به نام خدا

ساختمان داده ها

جلسه نوزدهم

دانشگاه بوعلی سینا

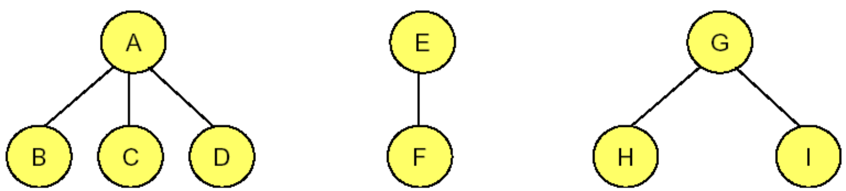
گروه مهندسی کامپیوتر

نیم سال دوم 98-1397

جنگل

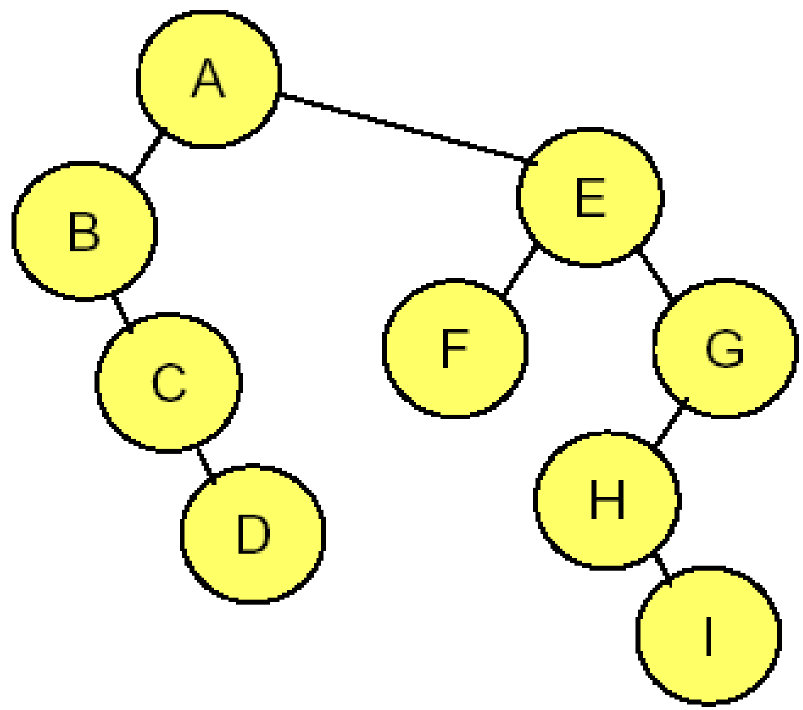
- جنگل مجموعه ای از n>=0 درخت متمایز است.
- اگر ریشه یک درخت را حذف کنیم یک جنگل خواهیم داشت.

- در شکل زیر جنگلی با سه درخت دیده می شود.



جنگل

- برای تبدیل یک جنگل به یک درخت دودویی به صورت زیر عمل می کنیم.
  - هر درخت را به یک درخت دودویی تبدیل می کنیم.
  - سپس درختان را از طریق فرزند راست ریشه به یکدیگر متصل می کنیم.



پیمایش جنگلها

- پیمایش پیش ترتیب یک درخت دودویی T معادل یک جنگل F با پیمایش پیش ترتیب آن جنگل معادل می باشد. برای پیمایش پیش ترتیب یک جنگل به صورت زیر عمل می کنیم:
  - اگر F تهی باشد، انگاه پیمایش اتمام یافته است.
  - ریشه درخت اول را بازیابی کنید.
  - زیر درخت اولین درخت را به صورت پیش ترتیب پیمایش کنید.
  - سایر درختان F را به صورت پیش ترتیب پیمایش کنید.
- برای پیمایش میان ترتیب نیز به همین صورت عمل می شود.

- در مورد پس ترتیب تناظر بین پیمایش درخت T و جنگل F وجود ندارد.

