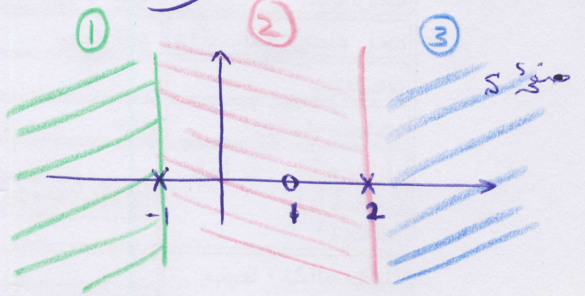
1399.3.13 سه شنبه

مثال: پاسخ ضربه کلیه سیستم های LTI که تابع تبدیل آنها به فرم زیر است را تعیین کنید و علیت و پایداری هر یک را بررسی نمائید.

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s-2)}$$



سیستم ① $\Rightarrow$ ROC : $Re\{s\} < -1 \Rightarrow$ نه علّی است و نه پایدار

سیستم ② $\Rightarrow$ ROC : $-1 < Re\{s\} < 2 \Rightarrow$ پایدار است امّا علّی نیست

سیستم ③ $\Rightarrow$ ROC : $Re\{s\} > 2 \Rightarrow$ علّی است امّا پایدار نیست.

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s-2)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s-2} = \frac{\frac{2}{3}}{s+1} + \frac{\frac{1}{3}}{s-2} \qquad A = \frac{2}{3} \qquad B = \frac{1}{3}$$

از قبل می دانیم $\Rightarrow$

$\frac{1}{s+a}$, $Re\{s\} > -Re\{a\}$ یعنی ROC دست راستی $\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} e^{-at}.u(t)$

$\frac{1}{s+a}$; $Re\{s\} < -Re\{a\}$ یعنی ROC دست چپی $\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} -e^{-at}.u(-t)$

سیستم ① $h_1(t) = -\frac{2}{3}e^{-t}.u(-t) - \frac{1}{3}e^{2t}.u(-t)$

سیستم ② $h_2(t) = \frac{2}{3}e^{-t}.u(t) - \frac{1}{3}e^{2t}.u(-t)$

سیستم ③ $h_3(t) = \frac{2}{3}e^{-t}.u(t) + \frac{1}{3}e^{2t}.u(t)$

page 2

* اگر یک سیستم LTI (با تابع تبدیل گویا) بخواهد هم علّی و هم پایدار باشد $\Leftarrow$ تمامی قطبها بایستی سمت چپ محور $j\omega$ باشند.

مثال از سیستم‌های توصیف شونده با معادلات دیفرانسیل:

تمامی سیستم‌های LTI را بیابید که با معادله دیفرانسیل زیر توصیف می‌شوند:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - x(t)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s-1}{s^2-s-2} = \frac{s-1}{(s+1)(s-2)}$$

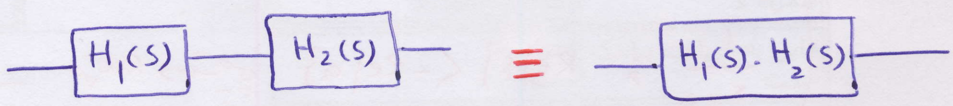
سیستم نه علّی و نه پایدار

سیستم پایدار و غیرعلّی

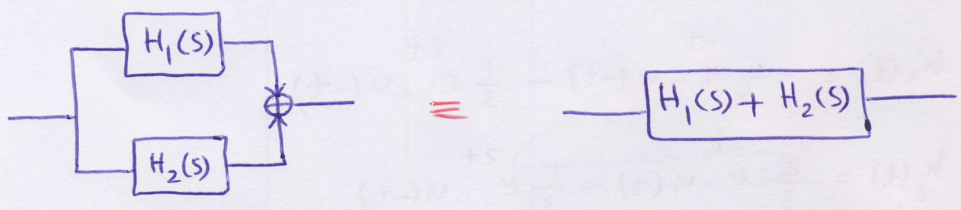
سیستم علّی و ناپایدار

اتصالات سیستم‌ها:

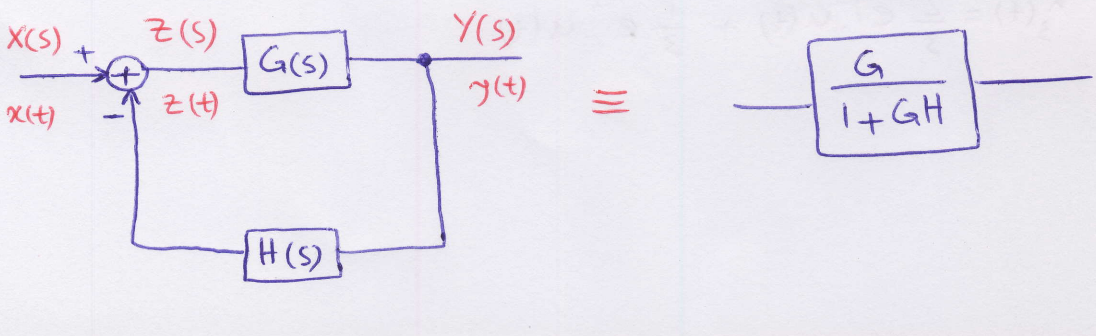
اتصال سری



اتصال موازی



اتصال فیدبک



$$Z(s) = X(s) - H(s).Y(s) \quad \text{and} \quad Y(s) = G(s).Z(s)$$

$$\Rightarrow Y = G(X - HY) \Rightarrow Y = GX - GHY \Rightarrow Y(1+GH) = GX$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Y}{X} = \frac{G}{1+GH}}$$

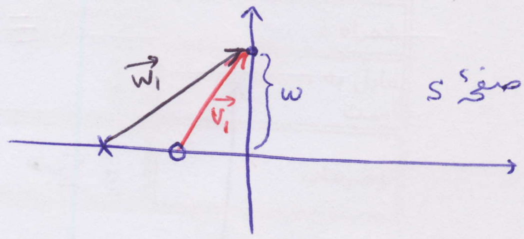
روش هندسی رسم تقریبی پاسخ فرکانسی از روی دیاگرام صفر و قطب :

$$H(s) = \frac{\prod (s - z_i)}{\prod (s - p_i)} \Rightarrow H(w) = H(s)\Big|_{s=jw} = \frac{\prod (jw - z_i)}{\prod (jw - p_i)}$$

$$\Rightarrow |H(w)| = \frac{\prod |jw - z_i|}{\prod |jw - p_i|}$$

$$\measuredangle H(w) = \sum \measuredangle (jw - z_i) - \sum \measuredangle (jw - p_i)$$

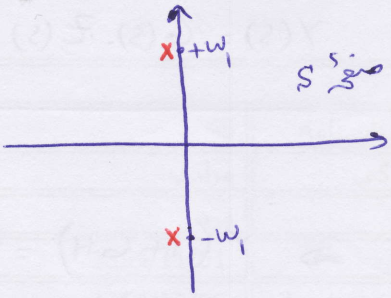
$$|H(w)| = \frac{\prod |\vec{v_i}|}{\prod |\vec{w_i}|}$$



$$\measuredangle H(w) = \sum \measuredangle \vec{v_i} - \sum \measuredangle \vec{w_i}$$

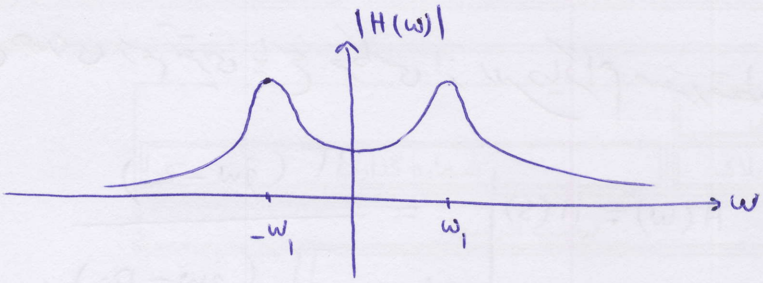
page4

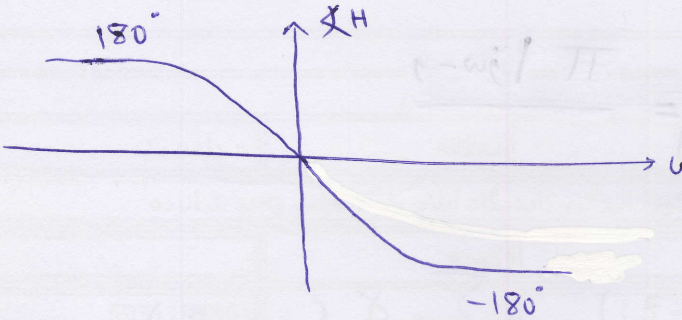
مثال:

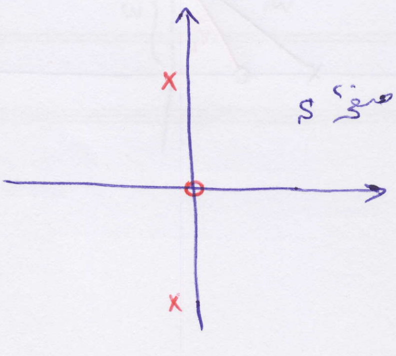


$\Rightarrow$

$$|H| = \frac{1}{|\vec{w}_1| \cdot |\vec{w}_2|} \qquad \measuredangle H = -\measuredangle \vec{w}_1 - \measuredangle \vec{w}_2$$







$\Rightarrow$