



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده برق و کامپیوتر

پروژه 4 اصول سیستم های مخابراتی

Statistics, Random process and Quantization

Design by:

Oveys.Delafrooz@ut.ac.ir

Darya.Afzali@ut.ac.ir

Muhammed.Heydariiii@gmail.com

Fall 2021

-
- شما باید کدها و گزارش خود را با الگوی CA4_StudentNumber.zip در محل تعیین شده آپلود کنید.
 - گزارش کار شما جزو مهم ترین معیار های ارزیابی خواهد بود ؛ در نتیجه زمان کافی برای تکمیل آن اختصاص دهید.
 - لطفا گزارش خود را در قالب قرار داده شده در صفحه درس بنویسید.
 - قسمت اصلی کد شما باید در محیط Matlab live editor نوشته شود و نمودار ها علاوه بر گزارش کار باید در کد اصلی نیز قرار داشته باشند.
 - شما میتوانید سوالات خود را از طریق گروه واتسپ کلاس یا ایمیل و متناسب با لیست زیر از دستیار مربوطه بپرسید.

دستیار آموزشی بخش اول: محمدحیدری ایمیل : Muhammed.Heydariii@gmail.com

دستیار آموزشی بخش دوم: اویس دل افروز ایمیل : Oveys.Delafrooz@ut.ac.ir

دستیار آموزشی بخش سوم: دریا افضلی ایمیل : Darya.Afzali@ut.ac.ir

در این پروژه قصد داریم در طول مجموعه ای از پردازش ها با مفاهیم کوانتیزاسین ، توابع توزیع بین متغیرهای همبسته و ناهمبسته و همچنین فرآیندهای تصادفی در قالب سوالات و شبیه سازی های مفهومی تر آشنا شویم.

بخش اول: آمار و احتمالات

1- در محیط نرم افزار 2 بردار تصادفی نرمال با طول برداری $n=3000$ و همچنین با توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس یک ایجاد نمایید.

- بردار تصادفی اول نمایانگر متغیر تصادفی X و بردار تصادفی دوم نمایانگر متغیر تصادفی Y خواهد بود.

- همانطور که میدانیم منحنی بیان کننده تابع همبستگی دو متغیر تصادفی مفروض در 3 بعد تعریف میشود ، به عبارتی دقیق تر محور x, y نمایانگر مقادیر ممکن برای X, Y خواهند بود و محور z مقدار احتمال متناظر را در راستای z به تصویر میکشد.

- در گام اول تابعی بنویسید که با توجه به توضیحات ارائه شده و بصورت کانتوری منحنی های هم احتمال را برای توزیع مشترک این 2 متغیر در 2 بعد به تصویر بکشد.

* راهنمایی: از تابع contour در متلب استفاده نمایید.

2- در گام دوم با استفاده از تابع نوشته شده منحنی های هم احتمال را برای جفت بردارهای تصادفی ای که یک بار هر دو توزیع یکنواخت داشته باشند و بار دیگر یکی توزیع یکنواخت و دیگری توضیح نرمال داشته باشد ترسیم نمایید و منحنی های بدست آمده را بدقت تحلیل نمایید و یافته های خود را در مورد منحنی های مذکور با تحلیل های کافی در گزارش کار خود قید نمایید.

3- همانطور که پیش از این نیز در درس دیدید یکی از مفاهیم مهم و کاربردی آمار و احتمال در مباحث پیشرفته مخابراتی استفاده از توزیع احتمالات شرطی در مباحث تخمین کانال مخابراتی بین دو آنتن فرستنده و گیرنده میباشد.

- لذا تعبیر توزیع شرطی با دید مخابراتی از این حیث که رفتار متغیر تصادفی X بشرط معلوم بودن متغیر تصادف $Y=y$ را داشته باشیم برای ما بسیار حایز اهمیت خواهد بود.

- تابعی بنویسید که توزیع شرطی $P(x|Y=y)$ را برای ما پیاده سازی خواهد کرد و سپس برای هر 3 حالت جفت بردارهای تصادفی نرمال-نرمال ، نرمال-یکنواخت و یکنواخت-یکنواخت با طول گفته شده بردار خروجی را بدست آورید و هیستوگرام آنها را ترسیم کنید.

* راهنمایی: زوج (x_k, y_k) بطوری که پارامتر k از 0 تا $n-1$ تغییر میکند را در نظر بگیرید طوری که برای هر x_k مقدار متناظر y_k بصورت زیر بدست خواهد آمد:

$$y - \delta < y_k < y + \delta$$

بصورت مختصر علت استفاده از δ را برای تخمین y_k در گزارش کار خود بیان نمایید و همچنین پیرامون مقادیر مختلف قابل استفاده و محدوده درست آن بحث کنید.

