

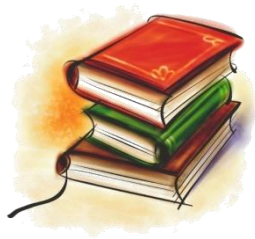
مبانی رایانش نرم

محاسبات زیستی: پردازش تکاملی

هادی ویسی

h.veisi@ut.ac.ir

دانشگاه تهران - دانشکده علوم و فنون نوین



○ الگوریتم‌های جستجو: معرفی و مفاهیم

○ پردازش تکاملی

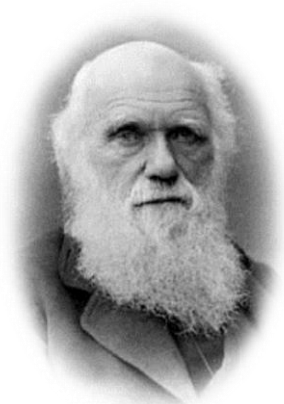
- مفاهیم
- نمایش کروموزوم
- جمعیت اولیه
- تابع برازش
- انتخاب (Selection)
- تولید مثل: باز ترکیب (Recombination) / هم‌برش (Crossover)، جهش (Mutation)
- جایگزینی
- شرایط توقف
- کنترل قابلیت پویش و انتفاع
- نظریه اسکیم

○ الگوریتم ژنتیک: مثال

محاسبات زیستی

○ محاسبات زیستی (Evolutionary Computing)

- حل مسائل بهینه‌سازی، جستجو و یادگیری ماشین با الهام از تکامل زیستی



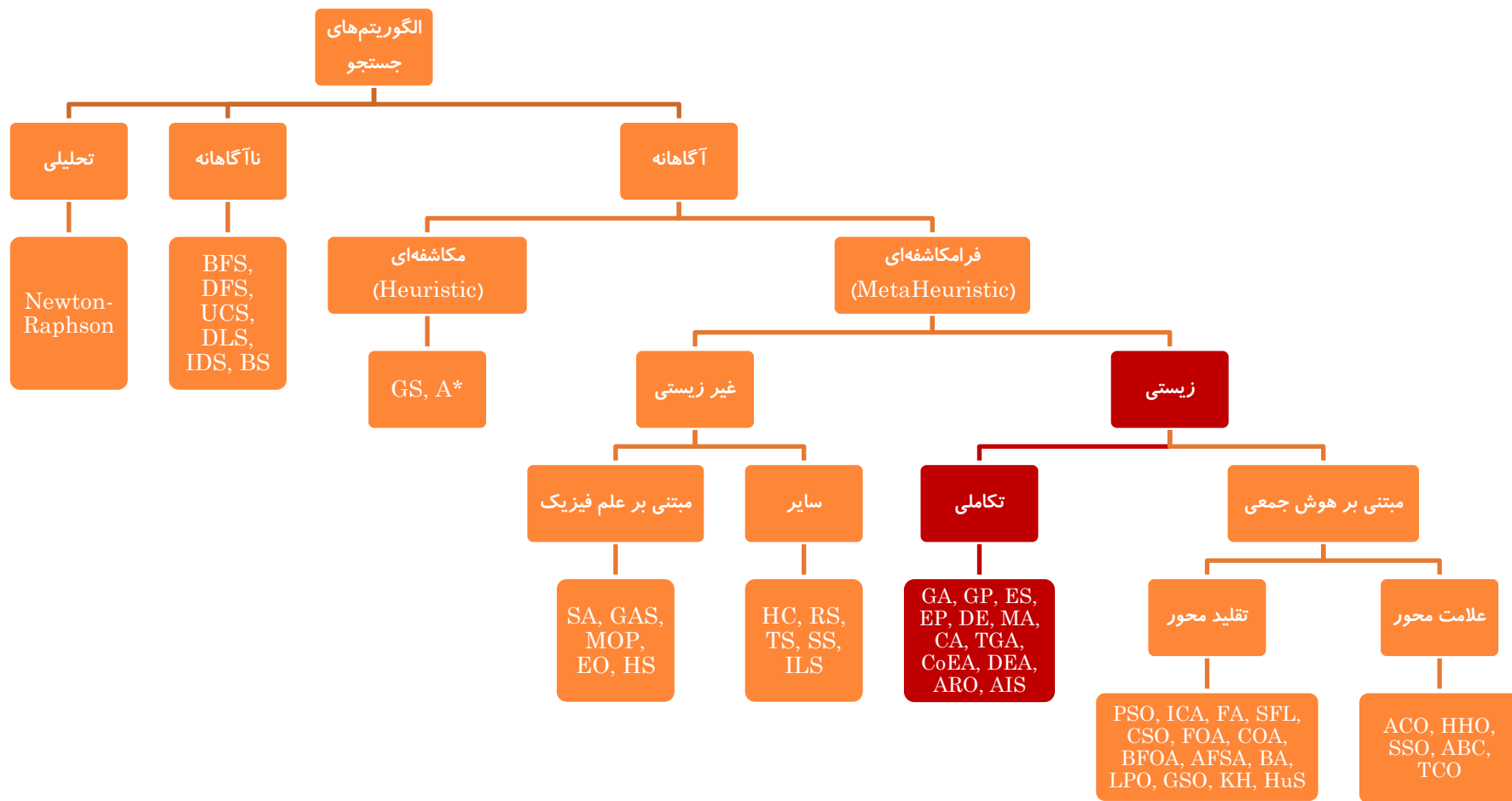
- نظریه تکامل زیستی داروین (۱۸۵۹)

- حیوانات و گیاهان امروزی از نسل موجودات ماقبل تاریخ هستند-صدها میلیون سال از حیات می‌گذرد
- حیات تنها با یک یا تعدادی ارگانیسم ساده شروع شده و بعدها تکامل یافته و تبدیل به میلیون‌ها گونه متفاوت امروزی شده است
- تمامی فرآیند خلقت گونه‌های مختلف حیات، ناشی از یکی از نیروهای هدایت‌کننده در طبیعت با نام انتخاب طبیعی (Natural Selection) است

- از بین رفتن نمونه‌های ضعیف و زنده ماندن نمونه‌های برتر = تکامل تدریجی
- انتخاب طبیعی راز بقای برترین‌ها در طبیعت و انتقال خصوصیات برتر به نسل بعد = قانون بقای اصلح (Survival of the Fittest)



الگوریتم‌های جستجو ...





الگوریتم‌های جستجو ...

○ جستجوی تحلیلی (Analytical Search)

- استفاده از توابع و روش‌های ریاضی برای یافتن حل بهینه: گرادیان، مشتق دوم
- نیوتون-رافسون (برای یافتن ریشه تابع)

○ جستجوی ناآگاهانه (Uninformed (Blind) Search)

- عدم وجود از اطلاعات جانبی درباره نقاط فضای جستجو: تنها تشخیص هدف از غیرهدف
- پیمایش فضای جستجو به صورت درختی
- دو نوع
 - کامل: پیمایش کامل فضای جستجو و تضمین یافتن یک راه حل (بهینه یا غیربهینه)
 - ناکامل: جستجو تا یافتن یک راه حل
- روش‌ها
 - جستجوی اول سطح (Breadth-First Search)
 - جستجوی هزینه یکنواخت (Uniform-Cost Search)
 - جستجوی اول عمق (Depth-First Search)



الگوریتم‌های جستجو

○ جستجوی آگاهانه (Informed Search)

- استفاده از یک تابع تخمین در مورد فضای جستجو (دانش مساله)

• جستجوی اول-بهترین (Best-First Search) – مکاشفه‌ای

- جستجوی Tree-Search (Graph-Search) - انتخاب یک گره بر اساس تخمین هزینه گسترش آن
- روش‌ها

○ جستجوی حریصانه (Greedy Search): جستجوی نزدیک‌ترین گره به هدف

○ جستجوی A^* (A^* Search): کمینه کردن کل هزینه برآورد شده- محاسبه زیاد و نیاز به حافظه زیاد

• جستجوی فرامکاشفه‌ای (Meta-Heuristic Search)

- روش‌های قدیمی: نیاز به نمایش فضای جستجو با درخت
- عدم امکان نمایش فضای جستجو با درخت (به ویژه برای فضاها بزرگ و نامنظم)
- الهام از پدیده‌های طبیعی برای جستجو (زیستی و غیرزیستی)

جستجو: مفاهیم ...

○ فضای جستجو و دورنمای برآزش (Fitness Landscape) ...

- فضای جستجو: یک سرزمین حاوی کلیه مقادیر ممکن برای پاسخ مساله

- گاهی بسیار بزرگ و نامنظم

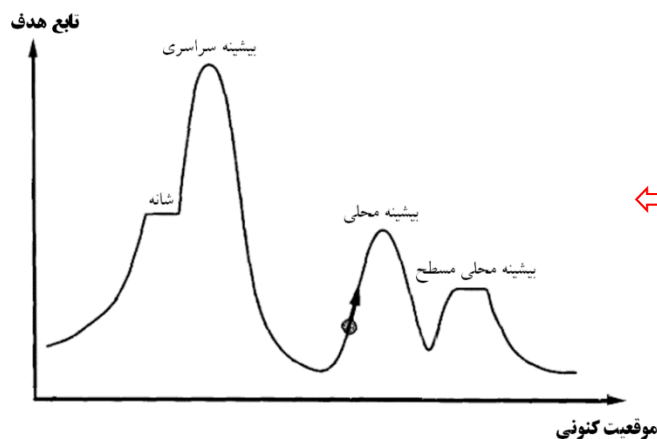
- جستجوی هوشمندانه: پیمایش بخش مهم فضای پاسخ

- دورنمای برآزش: پستی و بلندی‌های سرزمین جستجو

- تابع برآزش (Fitness Function): تعیین پستی و بلندی‌های سرزمین جستجو

- تعریف بر اساس اطلاعات مساله

- در هر لحظه شامل نقطه پاسخ فعلی (موقعیت) و مقدار برآزش (شایستگی) آن نقطه (ارتفاع)



