 \Rightarrow P(T_1 \cup G') = 0.182$$

$$= P(T_1') + P(G') - P(G' \cap T_1') = P(T_1') = 0.182 \Rightarrow P(T_1) = 0.182$$

$$P(T_r | G) = .19 \Rightarrow P(T_r \cap G) = .19 \times .14 = .0266 \Rightarrow P(T_r \cup G) = .14$$

$$P(T_r | G) + P(G) = P(T_r \cap G) + P(G) = P(T_r) = .14 \Rightarrow P(T_r) = .14$$

$$P(T_1 \cap T_r) = ?$$

$$P(T_1 \cap T_r | G) = .142 \Rightarrow P(T_1 \cap T_r) = .142 \times .14 = .01988$$

$$P(T_1) \times P(T_r) = .19 \times .14 = .0266$$

$$.01988 \neq .0266 \Rightarrow \text{بسته هستند!}$$

R , انوار فوق \longleftrightarrow S , سورتیزا E , توبیس زده
 $P(S) = 40\%$

$P(R|S) = 10\%$ $P(R|\bar{S}) = 1\%$ $P(E|S) = 90\%$ $P(E|\bar{S}) = 10\%$
 $\hookrightarrow P(R \cap S) = 4\%$ $\hookrightarrow P(R \cap \bar{S}) = 1\%$ $\hookrightarrow P(E \cap S) = 36\%$ $\hookrightarrow P(E \cap \bar{S}) = 4\%$

$$\frac{P(R|E)}{P(\bar{R}|E)} = ? = \frac{P(R \cap E)}{P(\bar{R} \cap E)}$$

$$P(R) = P(R \cap S) + P(R \cap \bar{S}) = 4\% + 1\% = 5\%$$

$$P(E) = P(E \cap S) + P(E \cap \bar{S}) = 36\% + 4\% = 40\%$$

$$P(E \cap R | S) = \frac{P(E \cap R \cap S)}{P(S)} = \frac{P(E|S) \times P(R|S)}{P(S)} = \frac{90\% \times 10\%}{40\%} = 22.5\%$$

$$P(E \cap R | S') = \frac{P(E \cap R \cap S')}{P(S')} = \frac{P(E|S') \times P(R|S')}{P(S')} = \frac{10\% \times 1\%}{40\%} = 2.5\%$$

$$P(S|E) = \frac{P(E|S) \times P(S)}{P(E)} = \frac{90\% \times 40\%}{40\%} = 90\%$$

$$P(S'|E) = \frac{P(E|S') \times P(S')}{P(E)} = \frac{10\% \times 40\%}{40\%} = 10\%$$

مقرن

$$\frac{P(R|E)}{P(\bar{R}|E)} = \frac{P(S|E) \times P(R|S) + P(S'|E) \times P(R|S')}{P(S|E) \times P(R|S) + P(S'|E) \times P(R|S')}$$

$$90\% \times 10\% + 10\% \times 1\%$$

$$90\% \times 4\% + 10\% \times 4\% = 4\%$$

(9)

$$1) P(\text{Corona} | \text{Test}+) = \frac{(\text{Test}+ | \text{Corona}) \times \text{Corona}}{\text{Corona} \times (\text{Test}+ | \text{Corona}) + (\text{Test}+ | \text{no Corona}) \times \text{no Corona}}$$

$$= \frac{.19 \times .11}{.11 \times .19 + .10 \times .19} = \frac{\cancel{.19} \times .11}{\cancel{.19} \times .10} = \frac{1}{1.0} = \boxed{1/1}$$

$$2) P(\text{Corona} | \text{Test}-) = \frac{(\text{Test}- | \text{Corona}) \times \text{Corona}}{\text{Corona} \times (\text{Test}- | \text{Corona}) + (\text{Test}- | \text{no Corona}) \times \text{no Corona}}$$

$$= \frac{.11 \times .11}{.11 \times .11 + .90 \times .19} = \frac{.11 \times .11}{.11 \times .11 + .171} = \frac{1}{1.41} = \boxed{1/1.41}$$