به نام خدا
دانشگاه تهران
پردیس دانشکده‌های فنی
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

اصول سیستم‌های مخابراتی

پاییز 1400

استاد: دکتر مریم صباغیان

تمرین کامپیوتری شماره 1

محمدمهدی عبدالحسینی

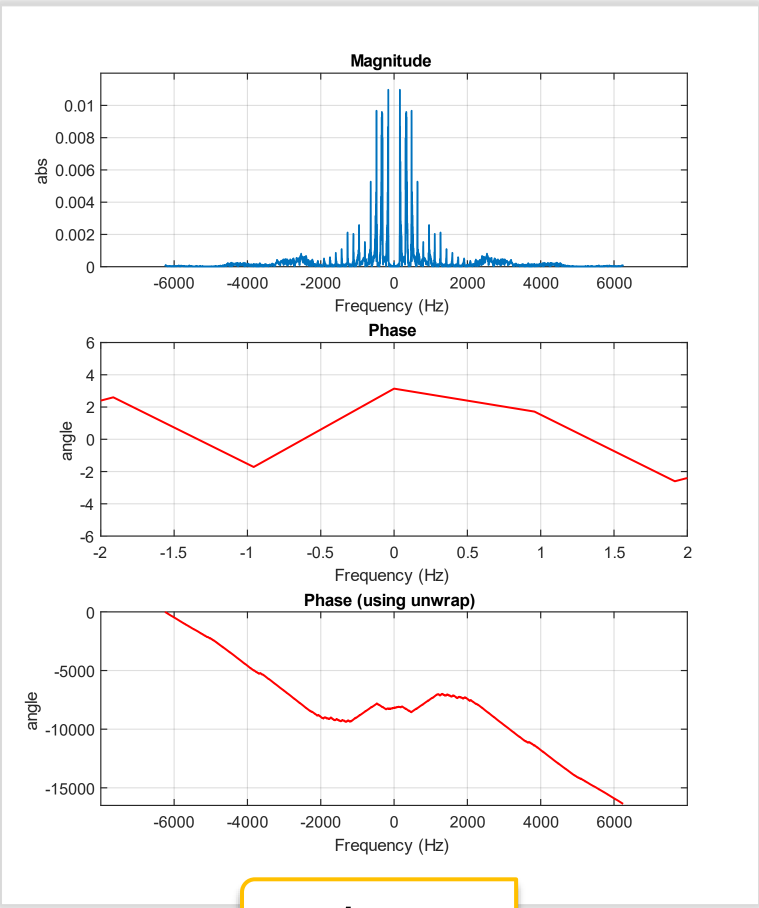
810 198 434

Communication Systems

فهرست مطالب

بخش اول :

در این قسمت میخواهیم نمودار فاز و اندازه تبدیل فوریه سیگنال data.wav را رسم کنیم. (شکل 1)



شکل 1

```
% Part 1
[data,Fs_data] = audioread('data.wav');  % Fs: Sampling frequency
f_data1 = fft(data);
f_data2 = fftshift(f_data1);
L_data = length(f_data2);                  % Length of signal
abs_data = abs(f_data2/L_data);             % Magnitude
f = -Fs_data/2 : Fs_data/L_data : Fs_data/2 - Fs_data/L_data;
figure(1);
subplot(3,1,1);
plot(f, abs_data, 'linewidth', 1);
title('Magnitude');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('abs');
set(gca,'xtick', -6000 : 2000 : 6000, 'xlim', [-8000,8000]);
set(gca,'ytick', 0 : 0.002 : 0.01, 'ylim', [0,0.012]);
grid on;
phase_data1 = angle(f_data2);
subplot(3,1,2);
plot(f, phase_data1, 'r', 'linewidth', 1.2);
```

```
title('Phase');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('angle');
set(gca,'xtick', -2 : 0.5 : 2, 'xlim', [-2,2]);
set(gca,'ytick', -6 : 2 : 6, 'ylim', [-6,6]);
grid on;
phase_data2 = unwrap(phase_data1);
subplot(3,1,3);
plot(f, phase_data2, 'r', 'linewidth', 1.2);
title('Phase (using unwrap)');
xlabel('Frequency (Hz)');
ylabel('angle');
set(gca,'xtick', -6000 : 2000 : 6000, 'xlim', [-8000,8000]);
set(gca,'ytick', -15000 : 5000 : 0, 'ylim', [-16500,0]);
grid on;
```

بخش دوم :

در این بخش میخواهیم سیگنال y.wav را در محیط متلب import کنیم و فرکانس نمونه برداری (Fs_y) را بدست آوریم.

```
% Part 2
[y,Fs_y] = audioread('y.wav');  % Fs: Sampling frequency
Fs_y
```

```
Fs_y = 44100
```