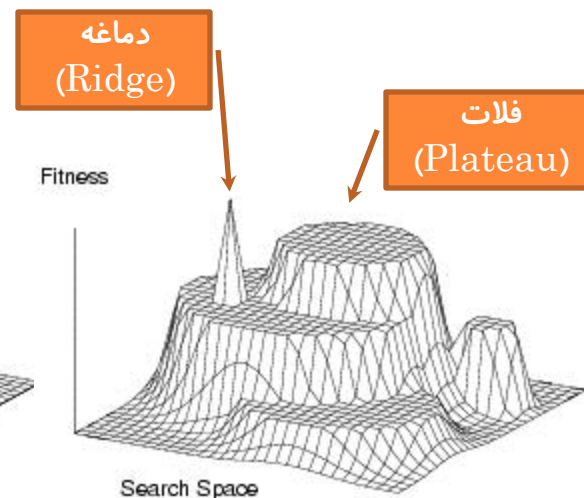
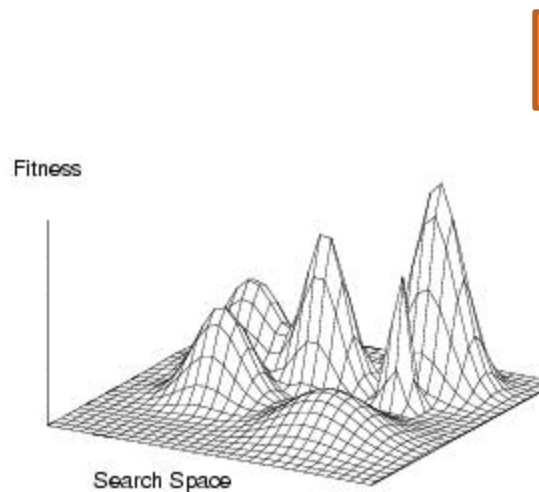
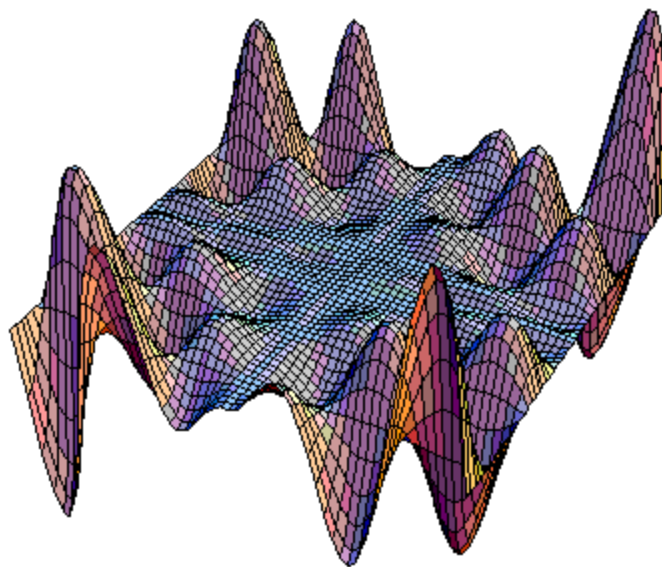
- ارتفاع متناظر با شایستگی: نقطه بهینه = بیشینه مقدار (بلندترین قله) ↩

- ارتفاع متناظر با هزینه: نقطه بهینه = کمینه مقدار (عمیق‌ترین دره)

جستجو: مفاهیم ...

○ فضای جستجو و دورنمای برآزش (Fitness Landscape)

- در مسائل واقعی، دورنمای برآزش پیچیده است
- فضای چندقله‌ای یا خارپشتی (multimodal)



جستجو: مفاهیم ...

○ قابلیت پویش (Exploration)

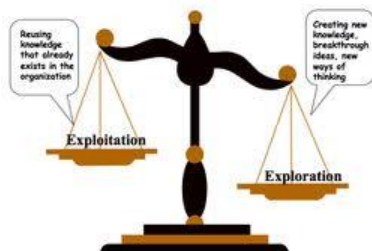
- جستجوی آزادانه کل فضا بدون توجه به دستاوردهای آن در طول جستجو
- رفتار تصادفی تر الگوریتم

○ قابلیت انتفاع (Exploitation)

- توجه به دستاوردهای الگوریتم در طول جستجو
- رفتار حساب شده و محتاطانه

○ نیاز به تنظیم دو قابلیت بر اساس شرایط مساله

- ایجاد مصالحه (trade-off) بین این دو قابلیت با پارامترهای روش جستجو

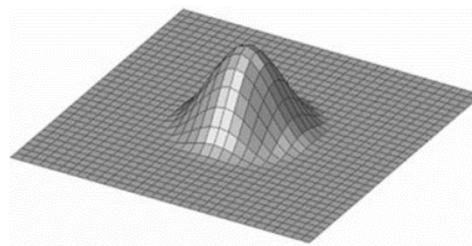


جستجو: مفاهیم ...

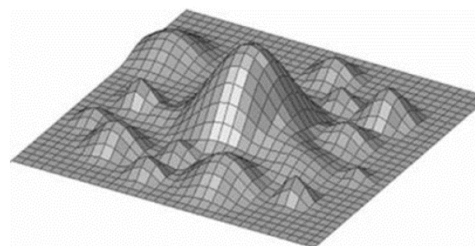


○ قابلیت پوشش و ارتفاع

- برای مسائلی با دورنمای برآزش منظم، باید ارتفاع را تقویت و پوشش را کم کنیم



- برای مسائلی با دورنمای برآزش نامنظم (خارپشتی)، باید قابلیت پوشش را زیاد کنیم



- جستجوی با بیشترین پوشش = جستجوی تصادفی (Random Search)
- جستجوی با بیشترین ارتفاع = جستجوی تپه نوردی (Hill-Climbing Search)

جستجو: مفاهیم

○ مصالحه قابلیت‌های پویش و انتفاع با توجه به مساله

- وجود یک الگوریتم مناسب برای هر مساله با توجه به شرایط آن
- عدم وجود یک روش جستجوی بهینه برای کار در همه شرایط

○ No Free Lunch Theorem (از ناهار مجانی خبری نیست!)



پردازش تکاملی ...

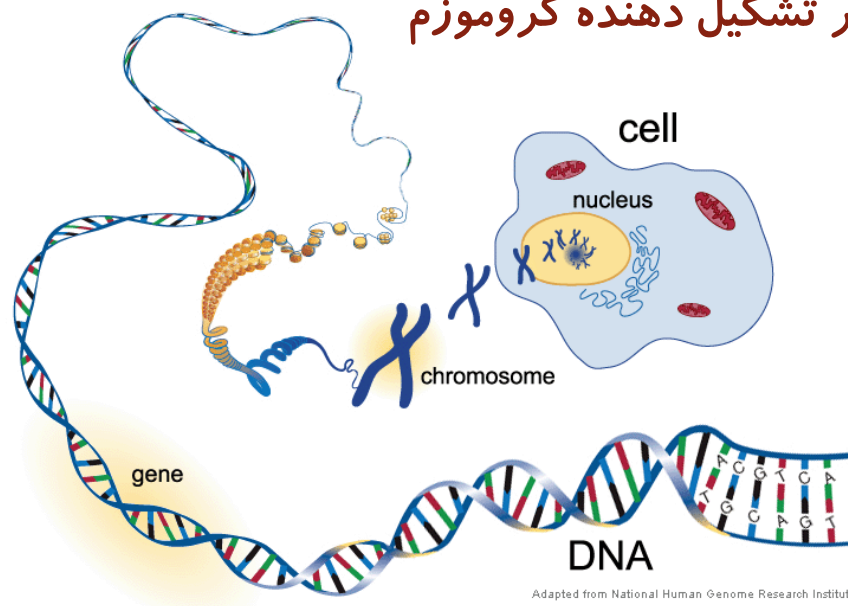
○ مفاهیم ...

- کروموزوم (Chromosome) – محل ذخیره سازی اطلاعات ژنی یک موجود

- تشکیل شده از DNA
- انسان تقریباً ۲۲ هزار ژن در DNA خود دارد
- رشته، گراف، درخت = پاسخ مساله

- ژن (Gene) – واحدهای کوچک تر تشکیل دهنده کروموزوم

- ویژگی (مشخصه) داده ها

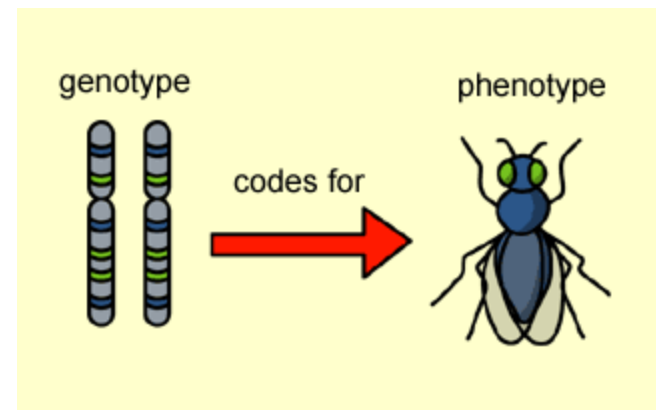
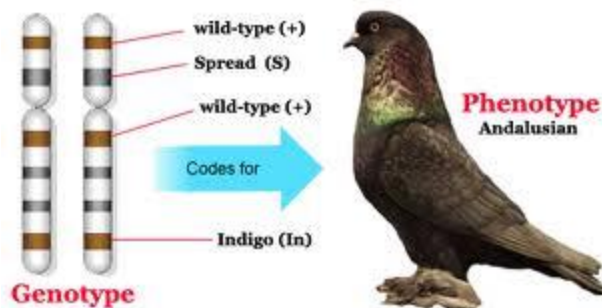


Adapted from National Human Genome Research Institute

پردازش تکاملی ...

○ مفاهیم ...

- ژنوتایپ (Genotype) – ترکیب تمام ژن ها برای یک فرد مشخص
- فنوتایپ (Phenotype) – خصوصیات ظاهری یک فرد، حاصل شده از رمز گشایی یک ژنوتایپ
- آلل (Allele) – مقادیر مجاز برای هر ژن
 - مقادیر مجاز برای مشخصه‌های هر پاسخ
- برازش (Fitness) – میزان شایستگی یک موجود در جمعیت





پردازش تکاملی ...

○ مراحل یک الگوریتم تکاملی ...