گرافها

Graphs

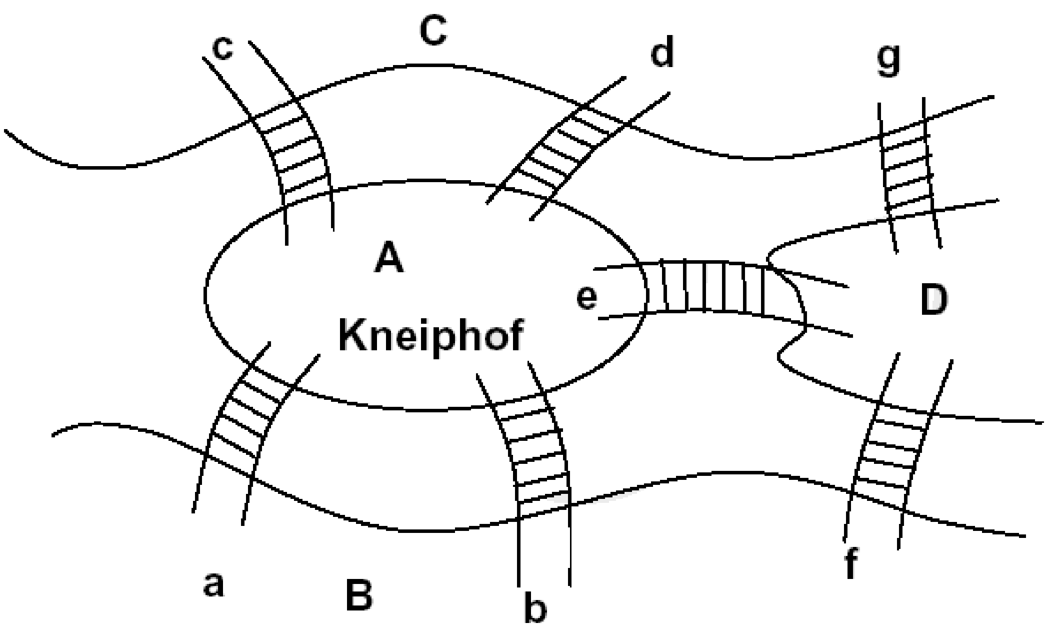
مطالب این فصل

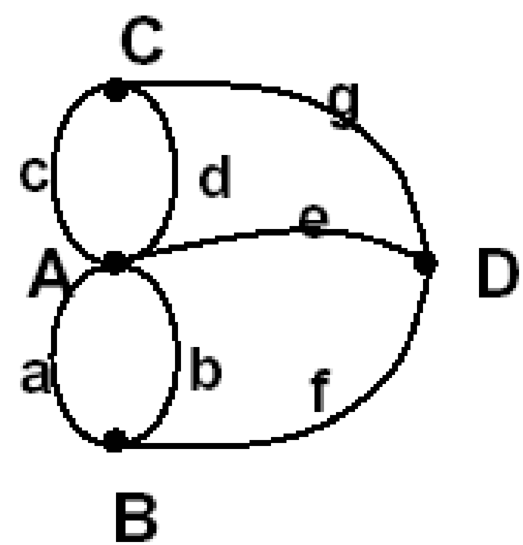
- مقدمه و تعاریف
- نمایش گراف
  - ماتریس مجاورتی
  - لیست مجاورتی
  - لیست مجاورتی چندگانه
  - یالهای وزن دار
- اعمال روی گرافها
  - جستجوی عمقی
  - جستجوی ردیفی
  - مولفه های همبند
  - درختهای پوشا
  - مولفه های دو اتصالی
- درخت پوشای کمترین هزینه
  - الگوریم راشال
  - الگوریتم پریم
  - الگوریتم سولین
- کوتاهترین مسیر
  - یک مبدا چند مقصد
  - بین دو زوج راس
  - بستار متعدی
- شبکه های فعالیت

تاریخچه

اولین بار اولر گرافها را برای حل مساله پل کونیگسبرگ به کار برد.

آیا می توان از یک نقطه خشکی شروع کرد و با طی هر پل فقط یک بار، به نقطه شروع رسید؟





تعریف گراف

هر گراف G شامل دو مجموعه V وE است :

- V : مجموعه محدود و غیرتهی از رئوس است
- E : مجموعه ای محدود و احتمالا تهی از لبه ها می باشد.

V(G) وE(G) : مجموعه رئوس و لبه های گراف G را نمایش می دهند.

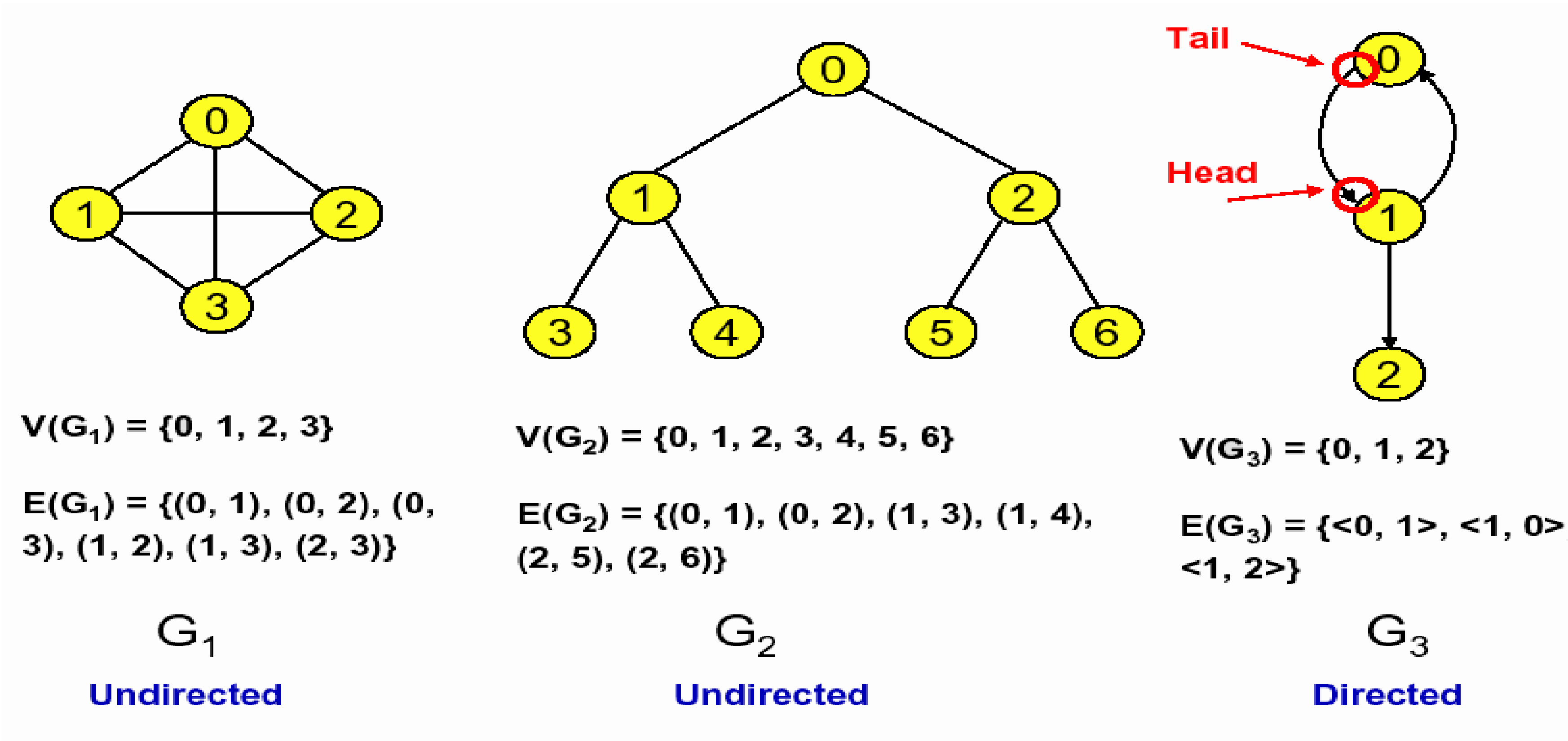
برای نمایش گراف هم می توانیم بنویسیم G=(V ،E)

در یک گراف بدون جهت، زوج رئوس ، زوج مرتب نیستند ، بنابراين زوج هاي (v_1, v_0) و (v_0, v_1) با هم يکسانند.

