یادآوری جلسه هفدهم — **درهم‌سازی دوگانه، تابع درهم‌سازی جهانی** — دنیا نوابی

در جلسه‌ی قبل ابتدا در مورد درهم‌سازی دوگانه و درهم‌سازی به کمک دو تابع صحبت کردیم و سپس توابع درهم‌سازی جهانی و درهم‌سازی کامل مورد بررسی قرار دادیم.

درهم‌سازی دوگانه:

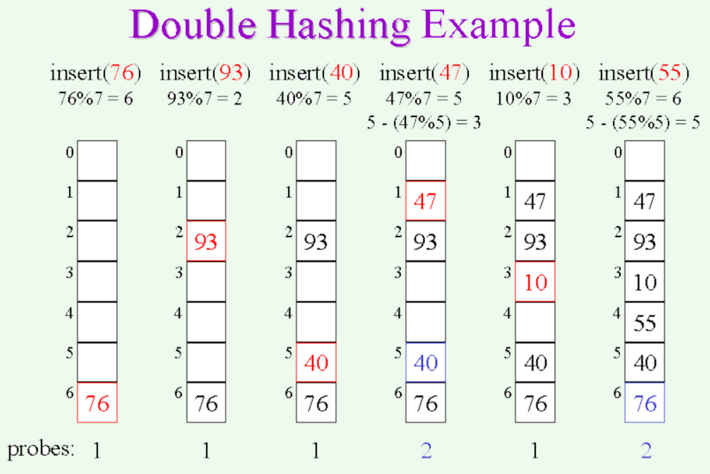
در این روش درهم‌سازی، از دو تابع $h_1(x)$ و $h_2(x)$ استفاده می‌کنیم و تابع درهم‌سازی کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_1(x), h_1(x)+h_2(x), h_1(x)+2h_2(x), \ldots$$

ابتدا خانه $A[h_1(x)]$ را بررسی می‌کنیم؛ در صورت پر بودن این خانه آرایه، $A[h_1(x)+h_2(x)]$ را بررسی می‌کنیم. به همین ترتیب در صورت پر بودن خانه $A[h_1(x)+ih_2(x)]$، خانه $A[h_1(x)+(i+1)h_2(x)]$ را مورد بررسی قرار داده و عمل درج را در اولین خانه خالی آرایه انجام می‌دهیم.

در مورد تابع $h_2(x)$ بایستی به موارد زیر دقت کنیم:

- $h_2(x)$ هیچ‌گاه نباید صفر شود.
- این تابع باید به گونه‌ای انتخاب شود که بخش قابل توجهی از جدول وارسی شود.



■ همه روش‌های درهم‌سازی که تا کنون بررسی کردیم، با این مشکل روبه‌رو هستند که با اطلاع داشتن از تابع درهم‌سازی، می‌توان ورودی‌ها را به گونه‌ای ایجاد کرد که عملیات درهم‌سازی با مشکل مواجه شود.

برای حل این مشکل می‌توانیم تعداد زیادی تابع درهم‌سازی در نظر گرفته و در هنگام اجرا، یکی را به صورت تصادفی انتخاب کنیم.

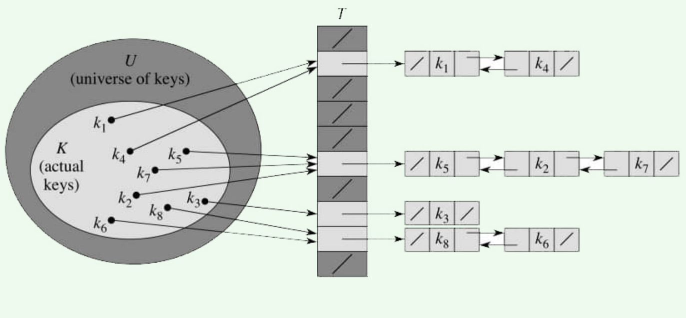
تابع درهم‌سازی universal:

اگر H یک مجموعه از توابع درهم‌سازی باشد، یک مجموعه جهانی یا universal است اگر:

$$\forall_{x,y\in U}, Pr_{h\in H}[h(x)=h(y)] \leq \frac{1}{N}$$

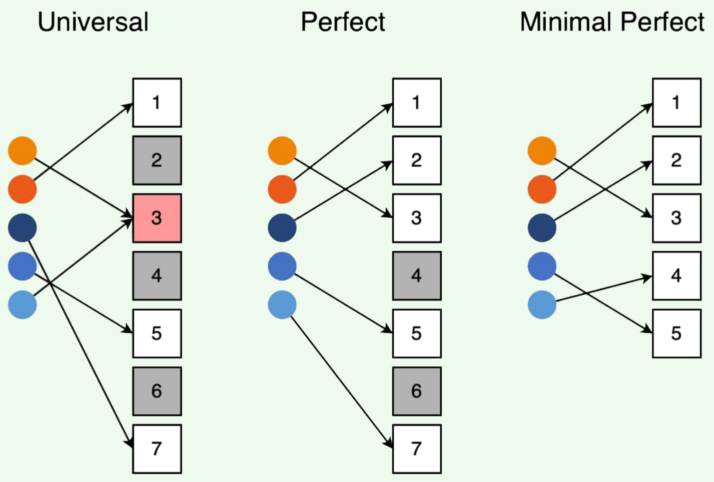
در واقع اگر H یک مجموعه جهانی باشد، تعداد توابعی از H که در آن‌ها $h(x)=h(y)$ است، کمتر از $\frac{|H|}{N}$ می‌باشد.

قضیه: فرض کنید H یک مجموعه جهانی و h یک تابع تصادفی از H است. در این صورت به ازای n عمل درج، متوسط تعداد تصادم‌ها برابر $\frac{n}{N}$ برای یک کلید است.



حال به تعریف تابع درهم‌سازی کامل می‌پردازیم:

فرض کنید مجموعه S از کلیدها داده شده است. تابع درهم‌سازی که بدون تصادم یا تصادم $O(1)$ این کلیدها را در آرایه A ذخیره کند، یک تابع درهم‌سازی کامل می‌باشد.



پرسش:

پاسخ‌های خود را به این لینک ارسال کنید.