۱- تولید جمعیت اولیه (پاسخ‌های اولیه مساله)

۲- محاسبه برآزش جمعیت ورودی

۳- انتخاب (Selection) برای تولید مثل (Reproduction): انتخاب والدین شایسته‌تر

○ قانون بقای اصلح داروین

۴- باز ترکیب (Recombination) والدین انتخاب شده: تولید یک یا چند فرزند با ترکیب ژن‌های دو یا چند والد با هم‌برش (Crossover)

○ مفهوم جفت‌گیری

۵- جهش (Mutation) فرزندان تولید شده: تغییر تصادفی ژن‌ها در یک کروموزوم

○ یافتن مقادیر جدید برای ژن فرزندان (ایجاد تفاوت با والدین)

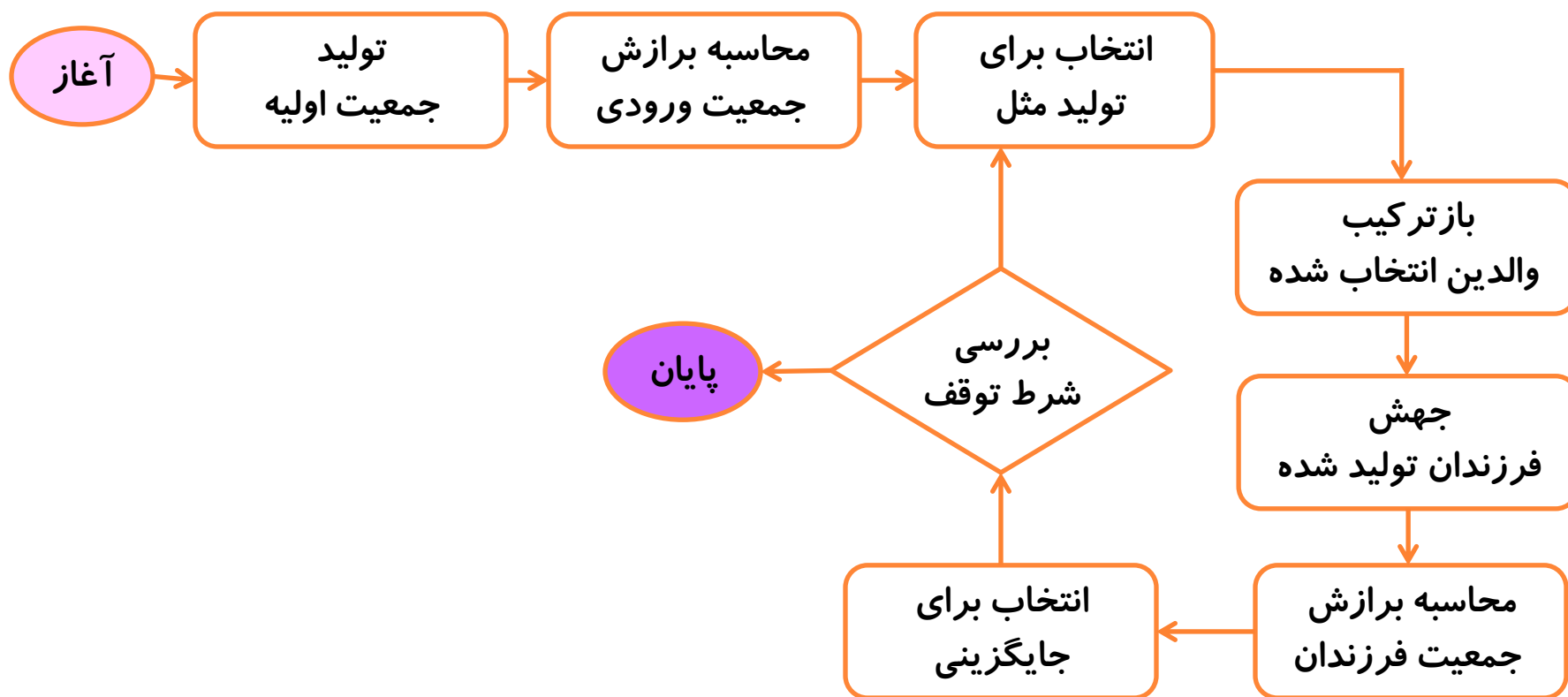
۶- محاسبه برآزش جمعیت فرزندان: محاسبه شایستگی فرزندان جدید

۷- انتخاب برای جایگزینی (Replacement): تولید یک جمعیت به عنوان نسل جدید (از والدین قبلی و فرزندان جدید)



پردازش تکاملی ...

○ مراحل یک الگوریتم تکاملی





پردازش تکاملی: نمایش کروموزوم

از مهم‌ترین مراحل

- فرموله کردن مساله برای الگوریتم تکاملی
- تاثیر زیاد بر کارایی و پیچیدگی الگوریتم

روش‌ها

- بردار دودویی با طول ثابت (هر ژن یک عدد دودویی است): متغیرهای گسسته و اسمی

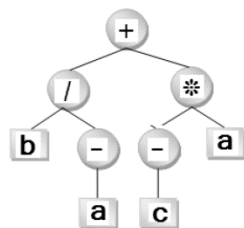
0	1	1	0	1	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

- نمایش مبتنی بر اعداد حقیقی (هر ژن یک عدد حقیقی): برای متغیرهای پیوسته

1.12	32.6	15.1	19.4	6.19	0.12	10.5	12.3	65.1
------	------	------	------	------	------	------	------	------

- جایگشت عناصر: مثلاً برای فروشنده دوره گرد

4	3	9	6	1	7	2	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---



- نمایش درختی: برای برنامه‌ها و روابط ریاضی



پردازش تکاملی: جمعیت اولیه

○ جمعیت = تعدادی از راه‌حل‌های کاندید برای مساله

• جمعیت اولیه = پاسخ اولیه مساله

- روش تصادفی: مقدار تصادفی در بازه مجاز برای هر ژن (پوشش یکنواخت فضا)
- روش هوشمندانه: تولید کروموزم‌های اولیه با برازندگی بالا (پوشش بخش‌ها مهم فضا)

• اندازه جمعیت: معمولاً ثابت

○ افزایش اندازه جمعیت = تقویت قابلیت پوشش: پوشش دادن فضای جستجوی بزرگ‌تر

○ افزایش اندازه جمعیت = تقویت قابلیت انتفاع: افزایش شانس عملگرهای تولیدمثل

○ افزایش اندازه جمعیت = افزایش محاسبات



پردازش تکاملی: تابع برازش

○ تابع برازش: محاسبه میزان شایستگی پاسخ‌ها (نسل‌ها)

- نگاشت شایستگی هر کروموزوم به یک مقدار عددی

- کاربرد در عملگر انتخاب برای تعیین اعضای برازنده

- وابسته به کاربرد

- تعیین تابع برازش در برخی کاربردها کار مشکلی است





پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب = یکی از عملگرهای اصلی پردازش تکاملی

- بیانگر مفهوم بقای اصلح نظریه داروین
- هدف: یافتن پاسخ‌های برتر مساله در جمعیت جاری برای اعمال عملگر تولید مثل
- فشار انتخاب (Selective Pressure): میزان فشار عملگر انتخاب برای بردن جمعیت به راه‌حل‌های خوب
 - فشار انتخاب زیاد = توجه بیش از اندازه به اعضای برازنده = کاهش تنوع جمعیت = افزایش قابلیت انتفاع = کاهش قابلیت پوییش = همگرایی سریع (محلی)
- روش‌های مختلفی برای انتخاب
 - انتخاب تصادفی
 - انتخاب نسبی (Proportional)
 - انتخاب رتبه‌ای (Rank-based)
 - انتخاب مسابقه‌ای (Tournament)
 - انتخاب برشی (Truncation)



پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب تصادفی

- انتخاب هر کدام از اعضای جمعیت با احتمال برابر = عدم استفاده از برآزش
- کمترین فشار انتخاب

برآزش عضو i ام
(محاسبه با تابع برآزش)

○ انتخاب نسبی (Proportional)

- شانس بیشتر برای موجودات برتر
- محاسبه احتمال انتخاب عضو i ام جمعیت:
$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

○ N = تعداد اعضای جمعیت

• پیاده سازی انتخاب نسبی با چرخ روال (Roulette Wheel Selection)

- در نظر گرفتن یک دایره (چرخ دوار) که به تعداد N بخش (قطعه) تقسیم شده است
- هر قطعه مرتبط با هر عضو بوده که اندازه آن متناسب با احتمال آن عضو (برآزندگی) است
- چرخاندن چرخ به تعداد N بار و انتخاب عضوی که چرخ روی آن توقف می کند



پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب نسبی (Proportional)

• فشار انتخاب زیاد چرخ رولت = همگرایی سریع در بهینه محلی

• بهبود: چرخ رولت با بیش از یک اشاره گر

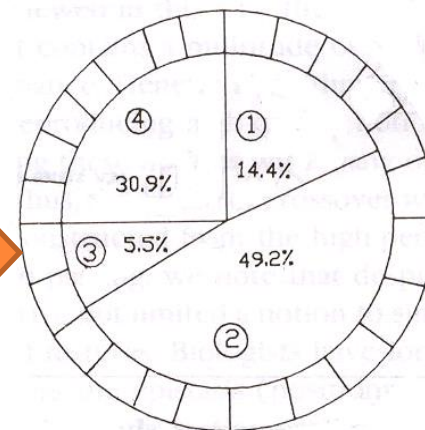
○ تعداد N اشاره گر

○ یک بار چرخاندن

○ تعدیل فشار انتخاب

No	Chromosome	F_i (Fitness)	p_i
1	01101	169	14.4
2	11000	576	49.2
3	01000	64	5.5
4	10011	361	30.9

Selection Point ➔



پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب رتبه‌ای (Rank-based)

- استفاده از رتبه برآزندی اعضا به جای استفاده از مقدار مطلق برآزندی

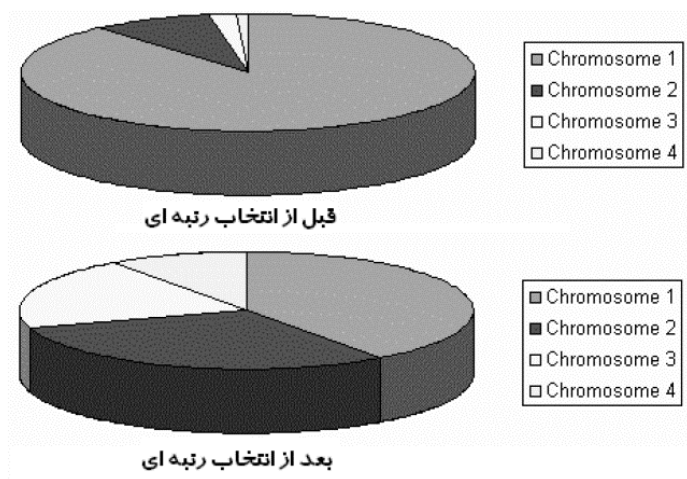
○ برآزش برترین عضو = N

○ برآزش دومین عضو برتر = $N-1$

○ برآزش سومین عضو برتر = $N-2$

○ ...