بخش سوم :

در این بخش میخواهیم با استفاده از همبستگی و سنجش شباهت دو سیگنال برحسب شیفت زمانی، ضرایب α , β و تاخیرهای k_1 , k_2 را برای سیگنال $y(t)$ بدست آوریم.

$$y(t) = x(t) + \alpha x(t-k_1) + \beta x(t-k_2)$$

همبستگی سیگنال حقیقی $y(t)$ را بصورت زیر تعریف میکنیم:

$$R_{yy}(\tau) = \langle y(t)y(t-\tau)\rangle$$

با بررسی رابطه بالا و سیگنال حقیقی $y(t)$ میتوان گفت زمانی $R_{yy}(\tau)$ بیشترین مقدارها را دارد که $\tau = O$, $\tau = -k_1$, $\tau = -k_2$ باشد.

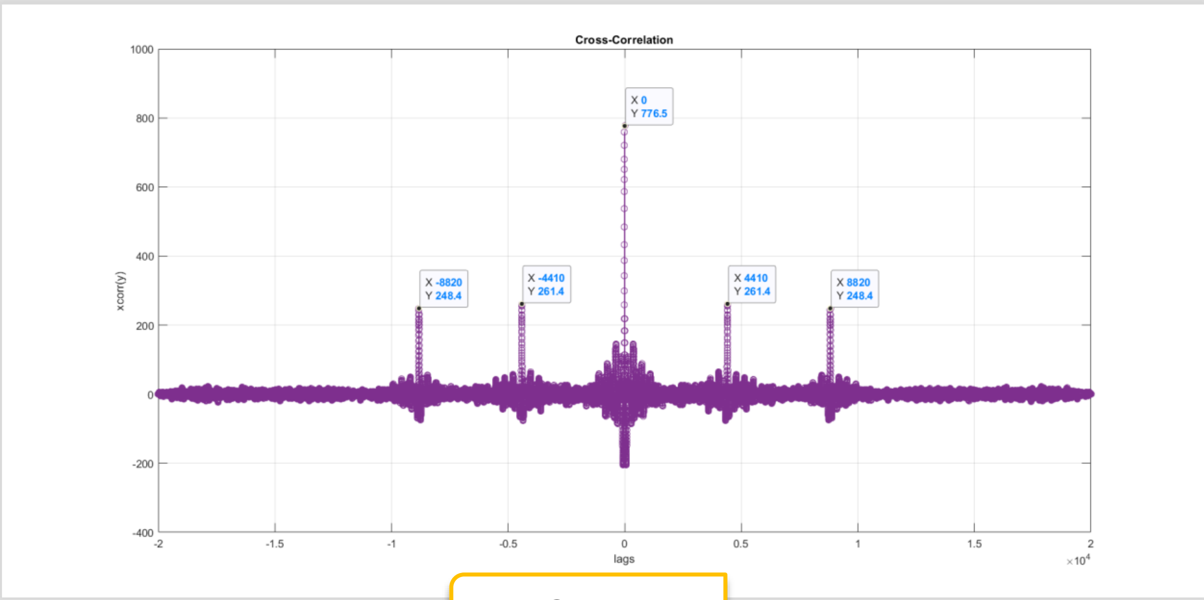
$$\begin{aligned} R_{yy}(O) &= \langle y(t)y(t)\rangle \\ &= \langle (x(t) + \alpha x(t-k_1) + \beta x(t-k_2))(x(t) + \alpha x(t-k_1) + \beta x(t-k_2))\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{yy}(-k_1) &= \langle y(t)y(t+k_1)\rangle \\ &= \langle (x(t) + \alpha x(t-k_1) + \beta x(t-k_2))(x(t+k_1) + \alpha x(t) \\ &\quad + \beta x(t+k_1-k_2))\rangle \approx \alpha R_{yy}(0) \end{aligned}$$

$$R_{yy}(-k_2) = \langle y(t)y(t+k_2)\rangle$$
$$= \langle (x(t) + \alpha x(t-k_1) + \beta x(t-k_2))(x(t+k_2) + \alpha x(t+k_2-k_1) + \beta x(t))\rangle \approx \beta R_{yy}(0)$$

بنابراین کافیست نمودار همبستگی سیگنال $y(t)$ را در متلب رسم کرد.

```
% Part 3
y1 = y(:,1);
[c,lags] = xcorr(y1);
figure(2);
stem(lags,c);
title('Cross-Correlation');
xlabel('lags');
ylabel('xcorr(y)');
set(gca,'xtick', -2*10^4 : 5000 : 2*10^4, 'xlim', [-2*10^4,2*10^4]);
set(gca,'ytick', -400 : 200 : 1000, 'ylim', [-400,1000]);
grid on;
```



