

به نام خدا

ساختمان داده ها و الگوریتم ها

محمد مهدی گیلانیان صادقی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲

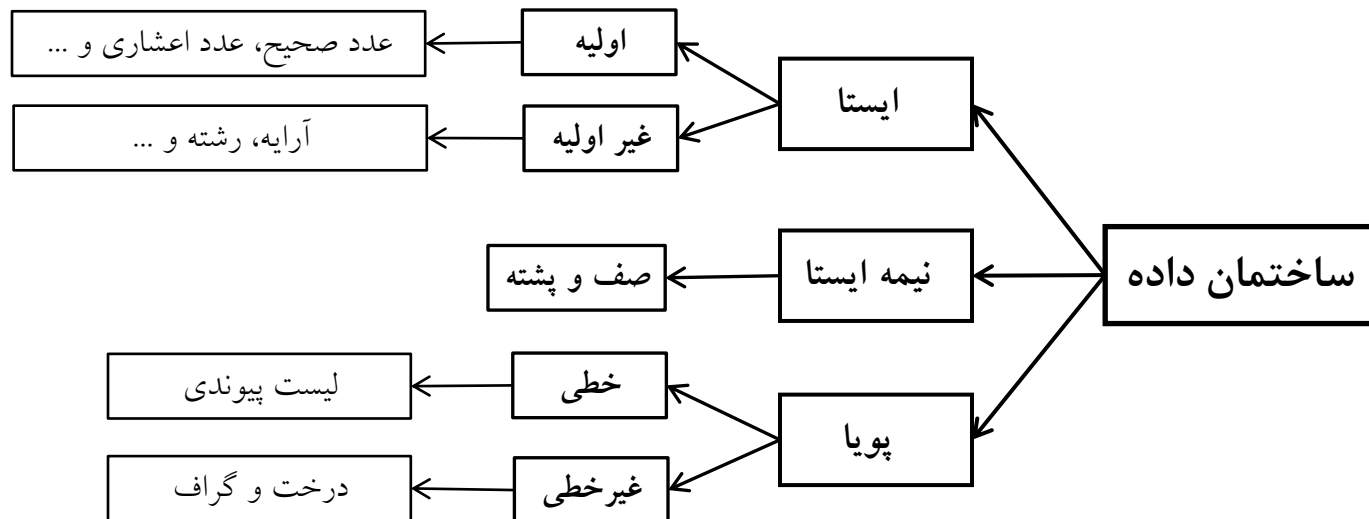


ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱

ساختمان داده ها: شیوه قرار گرفتن داده ها در حافظه کامپیوتر یا دیسک، ساختمان داده نام دارد.

برنامه = الگوریتم ها + ساختمان داده ها





الگوریتم:

مجموعه محدودی از دستورالعمل ها که اگر دنبال شوند، موجب انجام کار خاصی میشوند.

ویژگیهای الگوریتم:

ورودی: یک الگوریتم می تواند هیچ یا چندین کمیت ورودی داشته باشد.

خروجی: یک الگوریتم باید حداقل یک کمیت به عنوان خروجی داشته باشد.

قطعیت: هر دستورالعمل باید بدون ابهام و کاملاً واضح باشد.

محدودیت: یک الگوریتم باید پس از طی مراحل محدودی خاتمه یابد.

کارایی: هر دستورالعمل باید به گونه ای باشد که با استفاده از قلم و کاغذ بتوان آن را اجرا کرد. به عبارت دیگر هر دستورالعمل باید انجام پذیر باشد.



تحلیل الگوریتم:

- زمان مصرفی
- حافظه مصرفی

معیارهای مقایسه الگوریتم ها از نظر زمان مصرفی:

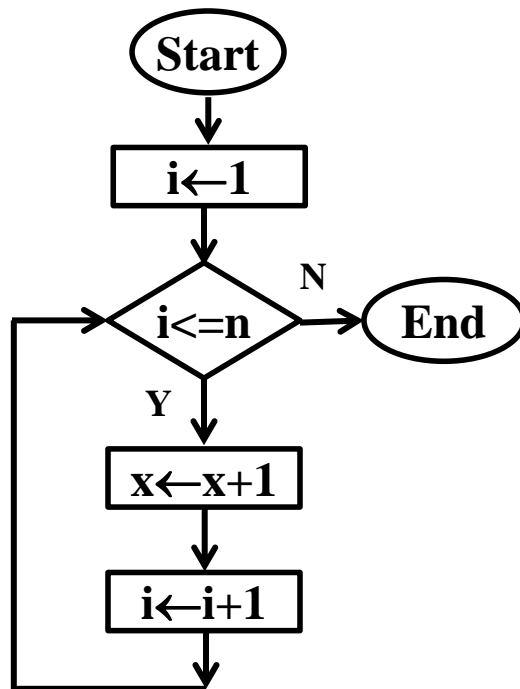
- زمان اجرای الگوریتم
- تعداد تکرار دستورات الگوریتم
- تعداد تکرار دستورات اصلی الگوریتم