○ برآزش آخرین عضو برتر = 1



- محاسبه احتمال بر اساس برآزش‌های جدید

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

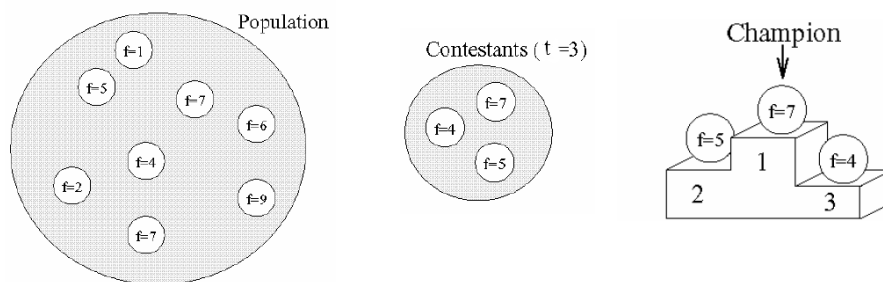
برآزش عضو i ام
(محاسبه با روش فوق)

- کاهش فشار انتخاب در مقایسه با چرخ رولت
- عدم همگرایی زودرس

پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب مسابقه‌ای (Tournament)

- انتخاب یک گروه ($t < N$ عضو) از جمعیت به صورت تصادفی
- مقایسه برآزش اعضای انتخاب شده و انتخاب بهترین عضو
- اگر t خیلی بزرگ نباشد، از انتخاب برترین افراد جلوگیری می‌شود (فشار انتخاب کم)
 - برای $t=N$ ، همیشه بهترین فرد انتخاب می‌شود = بیشترین فشار انتخاب
- اگر t خیلی کوچک باشد، شانس انتخاب ضعیف‌ترین افراد افزایش می‌یابد
 - برای $t=1$ ، الگوریتم انتخاب تصادفی
- مقدار معمول برای t : مقدار ۲ یا ۳





پردازش تکاملی: انتخاب ...

○ انتخاب برشی (Truncation)

- مرتب کردن اعضای جمعیت بر اساس شایستگی آنها
- انتخاب T درصد از اعضای برتر
- انتخاب N عضو به صورت تصادفی (از میان T درصد از برترین اعضا)
- مقدار T بزرگتر = فشار انتخاب کمتر
- مقدار $T=100$ معادل انتخاب تصادفی



پردازش تکاملی: تولید مثل ...

○ تولید مثل = تولید جمعیت جدید (فرزندان) از والدین انتخاب شده با

• بازترکیب (Recombination) یا هم‌برش (Crossover)

- معادل مفهوم جفت‌گیری
- تولید یک یا چند فرزند با ترکیب ژن‌های تصادفی انتخاب شده از دو یا چند والد
- اعمال روی اعضای (والدین) انتخاب شده در مرحله انتخاب (برازنده)
- تولید فرزندان مشابه والدین: انتقال ژن‌های کروموزوم‌های والدین به فرزندان
- به ارث بردن ژن‌های والدین و تولید پاسخ‌هایی با برازش بهتر
- اعمال عملگر بازترکیب روی اعضای جمعیت با احتمال p_c
- استفاده بیشتر از عملگر بازترکیب = افزایش قابلیت انتفاع

• جهش (Mutation)

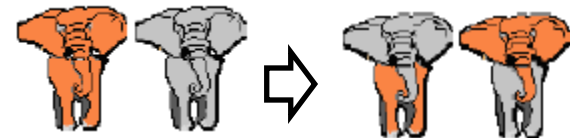
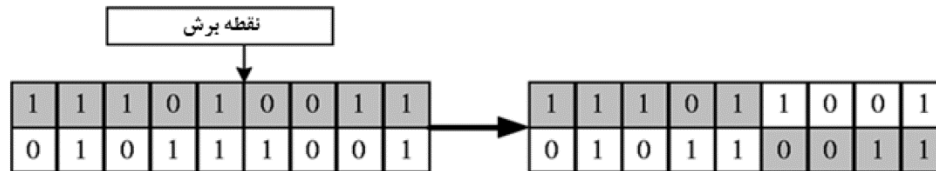
- تغییر تصادفی ژن‌ها در کروموزوم
- هدف: یافتن مقادیر جدید ژن برای فرزندان که در والدین نبوده است
- افزایش تنوع ژنوتایی
- اعمال عملگر جهش روی فرزندان با احتمال p_m
- افزایش بیشتر از عملگر جهش = افزایش قابلیت پویش

پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت دودویی ...

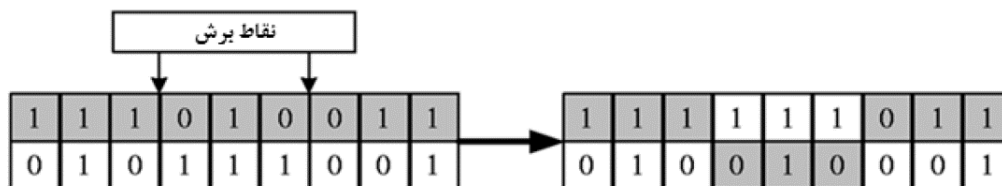
• هم برش (باز ترکیب) تک نقطه‌ای (One-point crossover)

- انتخاب یک نقطه تصادفی و برش کروموزوم‌ها از این نقطه
- بخش اول والد اول و بخش دوم والد دوم = فرزند اول
- بخش دوم والد اول و بخش اول والد دوم = فرزند دوم



• هم برش (باز ترکیب) دونقطه‌ای

- انتخاب دو نقطه تصادفی و برش کروموزوم‌ها از این نقاط
- بخش اول و سوم والد اول و بخش دوم والد دوم = فرزند اول
- بخش دوم والد اول و بخش اول و سوم والد دوم = فرزند دوم



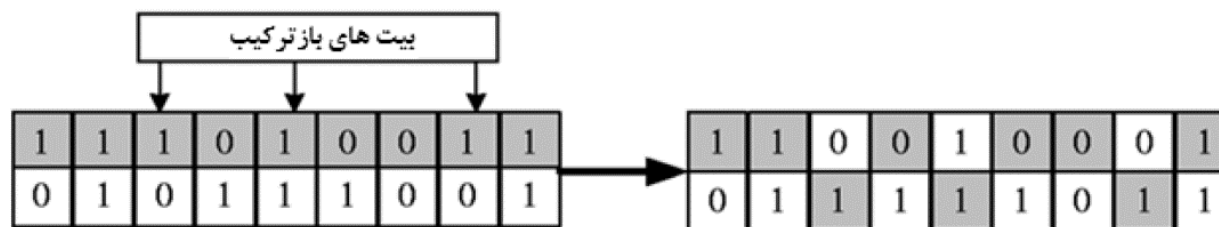


پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت دودویی

• هم‌برش (باز ترکیب) یکنواخت (Uniform crossover)

- انتخاب هر ژن فرزند از ژن متناسب یکی از دو والد
- استفاده از یک توزیع تصادفی برای انتخاب ژن فرزند
- شانس مشابه هر دو والد برای حضور در ژن فرزند
- برای ضریب ترکیب 50%، شانس هر دو والد برابر خواهد بود



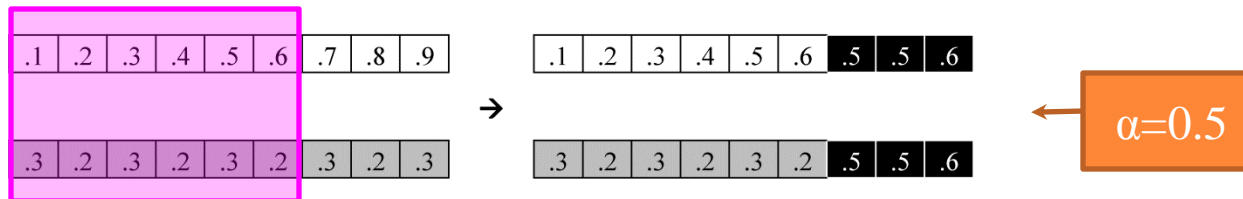


پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت حقیقی ...

• باز ترکیب ساده (Simple)

- انتخاب یک بخش از کروموزوم‌ها
- انتقال بخش اول از والد اول به فرزند اول
- انتقال بخش اول از والد دوم به فرزند دوم
- محاسبه ژن‌های بخش انتخاب نشده فرزند اول: جمع کردن مقدار ژن‌های دو کروموزوم و ضرب حاصل در α (بین ۰ و ۱)
- محاسبه ژن‌های بخش انتخاب نشده فرزند دوم: جمع کردن مقدار ژن‌های دو کروموزوم و ضرب حاصل در $1-\alpha$



- توسعه: استفاده از عملگرهای دیگر، غیر از جمع

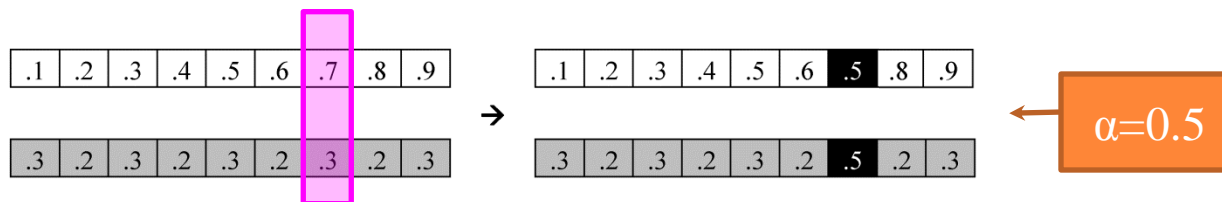


پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت حقیقی

• باز ترکیب حسابی ساده (Simple Arithmetic)

○ مشابه باز ترکیب ساده اما فقط یک ژن تغییر می کند



• باز ترکیب حسابی کامل (Whole Arithmetic)

○ مشابه باز ترکیب ساده اما تمام ژن ها تغییر می کند

○ فرزندان شباهتی به والدین ندارند: افزایش قابلیت پویا





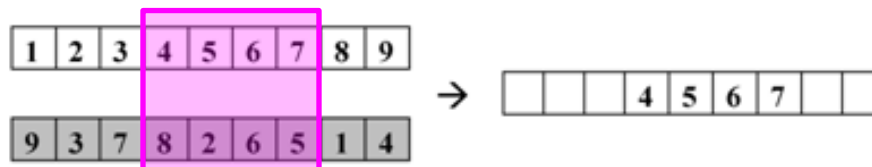
پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت جایگشت ...

• باز ترکیب ترتیبی (Order Recombination)

- انتخاب دو نقطه تصادفی
- گام اول: استفاده از والد اول = انتقال بخش میانی والد اول به فرزند اول
- گام دوم: استفاده از والد دوم = شروع از نقطه اول بخش پایانی برای استفاده از ژنهای والد دوم در بخش پایانی فرزند اول
- اگر مقدار ژنی قبلاً در فرزند وجود داشته باشد از آن صرف نظر می شود
- ادامه این فرایند برای بخش آغازی (ابتدایی) فرزند اول

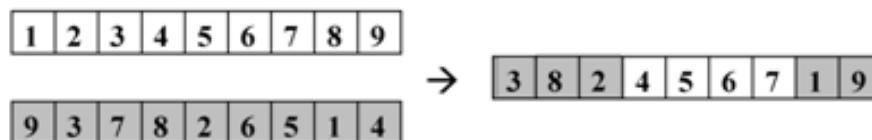
گام اول- استفاده از والد اول



○ برای فرزند دوم

○ فرآیند قبل با عوض کردن جای دو والد

گام دوم- استفاده از والد دوم



پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت جایگشت

• باز ترکیب چرخشی (Cycle Recombination) ...