شکل 2

با بررسی نمودار شکل 2 میتوان ضرایب α,β و تاخیرهای k_1,k_2 را برای سیگنال $y(t)$ بصورت زیر بدست آورد. دقت شود که فرکانس نمونه برداری که از بخش دوم بدست آمد برابر با 44100Hz میباشد.

$$\alpha \approx \frac{R_{yy}(-k_1)}{R_{yy}(O)} \approx \frac{261.4}{776.5} \approx 0.337$$

$$\beta \approx \frac{R_{yy}(-k_2)}{R_{yy}(O)} \approx \frac{248.4}{776.5} \approx 0.320$$

$$k_1 \approx \frac{f_1}{Fs} \approx \frac{4410}{44100} = 0.1\ [s]$$

$$k_2 \approx \frac{f_2}{Fs} \approx \frac{8820}{44100} = 0.2\ [s]$$

با توجه به مقادیر بدست آمده سیگنال $y(t)$ را بصورت زیر بازنویسی میکنیم.

$$y(t) = x(t) + 0.337x(t-0.1) + 0.320x(t-0.2)$$

بخش چهارم :

در این بخش میخواهیم پاسخ ضربه سیستم اکو را در حوزه فرکانس بدست آوریم. همچنین میخواهیم عملکرد سیستم را از نظر اعوجاج فازی بررسی کنیم.

پاسخ ضربه سیستم اکو در حوزه زمان بصورت زیر بدست می‌آید.

$$h(t) = \delta(t) + 0.337\delta(t-0.1) + 0.320\delta(t-0.2)$$

پاسخ ضربه سیستم اکو در حوزه فرکانس با تبدیل فوریه گرفتن از $h(t)$ به شکل زیر بدست می‌آید.

$$H(f) = 1 + 0.337e^{-j2\pi f(0.1)} + 0.320e^{-j2\pi f(0.2)}$$

حال به محاسبه فاز $H(f)$ میپردازیم تا بتوانیم با استفاده از آن تاخیر گروه را محاسبه کنیم.

$$\begin{aligned} H(f) &= 1 + 0.337\big(\cos(2\pi f(0.1)) - j\sin(2\pi f(0.1))\big) \\ &\quad + 0.320\big(\cos(2\pi f(0.2)) - j\sin(2\pi f(0.2))\big) \\ &= 1 + 0.337\cos(2\pi f(0.1)) + 0.320\cos(2\pi f(0.2)) \\ &\quad - j\big(\sin(2\pi f(0.1)) + \sin(2\pi f(0.2))\big) \end{aligned}$$

$$phase[H(f)] = tan^{-1}\left(\frac{Im\{H(f)\}}{Re\{H(f)\}}\right)$$

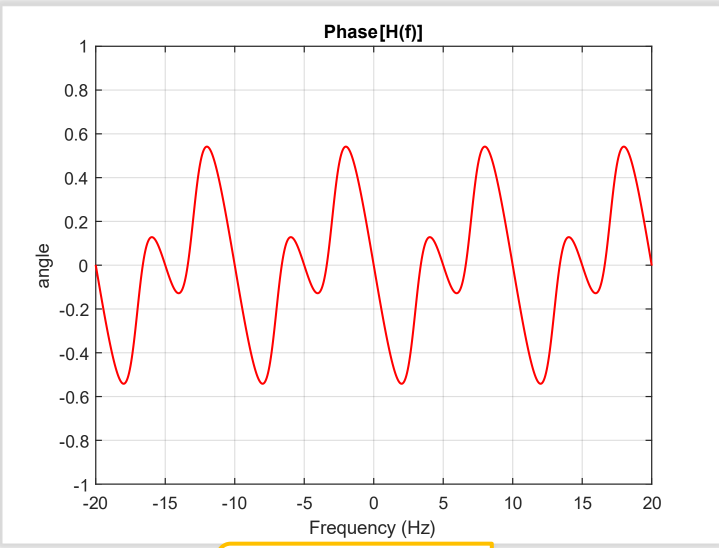
با استفاده از رابطه زیر تاخیر گروه قابل محاسبه است. مشخصا حاصل این عبارت برابر با صفر نیست و اعوجاج فازی خواهیم داشت.