زمان اجرای الگوریتم:

for (i=1; i<=n; i++)

x ++;



دستورات	تعداد تکرار	زمان اجرا
S1	1	t1
S2	n+1	t2
S3	n	t3
S4	n	t4

$$T = \sum_{i=1}^k f_i * t_i$$

K=4



تعداد تکرار دستورات الگوریتم:

```
for (i=1; i<=n; i++)  
    x ++;
```

تعداد تکرار	دستورات
1	S1
n+1	S2
n	S3
n	S4

$$FC = \sum_{i=1}^k f_i$$

$$K=4$$



تعداد تکرار دستورات اصلی الگوریتم (O):

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    x++;
```



تعداد تکرار دستورات اصلی الگوریتم $O(1)$:

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    x++;
```

$O(n)$ = زمان اجرا

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    for(j=1; j<=n; j++)  
        x++;
```




تعداد تکرار دستورات اصلی الگوریتم O :

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    x++;
```

$O(n)$ = زمان اجرا

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    for(j=1; j<=n; j++)  
        x++;
```

$O(n^2)$ = زمان اجرا

تمرین ۱: زمان اجرای الگوریتم O را بدست آورید؟

الف)

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    for(j=i; j<=n; j++)  
        x++;
```

ب)

```
for(i=1; i<=n; i++)  
    for(j=1; j<=i; j++)  
        x++;
```



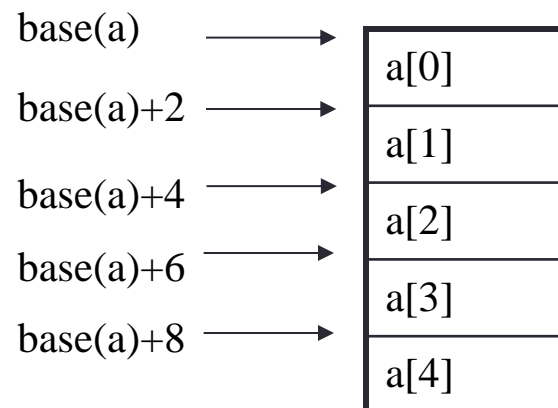
آرایه ها:

آرایه نوعی ساختمان داده است که عناصر آن هم نوع بوده و هریک از عناصر به صورت مستقیم قابل دستیابی است. آرایه می تواند یک بعدی، دو بعدی و یا چند بعدی باشد.

آرایه یک بعدی:

```
int a[5];
```

```
base(a) + i * size
```



آدرس عنصر i ام:



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۰

مثال: در آرایه `float a[100]`، اگر آدرس شروع آرایه در حافظه ۱۰۰ باشد، آنگاه عنصر `a[20]` در کدام آدرس قرار دارد؟

$\text{base}(a) + i * \text{size}$

آدرس عنصر $(i=20)$ ام در حافظه $100 + 20 * 4 = 180$



آرایه دوبعدی / ماتریس:

`int a[2][3];` `m=2, n=3`

2	1	4
7	5	3

2x3

آرایه های دوبعدی یا ماتریس ها به دو روش در حافظه ذخیره می شوند:

(۱) روش سطری

(۲) روش ستونی



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۲

(۱) روش سطری

آدرس عنصر $a[i][j]$:

$$\text{base}(a) + (i \times n + j) \times \text{size}$$

$a[0][0]$	2
$a[0][1]$	1
$a[0][2]$	4
$a[1][0]$	7
$a[1][1]$	5
$a[1][2]$	3

2	1	4
7	5	3

(۲) روش ستونی

آدرس عنصر $a[i][j]$:

$$\text{base}(a) + (j \times m + i) \times \text{size}$$

$a[0][0]$	2
$a[1][0]$	7
$a[0][1]$	1
$a[1][1]$	5
$a[0][2]$	4
$a[1][2]$	3



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۳

مثال: در آرایه دوبعدی $\text{int } a[2][3]$ ، اگر آدرس شروع آرایه در حافظه ۱۰۰۰ باشد، آنگاه عنصر $a[1][2]$ به روش سطری و ستونی در کدام آدرس قرار دارد؟