در یک گراف جهت دار هر لبه با زوج مرتب $< v_0, v_1 >$ نمايش داده مي شود. v_0 و v_1 انتها و ابتداي لبه هستند. بنابراين $< v_0, v_1 >$ و $< v_1, v_0 >$ دو لبه متفاوت را نمايش مي دهند.

تعریفها

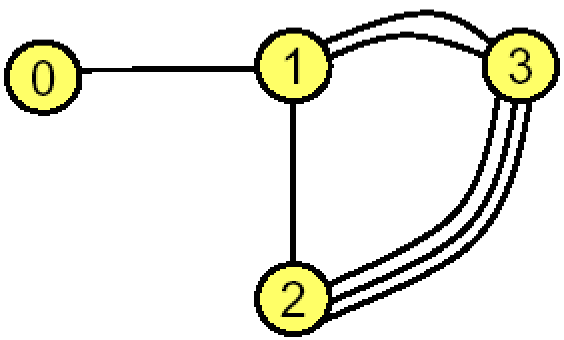
- برای گراف بدون جهت ، لبه ها به صورت خطوط یا منحنی نمایش داده می شوند.
- برای گراف های جهت دار لبه ها به صورت فلش هایی که از انتها به ابتدا رسم شده است ، آرایه می گردند.



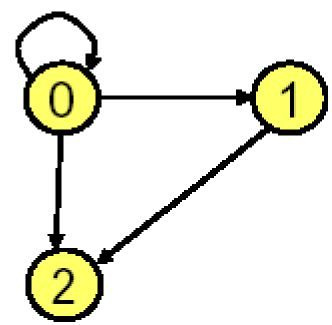
تعریفها

محدودیت های زیر بر روی گراف ها اعمال می شود :

- یک گراف فاقد لبه ای از یک راس مانند i ، به خودش می باشد. این مطلب بدین معنی است که لبه (v_i , v_i) غیر معتبر می باشد.
- یک گراف فاقد رویداد چندگانه از یک لبه می باشد.



Multigraph



Self Loop

تعريفها

براي يک گراف بدون جهت با n راس ، حداكثر تعداد لبه ها ، تعداد متمايز و غيرمرتب زوج هاي (v_i , v_j) i مي باشد. اين تعداد برابر است با :

$$n(n-1) / 2$$

اگرگراف جهت داري با n گره وجود داشته باشد، بيشترين تعداد لبه هاي آن برابر است با :

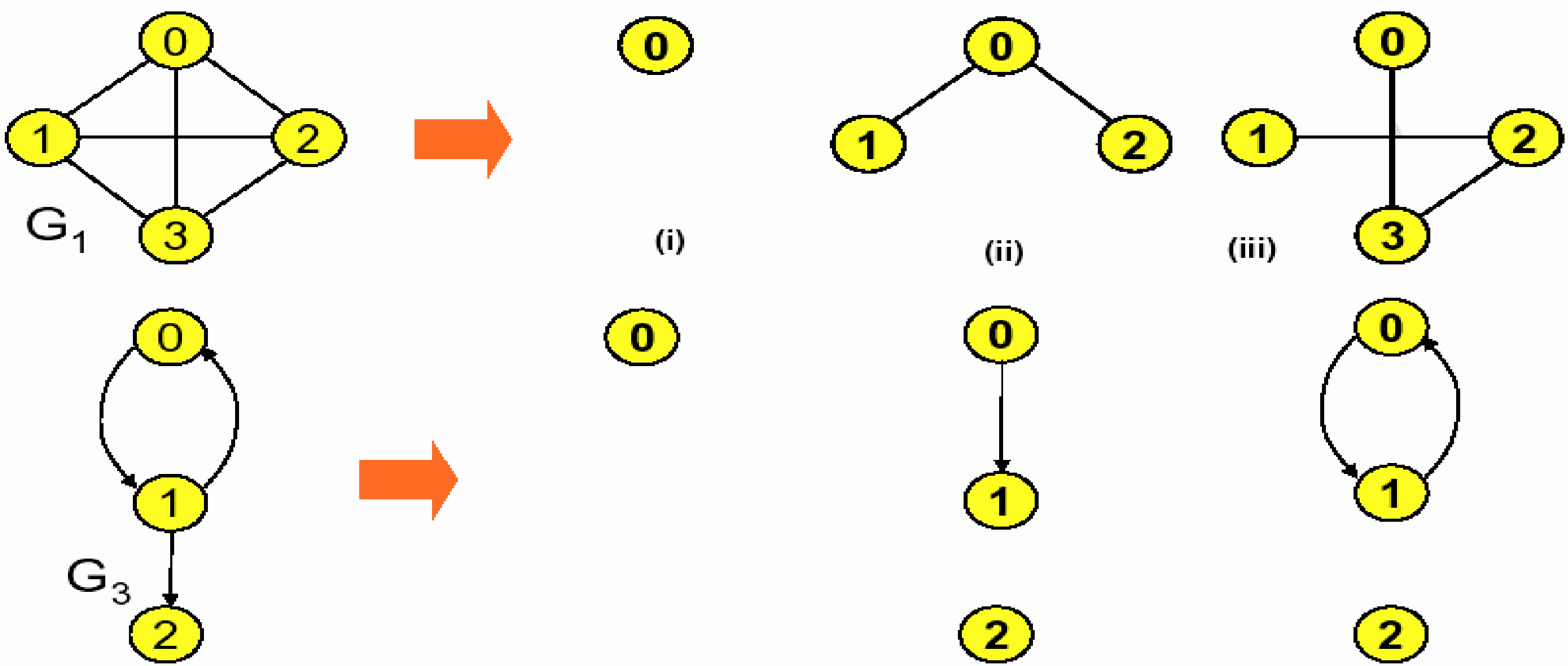
$$n(n-1)$$

گراف كامل : [illegible]

تعریفها

اگر (v_0, v_1) یک لبه در گراف بدون جهت باشد ، مي گوييم رئوس v_0 و v_1 دو راس مجاور و لبه (v_0, v_1) یک لبه متلاقي روي v_0 و v_1 است.

