

به نام خدا

ساختمان داده ها و الگوریتم ها

محمد مهدی گیلانیان صادقی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲



• درخت (Tree):

درخت مجموعه محدودی از یک یا چند گره است که دارای شرایط زیر می باشند:

۱- دارای گره ای به نام ریشه است.

۲- بقیه گره ها به مجموعه هایی مجزا تقسیم شوند که هر یک از این مجموعه ها خود یک درخت هستند.

اصطلاحات مربوط به درخت:

○ گره، مسیر و طول مسیر:

○ درخت عمومی و درخت دودویی:

○ سطح درخت:

○ عمق گره و عمق درخت:

○ درجه گره و درجه درخت:

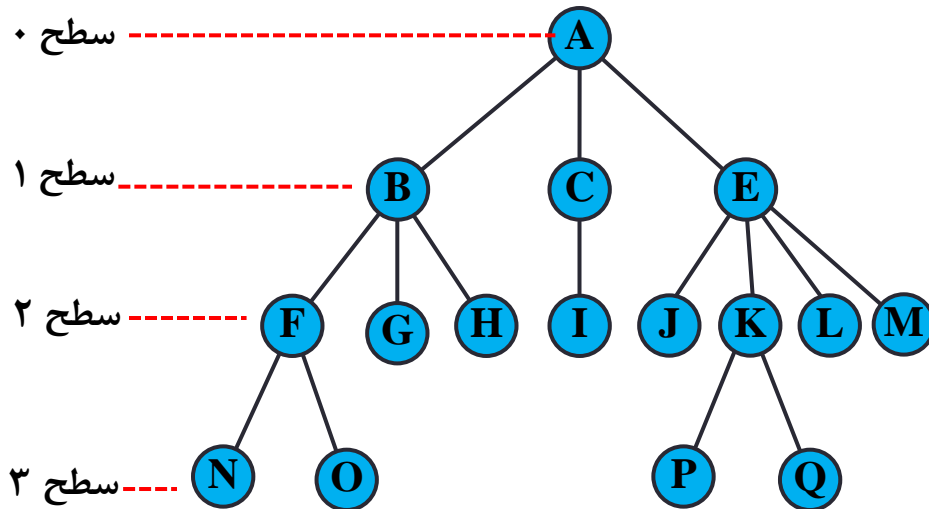
○ اجداد گره:

○ نسل های گره:

○ والد گره و فرزند گره:

○ گره برگ:

○ گره های هم زاد:



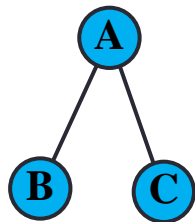


• درخت دودویی:

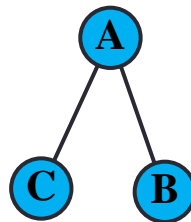
○ درخت دودویی یا تهی است یا حاوی مجموعه ای از گره ها شامل یک ریشه و دو زیر درخت دودویی چپ و راست است.

تفاوت درخت عمومی و دودویی:

- ۱- در درخت دودویی هر گره حداکثر دو فرزند دارد.
- ۲- در درخت عمومی ترتیب فرزندان مهم نیست، ولی در درخت دودویی ترتیب مهم است.
- ۳- درخت عمومی تهی وجود ندارد، ولی درخت دودویی تهی وجود دارد.



الف



ب

درختان دودویی الف و ب یکسان نیستند

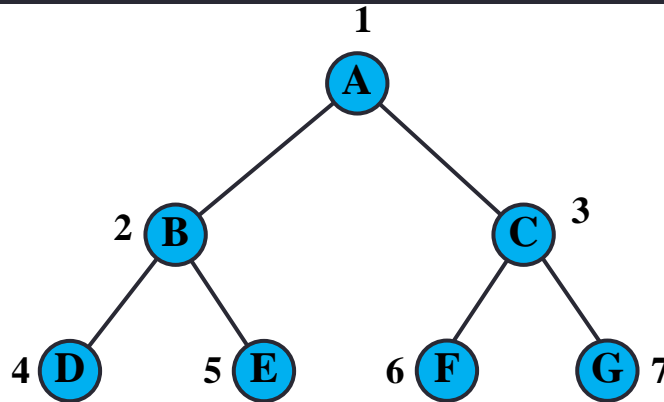


• پیاده سازی درخت دودویی:

- با استفاده از آرایه
- با استفاده از اشاره گر ها



• پیاده سازی درخت دودویی با آرایه:



0	1	2	3	4	5	6	7
-	A	B	C	D	E	F	G

نکات مهم:

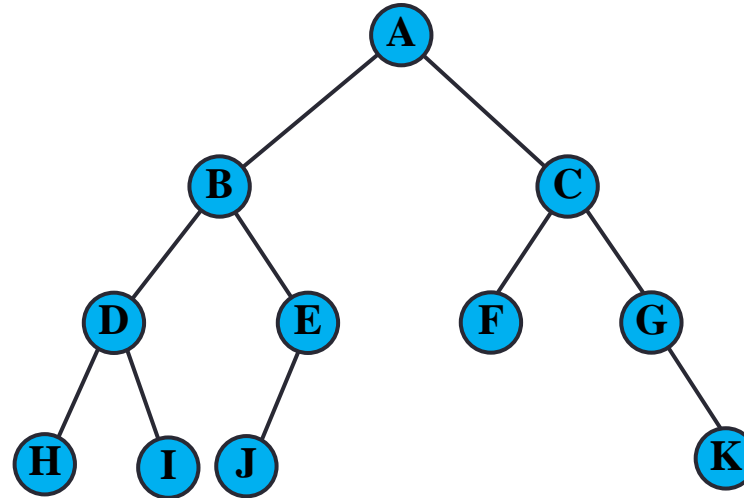
حداکثر تعداد گره ها در سطح i ام یک درخت دودویی 2^i گره است.
حداکثر تعداد گره ها (n) در یک درخت دودویی به عمق d ، $2^{d+1}-1$ است.

اگر شماره گره ای i ($i \neq 1$) باشد والد آن دارای شماره $[i/2]$ است.

اگر شماره گره ای i باشد، فرزندان چپ و راست آن به ترتیب دارای شماره های $2i$ و $2i+1$ ($\leq n$) هستند.



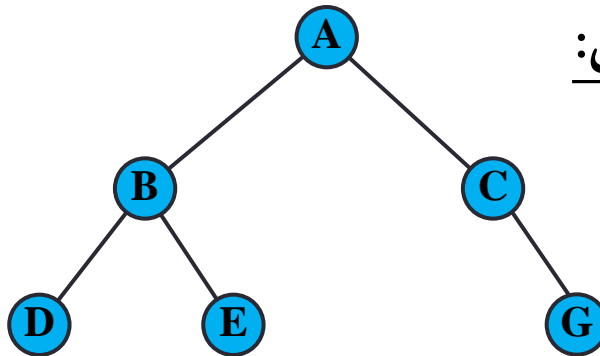
• پیاده سازی درخت دودویی با آرایه:



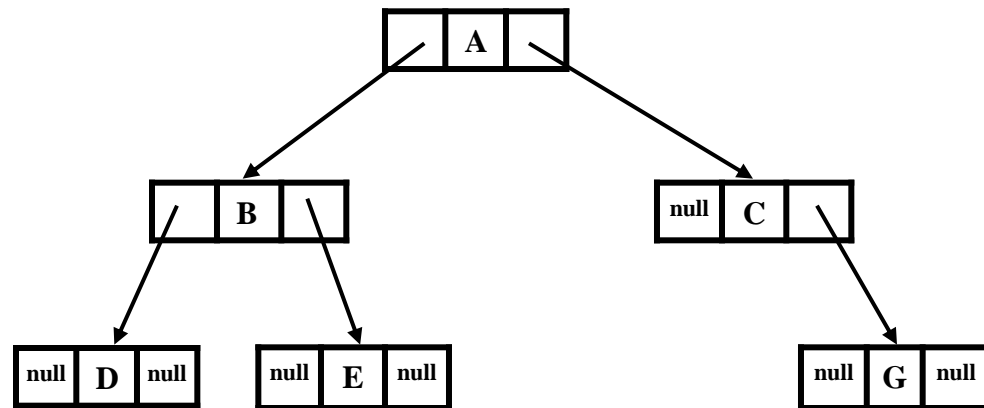
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	-	-	-	-	K