2	1	4
7	5	3

روش سطری:

$$a[1][2] \text{ آدرس عنصر} = 1000 + (1 \times 3 + 2) \times 2 = 1010$$

روش ستونی:

$$a[1][2] \text{ آدرس عنصر} = 1000 + (2 \times 2 + 1) \times 2 = 1010$$

تمرین ۲: مطلوبست آدرس عنصر $a[1][1]$ برای مثال بالا؟



ماتریس اسپارس / خلوت:

ماتریسی که عناصر صفر آن زیاد باشد را ماتریس اسپارس می نامند.

```
int A[5][4];
```

2	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	7
0	0	15	0
0	0	0	10

5x4



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۵

نمایش ماتریس اسپارس:

- ✓ اگر یک ماتریس اسپارس شامل n عنصر غیر صفر باشد برای نمایش آن از یک آرایه دو بعدی (A) که دارای $n+1$ سطر و ۳ ستون است استفاده می شود.
- ✓ عناصر سطر اول به ترتیب، تعداد سطر، تعداد ستون و تعداد عناصر غیر صفر آرایه دو بعدی / ماتریس A را نشان می دهد.
- ✓ در سطرهای بعدی به ترتیب شماره سطر، شماره ستون و مقدار عناصر غیر صفر قرار می گیرد.
- ✓ در ستون اول شماره سطرها به صورت صعودی قرار می گیرد.



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۱۶

نمایش ماتریس اسپارس (۲):

2	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	7
0	0	15	0
0	0	0	10

5x4

ماتریس اسپارس A

5	4	4
0	0	2
2	3	7
3	2	15
4	3	10

5x3

نمایش ماتریس اسپارس AS

$$\text{فضای حافظه A} = 5 * 4 * 2 = 40 \text{ B}$$

$$\text{فضای حافظه AS} = 5 * 3 * 2 = 30 \text{ B}$$



ترانهاده ماتریس اسپارس:

تعداد مقادیر غیر صفر			تعداد ستون ها		
تعداد ستون ها			تعداد سطر ها		
5	4	4	4	5	4
0	0	2	0	0	2
2	3	7	2	3	15
3	2	15	3	2	7
4	3	10	3	4	10
AS			AS ^t		



ترانهاده ماتریس اسپارس (۲):

```
void transpose( int bs[][3], int bt[][3])
{
    int i, j, k;
    bt[0][0]=bs[0][1]; bt[0][1]=bs[0][0]; bt[0][2]=bs[0][2];
    k=1;
    for(i=0;i< bs[0][1];i++)
        for(j=1; j< bs[0][2]; j++ )
            if(i==bs[j][1])
            {
                bt[k][0]=bs[j][1];
                bt[k][1]=bs[j][0];
                bt[k][2]=bs[j][2];
                k++;
            }
}
```



جمع دو ماتریس اسپارس:

4	5	4
0	0	2
1	0	4
1	3	1
3	2	2

5x3

+

4	5	5
0	3	5
0	4	1
1	3	-1
2	3	5
3	2	3

6x3

=

4	5	6
0	0	2
0	3	5
0	4	1
1	0	4
2	3	5
3	2	5

7x3



ماتریس های بالا مثلثی و پایین مثلثی:

ماتریس پایین مثلثی:

2	0	0	0
3	7	0	0
6	1	1	0
7	3	0	5

روش سطری

2	3	7	6	1	1	7	3	0	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

روش ستونی

2	3	6	7	7	1	3	1	0	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ماتریس بالا مثلثی:

2	7	8	9
0	7	1	0
0	0	1	3
0	0	0	5

روش سطری

2	7	8	9	7	1	0	1	3	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

روش ستونی

2	7	7	8	1	1	9	0	3	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



ساختمان داده ها و الگوریتم ها

صفحه ۲۱

تمرین ۳: رابطه های نگاشت ماتریس های بالا مثلثی و پایین مثلثی را در یک آرایه یک بعدی به روش های سطری و ستونی محاسبه کنید؟

تمرین ۴: برنامه ای بنویسید که دو ماتریس اسپارس را با هم جمع نماید؟

تمرین ۵: آدرس عنصر را در آرایه های سه بعدی و n بعدی به روش سطری و ستونی به دست آورید؟



پایان