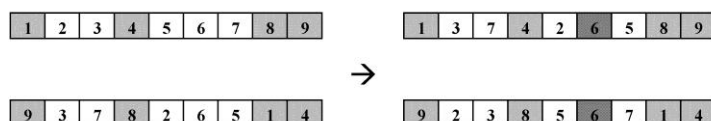
○ گام اول: تعیین دوره‌ها

- شروع از ژن اول والد اول (در اینجا 1) و به همان موقعیت از ژن دوم بروید (ژن اول با مقدار 9)
- مقدار ژن والد دوم (مقدار 9) را در والد اول جستجو کنید (موقعیت 9ام) و به همان موقعیت (9ام) از ژن دوم بروید
- مقدار ژن والد دوم (مقدار 4) را در والد اول جستجو کنید (موقعیت 4ام) و به همان موقعیت (4ام) از ژن دوم بروید
- تکرار گام فوق برای تا رسیدن به ژن اول والد اول (**دور**: در صورت رسیدن به نقطه‌ای که شروع کرده‌ایم)
- تکرار الگوریتم فوق در صورت وجود ژن پیمایش نشده با شروع از اولین ژن پیمایش نشده در والد اول

○ گام دوم: تعیین ژن‌ها



گام دوم- کپی کردن دوره‌ها در فرزندان



نقاط شکست در تشکیل فرزندان = دوره‌ها

- انتقال ژن‌های دور اول از والد اول به فرزند اول
- انتقال ژن‌های دور دوم از والد دوم به فرزند اول
- انتقال ژن‌های دور سوم از والد اول به فرزند اول
- انتقال ژن‌های دور چهارم از والد دوم به فرزند اول
- ...

○ برای فرزند دوم: عوض کردن جای دو والد



پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب) ...

○ حالت جایگشت

Parent1: 8 4 7 3 6 2 5 1 9 0
Parent2: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

• باز ترکیب چرخشی (Cycle Recombination) – مثال

○ دور ۱

Parent1: 8 4 7 3 6 2 5 1 9 0
Parent2: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- شروع از اولین ژن والد اول (مقدار 8) و رفتن به همان موقعیت از والد دوم (مقدار 0)
- یافتن مقدار 0 در والد اول (موقعیت 10) و رفتن به موقعیت معادل در والد دوم (مقدار 9)
- یافتن مقدار 9 در والد اول (موقعیت 9) و رفتن به همان موقعیت در والد دوم (مقدار 8)

○ دور ۲

Parent1: 8 4 7 3 6 2 5 1 9 0
Parent2: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- شروع از اولین ژن والد اول (مقدار 4) و رفتن به همان موقعیت از والد دوم (مقدار 1)
- یافتن مقدار 1 در والد اول (موقعیت 8) و رفتن به موقعیت معادل در والد دوم (مقدار 7)
- یافتن مقدار 7 در والد اول (موقعیت 3) و رفتن به همان موقعیت در والد دوم (مقدار 2)
- یافتن مقدار 2 در والد اول (موقعیت 6) و رفتن به همان موقعیت در والد دوم (مقدار 5)
- یافتن مقدار 5 در والد اول (موقعیت 7) و رفتن به همان موقعیت در والد دوم (مقدار 6)
- یافتن مقدار 6 در والد اول (موقعیت 5) و رفتن به همان موقعیت در والد دوم (مقدار 4)

○ دور ۳

Parent1: 8 4 7 3 6 2 5 1 9 0
Parent2: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- شروع از اولین ژن والد اول (مقدار 3) و رفتن به همان موقعیت از والد دوم (مقدار 3)

Parent1: 8 4 7 3 6 2 5 1 9 0
Parent2: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

→

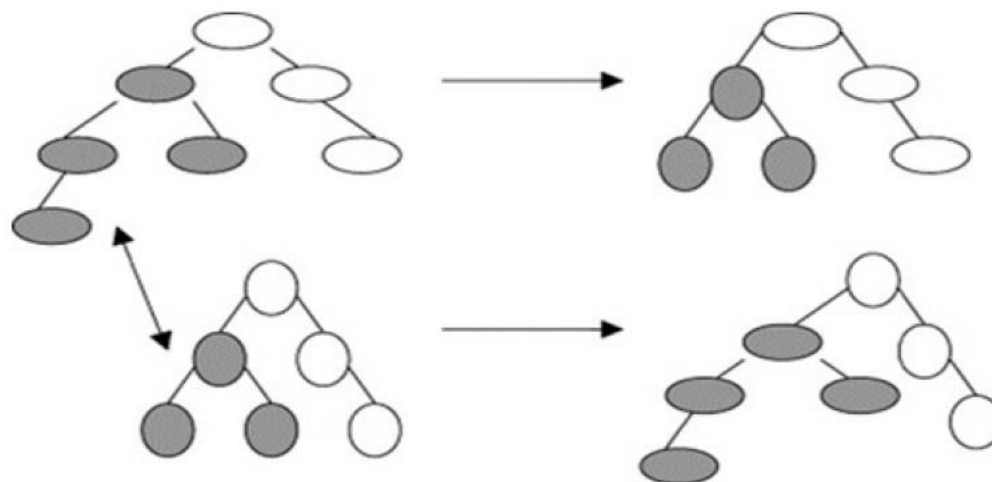
Child1: 8 1 2 3 4 5 6 7 9 0
Child2: 0 4 7 3 6 2 5 1 8 9



پردازش تکاملی: تولید مثل (باز ترکیب)

○ حالت درخت

- در نظر گرفتن نقاط شکست در دو والد
- جابجایی زیردرخت‌های انتخاب شده





پردازش تکاملی: تولید مثل (جهش) ...

○ حالت دودویی: معکوس سازی بیت (Bit-flipping mutation)

- انتخاب یک یا چند بیت به صورت تصادفی
- تغییر مقدار آن بیت (۰ به ۱ و برعکس)
- عدم استفاده از اطلاعات موجود

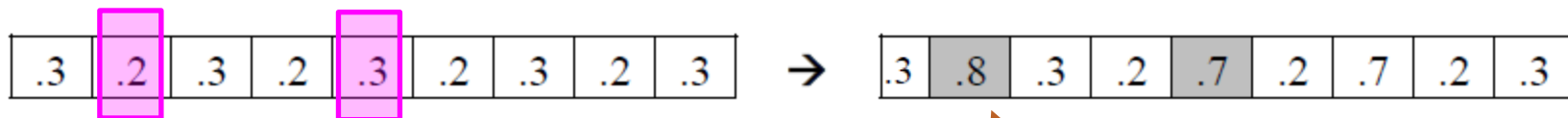




پردازش تکاملی: تولید مثل (جهش) ...

○ حالت حقیقی: جهش مکمل (Complement Mutation)

- انتخاب یک یا چند ژن برای ژن
- کم کردن مقدار بیشینه ممکن برای آن ژن از مقدار جاری آن ژن
- جمع مقادیر قبلی و جدید ژن = مقدار بیشینه ممکن برای آن ژن



مقدار بیشینه ژن‌ها = ۱
 $1 - 0.2 = 0.8$

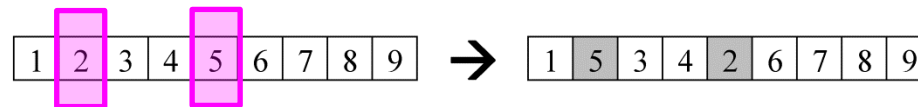


پردازش تکاملی: تولید مثل (جفت)...

○ حالت جایگشت ...

- جهش جابجایی (Swap Mutation)

○ انتخاب دو ژن به صورت تصادفی و جابجا کردن مقادیر آنها

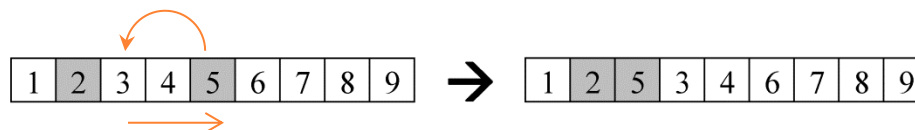


- جهش درجی (Insert Mutation)

○ انتخاب دو ژن به صورت تصادفی

○ کپی کردن ژن دوم در ژن بعد از ژن اول

○ شیفت دادن ژنهای دیگر به راست





پردازش تکاملی: تولید مثل (جهش) ...

○ حالت جایگشت

• جهش درهم‌سازی (Scramble Mutation)

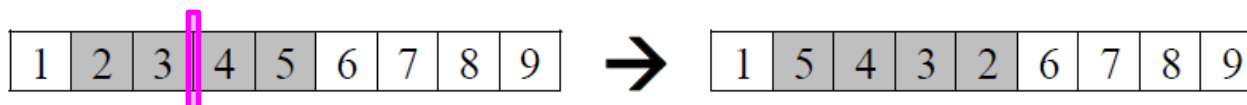
- انتخاب دو ژن به صورت تصادفی
- جابجایی تصادفی مقادیر ژن‌های بین دو نقطه



- افزایش فاصله بین دو نقطه انتخابی = قابلیت پویا بیشتر

• جهش معکوس (Inversion Mutation)

- انتخاب دو ژن به صورت تصادفی
- جابجا کردن مقادیر ژن‌های بین دو نقطه به صورتی که نسبت به وسط آنها وارونه باشند
- گذاشتن آینه در نقطه وسط بین دو نقطه





پردازش تکاملی: تولید مثل (جفت)

○ حالت درخت

- تغییر مقدار مربوط به یک گره
- مقدار جدید = تصادفی





پردازش تکاملی: جایگزینی ...

○ گزینش جمعیت جدید (پاسخ‌های جدید)

- از روی جمعیت والدین (پاسخ‌های فعلی) و جمعیت فرزندان (پاسخ‌های جدید)
- دو نوع کلی

○ جایگزینی حالت پایدار (پایا) (Steady State Replacement)

○ جایگزینی نسلی (Generational Replacement)

○ جایگزینی حالت پایدار (پایا) (Steady State Replacement) ...

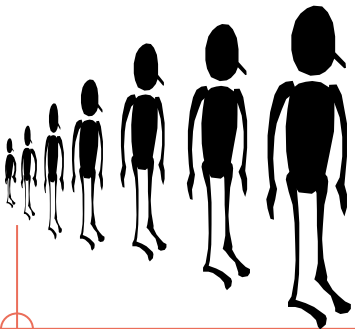
- حفظ کردن بخش بزرگی از جمعیت والدین
- جایگزینی بخشی از والدین با بهترین فرزندان تولید شده
- حفظ بافت قبلی جمعیت و گوناگونی جمعیت: جلوگیری از همگرایی به بهینه محلی
- پارامتر کنترلی: p_{rep} = درصدی از والدین که تغییر می‌کنند
 - افزایش این پارامتر = کاهش تنوع = همگرایی سریع
 - شکاف نسلی (generation gap): میزان همپوشانی نسل کنونی و نسل بعد



پردازش تکاملی: جایگزینی ...

