

تعریف سگنال: یک سگنال تابعی است (از زمان) که بیان‌کننده یک کمیت فیزیکی است.

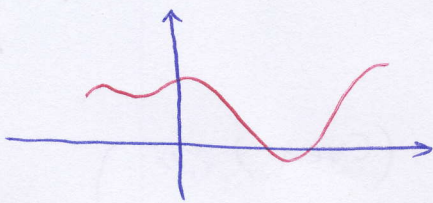
به عبارت دقیق‌تر، یک سگنال تابعی از یک یا چند متغیر است که اطلاعات مربوط به طبیعت (یعنی حالت و یا رفتار) یک پدیده فیزیکی (یعنی یک سیستم) را به همراه دارد.

$$x(t) = \cos(2\omega_0 t) \leftarrow \text{یک سگنال یک بعدی}$$

مثال:

$$I(x, y) \leftarrow \text{یک سگنال دو بعدی مثل تصویر}$$

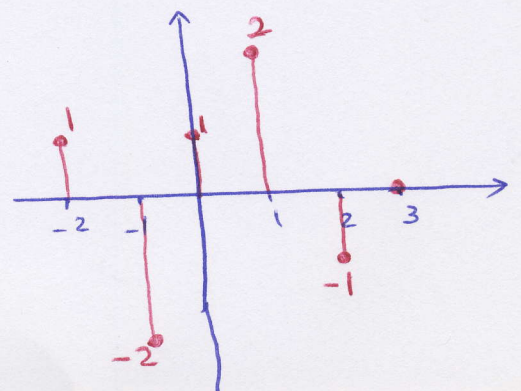
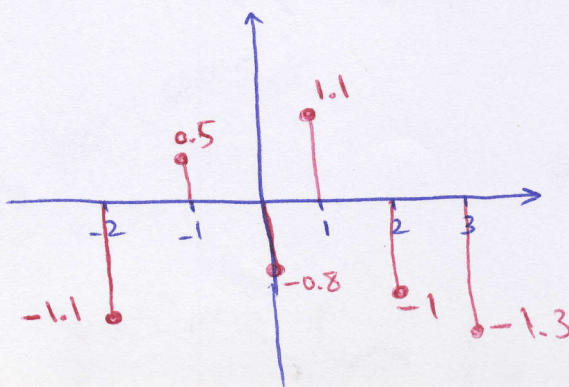
دسته بندی سگنال‌ها: توجه داشته باشید که هر یک از این دسته بندی‌ها، لزوماً شامل همه سگنال‌ها نیست. یعنی مثلاً می‌توان سگنالی را یافت که نه زوج باشد و نه فرد.



زمان پیوسته (آنالوگ)

دسته بندی اول

نشان گسسته (سگنال‌های دیجیتال جز این دسته هستند)

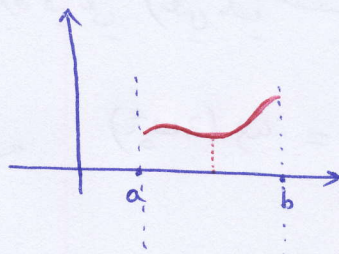


$$x(t) \in \mathbb{R} \quad \text{حقیقی}$$

دسته بندی دوم سیگنال ها

$$z(t) = x_1(t) + jx_2(t)$$

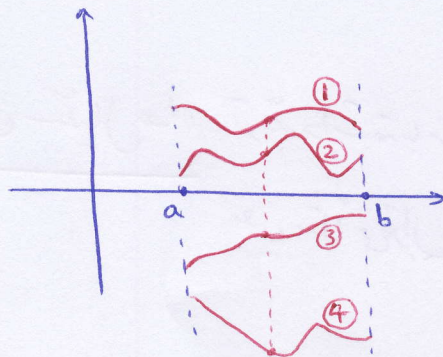
مکمل



$$x(t) : (\text{Deterministic}) \quad \text{معلوم}$$

دسته بندی سوم

$$X(t, \omega) : (\text{Random}) \quad \text{تصادفی}$$



یک سیگنال معلوم داریم \rightarrow اگر ω معلوم، t متغیر

یک متغیر تصادفی داریم \rightarrow اگر t معلوم، ω متغیر

$$x(t) = x(-t) : (\text{Even}) \quad \text{زوج}$$

دسته بندی چهارم

$$x(t) = -x(-t) : (\text{Odd}) \quad \text{فرد}$$

3/

حتی اگر یک سیگنال، نه زوج باشد و نه فرد، می توانیم آن را به صورت مجموع یک سیگنال فرد و یک سیگنال زوج بنویسیم.
 یعنی برای سیگنال $x(t)$ هم که نه زوج است و نه فرد می توان نوشت :

$$\begin{cases} x(t) = E_v \{x(t)\} + O_d \{x(t)\} \\ x(t) \text{ قسمت زوج سیگنال} = E_v \{x(t)\} = \frac{1}{2} \{x(t) + x(-t)\} \\ x(t) \text{ قسمت فرد سیگنال} = O_d \{x(t)\} = \frac{1}{2} \{x(t) - x(-t)\} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \forall t : \quad x(t) &= x(t+T) \\ x(t) &= x(t+nT) \\ n &\in \mathbb{Z} \text{ عدد صحیح} \end{aligned}$$

متناوب } دسته بندی پنجم
 غیر متناوب }

سیگنال انرژی } دسته بندی ششم
 سیگنال توان }

برای اینکه بفهمیم به چه سیگنالی سیگنال انرژی می گویند به کدام سیگنال، سیگنال توان می گویند باید ابتدا تعریف توان سیگنال و انرژی سیگنال را بدانیم.

