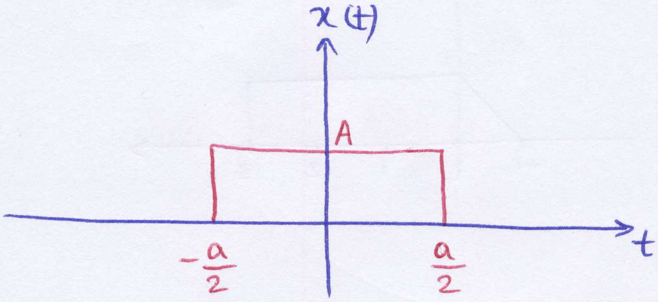
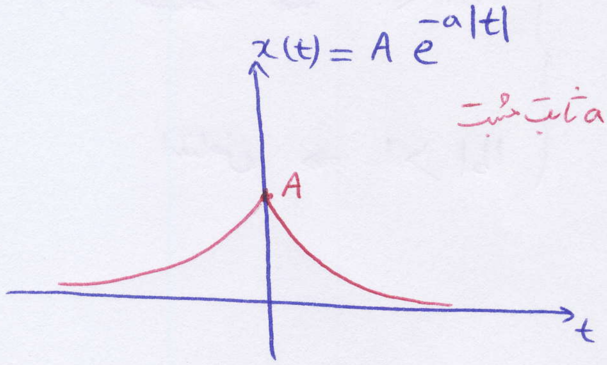
تمرین: تعیین کنید که کدامیک از این سیگنالها، سیگنال توان است و کدامیک سیگنال انرژی است. توان و انرژی هر دو را به دست آورید.



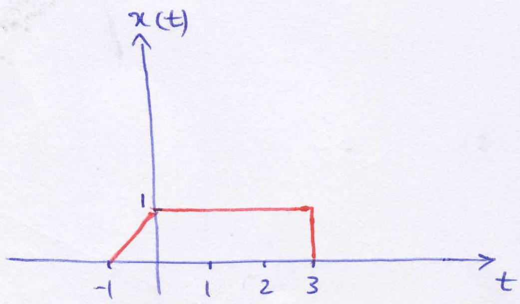


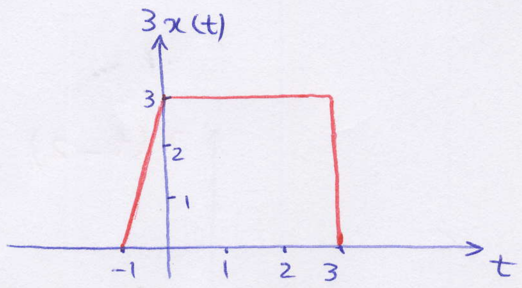
سیگنال سازی:

A - تغییر مقیاس دامنه :

$x(t)$ را داریم $\longrightarrow$ می‌خواهیم $ax(t)$ را بسازیم

$$\begin{cases} |a| > 1 \Rightarrow \text{تقویت} \\ |a| < 1 \Rightarrow \text{تضعیف} \end{cases}$$