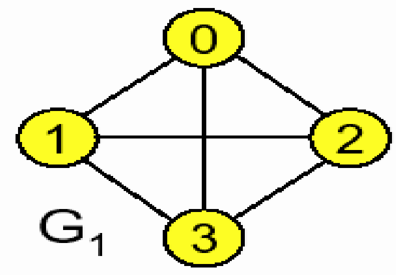
یک زیرگراف G خشدگگڈ نگ گك لپگذنگ گG' نکپن ذ ژ ذ ن $V(G') \subseteq V(G)$ ن $E(G') \subseteq E(G)$ گگگگ

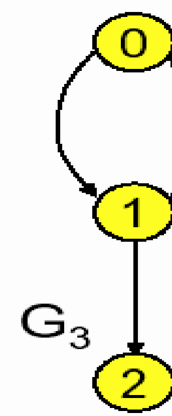


تعریفها

- یک مسیر از راس u به راس v دنباله ای از راسهای u,i1,i2,....v است به طوری که (u,i1), (i1,i2),.....(in,v) یالهای در گراف باشند.
- طول یک مسیر تعداد لبه هاي موجود در آن است.
- مسير ساده ، مسيري است كه همه رئوس آن احتمالا به جز اولي و آخري مجزا باشند.

- A path 0, 1, 3, 2 in G_1
  - also a simple path; of length 3
- A path 0, 1, 3, 2, 0 in G_1
  - also a cycle; of length 4
- A path 0, 1, 3, 1 in G_1
  - not a simple path; of length 3
- A path 0, 1, 2 in G_3
  - also a simple path; of length 2
- A path 0, 1, 0 in G_3
  - also a cycle; of length 2
- 0, 1, 2, 1, is NOT a path in G_3
  - $<2,1> \notin E(G_3)$



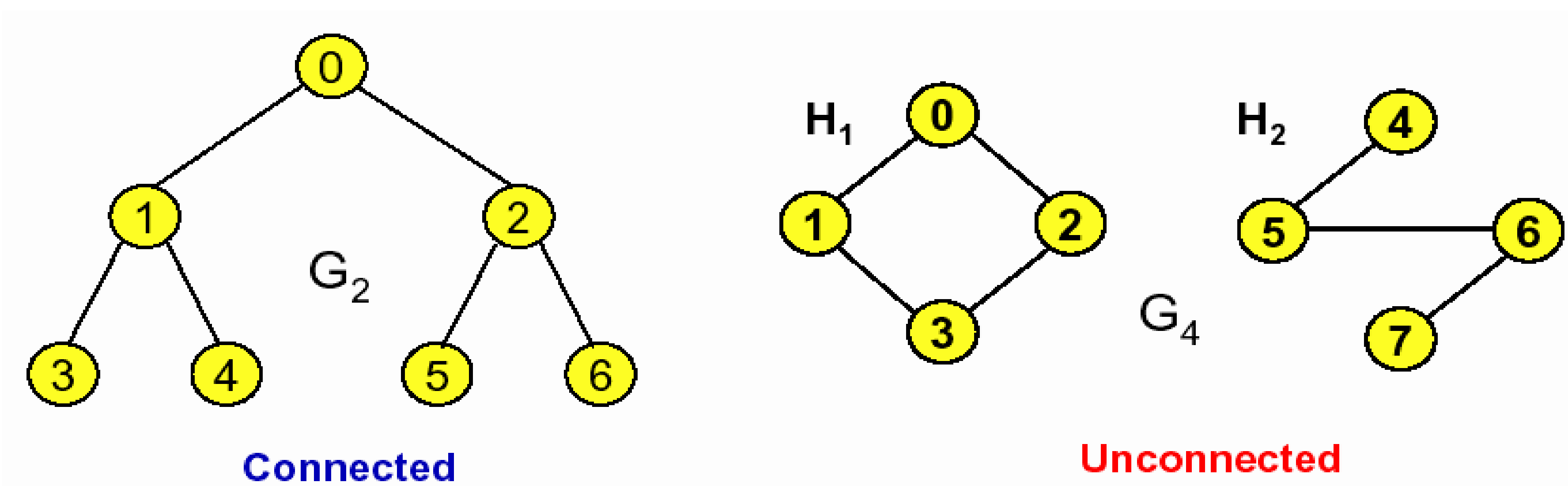


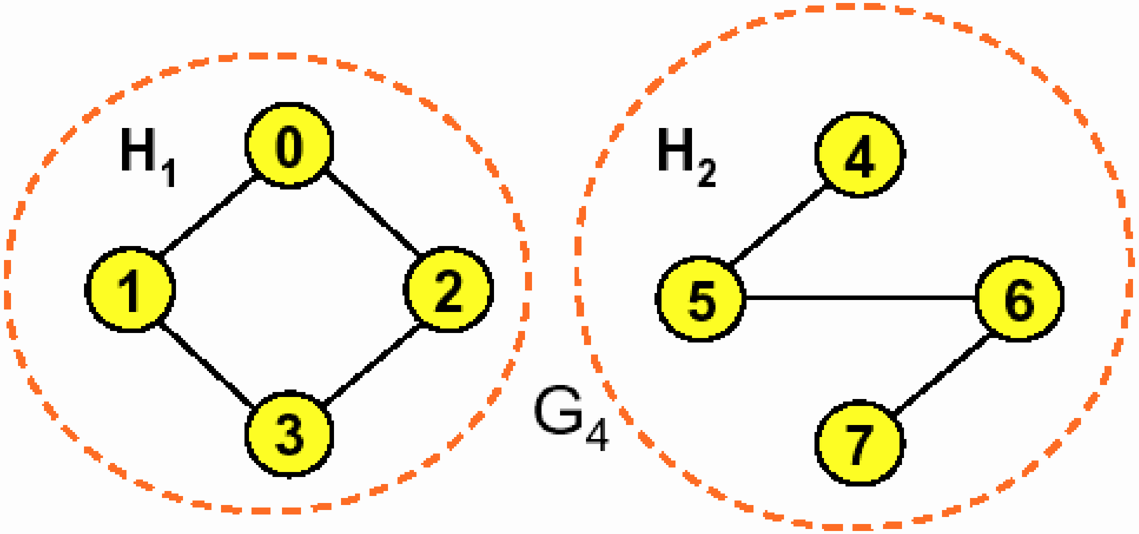
تعريفها

در گراف بدون جهت مانند G ، دو راس v_0 و v_1 را متصل مي گويند، اگر مسيري در G از v_0 به v_1 وجود داشته باشد.