• پیاده سازی درخت دودویی با لیست پیوندی:



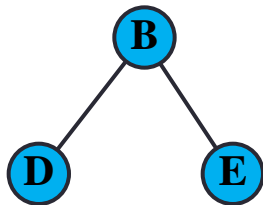
```
class treeNode{  
    friend class tree;  
private:  
    treeNode *left;  
    int info;  
    treeNode *right;  
};  
class tree{  
public:  
    // member functions  
private:  
    treeNode *root;  
};
```





• پیمایش درخت دودویی:

- (۱) روش پیشوندی یا preorder: ریشه، زیر درخت چپ، زیر درخت راست
- (۲) روش میانوندی یا inorder: زیر درخت چپ، ریشه، زیر درخت راست
- (۳) روش پسوندی یا postorder: زیر درخت چپ، زیر درخت راست، ریشه



preorder: B D E

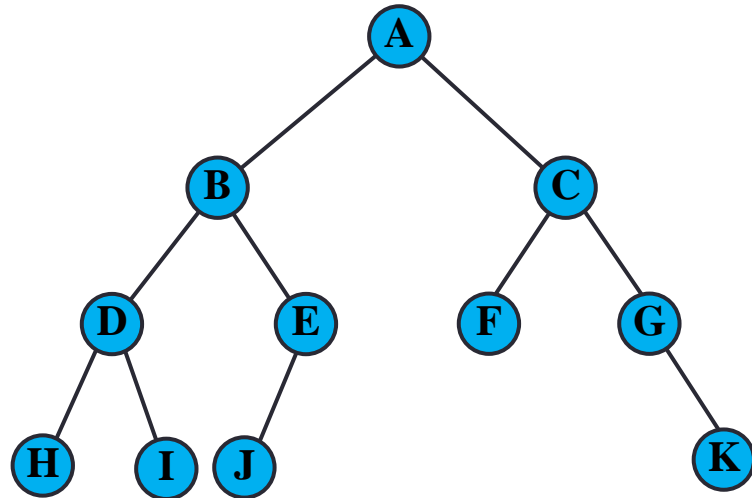
inorder: D B E

postorder: D E B



• روش پیمایش پیشوندی یا preorder:

```
void tree::preorder(tree *s)
{
    if(s)
    {
        cout<<s->info;
        preorder(s->left);
        preorder(s->right);
    }
}
```

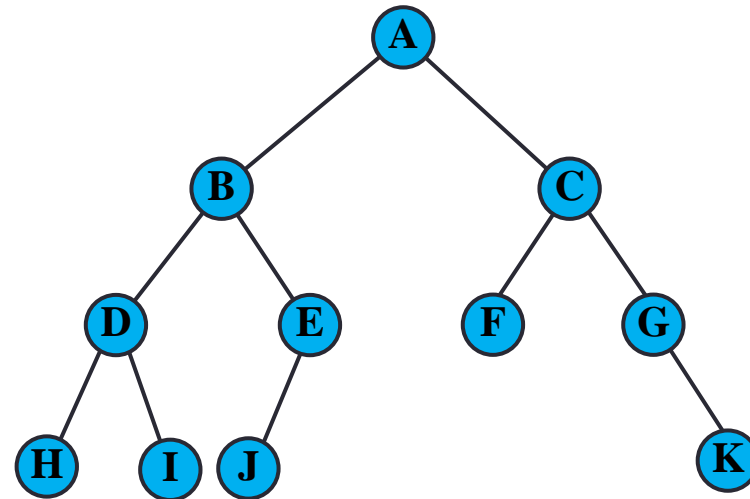


preorder: A B D H I E J C F G K



• روش پیمایش میانوندی یا inorder:

```
void tree::inorder(tree *s)
{
    if(s)
    {
        inorder(s->left);
        cout<<s->info;
        inorder(s->right);
    }
}
```

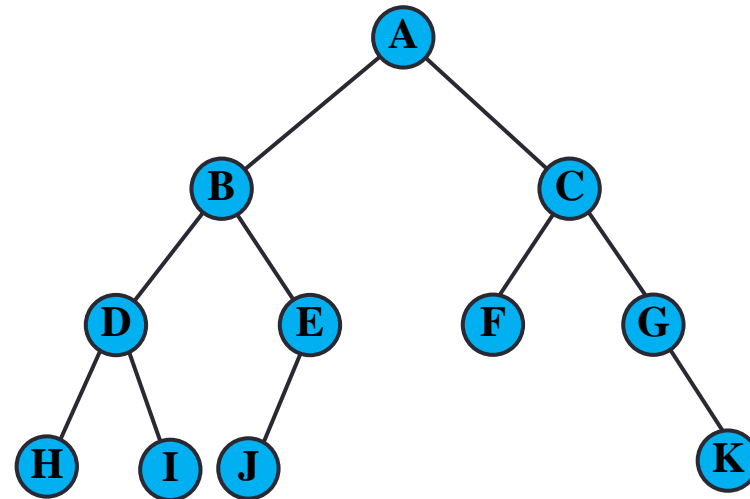


inorder : H D I B J E A F C G K



• روش پیمایش پسوندی یا postorder:

```
void tree::postorder(tree *s)
{
    if(s)
    {
        postorder(s->left);
        postorder(s->right);
        cout<<s->info;
    }
}
```

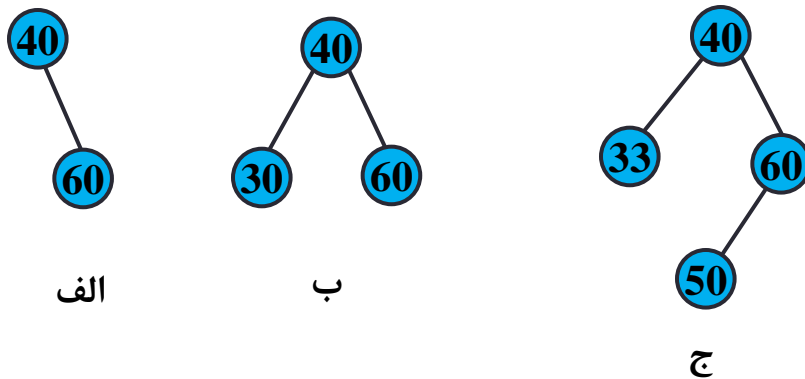


postorder :H I D J E B F K G C A



• درخت جستجوی دودویی (Binary Search Tree- BST):

درخت دودویی است که در آن برای هر گره X :
مقدار فرزند چپ X کوچکتر یا مساوی مقدار X ، و مقدار فرزند راست X بزرگتر از X باشد.



عملیات اصلی:

- ایجاد درخت
- بررسی خالی بودن درخت
- درج مقدار در درخت
- جستجو در درخت
- حذف گره ای از درخت

....



