Subject: ANN_HW3 Year: Month: Date:

$$
\begin{array}{c|ccccc}
w_{ij} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & 0 & 1 & -1 & 2 & -3 \\
2 & 1 & 0 & 3 & -1 & 0 \\
3 & -1 & 3 & 0 & 1 & -2 \\
4 & 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\
5 & -3 & 0 & -2 & 1 & 0
\end{array}
$$

problem 1 $P_1 = [1,1,1,0,1]$, threshold = 0

Formula for update $\Rightarrow$ $x_i = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \times x_j$

Synchronous Update: First update

$x_1 = (0\times1)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times0)+(-3\times1) = -3 < 0 \quad x_1 = 0$ $\qquad x_i = 0$ if $\sum_j w_{ij} \times x_j < 0$

$x_2 = (1\times1)+(0\times1)+(3\times1)+(-1\times0)+(0\times1) = 4 \geq 0 \quad x_2 = 1$ $\qquad x_i = 1$ if " " " ≥ 0

$x_3 = (-1\times1)+(3\times1)+(0\times1)+(1\times0)+(-2\times1) = 0 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (2\times1)+(-1\times1)+(1\times1)+(0\times0)+(1\times1) = 3 \geq 0 \quad x_4 = 1$

$x_5 = (-3\times1)+(0\times1)+(-2\times1)+(1\times0)+(0\times1) = -5 < 0 \quad x_5 = 0$ $\Rightarrow$ state after update $= [0,1,1,1,0]$

second update

$x_1 = (0\times0)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times1)+(-3\times0) = 2 \geq 0 \quad x_1 = 1$

$x_2 = (1\times0)+(0\times1)+(3\times1)+(-1\times1)+(0\times0) = 2 \geq 0 \quad x_2 = 1$

$x_3 = (-1\times0)+(3\times1)+(0\times1)+(1\times1)+(-2\times0) = 4 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (2\times0)+(-1\times1)+(1\times1)+(0\times1)+(1\times0) = 0 \geq 0 \quad x_4 = 1$

$x_5 = (-3\times0)+(0\times1)+(-2\times1)+(1\times1)+(0\times0) = -1 < 0 \quad x_5 = 0$ $\Longrightarrow P_1 = [1,1,1,1,0]$

third update

$x_1 = (0\times1)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times1)+(-3\times0) = 2 \geq 0 \quad x_1 = 1$

$x_2 = (1\times1)+(0\times1)+(3\times1)+(-1\times1)+(0\times0) = 3 \geq 0 \quad x_2 = 1$

$x_3 = (-1\times1)+(3\times1)+(0\times1)+(1\times1)+(-2\times0) = 3 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (2\times1)+(-1\times1)+(1\times1)+(0\times1)+(1\times0) = 2 \geq 0 \quad x_4 = 1$

$x_5 = (-3\times1)+(0\times1)+(-2\times1)+(1\times1)+(0\times0) = -4 < 0 \quad x_5 = 0 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

دوباره به حالت قبلی رسیدیم و شبکه ما به یک وضعیت پایدار رسیده

Subject : Year : Month : Date :

Asynchronous Updates $P_1 = [1,1,1,0,1]$

First update

$x_1 = (0\times1)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times0)+(-3\times1) = -3 < 0 \quad x_1 = 0 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

$x_2 = (1\times0)+(0\times1)+(3\times1)+(-1\times0)+(0\times1) = 3 \geq 0 \quad x_2 = 1 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

$x_3 = (-1\times0)+(3\times1)+(0\times1)+(1\times0)+(-2\times1) = 1 \geq 0 \quad x_3 = 1 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

$x_4 = (2\times0)+(-1\times1)+(1\times1)+(0\times0)+(1\times1) = 1 \geq 0 \quad x_1 = 1 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

$x_5 = (-3\times0)+(0\times1)+(-2\times1)+(1\times1)+(0\times1) = -1 < 0 \quad x_5 = 0 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

Second update

$x_1 = (0\times0)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times0)+(-3\times1) = -3 < 0 \quad x_1 = 0 \rightarrow [0,1,1,0,1]$

به یک حالت پایدار رسیدیم و دیگه ادامه نمی‌دهیم چون مقادیر x تغییر نمی‌کنند.