○ جایگزینی حالت پایدار (پایا) (Steady State Replacement)

- تصادفی: جایگزینی فرزند با یک والد که به صورت تصافی انتخاب می شود
- بدترین: جایگزینی بدترین والد با فرزند
- رقابتی: انتخاب تصادفی مجموعه ای از والدین و جایگزینی بدترین آنها با فرزند
- قدیمی ترین: والدی که زودتر وارد شده، زودتر خارج می شود، امکان حذف بهترین پاسخ
- محافظه کار: انتخاب دو والد که یکی از آنها پیرترین والد است و جایگزینی بدترین آنها با فرزند؛ حفظ بهترین والد پیر
- نخبه گرایی: حفظ بهترین پاسخ ها (والدها)





پردازش تکاملی: جایگزینی

○ جایگزینی نسلی (Generational Replacement)

- جایگزینی کل والدین (نسل قبل) با کل فرزندان (نسل جدید)
- جایگزین شدن بهترین عضو در جمعیت والدین با ضعیف‌ترین عضو در جمعیت فرزندان
 - نخبه سالاری (Elitism): جلوگیری از نابودی بهترین پاسخ
- همگرایی سریع الگوریتم
- در استراتژی تکاملی: روش انتخاب $(\mu+\lambda)$ و (μ,λ)
 - روش $(\mu+\lambda)$: تعداد μ عضو برتر والدین و تعداد λ فرزند انتخاب می‌شوند
 - روش (μ,λ) : تعداد μ عضو برتر از میان λ فرزند انتخاب شده و به نسل بعد منتقل می‌شوند



پردازش تکاملی: شرایط توقف

- رسیدن به بهترین پاسخ
 - برای حالتی که مقدار برازش بهترین پاسخ را داریم
 - همیشه ممکن نیست
- محدود کردن تعداد نسل‌ها (تعداد تکرار الگوریتم)
- راکد شدن (Stagnant) جمعیت
 - عدم تغییر جمعیت در نسل‌های متوالی
 - شمارش تعداد نسل‌هایی که بهترین پاسخ تغییر نکرده است



پردازش تکاملی: کنترل قابلیت پویش و انتفاع ...

○ کنترل پارامترها

- احتمال باز ترکیب (p_c): افزایش (کاهش) باعث افزایش (کاهش) قابلیت انتفاع
- احتمال جهش (p_m): افزایش (کاهش) باعث افزایش (کاهش) قابلیت پویش
- درصد جایگزینی (p_{rep}): افزایش (کاهش) باعث افزایش (کاهش) قابلیت انتفاع
- تعداد اعضای مورد گزینش در انتخاب مسابقه‌ای (p_{tourn}): افزایش (کاهش) باعث افزایش (کاهش) قابلیت انتفاع
 - انتخاب یک گروه از جمعیت به صورت تصادفی و انتخاب بهترین عضو
- درصد اعضای مورد بررسی در انتخاب برشی (p_{trunc}): افزایش (کاهش) باعث افزایش (کاهش) قابلیت پویش
 - مرتب کردن اعضای جمعیت بر اساس شایستگی آنها، انتخاب T درصد از اعضای برتر و انتخاب N عضو به صورت تصادفی (از میان T درصد از برترین اعضا)



پردازش تکاملی: کنترل قابلیت پویش و انتفاع ...

- به کارگیری روش مناسب برای انتخاب، بازترکیب، جهش و جایگزینی
 - انتخاب چرخ رولت ساده: تقویت قابلیت انتفاع
 - انتخاب چرخ رولت با چنداشاره گر: تقویت قابلیت پویش
 - بازترکیب تک نقطه‌ای در مقایسه با چند نقطه‌ای: قابلیت انتفاع بیشتر
 - بازترکیب یکنواخت: بهترین انتخاب برای تقویت قابلیت پویش
 - جهش: تخریب بیشتر در کروموزوم‌ها = قابلیت پویش بیشتر
 - جایگزینی حالت پایدار در مقایسه با جایگزینی نسلی قابلیت پویش بیشتری دارد



پردازش تکاملی: کنترل قابلیت پوش و انتفاع ...

○ حفظ تنوع جمعیت: کرانه سازی (Niching)

- جمعیت به سمت کرانه ها (نقاط بهینه) می روند

• اشتراک برآزش (Fitness Sharing)

- ایده به اشتراک گذاری منابع محدود برای موجوداتی که در یک منطقه زندگی می کنند
- تشویق الگوریتم برای پوش بیشتر با در نظر گرفتن برآزش کاذب برای اعضا
- تغییر مقدار برآزش واقعی

• انبوه سازی (Crowding)

- جایگزینی اعضای جدید با اعضای مشابه خود در جمعیت
- روش اول: انتخاب بخشی از اعضا در جمعیت (حدود ۱۰٪) برای اعمال عملگر انتخاب و جهش، سپس، برای هر فرزند جدید تعداد CF (Crowding Factor) (عددی بین ۲ تا ۵) نفر از جمعیت انتخاب شده و با آن فرزند مقایسه می شوند تا فرزند جایگزین شبیه ترین عضو شود
- روش دوم (انتخاب مسابقه ای محدود شده): جلوگیری از رقابت یک پاسخ با پاسخ های خیلی متفاوت از آن



پردازش تکاملی: کنترل قابلیت پویا و انتفاع

○ حفظ تنوع جمعیت: گونه‌سازی (Speciation)

- ایده: شیرها با شیرها و فیل‌ها با فیل‌ها جفت‌گیری می‌کنند
- گونه: دسته‌ای از اعضا که شباهت بیشتری به همدیگر دارند
- ایده گونه‌سازی: تنها اعضای مشابه اجازه تولیدمثل دارند
- کاهش پاسخ‌های مهلک (Lethal): برآزش خیلی ضعیف، جلوگیری از بازترکیب اعضای کرانه‌های مختلف
- روش اول: در بازترکیب، یک عضو با نام m را انتخاب کرده، سپس از میان جمعیت یک عضو تصادفی انتخاب شده، اگر فاصله m با این عضو کمتر از یک آستانه باشد، بازترکیب انجام می‌شود
- روش دوم (روش Flag bits): هر کروموزوم با یک (دو گونه) یا چند بیت نشانه برچسپ زده می‌شود که نشانگر گونه کروموزوم است.
 - هر کروموزوم فقط به یک گونه تعلق دارد.
 - برآزش نسبی عضو i نام در گونه j برابر با $f_i / |S_j|$ است ($|S_j|$ اندازه گونه j).
 - تقویت برآزش نسبی اعضای حاضر در مجموعه‌های کوچک
 - عمل بازترکیب تنها روی اعضای یک گونه



پردازش تکاملی: بهینه‌سازی چند هدفه

○ مثال: می‌خواهید به یک تور دیدنی، ارزان قیمت، ۷ روزه بروید.

○ هدف: بهینه‌سازی با چند هدف (چند تابع برازش)

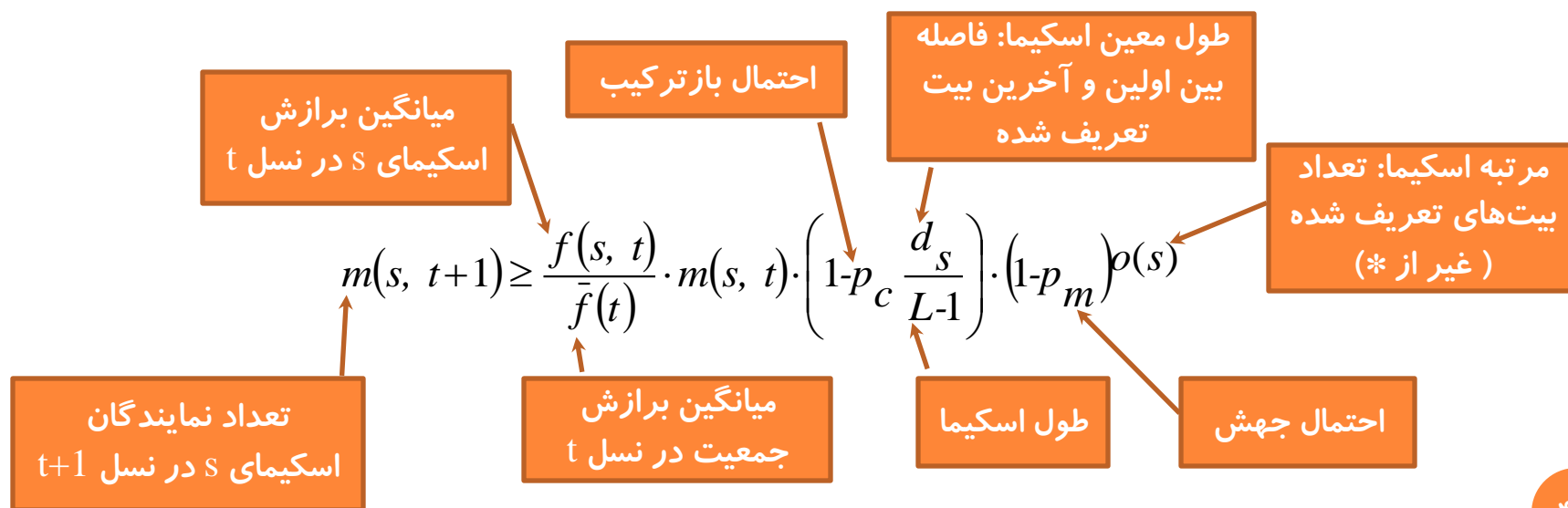
- استفاده از توابع تجمیعی (Aggregation Functions): ترکیب توابع برازش مختلف با وزن‌های متفاوت (مثلاً جمع وزن‌دار)
- رویکرد جمعیتی (Population-based): تفکیک جمعیت به زیرجمعیت‌هایی برابر با تعداد اهداف و بهینه‌سازی مستقل آنها
 - کاربرد عمده در مسائل با تعداد اهداف زیاد
 - ضعف: عدم توان در حفظ پاسخ‌های غیرمغلوب (Pareto) (پاسخ بهینه با توجه به همه اهداف)
 - حذف پاسخ‌هایی که در همه اهداف مساوی هستند (و ممکن است بهینه سراسری باشند)
- رویکرد مبتنی بر پارتو (Pareto-based): شناسایی پاسخ‌های غیرمغلوب و سعی در حفظ آنها
 - کاربرد در مسائلی که ارزش همه اهداف مساله یکسان است



پردازش تکاملی: اسکیمای (Schema) ...

○ نظریه‌ای برای بیان درستی عملکرد الگوریتم تکاملی

- توسط هالند (Holland)
- فرموله کردن تکامل در جمعیت در طی زمان
- تعداد اسکیمایها در جمعیت به سمت برآزش نسبی خود میل می‌کند
- اسکیمای: مجموعه‌ای از رشته بیت‌های تشکیل شده از 0، 1 و * (که * = صفر یا یک = don't care)
- عدم ارائه تصویر درست از رفتار الگوریتم!