• عمل ایجاد درخت BST خالی:

```
root=null
```

• عمل بررسی خالی بودن درخت BST:

```
if( root == null )
```

```
/// درخت خالی است
```



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۴

درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

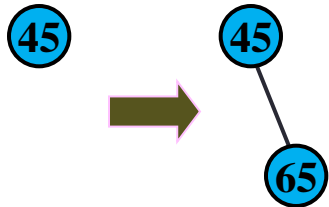
45, 65, 52, 40, 59, 15 , 49



درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15, 49

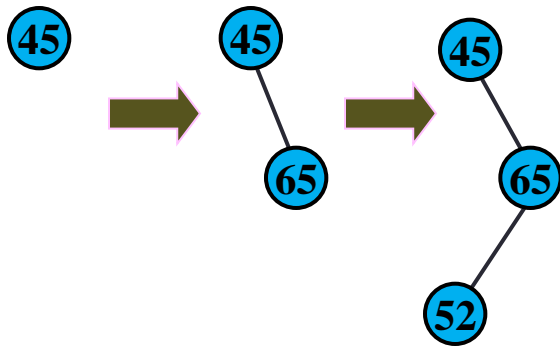




درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15, 49

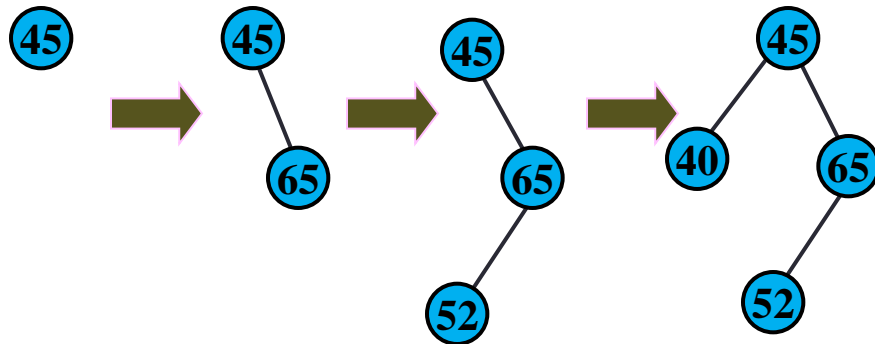




درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15, 49

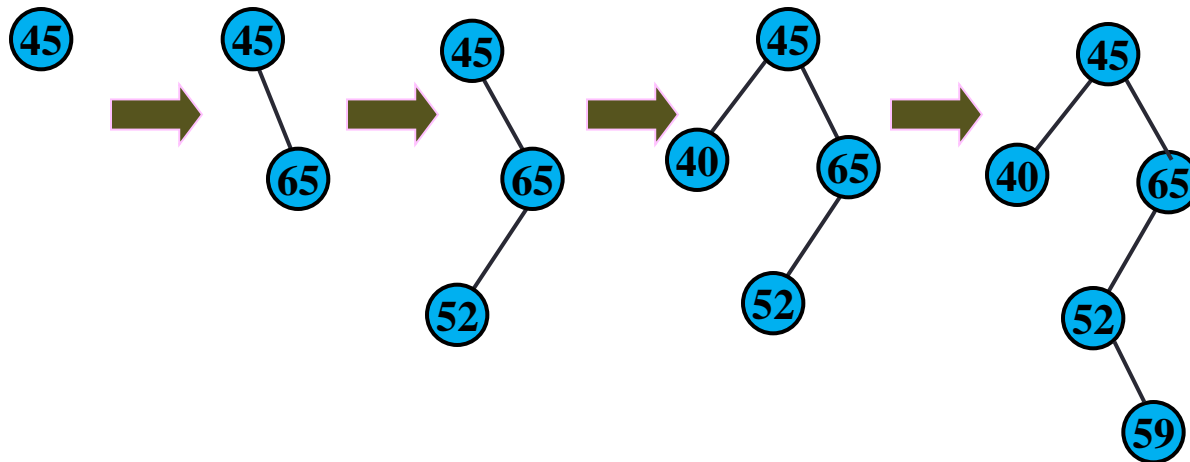




درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15 , 49

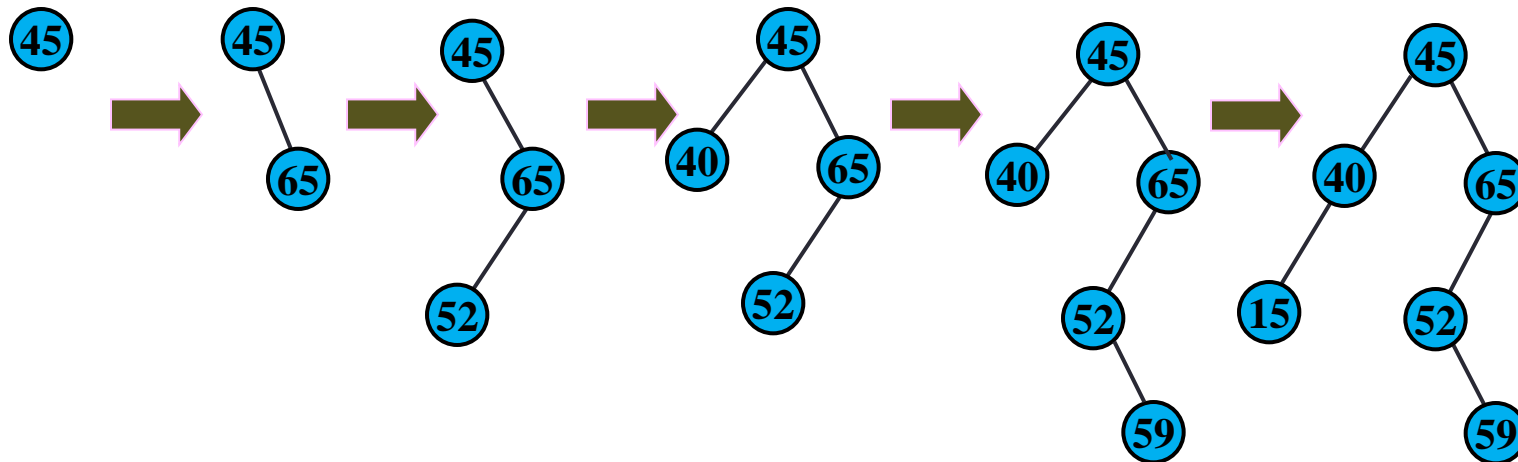




درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15, 49

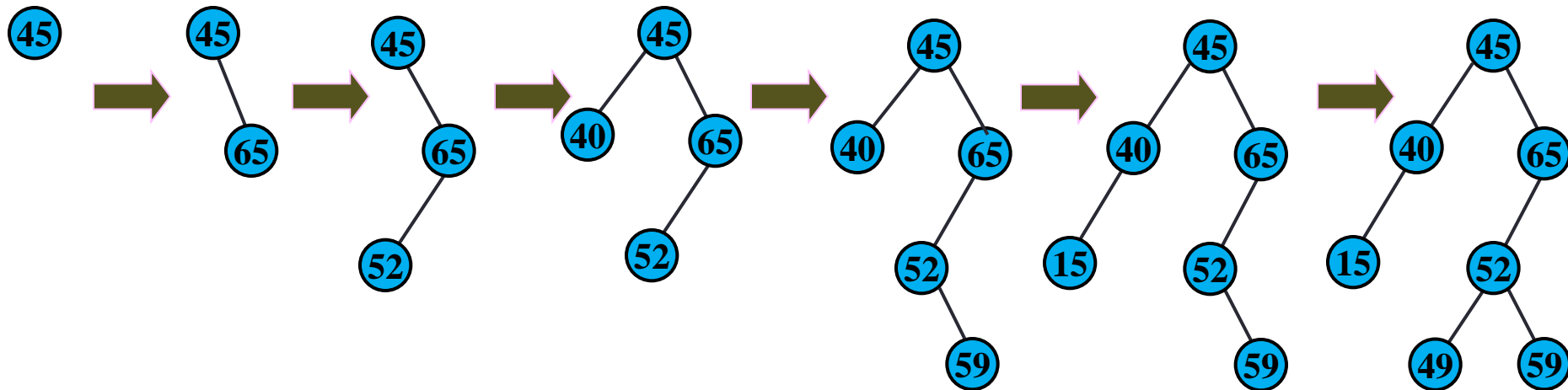




درج گره در درخت BST:

درخت BST با مقادیر زیر ایجاد کنید.