يک گراف بدون جهت را متصل مي ناميم اگر براي هر زوج راس v_j , v_i در V(G)، مسيري از v_i به v_j در G وجود داشته باشد.

يک مولفه اتصال يا به طور ساده تر يک مولفه ، در گراف بدون جهت ، بزرگترين زيرگراف متصل آن است.

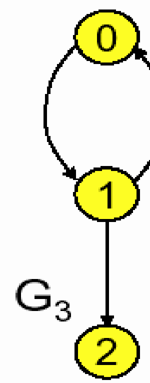




H1 and H2 are 2 connected components

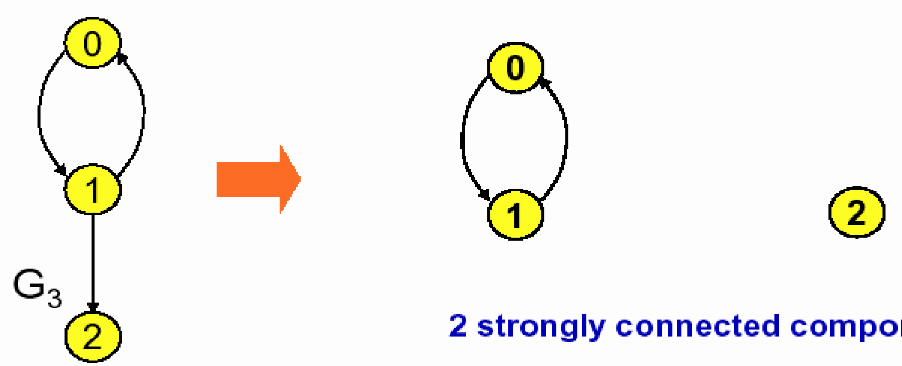
تعريفها

یک گراف جهت دار کاملا متصل ناميده مي شود ، اگر براي هر زوج از رئوس v_i , v_j در V(G) ، مسيري جهت دار از v_i به v_j و همچنين از v_j به v_i وجود داشته باشد.



not strongly connected

یک مولفه کاملا متصل ، بزرگترين زيرگرافي است که کاملا متصل باشد.



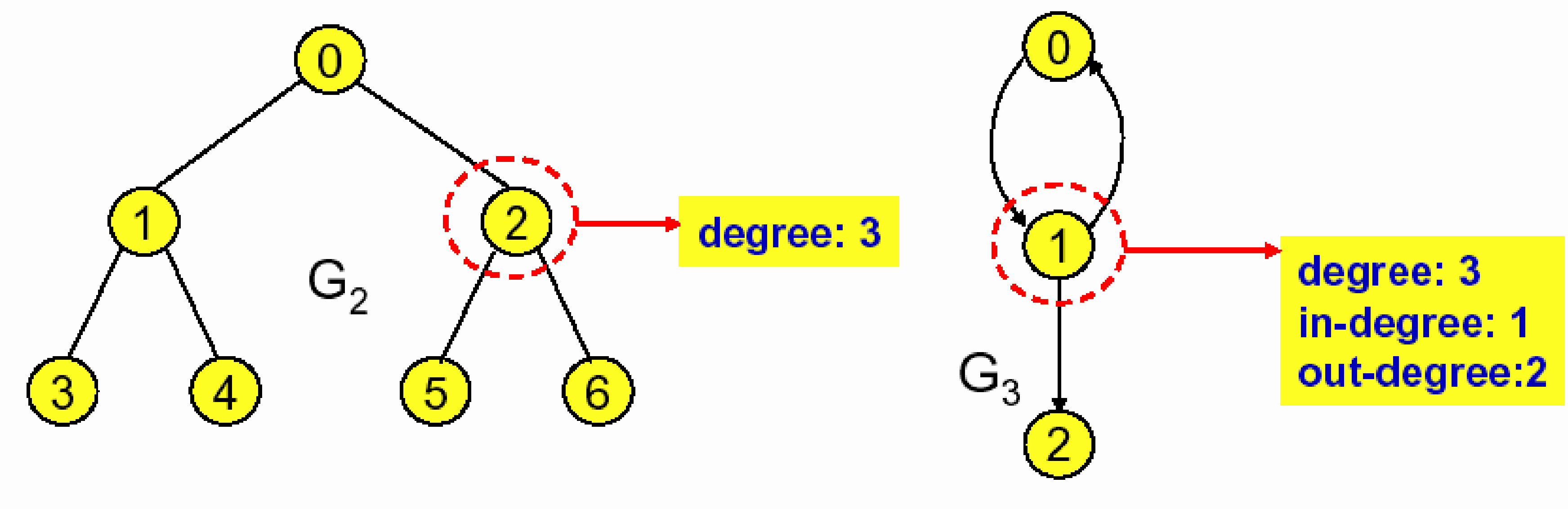
2 strongly connected components

تعريفها

❖ درجه يک راس تعداد لبه هاي متلاقي با آن راس است .

اگر در گراف G با n راس، d_i درجه راس i و e تعداد لبه ها باشد ، به آساني مي توان ديد که تعداد لبه ها برابر است با :

$$e = (\sum_{0}^{n-1} d_i)/2$$



نمايش گرافها

نمايش گراف ها به سه صورت است :

- ماتريس مجاورتي
- ليست هاي مجاورتي
- ليست هاي چندگانه

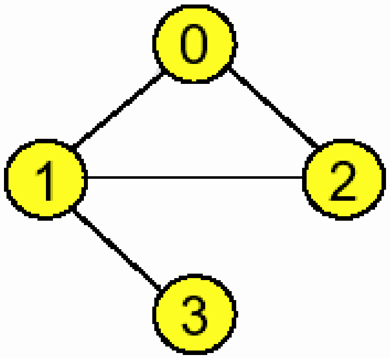
ماتريس مجاورتي

فرض کنيد $G=(V, E)$ يک گراف با n راس باشد ، $n \geq 1$، ماتريس مجاورتي گراف G يک آرايه دوبعدي $n \times n$ مي باشد.

اگر لبه (v_i, v_j) (براي گراف جهت دار $<v_i, v_j>$) در E(G) باشد ، آنگاه adj_mat[i] [j]= 1 خواهد بود.