$$\tau_g = \frac{-1}{2\pi}\frac{d\, phase[H(f)]}{df}$$

با رسم نمودار فاز $H(f)$ در متلب (شکل 3) ، میتوان گفت $phase[H(f)]$ ثابت نیست، بنابراین دیفرانسیل آن صفر نخواهد شد.

```
% Part 4
f_y1 = fft(y1);
L_y = length(f_y1);             % Length of signal
f2 = -Fs_y/2 : Fs_y/L_y : Fs_y/2 - Fs_y/L_y;
t = 1./f2;
Hf = 1 + 0.337*exp(-1i*2*pi*f2*0.1) + 0.320*exp(-1i*2*pi*f2*0.2);
plot(f2, angle(Hf), 'r', 'linewidth', 1.2);
title('Phase[H(f)]');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

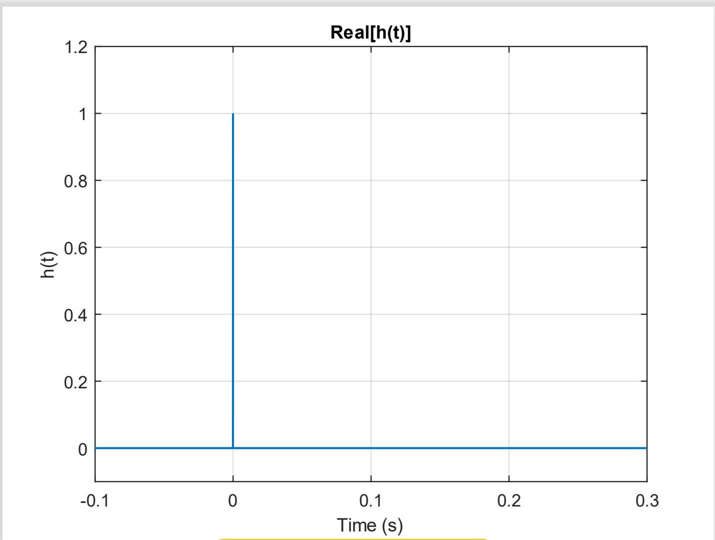
```
ylabel('angle');
set(gca,'xtick', -20 : 5 : 20, 'xlim', [-20,20]);
set(gca,'ytick', -1 : 0.2 : 1, 'ylim', [-1,1]);
grid on;
```



شکل 3

بخش پنجم :

در این بخش میخواهیم پاسخ ضربه حوزه زمان سیستم اکو را از روی پاسخ ضربه در حوزه فرکانس که بصورت تئوری بدست آمد در محیط متلب بدست آوریم.



شکل 4

مطابق شکل 4 تا حدودی پاسخ بدست آمده با مقدار تئوری همخوانی دارد. در واقع بدلیل محاسبات عددی در متلب و پیوسته نبودن محاسبات و وابستگی به فرکانس نمونه برداری، دو ضربه مورد انتظار در 0.1 و 0.2 ایجاد نشد و تنها ضربه در زمان صفر ظاهر شده است.

```
% Part 5
ht = ifft(Hf);
plot(t,real(ht), 'linewidth', 1.2);
title('Real[h(t)]');
xlabel('Time (s)');
ylabel('h(t)');
set(gca,'xtick', -0.1 : 0.1 : 0.5, 'xlim', [-0.1,0.3]);
set(gca,'ytick', -0.0 : 0.2 : 2, 'ylim', [-0.1,1.2]);
grid on;
```

بخش ششم :

در این بخش میخواهیم اکو را از روی سیگنال $y(t)$ برداریم و به سیگنال $x(t)$ برسیم.