45, 65, 52, 40, 59, 15, 49

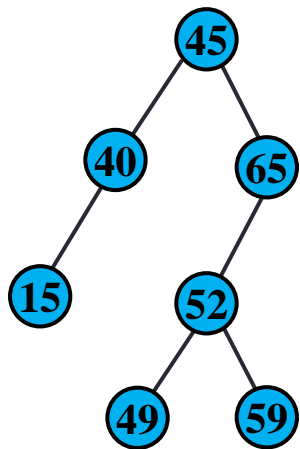




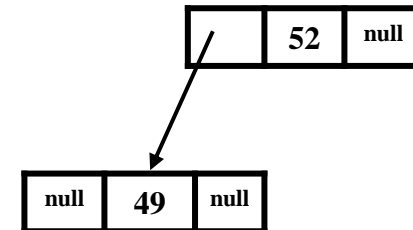
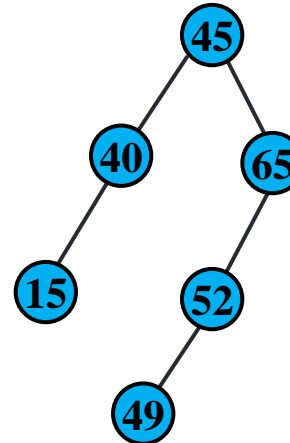
حذف گره از درخت BST:

برای حذف گره ای مثل X سه حالت را در نظر می گیریم:

(۱) X برگ است



حذف گره ۵۹

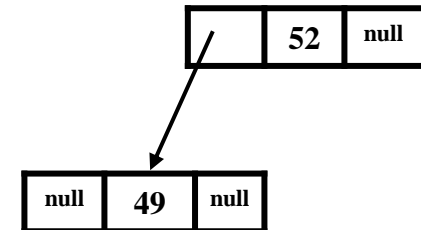
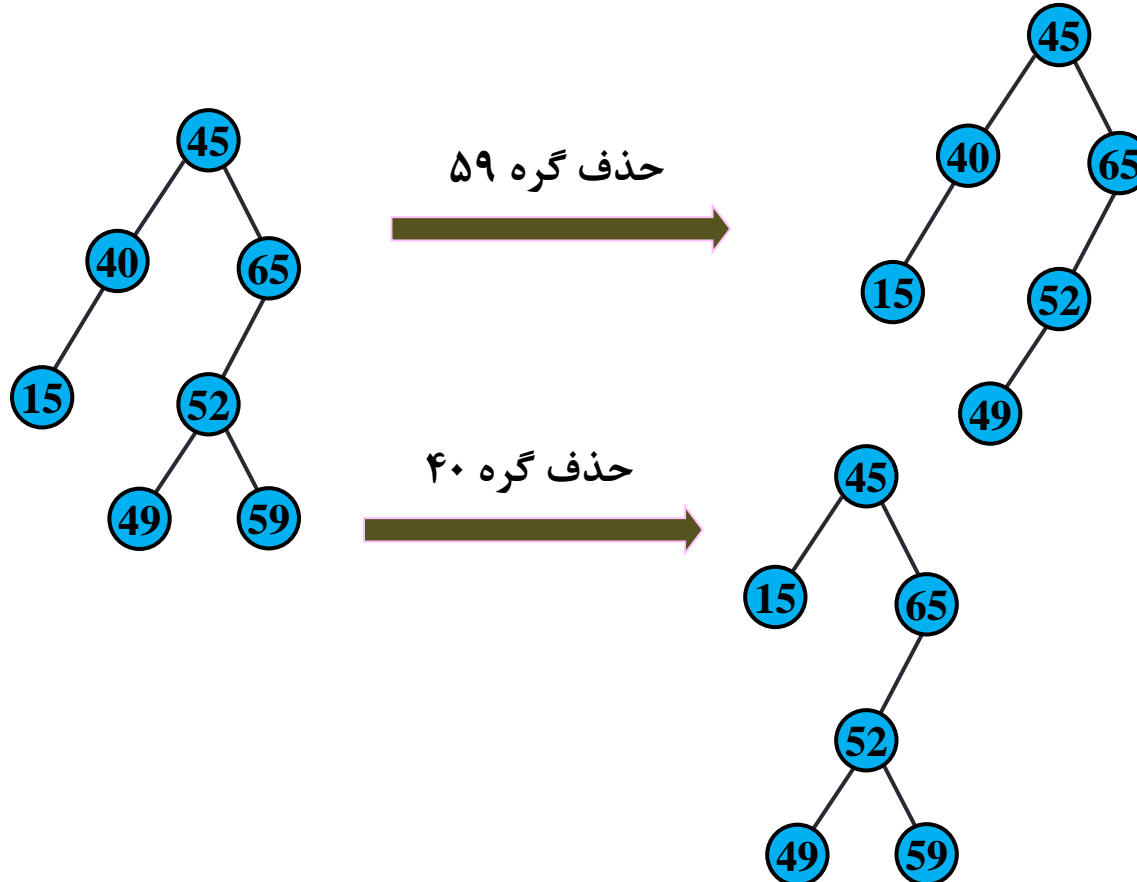




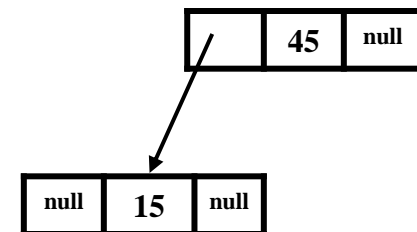
حذف گره از درخت BST:

برای حذف گره ای مثل X سه حالت را در نظر می گیریم:

(۱) X برگ است



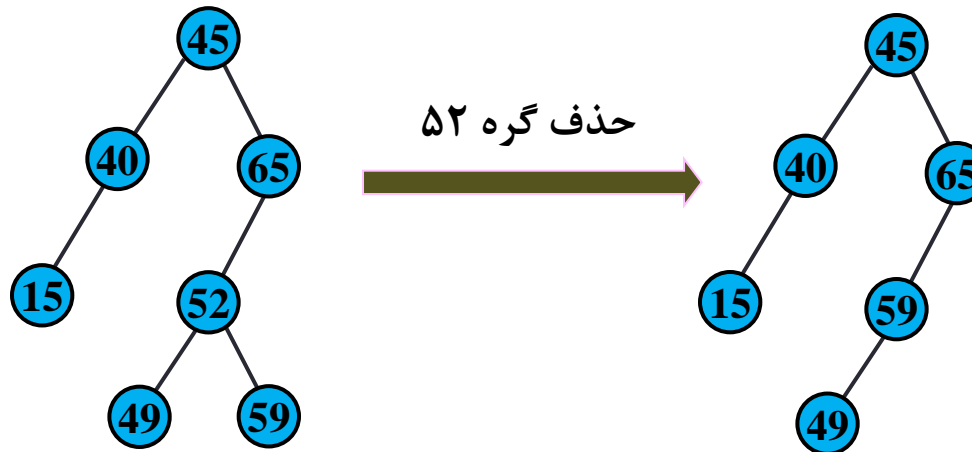
(۲) X یک فرزند دارد





حذف گره از درخت BST:

(۳) X دو فرزند دارد

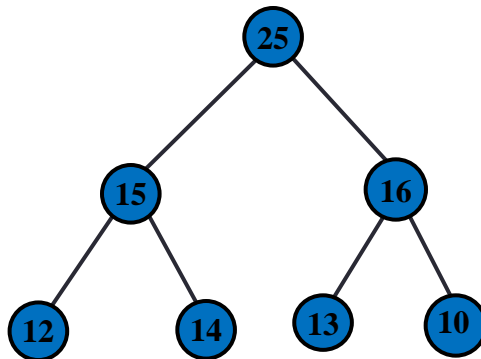


inorder: 15, 40, 45, 49, 52, 59, 65

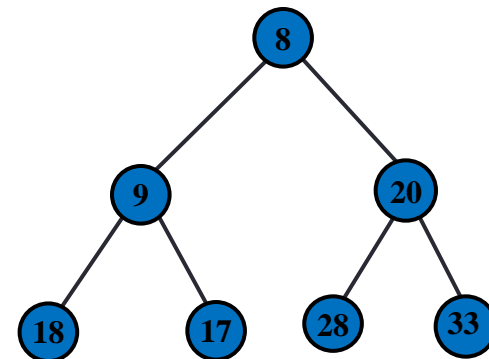


درخت Heap (هرم - نیمه مرتب):

maxtree: درختی است که مقدار هر گره آن بزرگتر یا مساوی مقدار فرزنداناش باشد.
mintree: درختی است که مقدار هر گره آن کوچکتر یا مساوی مقدار فرزنداناش باشد.



maxtree



mintree

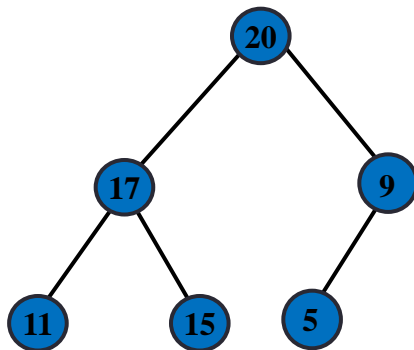


ساختمان داده ها و الگوریتم ها

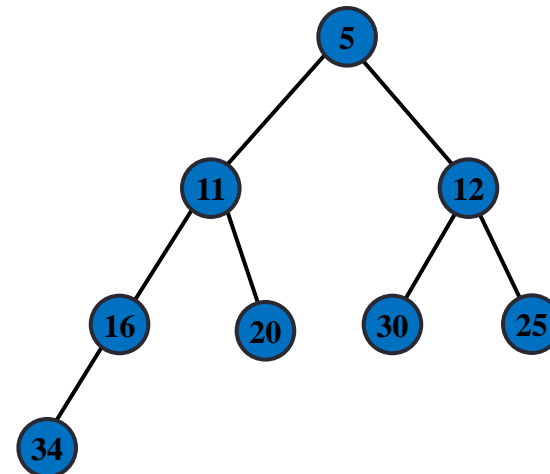
صفحه ۲۵

درخت maxheap: درخت دودویی کاملی است که یک maxtree باشد.

درخت minheap: درخت دودویی کاملی است که یک mintree باشد.



maxheap



minheap



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

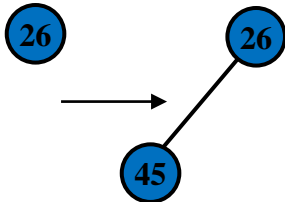
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

26 , 45, 27, 50, 90

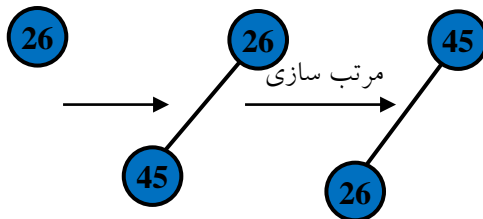




درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

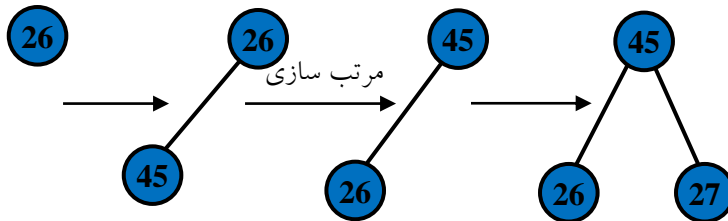
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

26 , 45, 27, 50, 90

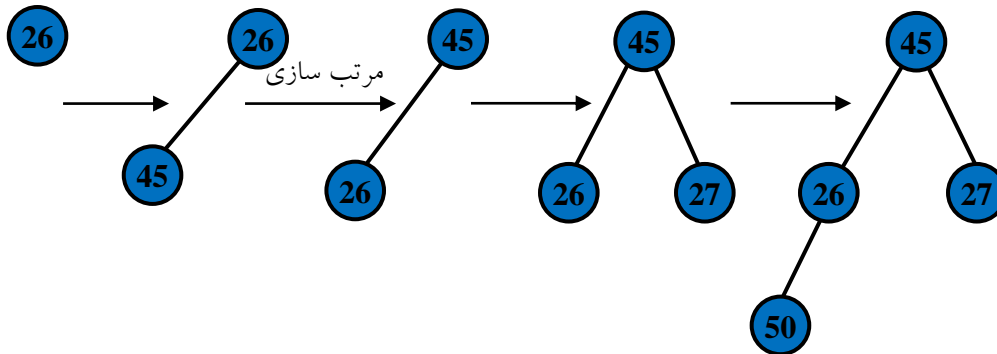




درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

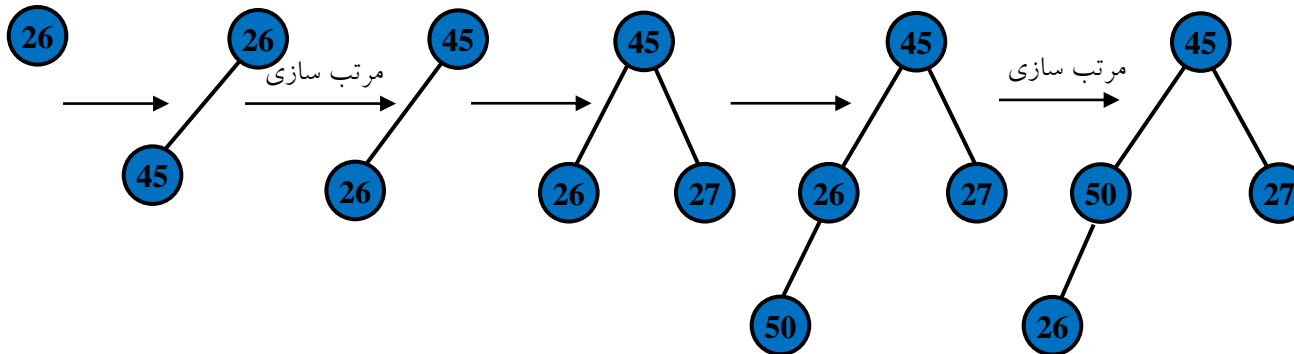
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