4- در این قسمت قصد داریم مفهوم کرلیشن رادرفال متغیرهای همبسته تحلیل و بررسی نماییم. متغیر تصادفی زیر رادرنظر بگیرید.

$$z = ax + \sqrt{1 - a^2}y \text{ such that } -1 \leq \alpha \leq 1$$

درگام اول این تحلیل بامحاسبات دستی میانگین و واریانس متغیر تصادفی Z برا بدست آورید.

* توجه شود که متغیرهای X,Y همان متغیرهای تصادفی نرمال با طول $n=3000$ بخش قبل خواهند بود.

درگام بعدی میخواهیم کرلیشن بین X,Z را بدست آوریم و درفالب شبیه سازی درمحیط متلب پردازش ساده ای را انجام دهیم.

درمرحله اول بصورت تحلیلی مقدار کرلیشن X,Z را محاسبه نمایید.

بازای هریک از مقادیر α زیر هیستوگرام متغیر Z را ترسیم کنید. قبل از ترسیم نیز بیان کنید که انتظار داشتید منحنی هیستوگرام چگونه ظاهر شود ؟

$$a \in \{ \pm 0.1, \pm 0.3, \pm 0.5, \pm 0.7, \pm 0.9, \pm 1 \}$$

درگام بعدی منحنی توضیع مشترک بین X,Z را بصورت نقطه ای بازای تمامی مقادیر α پلات کنید.

* بادقت منحنی های بدست آمده را بررسی نمایید و سعی کنید روشی بیان کنید که میزان کرلیشن میان این 2 متغیر را به تصویر میکشد.

راهنمایی: روند تغییر منحنی ها بازای مقادیر مختلف α را دنبال نمایید و باانتخاب منحنی مرجعی برای انتساب شباهت کامل میان X,Z روند تغییرات نسبی کرلیشن را بصورت دقیق و کامل در گزارشکار بیان نمایید.

بخش دوم: فرآیند تصادفی

دو فرآیند تصادفی زیر را در نظر بگیرید

$$x(t) = \cos(2\pi t + \phi) \quad ; \quad \phi \sim U[-\pi, \pi]$$

$$x(t) = \cos(2\pi t + \phi) \quad ; \quad \phi \sim U\left[\frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$$

- (1) با محاسبه میانگین و تابع خود همبستگی دو فرآیند بالا، ایستادن بودن و نبودن آن ها را مشخص کنید.
- (2) از فرآیند های بالا در بازه $[-1, 1]$ با فرکانس 100 هرتز نمونه برداری کنید.
- (3) برای متغیر ϕ ، به ترتیب 100 ، 1000 و 10000 داده تصادفی تولید کنید و سپس میانگین هر فرآیند را به ازای هر کدام از این 3 مقدار محاسبه و رسم کنید. و سپس از روی نمودار های به دست آمده ایستادن بودن و نبودن را توجیه کنید. دقت کنید نمودار ها محور عمودی نمودار ها را درست تنظیم کنید.
- (4) حال نمودار های میانگین های محاسبه شده خودتان را رسم کرده و با نتایج بخش قبل مقایسه کنید.
- (5) این بار برای متغیر ϕ ، به ترتیب 100 ، 1000 داده تصادفی تولید کنید و سپس تابع خود همبستگی هر فرآیند را محاسبه کنید. همانطور که می دانید این تابع دومتغیره است (t, τ) . به همین دلیل باید صفحه تابع خود همبستگی را رسم کنید. و از روی نمودار های به دست آمده ایستادن بودن و یا نبودن را توجیه کنید.
- (6) حال صفحه های توابع خود همبستگی محاسبه شده ی خودتان را رسم کرده و با صفحه های بخش قبل مقایسه کنید. *درحالتی که فرآیند ایستادن است، تابع محاسبه شده ی شما تک متغیره می شود، متغیر دیگر را آزاد بگذارید تا صفحه را درست رسم کنید.
- (7) برای فرآیندی که ایستادن است، منحنی تابع محاسبه شده خودتان بر حسب τ رسم کنید. سپس برای خروجی متلب، به ازای هر مقدار τ میانگین بردار دیگر را قرار دهید تا یک تابع تک متغیره حاصل شود و سپس آن را رسم کنید. حال دو منحنی را مقایسه کنید.