ماتريس مجاورتي براي يک گراف بدون جهت متقارن است زيرا لبه (v_i, v_j) در E(G) خواهد بود ، اگر و تنها اگر لبه (v_j, v_i) نيز در E(G) باشد

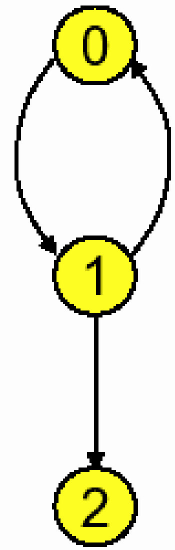
ماتریس مجاورتی



$$\begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

symmetric

no self loops



$$\begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

non-symmetric

no self loops

ماتريس مجاورتي

براي گراف بدون جهت ، درجه هر راس مانند i مجموع عناصر سطري آن است:

$$\sum_{j=0}^{n-1} adj\_mat[i][j]$$

براي يک گراف جهت دار ، مجموع سطري ، درجه خارجه و مجموع ستوني ، درجه وارده خواهد بود.

ليست هاي مجاورتي

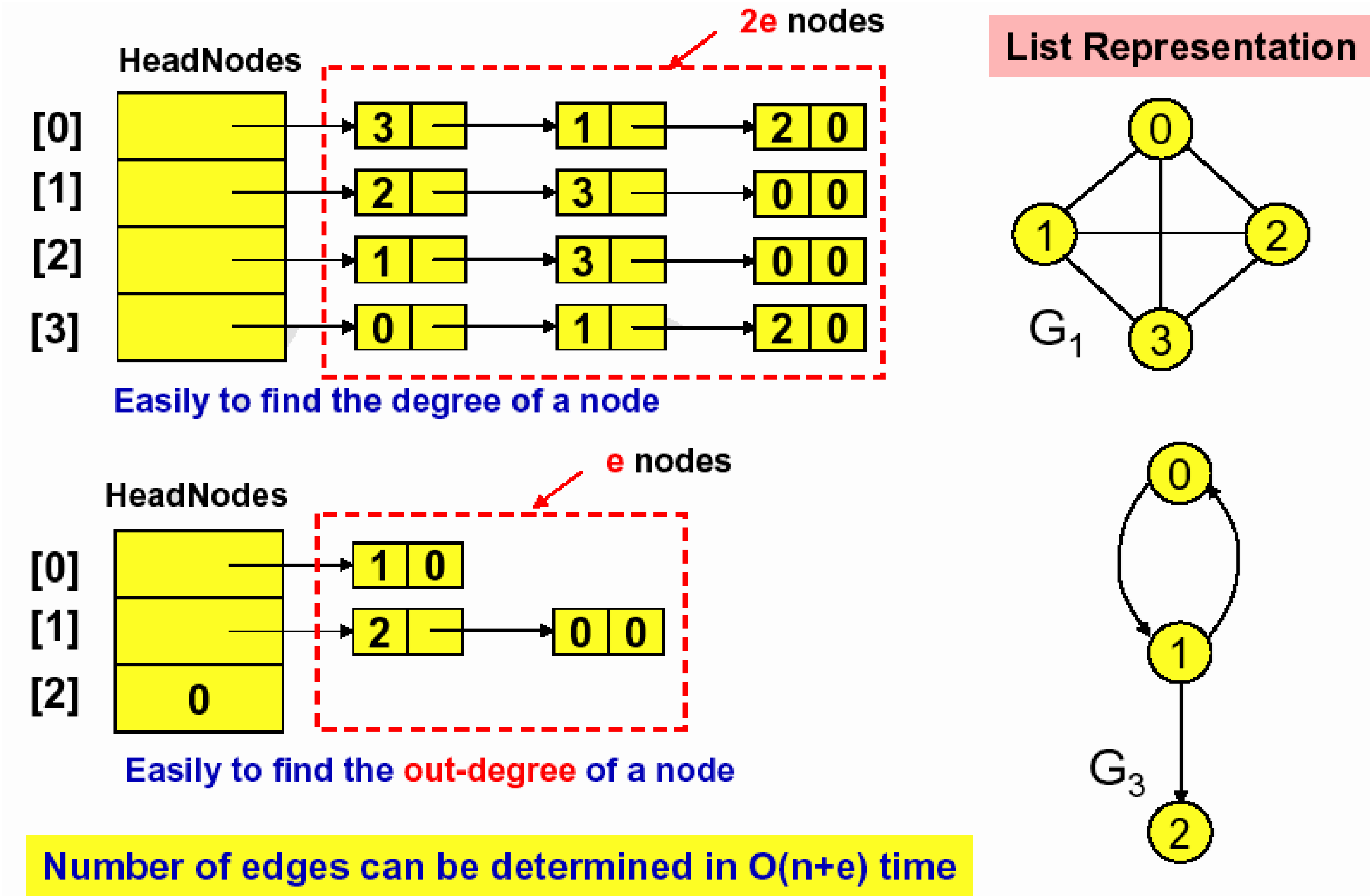
با اين نمايش ، n سطر ماتريس مجاورتي در n ليست پيوندي قرار مي گيرد. براي هرراس از گراف G ، يک ليست وجود دارد.

هر گره حداقل دو فيلد دارد : راس و اتصال

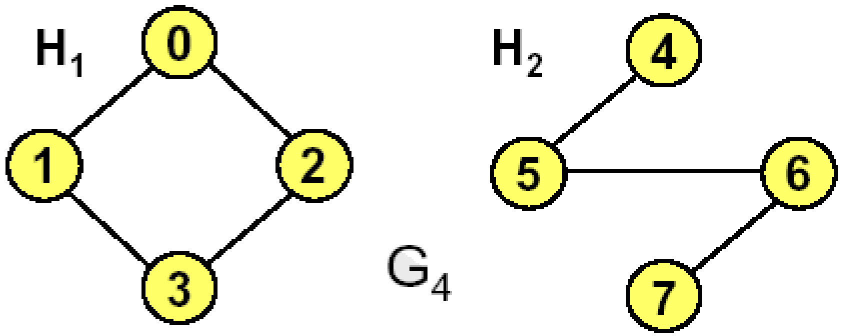
در هر ليست مشخصي مانند i ، گره هاي ليست حاوي رئوس مجاور از راس i مي باشند.