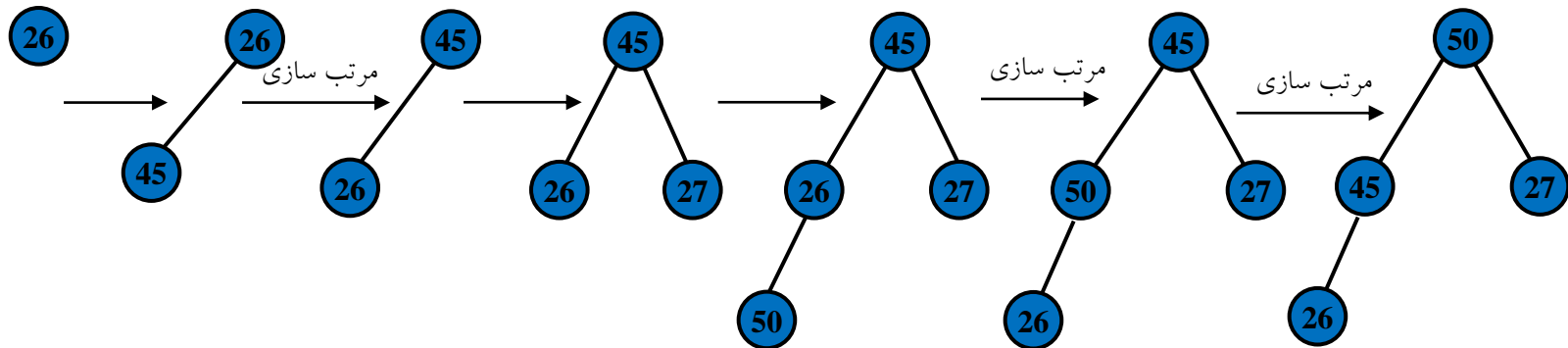
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

26 , 45, 27, 50, 90

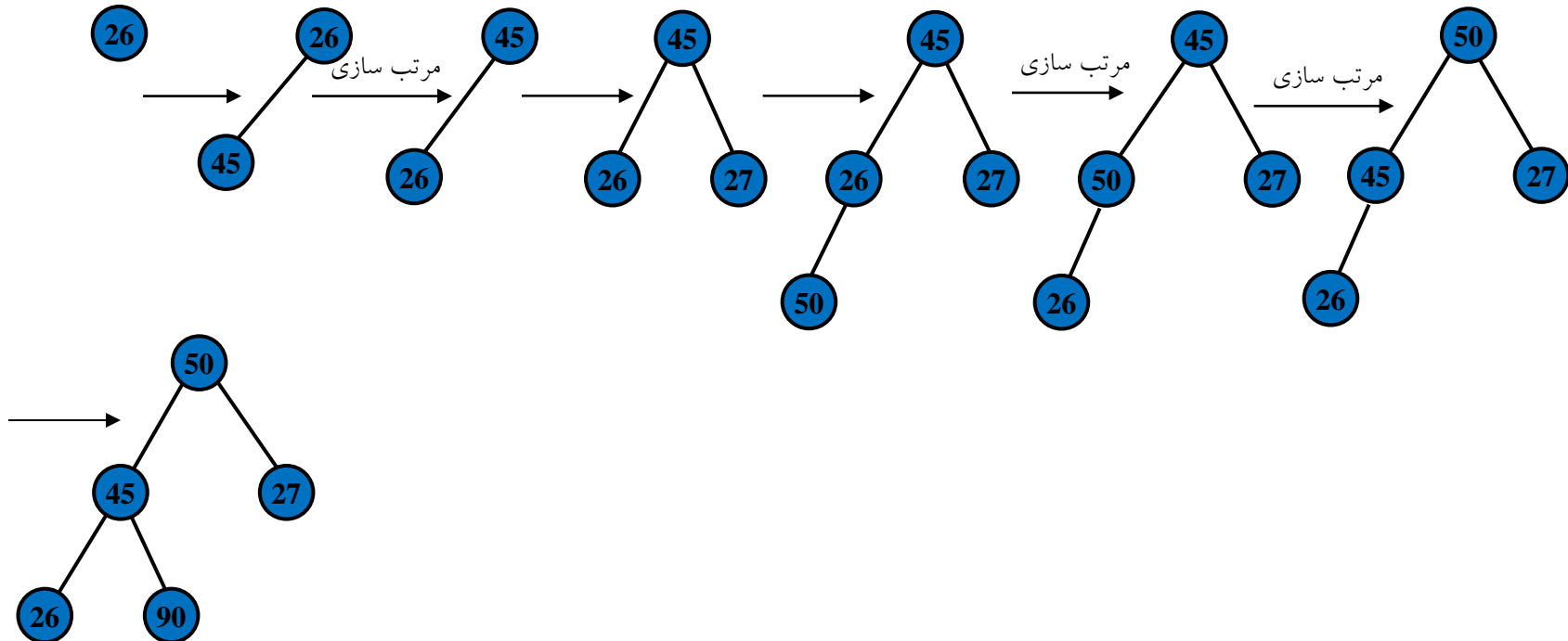




درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

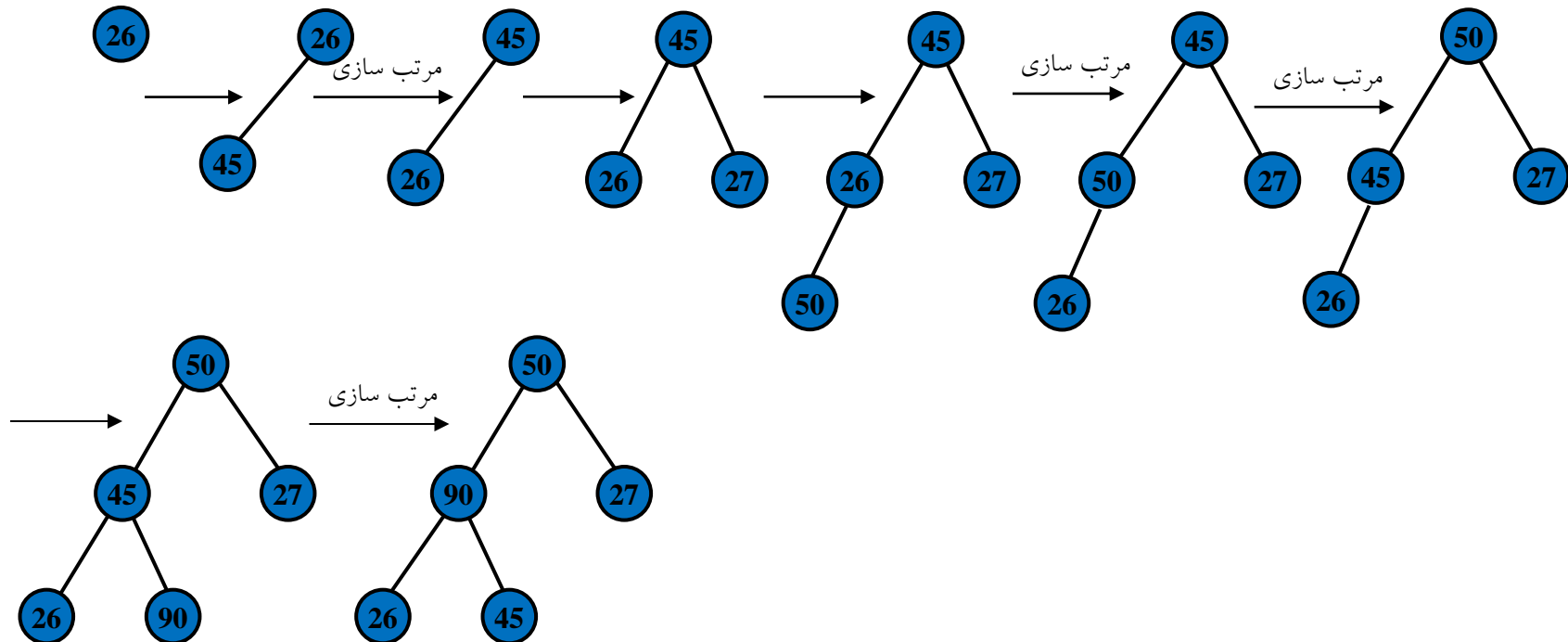
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