جواب سوال دوم problem 1: در تغییر وزن ها به صورت سنکرون، وزن‌های شبکه به طور همزمان بروزرسانی می‌شود

ولی در آسنکرون یکی یکی وزن ها آپدیت می‌شوند و ممکن است به حالت‌های پایانی برسند اما در حالت سنکرون ممکن

است از روی بعضی از حالت‌های نامطلوب عبور کند.

Synchronous Update $P_2 = [0,1,0,1,0]$

First update

$x_1 = (0\times0)+(1\times1)+(-1\times0)+(2\times1)+(-3\times0) = 3 \geq 0 \quad x_1 = 1$

$x_2 = (1\times0)+(0\times1)+(3\times0)+(-1\times1)+(0\times0) = -1 < 0 \quad x_2 = 0$

$x_3 = (-1\times0)+(3\times1)+(0\times0)+(1\times1)+(-2\times0) = 4 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (2\times0)+(-1\times1)+(1\times0)+(0\times1)+(1\times0) = -1 < 0 \quad x_4 = 0$

$x_5 = (-3\times0)+(0\times1)+(-2\times0)+(1\times1)+(0\times0) = 1 \geq 0 \quad x_5 = 1 \Rightarrow P_2 = [1,0,1,0,1]$

Second Update

$x_1 = (0\times1)+(1\times0)+(-1\times1)+(2\times0)+(-3\times1) = -4 < 0 \quad x_1 = 0$

$x_2 = (1\times1)+(0\times0)+(3\times1)+(-1\times0)+(0\times1) = 4 \geq 0 \quad x_2 = 1$

$x_3 = (-1\times1)+(3\times0)+(0\times1)+(1\times0)+(-2\times1) = -3 < 0 \quad x_3 = 0$

$x_4 = (2\times1)+(-1\times0)+(-1\times1)+(0\times0)+(1\times1) = 2 \geq 0 \quad x_4 = 1$

$\rightarrow [0,1,0,1,0]$

دوباره به حالت اولیه رسیدیم و اگه ادامه دهیم بین این ۲ الگو

SABA

$x_5 = (-2\times1)+(0\times0)+(-2\times1)+(1\times0)+(0\times1) = -5 < 0 \quad x_5 = 0$

درون حلقه می‌افتیم. در وضعیت پایدار قرار نگرفتیم.

Asynchronous update $\quad P_2 = [0,1,0,1,0]$

First update

$x_1 = (0\times0)+(1\times1)+(-1\times0)+(2\times1)+(-2\times0) = 3 \geq 0 \quad x_1 = 1 \rightarrow [1,1,0,1,0]$

$x_2 = (1\times1)+(0\times1)+(2\times0)+(-1\times1)+(0\times0) = 0 \geq 0 \quad x_2 = 1 \rightarrow [1,1,0,1,0]$

$x_3 = (-1\times1)+(2\times1)+(0\times0)+(1\times1)+(-2\times0) = 2 \geq 0 \quad x_3 = 1 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

$x_4 = (2\times1)+(-1\times1)+(1\times1)+(0\times1)+(1\times0) = 2 \geq 0 \quad x_4 = 1 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

$x_5 = (-3\times1)+(0\times1)+(-2\times1)+(1\times1)+(0\times0) = -4 < 0 \quad x_5 = 0 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

Second update

$x_1 = (0\times1)+(1\times1)+(-1\times1)+(2\times1)+(-2\times0) = 2 \geq 0 \quad x_1 = 1 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

$x_2 = (1\times1)+(0\times1)+(2\times1)+(-1\times1)+(0\times0) = 3 \geq 0 \quad x_2 = 1 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

$x_3 = (-1\times1)+(2\times1)+(0\times1)+(1\times1)+(-2\times0) = 3 \geq 0 \quad x_3 = 1 \rightarrow [1,1,1,1,0]$