در يک گراف بدون جهت با n راس و e لبه ، n گره head و 2e گره ليست دارد. هر گره ليست دو فيلد لازم دارد.

لیست مجاورتی



استفاده از آرایه برای لیست مجاورتی



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
9	11	13	15	17	18	20	22	23	2	1	3	0	0	3	1	2	5	6	4	5	7	6

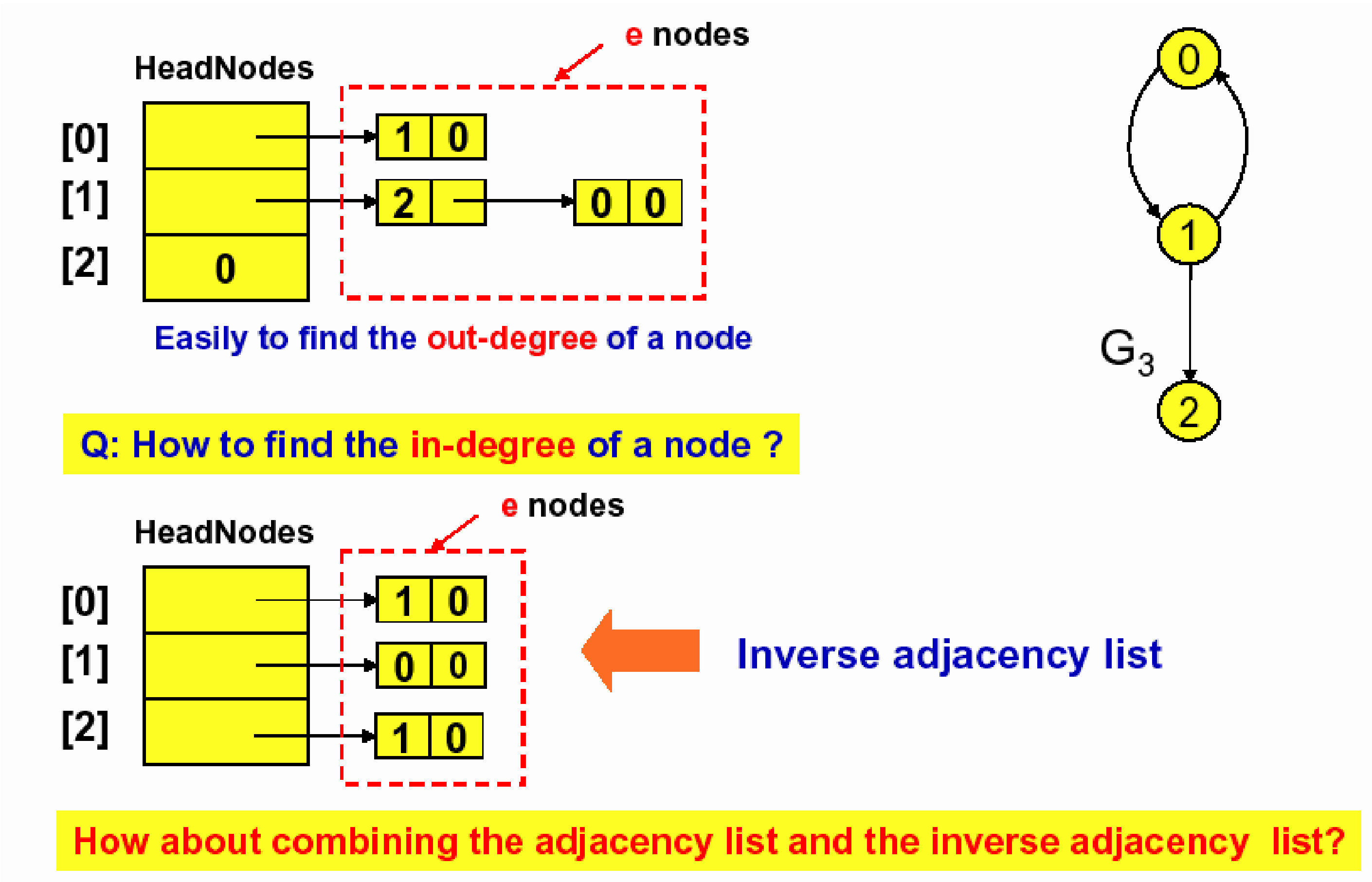
n+1 entries

2e entries

Advantage → small memory usage
Disadvantage → dynamic edge insertion/deletion

لیست مجاورتی معکوس

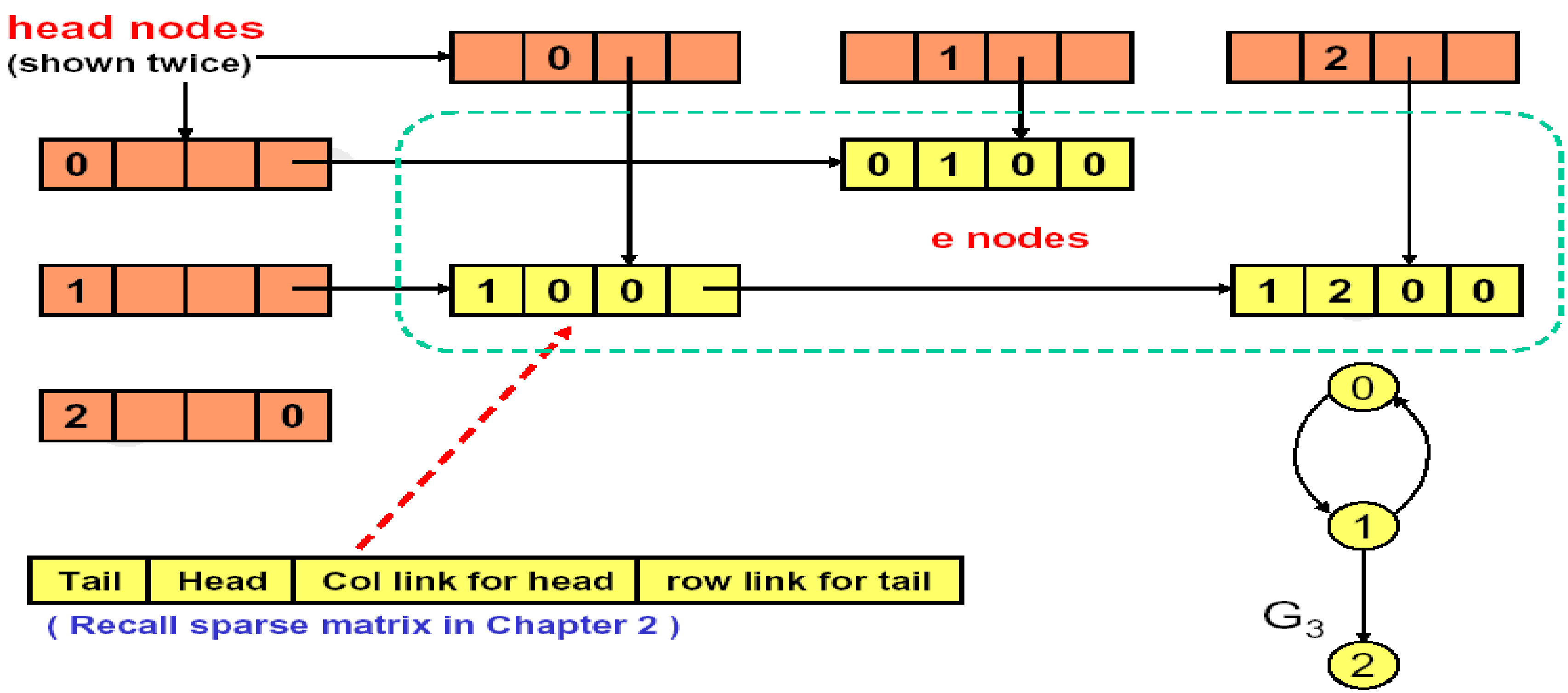