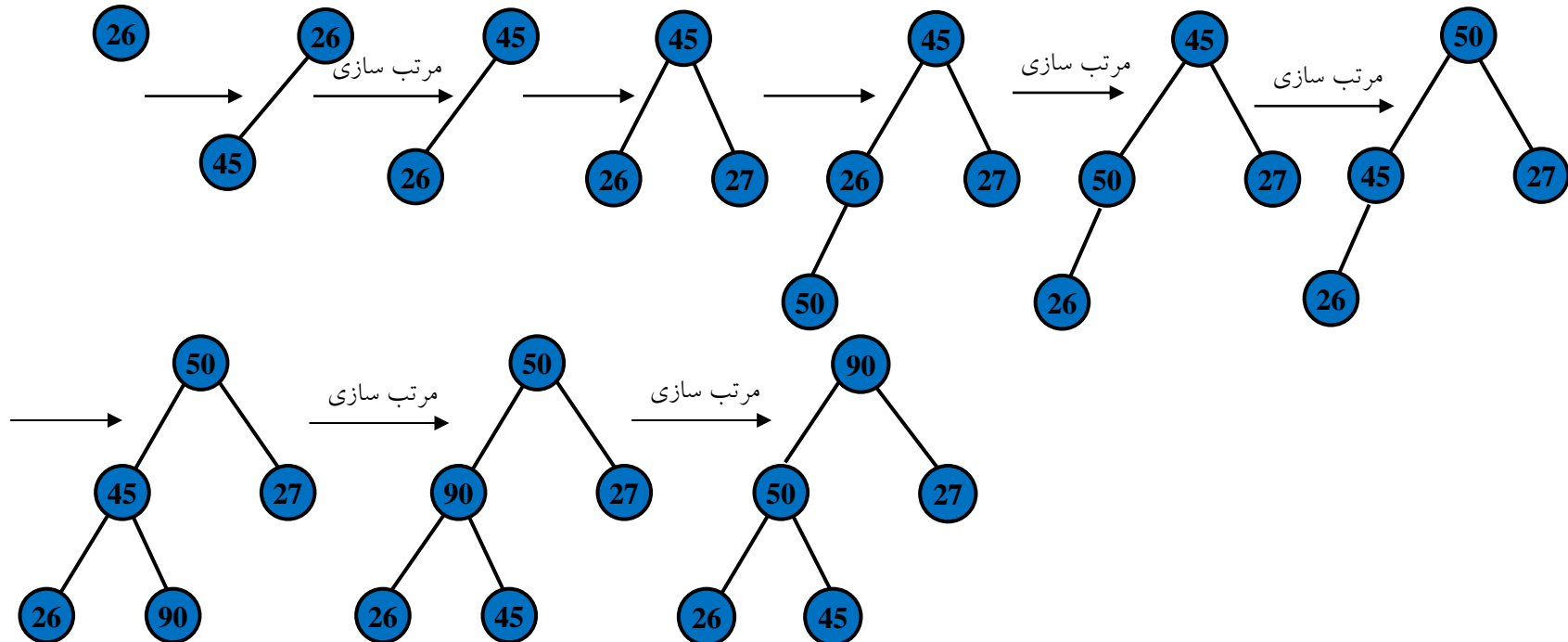
26 , 45, 27, 50, 90



درج عنصر در maxheap:

اعمال درج و حذف بگونه ای انجام می گیرد که درخت بصورت نیمه مرتب باقی بماند. همواره گره در درخت heap از چپ به راست و در سطح آخر درج می شود و سپس عمل مرتب سازی درخت انجام می شود.

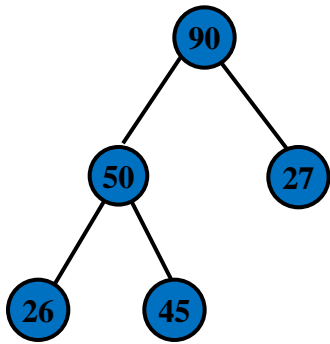
26 , 45, 27, 50, 90





حذف عنصر از maxheap:

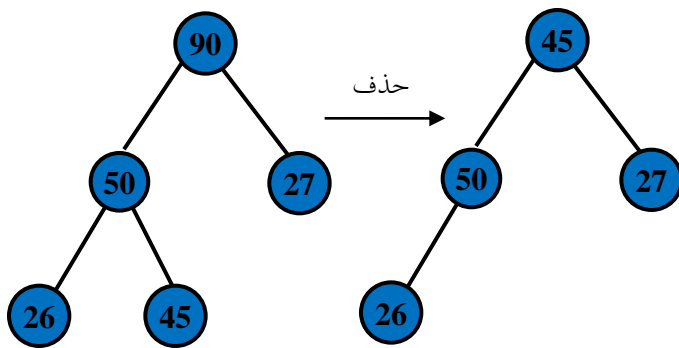
هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.





حذف عنصر از maxheap:

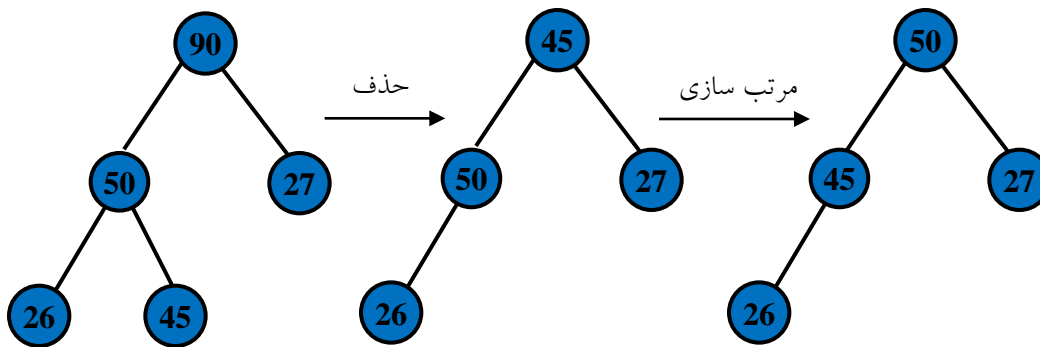
هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.





حذف عنصر از maxheap:

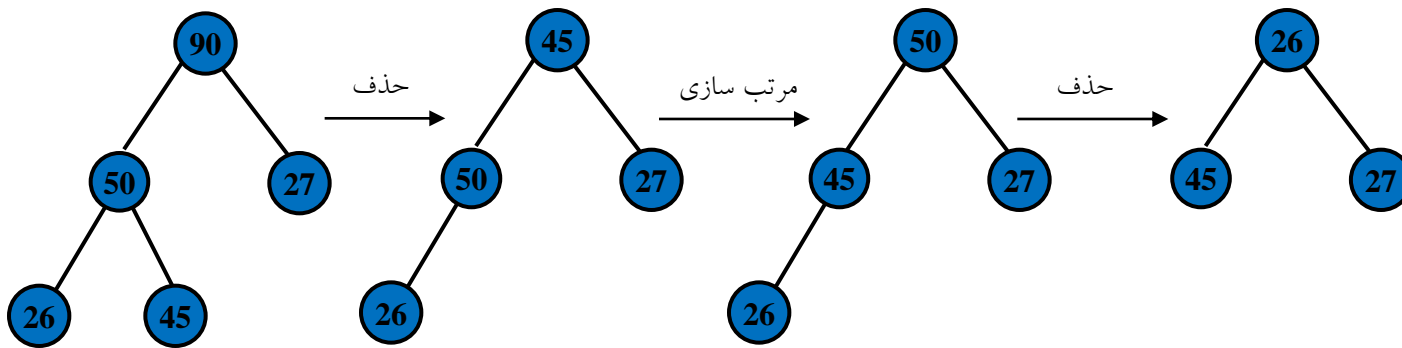
هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.