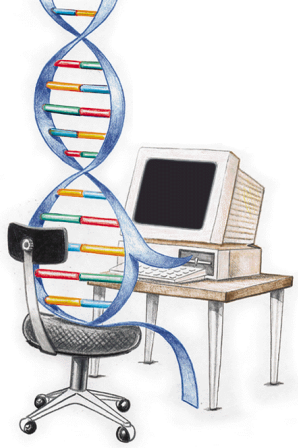


پردازش تکاملی: اسکیمای (Schema)

○ بلوک سازنده (Building Block)

- اسکیمایی که دارای سه خاصیت زیر است:
 - دارای برازندگی بالاتر از میانگین برازندگی جمعیت است
 - دارای طول کوتاه باشد
 - دارای مرتبه پایین باشد
- تعداد بلوک‌های سازنده در طول نسل‌ها به صورت نمایی افزایش می‌یابد.
- بلوک‌های سازنده با عملگرهای ژنتیکی با یکدیگر ترکیب شده و بلوک‌های با مرتبه و طول بزرگ‌تر می‌سازند.
- تکرار این فرآیند منجر به یافتن پاسخ بهینه می‌شود.

پردازش تکاملی: انواع الگوریتم‌ها



- الگوریتم ژنتیک (Genetic Algorithm)
- برنامه‌نویسی ژنتیک (Genetic Programming)
- استراتژی تکامل (Evolutionary Strategy)
- برنامه‌نویسی تکاملی (Evolutionary Programming)
- تکامل تفاضلی (Differential Evolution)
- الگوریتم فرهنگی (Cultural Algorithm)
- الگوریتم هم‌تکاملی (Co-Evolutionary Algorithm)
- الگوریتم ممیک (Mimetic Algorithm)
- بهینه‌سازی تولیدمثل غیرجنسی (Asexual Reproduction)
(Optimization)

... ○



الگوریتم ژنتیک ...

○ تاریخچه

- اولین بار توسط Fraser در ۱۹۵۷
- ادامه توسط Bremermann در ۱۹۶۲ و Reed در ۱۹۶۷
- تکمیل و توسعه توسط Holland در ۱۹۷۵
- هالند = پدر الگوریتم ژنتیک

○ کاربرد

- جستجو، بهینه‌سازی، یادگیری ماشین، کنترل، زمان‌بندی کارها، رباتیک

○ عملگرها

- انتخاب (مدل‌سازی قانون بقای اصلح)
- تولید مثل: بازترکیب و جهش



الگوریتم ژنتیک ...

○ خصوصیات الگوریتم ژنتیک استاندارد

- استفاده از نمایش رشته بیتی
- طول ثابت و یکسان برای کروموزوم‌ها
- تعداد اعضای جمعیت ثابت
- استفاده از عملگر انتخاب نسبی برای انتخاب والدین
- استفاده از باز ترکیب تک نقطه
- استفاده از جهش معکوس سازی بیت
- احتمال باز ترکیب بالا (حدود ۰.۹۵ و بیشتر)
- احتمال جهش پایین: برابر با $1/L$ که L طول کروموزوم است

الگوریتم ژنتیک: مثال ...

○ فروشنده دوره گرد (Travelling Salesman Problem)

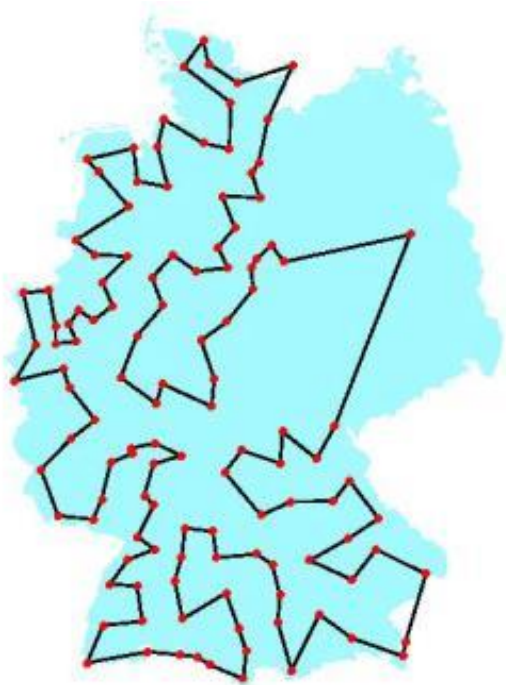
- یافتن کوتاه‌ترین مسیر برای یک فروشنده با عبور از n شهر
- از تمامی شهرها دقیقاً یک بار بگذرد و به شهر اول برگردد
- جزو مسائل NP-Hard
- تعداد کل راه‌حل‌ها برای n شهر $= 0.5(n-1)!$

○ برای ۵ شهر $= 12$

○ برای ۱۰ شهر $= 1.814.400$

○ برای ۳۰ شهر $= 1.3 \times 10^{32}$

- حل با الگوریتم ژنتیک



الگوریتم ژنتیک: مثال (فروشنده دوره گرد) ...

○ نمایش کروموزوم: جایگشت

- برای شهرهای تهران (۱)، اصفهان (۲)، مشهد (۳)، شیراز (۴)، تبریز (۵)، زاهدان (۶)

○ [136425]

○ برازش: جمع کل فاصله (هزینه) تور

- فاصله کم تر = برازش بهتر

	تهران	اصفهان	مشهد	شیراز	تبریز	زاهدان
تهران	۰	۴۳۹	۸۹۴	۹۲۴	۱۵۶۷	۱۵۶۷
اصفهان	۴۳۹	۰	۱۲۲۲	۴۸۵	۱۱۹۰	۱۱۹۰
مشهد	۸۹۴	۱۲۲۲	۰	۱۳۷۴	۹۵۱	۹۵۱
شیراز	۹۲۴	۴۸۵	۱۳۷۴	۰	۱۵۲۳	۱۱۰۰
تبریز	۱۵۶۷	۱۱۹۰	۹۵۱	۱۵۲۳	۰	۲۱۶۶
زاهدان	۱۵۶۷	۱۱۹۰	۹۵۱	۱۱۰۰	۲۱۶۶	۰



○ انتخاب: مسابقه‌ای، رتبه‌ای، ...

○ باز ترکیب: ترتیبی یا چرخشی

○ جهش: جابجایی، درجی، جهش، معکوس

الگوریتم ژنتیک: مثال (فروشنده دوره گرد)

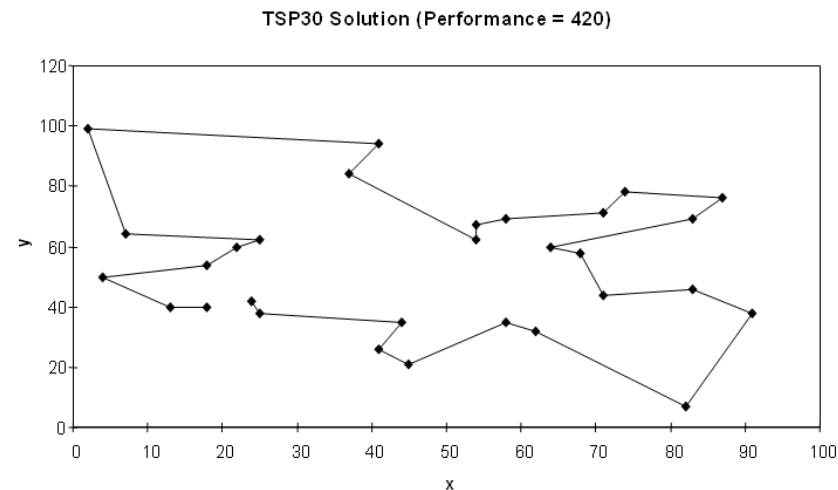
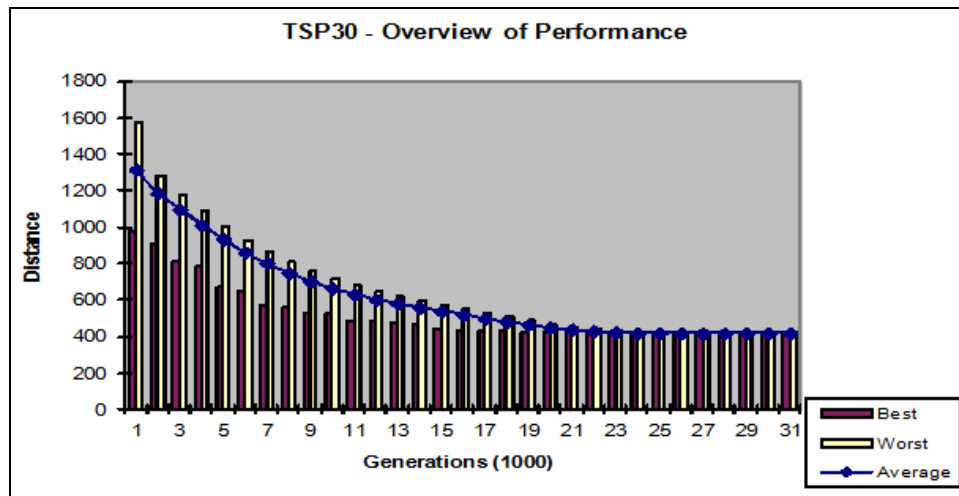
○ پارامترها: برای ۳۰ شهر

• جمعیت: ۵۰

○ جمعیت اولیه: تصادفی (می تواند هوشمندانه هم باشد)

• تعداد نسل ها (تکرار): ۱۰۰۰۰

• نرخ جهش $(p_m) = 0.5\%$ (می تواند در طول الگوریتم افزایش یابد)



چینش بهینه حروف فارسی بر روی صفحه کلید

- بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک: جستجو در فضای چینش‌های مختلف حروف



Hadi Veisi (h.veisi@ut.ac.ir)



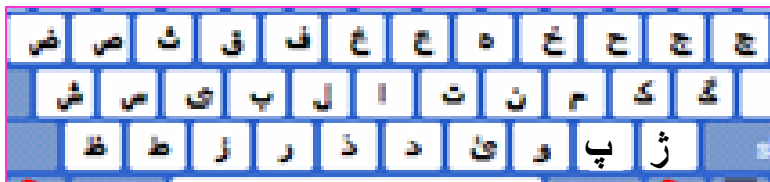
الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید) ...