```
% Part 6
x = filter(1,[1 zeros(1,4410-1) 0.337],y1);
x = filter(1,[1 zeros(1,8820-1) 0.320],x);
%plot(x);
% way2
% X2 = fftshift(f_y1) ./ transpose(Hf);
% x2 = ifft(X2);
% rx2 = real(x2);
```

بخش هفتم :

پس از گوش دادن به سیگنال میتوان گفت تا حد خوبی اکو از روی آن برداشته شده و به سیگنال تمیزتری رسیده‌ایم.

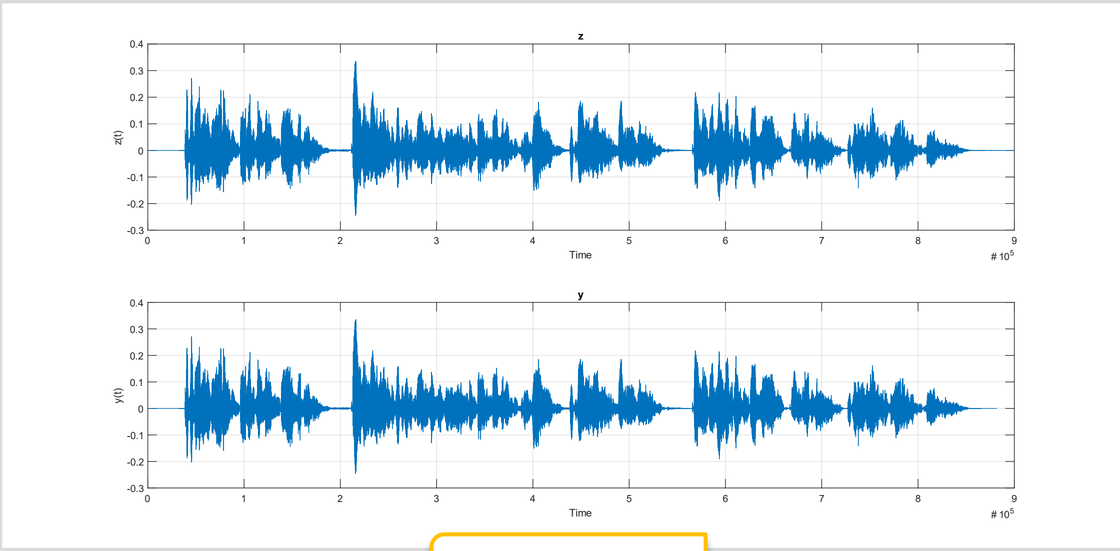
```
% Part 7
sound(x,Fs_y);
audiowrite('x.wav',x,Fs_y);
```

بخش هشتم :

در این بخش میخواهیم خودمان سیگنال خروجی را از روی $x(t)$ و $h(t)$ بازسازی کنیم. این سیگنال جدید را $z(t)$ می‌نامیم و آنرا با $y(t)$ مقایسه میکنیم.

```
% Part 8
z = conv(x,real(ht));
subplot(2,1,1);
plot(z);
title('z');
xlabel('Time');
ylabel('z(t)');
set(gca,'xtick', 0 : 10^5 : 9*10^5, 'xlim', [0,9*10^5]);
```

```
grid on;
subplot(2,1,2);
plot(y1);
title('y');
xlabel('Time');
ylabel('y(t)');
grid on;
```



شکل 4

همانطور که در شکل 5 مشاهده میشود، سیگنال $z(t)$ بسیار به $y(t)$ شبیه هست.

بخش نهم :

در این بخش میخواهیم برای یک صوت دو پژواک ایجاد کنیم. روند حل تا حدودی شبیه بخش هشتم است، با این تفاوت که $h(t)$ را خودمان تعیین میکنیم تا پژواکی دلخواه ایجاد کنیم.

```
% Part 9
[mv,Fs_mv] = audioread('gettysburg10.wav'); % sorry it is not my voice :(
f_mv = fft(mv);
L_mv = length(f_mv);              % Length of signal
fmv = -Fs_mv/2 : Fs_mv/L_mv : Fs_mv/2 - Fs_mv/L_mv;
Hfm = 1 + 0.6*exp(-1i*2*pi*fmv*0.1) + 0.2*exp(-1i*2*pi*fmv*0.2);
htm = real(ifft(Hfm));
ymv = conv(mv,htm);
sound(ymv,Fs_mv);
audiowrite('my_voice.wav',ymv(1,1:L_mv),Fs_mv);
```

❉ من در این بخش از صدای خودم استفاده نکردم.

بخش دهم :

در این بخش قصد داریم درستی روابط همبستگی و طیف را با سیگنال ورودی و خروجی در سیستم LTI، بررسی کنیم. متاسفانه به علت کمبود وقت نتوانستم این بخش را بصورت کامل انجام دهم.

```
% Part 10
% Hf2 = 1 + 0.5*exp(-1i*2*pi*f2*0.2);
% Ryx = xcorr(y1,x);
% Rx = xcorr(x,x);
% plot(Ryx);
% hold on;
% f_Rx = fftshift(fft(Rx));
% Rx_Hf2 = f_Rx.*transpose(Hf2);
% Rx_conv_ht2 = ifft(Rx_Hf2);
% plot(Rx_conv_ht2);
% aError = immse(Ryx,Rx_conv_ht2)
% Ry = xcorr(y1);
% Gy = fft(Ry);
% Rx = xcorr(x);
% Gx = fft(Rx);
% aHfp2 = abs(Hf2).^2;
% bError = immse(Gy,Gx.*transpose(aHfp2))
```

تعداد ساعات تاخیر شناور (grace):

این تکلیف با 52 ساعت تاخیر آپلود شد. 24 ساعت از آن، تاخیر با جریمه 10 درصد حساب شود. مابقی آن که معادل 28 ساعت است، از grace کسر شود.