حذف عنصر از maxheap:

هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.

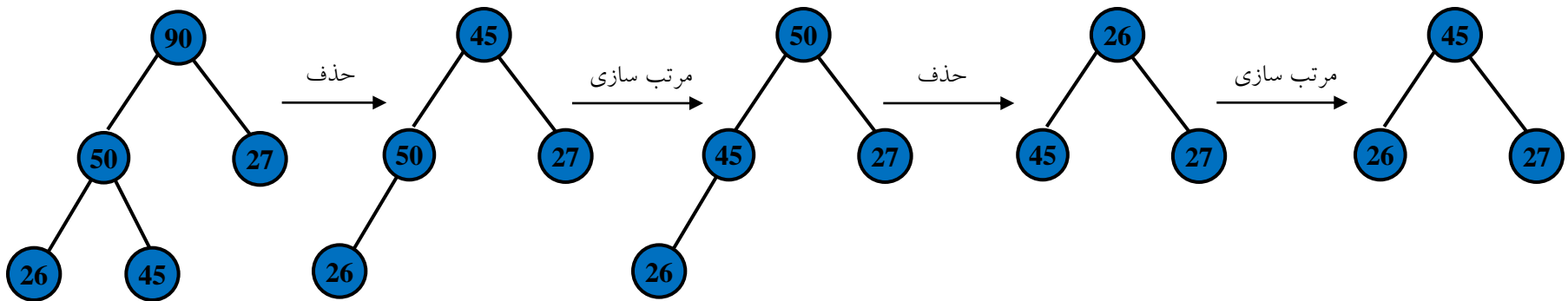


90, 50



حذف عنصر از maxheap:

هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.

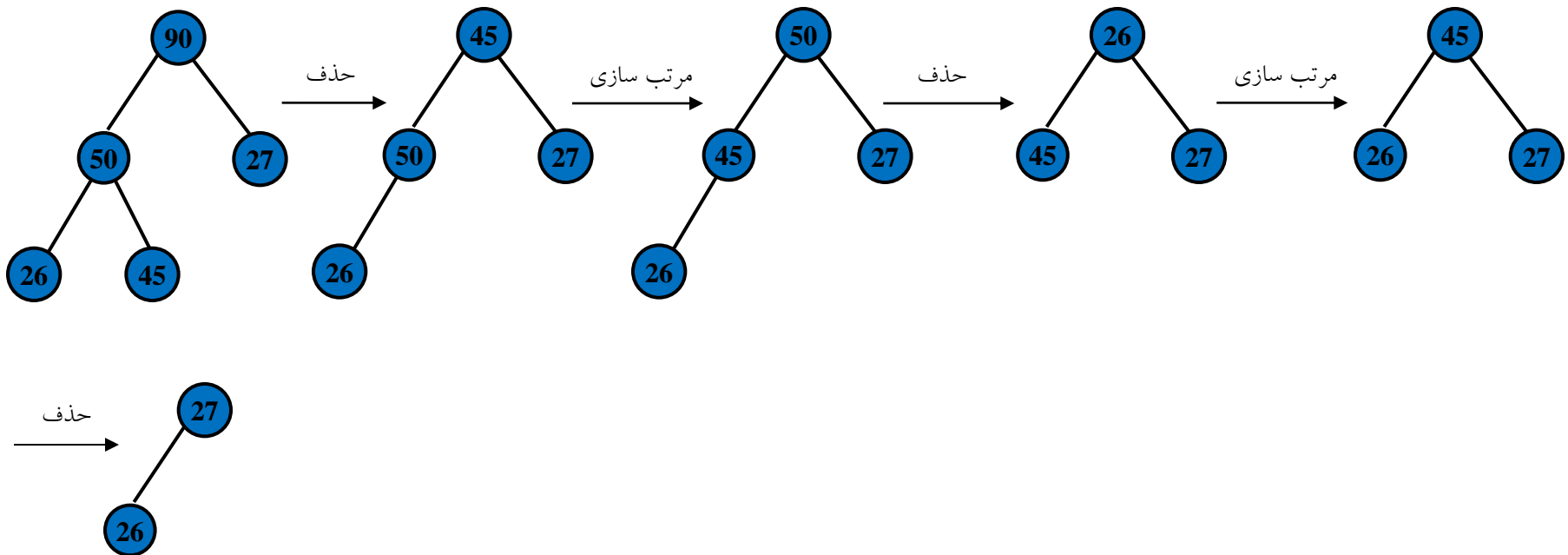


90, 50



حذف عنصر از maxheap:

هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.



90, 50, 45

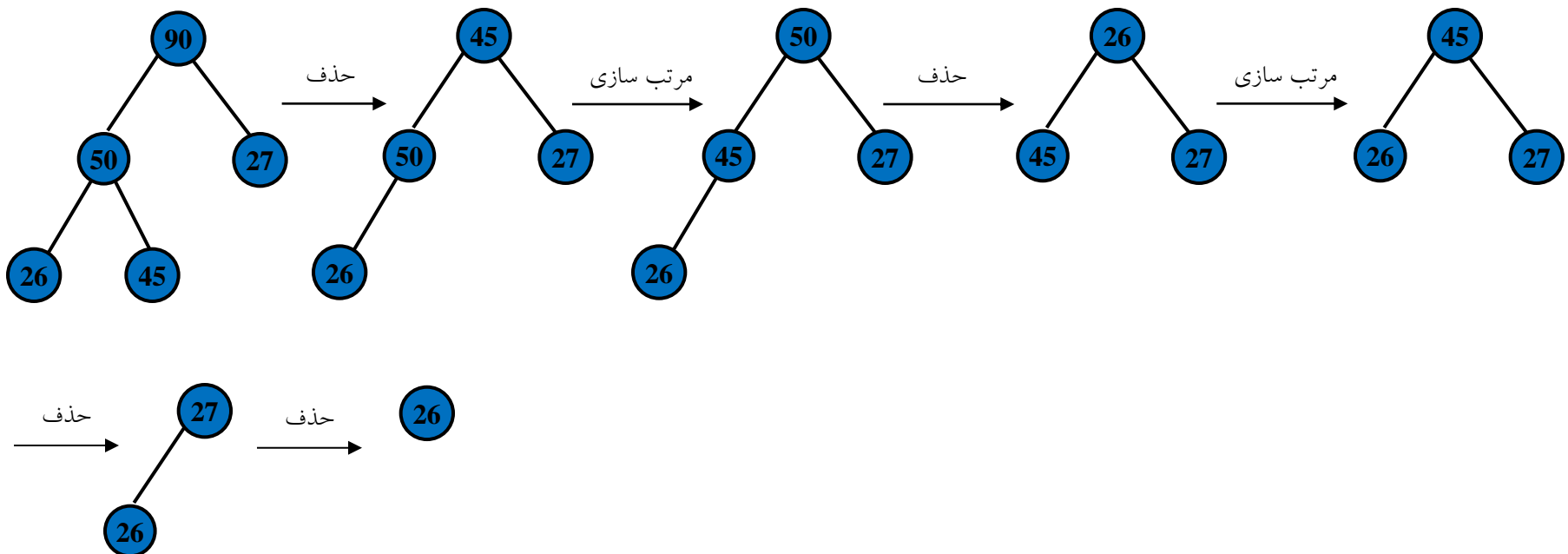


ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۴۲

حذف عنصر از maxheap:

هنگامی که عنصری از درخت maxheap حذف می شود، آن را از ریشه درخت heap می گیریم.



90, 50, 45, 27





پایان