به حالت پایدار رسیدیم و اگر ادامه دهیم مقدار نورون های شبکه تغییر نمی کند.

problem 2

فرمول محاسبه ماتریس وزن هاپفیلد: $w_{ij} = \sum x_{(i)}^k x_{(j)}^k \; ; \; i \neq j$

شبکه هاپفیلد معمولا می تواند به تعداد ۱۵ درصد تعداد نورون ها الگو را به خوبی و بدون ارور در خود ذخیره کند. اما الگوهایی که قرار است ذخیره کنیم به هم وابسته باشند هاپفیلد نمی تواند به خوبی آن ها را ذخیره کند که در این مثال

$x_2 = \bar{x}_1$ و $x_4 = \bar{x}_3$.

برای هر الگو باید از فرمول روبه رو برای محاسبه ماتریس حساب کنیم: $\quad W^k = x_k \times x_k^T$

$$x_1 = (1,1,1,1) = [1,1,1,1] \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Subject : .... Year : Month : Date :

$$X_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

حال برای محاسبه ماتریس کلی باید این ۴ ماتریس را با هم جمع بزنیم که به صورت زیر است.

$$W = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

در ادامه باید قطر اصلی را برابر صفر قرار دهیم طبق فرمول

$$x_i = \sum_j w_{ij} x_j \quad i \neq j$$

پس از محاسبه ماتریس وزن باید بررسی کنیم که هر یک از الگوها پایدار هستند یا خیر

$P_1 = (1, 1, 1, 1)$:

$x_1 = (4\times1) + (0\times1) + (0\times1) = 4 \geq 0 \quad x_1 = 1$

$x_2 = (4\times1) + (0\times1) + (0\times1) = 4 \geq 0 \quad x_2 = 1$

$x_3 = (0\times1) + (0\times1) + (4\times1) = 4 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (0\times1) + (0\times1) + (4\times1) = 4 \geq 0 \quad x_4 = 1$

در آخر به الگوی اولیه رسیدیم و هر چه ادامه دهیم به این حالت می‌رسیم.
می‌توان نتیجه گرفت که به حالت پایدار برای الگوی ۱ $P_1 = [1, 1, 1, 1]$ رسیدیم.

$P_2 = (-1, -1, -1, -1)$:

$x_1 = (4\times-1) + (0\times-1) + (0\times-1) = -4 \leq 0 \quad x_1 = -1$

$x_2 = (4\times-1) + (0\times-1) + (0\times-1) = -4 \leq 0 \quad x_2 = -1$

$x_3 = (0\times-1) + (0\times-1) + (4\times-1) = -4 \leq 0 \quad x_3 = -1$

$x_4 = (0\times-1) + (0\times-1) + (0\times-1) = -4 \leq 0 \quad x_4 = -1$

به حالت پایدار $[-1, -1, -1, -1]$ رسیدیم

$P_3 = (1, 1, -1, -1)$:

$x_1 = (4\times 1) + (0\times -1) + (0\times -1) = 4 \geq 0 \quad x_1 = 1$

$x_2 = (4\times 1) + (0\times -1) + (0\times -1) = 4 \geq 0 \quad x_2 = 1$

$x_3 = (0\times 1) + (0\times -1) + (4\times -1) = -4 < 0 \quad x_3 = -1$

$x_4 = (0\times -1) + (0\times -1) + (4\times -1) = -4 < 0 \quad x_4 = -1$

$P_4 = (-1, -1, 1, 1)$:

$x_1 = (4\times -1) + (0\times 1) + (0\times 1) = -4 < 0 \quad x_1 = -1$

$x_2 = (4\times -1) + (0\times 1) + (0\times 1) = -4 < 0 \quad x_2 = -1$

$x_3 = (0\times -1) + (0\times 1) + (4\times 1) = 4 \geq 0 \quad x_3 = 1$

$x_4 = (0\times -1) + (0\times 1) + (4\times 1) = 4 \geq 0 \quad x_4 = 1$

در این دو حالت نیز به حالت پایدار رسیدیم.