بخش سوم: کوانتیزاسیون

در این بخش از تمرین، با تبدیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال و ارسال و آشکارسازی سیگنال دیجیتال آشنا می‌شویم. سیگنال زیر را در نظر بگیرید.

$$(3.1) \quad g(t) = 4 + \sin(2\pi t) + \cos(\pi t) + \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi t}{6}\right) \quad 0 \leq t \leq 2$$

هدف سوال، این است که سیگنال رابطه‌ی 3.1 را از طریق کوانتیزاسیون یکنواخت¹ به سیگنالی دیجیتال تبدیل کنیم و سپس، با دریافت آن در گیرنده، بار دیگر، آن را به سیگنال آنالوگ تبدیل کنیم. به این منظور، مراحل زیر را می‌پیماییم:

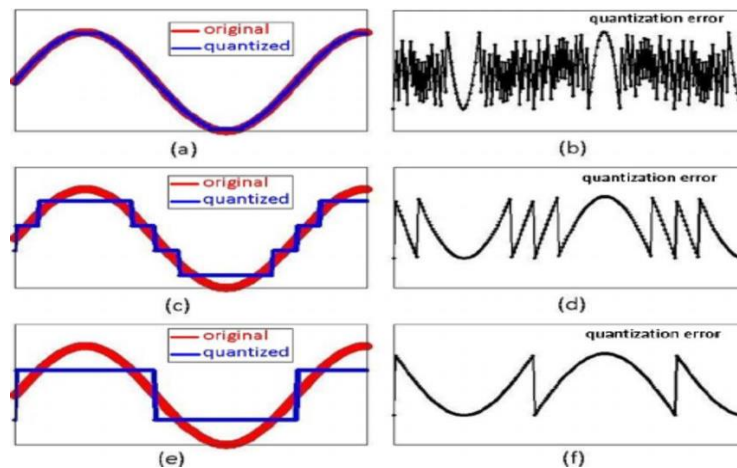
نمونه برداری:

✚ در ابتدا، سیگنال رابطه‌ی 3.1 را در نرم‌افزار متلب رسم نمایید. تعداد نقاط در نظر گرفته شده، بین 15000 تا 20000 فرض شود. (با توجه به اینکه تعداد نقاط بسیار اند، این سیگنال را به عنوان سیگنال آنالوگ اصلی پیاده‌سازی شده در متلب، در نظر می‌گیریم).

✚ از سیگنال آنالوگ در نظر گرفته شده، با فرکانس 300 هرتز، نمونه‌برداری کرده و سیگنال گسسته-زمان حاصل را رسم نمایید.

اعمال سطوح کوانتیزاسیون:

همانطور که پیش‌تر نیز ذکر شد، از کوانتیزاسیون یکنواخت جهت بسته‌بندی داده‌های سیگنال استفاده می‌شود. در این مرحله، به تعداد N سطح تعریف می‌کنیم و هر نقطه‌ای را از سیگنال که بین هر دو سطح قرار گیرد، بر روی مرکز دسته آن دو سطح تصویر می‌کنیم. شکل 3.1 نمایانگر این عملکرد است.



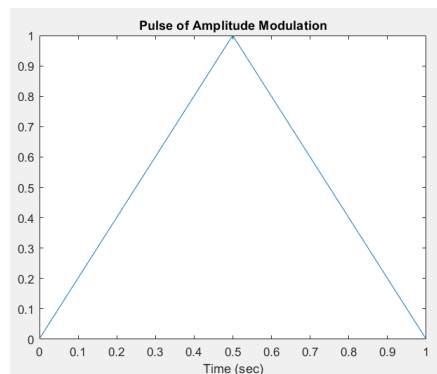
شکل 3.1: سیگنال کوانتایز شده با سطوح مختلف

✚ به این منظور، با توجه به یکنواخت بودن کوانتیزاسیون، 32 سطح با فاصله‌های یکسان از یکدیگر در بازه‌ی دامنه‌ی سیگنال تعریف می‌کنیم و هر کدام از نقاط را بر مرکز دسته دوسطح تصویر می‌کنیم. شکل سیگنال کوانتایز شده را پس از اجرای این رویکرد، در گزارشکار خود بیاورید.

¹ Uniform Quantization

دیجیتال سازی سیگنال کوانتایز شده

در این بخش، به ازای هر نقطه‌ی کوانتایز شده، طبق مدولاسیون‌های دیجیتال، قرار است پالسی در فرستنده ارسال شود. انتخاب پالس پایه دلخواه است و در این بخش از پالس شکل 3.2 استفاده می‌کنیم.



شکل 3.2: پالس استفاده شده جهت مدولاسیون دامنه‌ی سیگنال دیجیتال

به ازای هر نقطه (که پس از مرحله‌ی کدگذاری^۲، به عنوان دیجیت^۳ یا سمبل^۴ تعبیر می‌شوند)، پالس پایه در شکل 3.2 در دامنه‌ی مشخصی ضرب شده و از فرستنده به گیرنده ارسال می‌شود. (مدولاسیون دیجیتال استفاده شده در این تمرین، از نوع PAM^۵ می‌باشد).