- برای سادگی محاسبه تعداد گره های وارده به یک گره از این لیست استفاده می کنیم.



تغيير ساختار گره براي ليست هاي مجاورتي

می توان برای محاسبه تعداد گره های وارده ساختار گره را تغییر داد

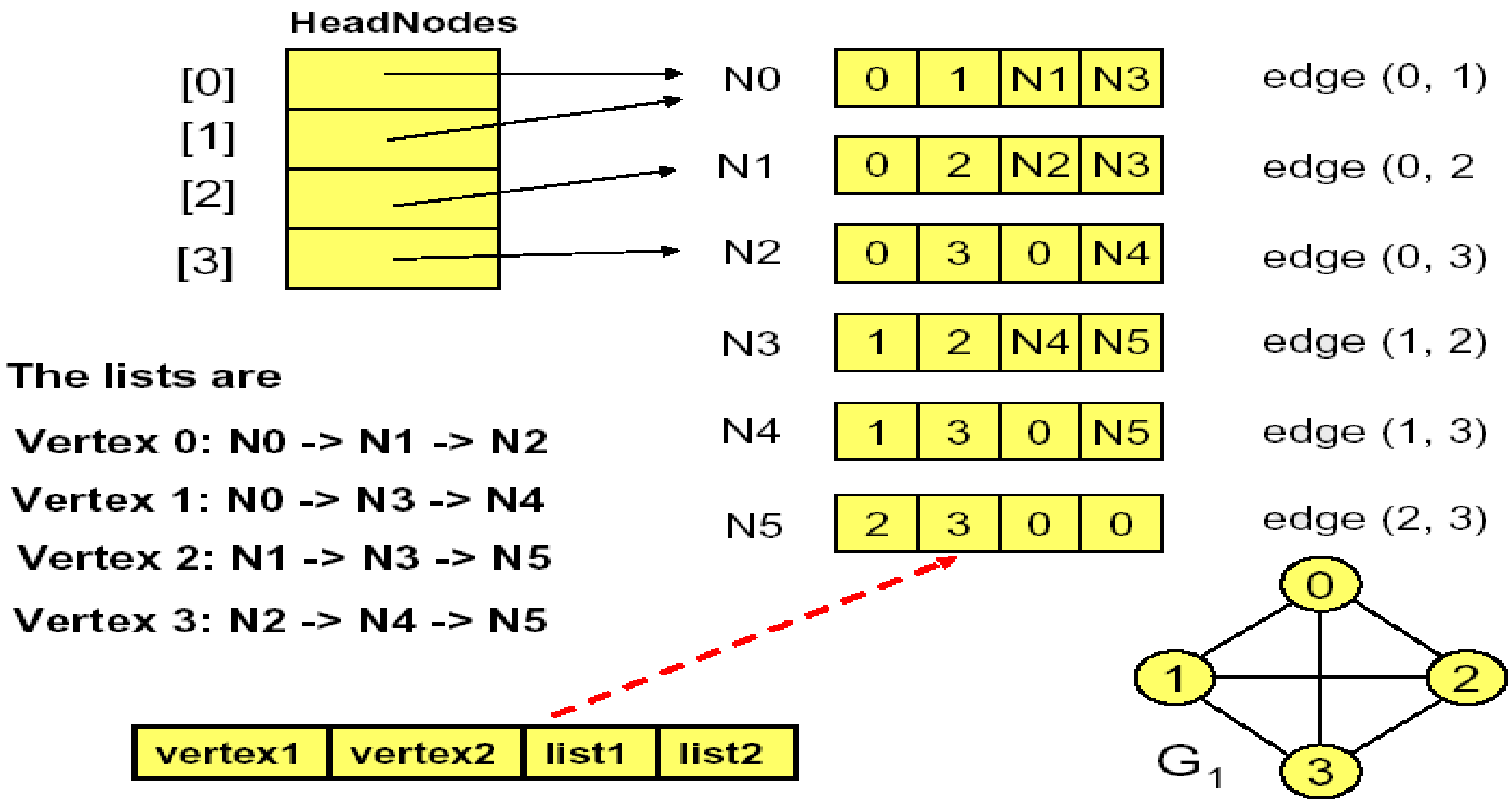
tail	head	column link for head	row link for tail



6-1 ليست هاي مجاورتي چندگانه

در نمايش ليست مجاورتي ، هر لبه در يک گراف بدون جهت مانند (v_i , v_j) با دو وارده نمايش داده مي شود :

- در ليست براي v_i
- در ليست براي v_j



لبه هاي وزن دار