○ نمایش کروموزوم

• هندسه صفحه کلید ثابت است

○ تعداد ۳۳ نشانه (۳۲ حرف الفبای فارسی و حرف همزه "ء")

○ سه ردیف صفحه کلید، دارای ۱۲، ۱۱ و ۱۰ کلید



• نمایش جایگشت

○ هر ژن = یک حرف

○ کروموزوم = برداری از حروف فارسی (بیانگر ترکیب‌های مختلف حروف فارسی روی صفحه کلید)

○ هر بردار شامل ۳۳ عنصر



ژ	...	ف	ق	ث	ص	ض
۳۳	...	۵	۴	۳	۲	۱

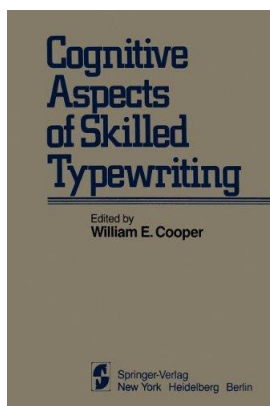
• تعداد چینش‌های مختلف: $33! = 8.7 \times 10^{36}$



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید) ...

○ تابع برازش ...

- بیانگر میزان راحت یا سخت بودن تایپ با چینش جاری حروف بر روی صفحه کلید
- یک مساله پیچیده ارگونومیک



- چهار هدف را برای طراحی یک صفحه کلید کارا
 - برابر بودن کاری که دو دست انجام می دهند
 - بیشترین تایپ حروف به صورت متناوب با دو دست
 - کمترین تکرار تایپ دو حرف متوالی با یک انگشت
 - بیشترین تایپ حروف بر روی کلیدهای پایه ای (کلیدهای ردیف وسط)
- تابع برازش = کمی کردن چهار هدف فوق



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید) ...

○ تابع برازش ...

- اندازه گیری مقدار دو هدف اول: C_{hand} = هزینه استفاده از یک دست برای تایپ دو حرف پشت سر هم

- برابری بودن کاری که دو دست انجام می دهند
- بیشترین تایپ حروف به صورت متناوب با دو دست

- اندازه گیری هدف سوم: C_{finger} = هزینه استفاده از یک انگشت برای تایپ دو حرف پشت سر هم

- کمترین تکرار تایپ دو حرف متوالی با یک انگشت

- اندازه گیری هدف چهارم و برخی عوامل دیگر: $C_{ergonomic}$ = هزینه تایپ یک حرف با توجه به موقعیت آن حرف بر روی صفحه کلید.

- بیشترین تایپ حروف بر روی کلیدهای پایه ای (کلیدهای ردیف وسط)
- استفاده از انگشتان مختلف دست
- میزان جابجایی انگشتان روی صفحه کلید



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید) ...

○ تابع برازش ...

- تابع برازش = مجموع سه فاکتور
- محاسبه برای یک مجموعه متن فارسی

$$\text{Fitness}(\text{layout}) = \sum_{w_i \in W} \sum_{l_j \in w_i} [C_{\text{hand}}(l_j, l_{j-1}) + C_{\text{finger}}(l_j, l_{j-1}) + C_{\text{ergonomic}}(l_j)]$$

- W مجموعه تمامی کلمات موجود در متن مورد استفاده
- w_i کلمه i ام از مجموعه W
- l_j حرف j ام از کلمه w_i

- هزینه فشردن کلیدها: مصاحبه با تایپیست‌های حرفه‌ای (راست دست)

70	40	30	50	60	80	60	30	40	65	80	150
32	20	5	0	50	50	0	5	20	30	80	
80	90	60	25	80	25	50	88	89	60		

Jeffrey S. Goettl, Alexander W. Brugh, Bryant A. Julstrom: Call me e-mail: arranging the keyboard with a permutation-coded genetic algorithm. SAC 2005: 947-951



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید) ...

○ تابع برازش

$$\text{Fitness (layout)} = \sum_{w_i \in W} \sum_{l_j \in w_i} [C_{\text{hand}}(l_j, l_{j-1}) + C_{\text{finger}}(l_j, l_{j-1}) + C_{\text{ergonomic}}(l_j)]$$

• $C_{\text{hand}}(l_j, l_{j-1})$ = مقداری ثابت برای حالتی که دو حرف زام و 1-زام با یک دست تایپ شود

○ در غیراین صورت مقدار آن صفر است

○ مقدار ثابت = یک چهارم $C_{\text{finger}}(l_j, l_{j-1})$

• $C_{\text{finger}}(l_j, l_{j-1})$ = مقداری ثابت برای حالتی که دو حرف زام و 1-زام با یک انگشت تایپ شود،

70	40	30	50	60	80	60	30	40	65	80	150
32	20	5	0	50	50	0	5	20	30	80	
80	90	60	25	80	25	50	88	89	60		

○ در غیراین صورت مقدار آن صفر است

○ مقدار ثابت = متوسط اعداد هزینه فشردن کلیدها

• $C_{\text{ergonomic}}(l_j)$ = مقدار معادل هزینه فشردن کلیدها



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید)...

○ عملگرها

- در اینجا تنها از عملگر جهش استفاده شده است

○ دلیل عدم استفاده از عملگر بازترکیب: هزینه زمانی بالا

• عملگر جهش

○ سعی در حفظ پاسخهای برگزیده

○ در نظر گرفتن درصدی از پاسخها به عنوان جامعه نخبگان (بیشترین مقدار برای تابع برازش): جابجایی چهار ژن به صورت تصادفی

○ برای سایر پاسخها (افراد عادی جمعیت): جابجایی ۱۲ ژن



الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید)...

○ ارزیابی: پارامترها

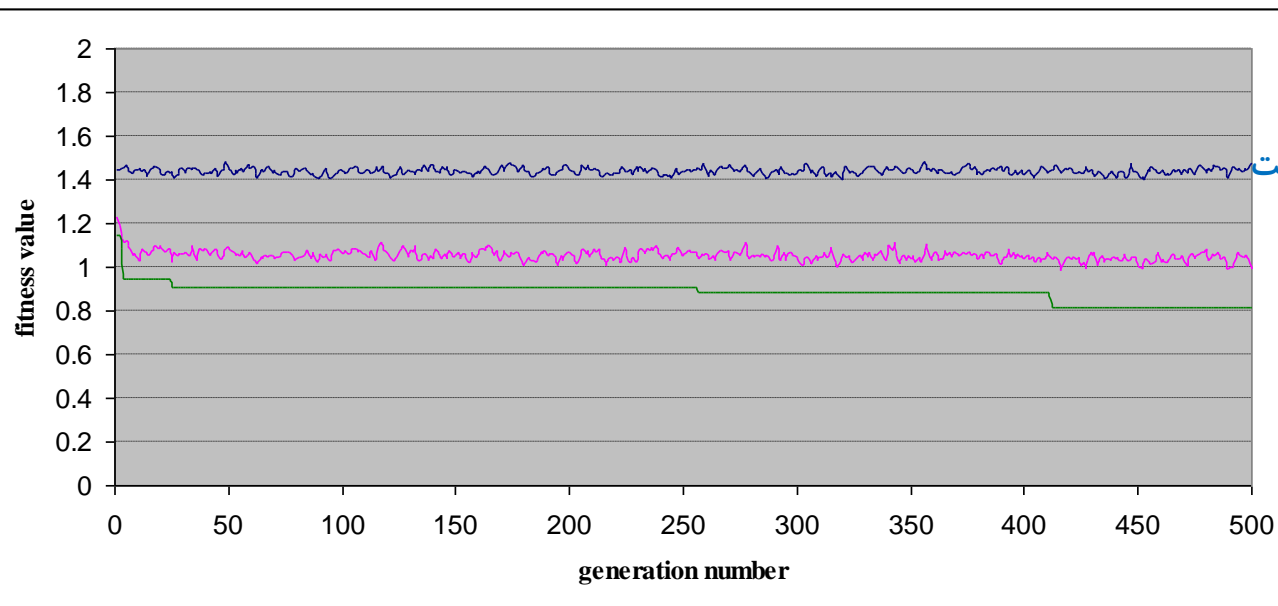
- تعداد اعضای جمعیت: ۱۰۰ کروموزوم
- نسل اول: به صورت تصادفی
- درصد تشکیل دهنده جامعه نخبگان برای عملگر جهش ۱۰٪ کل جمعیت
- تعداد کل نسل‌ها: ۵۰۰ نسل

○ ارزیابی: پاسخ

متوسط مقادیر برآزش همه اعضای جمعیت

متوسط مقادیر برآزش جامعه نخبگان

بهترین برآزش





الگوریتم ژنتیک: مثال (صفحه کلید)

○ ارزیابی

- هزینه بهترین چینش با الگوریتم ژنتیک = ۰.۸۱۵ هزینه چینش کنونی





برنامه‌نویسی ژنتیک

○ برنامه‌نویسی ژنتیک (Genetic Programming)

- ارائه شده توسط Koza برای تکامل برنامه‌های کامپیوتری

○ هدف: پیدا کردن برنامه بهینه

- کاربردها: برنامه‌نویسی خودکار، برنامه‌ریزی، درخت تصمیم، طراحی شبکه عصبی، ...

- می‌توان آن را یکی از الگوریتم‌های ژنتیک دانست!

- تفاوت اصلی با الگوریتم ژنتیک: استفاده از نمایش درختی

- ویژگی‌ها

○ طول متغیر برای کروموزوم (ویژگی انحصاری)

○ تعداد اعضای جمعیت ثابت است

○ استفاده از عملگرهای بازترکیب (با احتمال بیشتر از ۹۰٪) و جهش (کمتر از ۱۰٪)

○ استفاده از عملگر تغییر معماری (Architecture Alternation)

○ ویرایش برخی قوانین (مثلاً جایگزینی x با x and x)

○ شناسایی بلوک‌های سازنده و جلوگیری از تغییر بلوک‌های مفید با عملگرهای تولید مثل

- تابع برازش: کارایی موجود (برنامه) بر روی یک مجموعه آزمون



استراتژی تکامل

○ استراتژی تکامل (Evolutionary Strategy)

- ارائه شده توسط ریچنبرگ در سال ۱۹۶۰
- هدف: بهینه‌سازی فرآیند تکامل است
- علاوه بر ویژگی‌های ژنی برای هر موجود، پارامترهای استراتژی هم وجود دارد
 - مدل‌سازی رفتار موجود در محیط
 - تکامل هم‌زمان ویژگی‌های ژنی و پارامترهای استراتژی
- کاربردها: بهینه‌سازی، طراحی کنترل‌گر، سیستم‌های قدرت
- ویژگی‌ها
 - نمایش اعداد حقیقی
 - تعداد ثابت برای اعضای جمعیت
 - استفاده از عملگر جهش با نرخ تطبیقی (بازرسی در موارد محدودی استفاده می‌شود)
 - پاسخ‌های بهتر دارای نرخ جهش کم و برعکس
 - هر موجود دارای پارامترهای استراتژی مربوط به خود است
 - استفاده از جایگزینی‌های $(\mu+\lambda)$ و (μ,λ) [مراجعه به چند اسلاید قبل]