✚ مطلوب است محاسبه‌ی انرژی سیگنال گسسته زمان حاصل از نمونه‌برداری سیگنال شکل 3.2 با فرکانس 1000 هرتز.

✚ به ازای هر کدام از 32 سطح کوانتیزاسیون، یک عدد از 0 تا 31 اختصاص دهید که همانطور که پیش‌تر ذکر شد، به عنوان دیجیت شناخته می‌شود و نهایتاً، مقدار سیگنال هر سطح را با دیجیت متناظر با آن در آرایه‌ای دو بعدی ذخیره نمایید (از این آرایه برای بازیابی سیگنال استفاده خواهیم کرد). از رایج‌ترین شیوه‌های کدگذاری در مخابرات دیجیتال، می‌توان به برجسب‌گذاری به شیوه‌ی گری‌کد^۶ اشاره نمود؛ هر کدام از سمبل‌ها را به این روش کدگذاری کرده و پالس متناظر با آن را از پوشه‌ی موجود دریابید. در نهایت، با قرار دادن این پالس‌ها، به ترتیب در کنار یکدیگر، شکل سیگنال دیجیتال حاصل از این مدولاسیون را در گزارش‌کار خود بیاورید. (هر کدام از پالس‌ها باید در مدت زمان 1 ثانیه ارسال شوند).

دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده

در گیرنده، سیگنال دریافت شده همراه با نویز خواهد بود. نویز کانال از نوع نویز گوسی^۷ در نظر گرفته می‌شود و طبق تعریف، یک فرآیند تصادفی نرمال است و SNR^8 در گیرنده برابر 2 dB فرض می‌شود.

✚ متغیرهای مربوط به مدل‌سازی نویز را بدست آورده و برای هر کدام از متغیرها، توضیح مختصری بنویسید.

✚ با افزودن نویز با ویژگی‌های ذکر شده به سیگنال ارسال شده، سیگنال دریافتی در گیرنده را نمایش دهید.

^۲ Coding

^۳ Digit

^۴ Symbol

^۵ Pulse Amplitude Modulation: در درس مخابرات دیجیتال، بیشتر با آن آشنا خواهید شد.

^۶ Gray Code

^۷ Gaussian

^۸ Signal-Noise Ratio

دیکود کردن⁹ سیگنال دیجیتال

از این مرحله به بعد، فرآیند بازبازی سیگنال آنالوگ از دیجیتال را طی می‌کنیم. با دانش اینکه هر کدام از سمبل‌ها در 1 ثانیه ارسال می‌شود، سیاستی پیاده می‌کنیم تا بر اساس آن، پالس‌ها را به سمبل‌های متناظر آن تبدیل کنیم. به این منظور، باید بدانیم که هر کدام از پالس‌های اختصاص داده شده به هر دیجیت، مضربی از پالس پایه می‌باشد.

پالس پایه را در رشته پالس دریافت شده در گیرنده، به ازای هر ثانیه، ضرب کرده و با محاسبه‌ی انرژی متقابل آنها و در نظر گرفتن انرژی پالس پایه، دامنه‌ی هر کدام از این پالس‌ها را بیابید و به این طریق، با استفاده از رشته بیت ارسال شده به ازای هر سمبل، دیجیت سطح کوانتیزاسیون را مشخص نمایید.

با استفاده از آرایه‌ی دو بعدی بدست آمده در بخش "دیجیتال‌سازی سیگنال کوانتایز شده"، هر دیجیت را به مقدار واقعی سیگنال در سطح کوانتیزاسیون تبدیل نمایید و شکل سیگنال حاصل را رسم نمایید.

تبدیل سیگنال کوانتایی شده به آنالوگ (امتیازی)

با توجه به شکل بدست آمده در بخش قبل، مطلوب است:

الگوریتمی طراحی کنید که بر اساس آن بتوان تشخیص نقاط اصلی‌ای را که سیگنال و سطوح کوانتیزاسیون مشترک دارند (نقاط تقاطع)، بدست آورد. الگوریتم خود را با رسم شکل توضیح دهید.

با استفاده از نقاط بدست آمده و استفاده از تابع متلب `spline`، نقاط را درونیابی کرده و به سیگنالی با همان تعداد نقاط سیگنال آنالوگ ذخیره شده در متلب برسید و هر دو را در یک نمودار رسم نمایید.

مقدار خطای بین دو سیگنال را گزارش دهید.

*بهرتر است برای این بخش کوانتیزاسیون ابتدایی خود را اندکی تغییر دهید. و به جای تصویر کردن نقاط بین هر دو سطح به مرکز دسته، آن‌ها را به نقاط پایینی تصویر کنید. با این روش پیدا کردن نقاط اصلی و سپس اجرای درونیابی ساده تر خواهد بود.

⁹ Decoding