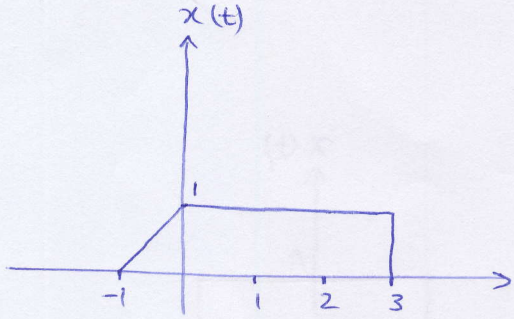


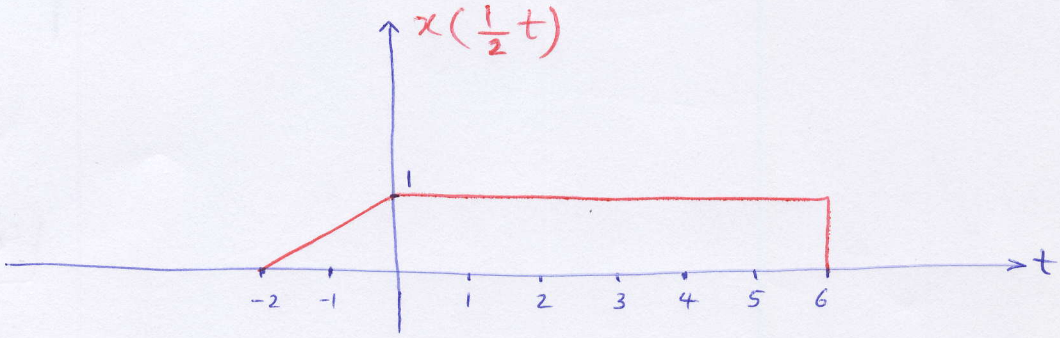


B- تغییر مقیاس زمانی

$x(t) \longrightarrow x(bt)$

$$\begin{cases} |b|<1 \Rightarrow \text{انبساط} \\ |b|>1 \Rightarrow \text{انقباض} \end{cases}$$

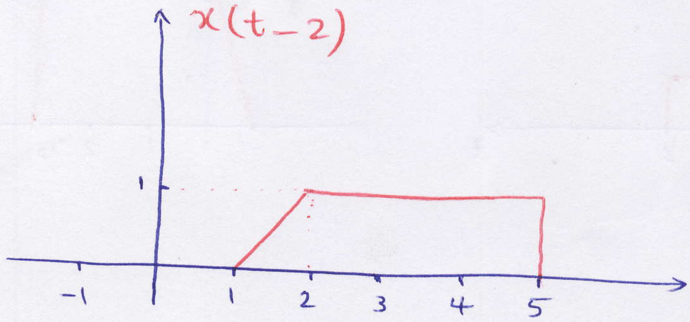




C- انتقال (shift):

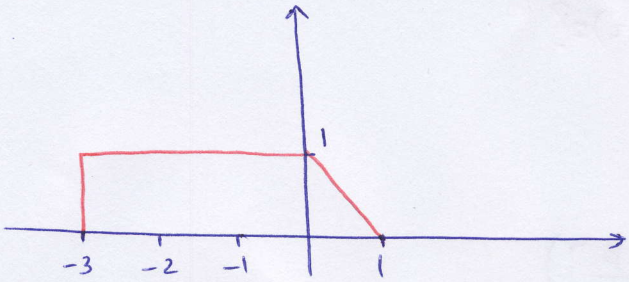
$x(t) \longrightarrow x(t+t_0)$

- $t_0>0 \longrightarrow$ انتقال به سمت چپ به اندازهٔ t_0، پیشروی یا Advance
- $t_0<0 \longrightarrow$ انتقال به سمت راست به اندازهٔ t_0، تأخیر یا Delay



D_ انعکاس:

$$x(t) \longrightarrow x(-t)$$



نکته: انعکاس، جهت انتقال را عوض می‌کند.

و حالا ترکیب سیگنال سازی های فوق:

$$x(t) \longrightarrow x(-\alpha t+\beta)$$

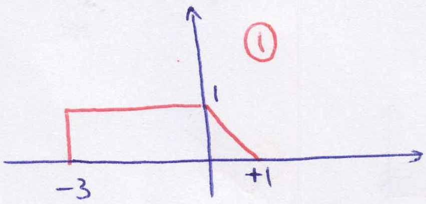
$$x(-\alpha t+\beta) = x\left[\underset{(1)}{-}\,\underset{(2)}{\alpha}\left(t\,\underset{(3)}{-\frac{\beta}{\alpha}}\right)\right]$$