4

تعریف توان یا قدرت متوسط یک سیگنال: برای یک سیگنال معلوم $x(t)$ که در بازه $|t| \leq \frac{k}{2}$ تعریف شده است، توان یا قدرت متوسط به صورت زیر تعریف می شود.

$$P_x^k = \frac{1}{k} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt = \frac{E_x^k}{k}$$

تعریف انرژی متوسط یک سیگنال: برای یک سیگنال معلوم $x(t)$ که در بازه $|t| \leq \frac{k}{2}$ تعریف شده است، انرژی متوسط به صورت زیر تعریف می شود.

$$E_x^k = \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt$$

حال در صورتیکه سیگنال $x(t)$ به ازای تمام حلال $t \in \mathbb{R}$ تعریف شده باشد آنگاه داریم:

$$P_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt$$

$$E_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt$$

حال که دیدیم توان و انرژی یک سیگنال چگونه محاسبه می شود، می توانیم سیگنال ها انرژی و سیگنال ها توان را به درستی تعریف کنیم.

5) تعریف سیگنال انرژی: سیگنال $x(t)$ یک سیگنال انرژی محسوب می شود اگر و تنها اگر انرژی آن برای تمام زمانها محدود و مخالف صفر باشد (یعنی داشته باشیم $0 < E_x < \infty$ $\forall t$). که از قبل می دانیم که انرژی سیگنال بصورت زیر تعریف می شود:

$$E_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) \cdot dt < \infty$$

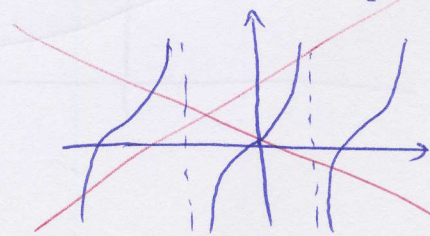
تعریف سیگنال توان: سیگنال $x(t)$ یک سیگنال توان است اگر و تنها اگر توان آن برابر تمام زمانها، محدود و مخالف صفر باشد. (یعنی داشته باشیم $0 < P_x < \infty$ $\forall t$) که از قبل می دانیم توان یک سیگنال بصورت زیر تعریف می شود:

$$P_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \int_{-\frac{k}{2}}^{+\frac{k}{2}} x^2(t) \cdot dt < \infty$$

نکته: اگر $x(t)$ یک سیگنال انرژی باشد \leftarrow توان آن صفر خواهد بود.
 اگر $x(t)$ یک سیگنال توان باشد \leftarrow انرژی آن بی نهایت خواهد بود.

نکته مهم: سیگنالهای متناوبی که معمولاً می شناسیم جزو سیگنال های توان هستند ($E_x \rightarrow \infty$) و توان آنها برابر است با مقدار توان آنها در یک دوره متناوب آنها.

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x^2(t) \cdot dt \quad \checkmark$$

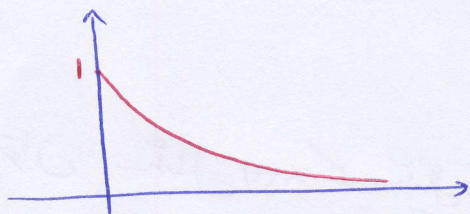


بسیاری از سیگنال‌های مهم، جزء سیگنال‌های انرژی هستند. مثال:

$$x(t) = e^{-at} \quad ; \quad t \geq 0$$

$a > 0$ ثابت

$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{2a}$$

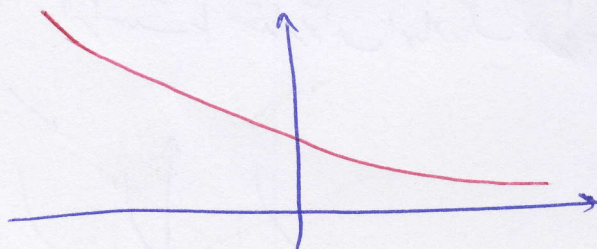


بسیاری سیگنال‌های مهم نیز جزء سیگنال‌های توان هستند. مثل اغلب سیگنال‌های متناوب.

$$x(t) = \cos \omega_0 t \quad \Rightarrow \quad P_x = \frac{1}{2}$$

به طور کلی (نه اینکه این ادعا همیشه درست باشد بلکه به صورت کلی) سیگنال‌های متناوب جزء سیگنال‌های توان هستند. سیگنال‌های با طول محدود جزء سیگنال‌های انرژی هستند. سیگنال‌هایی داریم که نه انرژی هستند نه توان.

$$x(t) = e^{-at} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$



7 تمرین: تعیین کنید که کدامیک از این سیگنالها، سیگنال توان است، کدامیک سیگنال انرژی است. توان و انرژی هر دو را به دست آورید.