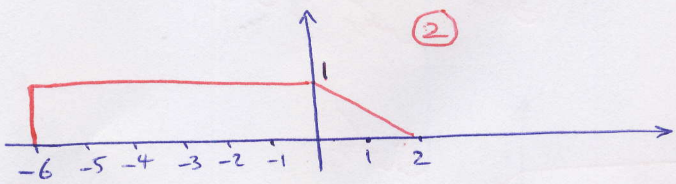
$\xrightarrow{\hspace{3cm}}$

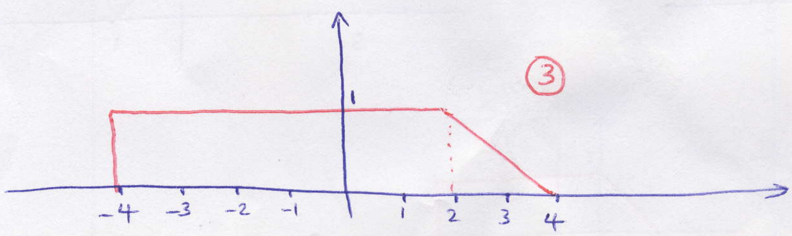
جهت انجام عملیات از چپ به راست است.

مثال:

$$x\left(-\frac{t}{2}+1\right) = x\left[\overset{(1)}{-}\,\overset{(2)}{\frac{1}{2}}\left(t\overset{(3)}{-}2\right)\right]$$







گاهی برعکس این عمل را از ما می‌خواهند. یعنی $x(-\alpha t+\beta)$ را می‌دهند و $x(t)$ را می‌خواهند.

$x(-\alpha t+\beta)$ را داریم $\longrightarrow x(t)=?$

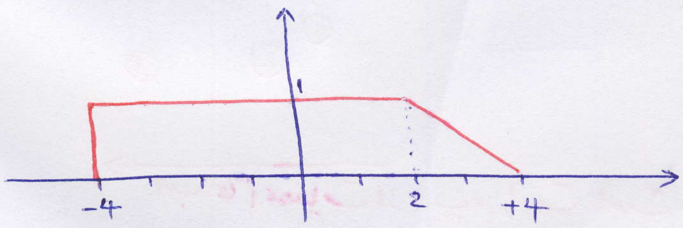
$$x(-\alpha t+\beta) = x\left(-\alpha\left[t-\frac{\beta}{\alpha}\right]\right)$$

③ ② برعکس ① برعکس

جهت انجام عملیات از راست به چپ

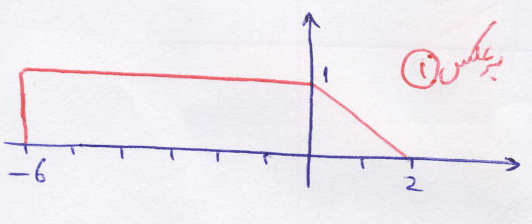
مثال: فرض کنید $x(-\frac{t}{2}+1)$ به صورت زیر باشد. حال $x(t)$ را رسم کنید.

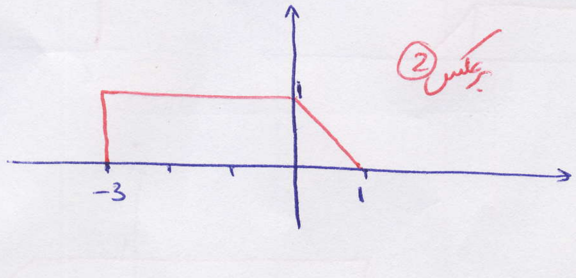
$x(-\frac{t}{2}+1)$:

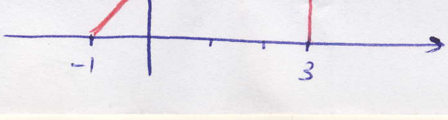


$$x\left(-\frac{t}{2}+1\right) = x\left(-\frac{1}{2}(t-2)\right)$$

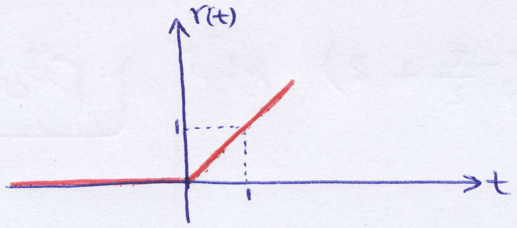
③ ② برعکس ① برعکس







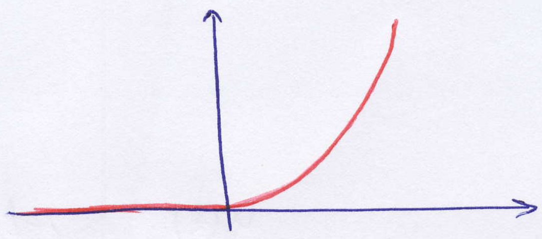
b_ تابع شیب واحد: $r(t)$



$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\alpha) . d\alpha \\ u(t) = \frac{d}{dt} r(t) \end{cases}$$

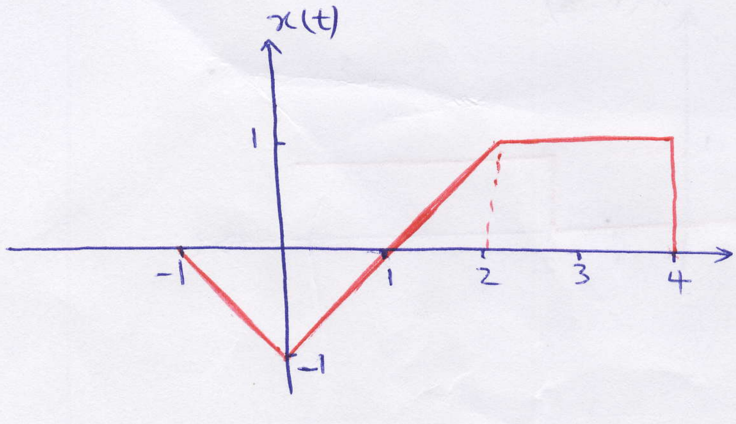
c_ تابع سهمی واحد: $m(t)$



$$m(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m(t) = \int_{-\infty}^{t} r(\alpha) . d\alpha \\ r(t) = \frac{d}{dt} m(t) \end{cases}$$

مثال: تابع $x(t)$ را برحسب توابع پله واحد و شیب واحد بنویسید.



13

	دامنه u(t)	دامنه r(t)	
$t=-1$	$t=-1 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0$	$t=-1 \begin{cases} +\ -1 \\ -\ 0 \end{cases} \Rightarrow -1$	$\Rightarrow -r(t+1)$
$t=0$	$t=0 \begin{cases} +\ -1 \\ -\ -1 \end{cases} \Rightarrow 0$	$t=0 \begin{cases} +\ 1 \\ -\ -1 \end{cases} \Rightarrow 2$	$\Rightarrow 2r(t)$
$t=1$	$t=1 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0$	$t=1 \begin{cases} +\ 1 \\ -\ 1 \end{cases} \Rightarrow 0$	$\Rightarrow$ X
$t=2$	$t=2 \begin{cases} +\ 1 \\ -\ 1 \end{cases} \Rightarrow 0$	$t=2 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 1 \end{cases} \Rightarrow -1$	$\Rightarrow -r(t-2)$
$t=3$	$t=3 \begin{cases} +\ 1 \\ -\ 1 \end{cases} \Rightarrow 0$	$t=3 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0$	$\Rightarrow$ X
$t=4$	$t=4 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 1 \end{cases} \Rightarrow -1$	$t=4 \begin{cases} +\ 0 \\ -\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0$	$\Rightarrow -u(t-4)$

$$x(t) = -r(t+1) + 2r(t) - r(t-2) - u(t-4)$$

تمرین کلاسی سوم: تابع $x(t)$ را برحسب توابع پله واحد و شیب واحد بنویسید.