



ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل
۱۳۹۹/۱۱/۱۲

تمرین کامپیوتری شماره ۳

نیم سال اول
۱۳۹۹-۱۴۰۰

نگاشت-انتگرال مختلط (امتیازی)

مقدمه:

تا به اینجا با مفاهیم نگاشت، اعداد مختلط و ... آشنا شده اید.

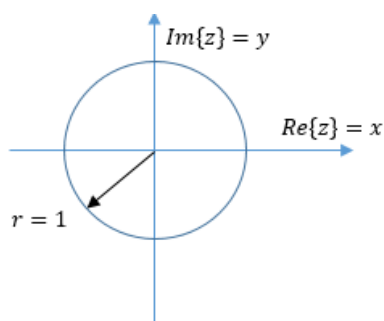
هدف از انجام این پروژه در ابتدا حصول درک عمیق تر نسبت به مفهوم نگاشت و انتگرال مختلط و سپس ارتقا توانایی شما در برنامه نویسی به کمک نرم افزار MATLAB است.

❖ بخش اول

در این بخش قصد داریم که با قابلیت های MATLAB در محاسبه انتگرال های مختلط آشنا شویم. خوشبختانه MATLAB دستورات بسیار ساده ای برای این منظور پیش روی ما قرار داده که در ادامه با آنها بیشتر آشنا می شویم.

فرض کنید منحنی $x^2 + y^2 = 1$ مسیر مشخص شده C در شکل پایین باشد. بدیهی است که C میتواند در مختصات قطبی و با $x = \cos(t)$ و $y = \sin(t)$ به شرط $0 \leq t \leq 2\pi$ بیان شود. برای هر $f(z)$ داده شده در پایین، خواسته های مطرح شده را برآورده کنید :

با استفاده از MATLAB



الف) حاصل $\int_C f(z) dz$ را بیابید.

ب) قطب های تابع $f(z)$ که در داخل C هستند را بیابید.

ج) مانده ی $f(z)$ را در هر قطب محاسبه کنید.

د) حاصل $2\pi i \sum_p \text{Res}_{z=p} f(z)$ را پیدا کرده و با نتایج قسمت (الف) مقایسه کنید.

i. $z^3 + 2z^2 + 1$

ii. $\frac{1}{(z - \frac{i}{9})^3}$

iii. $\frac{1}{z^2 + \frac{1}{4}}$



ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل
۱۳۹۹/۱۱/۱۲

تمرین کامپیوتری شماره ۳

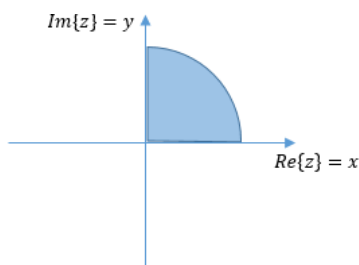
نیم سال اول
۱۳۹۹-۱۴۰۰

دستورات پیشنهادی مورد استفاده در MATLAB :

roots	ریشه یاب چند جمله ای
residue	محاسبه گر مانده
simple	برای تغییر پارامتر و یا تغییر دستگاه
diff	تعریف کننده دیفرانسیل
int	انتگرال گیر

❖ بخش دوم

در شکل زیر یک ربع دیسک به شعاع یک مشاهده می شود. قصد داریم که با یک کد کامپیوتری بسیار ساده، ربع دیسک را تحت نگاشت های مختلف تصویر کنیم.



- $w = \sin(z)$
- $w = z^2 + z$
- $w = \ln(z) + \frac{z}{2}$

لازم به ذکر است که مساحت ناحیه نگاشت یافته حتما در تصاویر قابل مشاهده باشند.

❖ بخش سوم

اکنون که با نحوه ی نوشتن کد برای پیدا کردن تصویر یک نگاشت در دستگاه مختلط آشنا شده ایم، می خواهیم که کاربردی عملی تر از نگاشت را ببینیم. در الکترومغناطیس برای محاسبه ظرفیت خازن اشکال پیچیده، از نگاشت استفاده می شود به نحوی که ساختار پیچیده ی مسئله را به ساختاری آسانتر نگاشت می کنند.



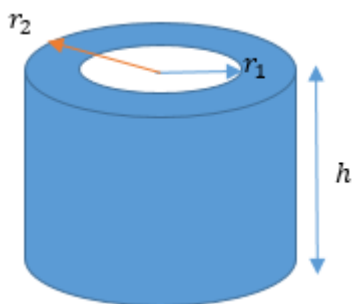
ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل
۱۳۹۹/۱۱/۱۲

تمرین کامپیوتری شماره ۳

نیم سال اول
۱۳۹۹-۱۴۰۰

یک خازن استوانه‌ای با شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2 با ارتفاع h را در نظر بگیرید که با دی‌الکتریک هوا پر شده است. از دروس دیگر می‌دانیم که برای محاسبه ظرفیت خازن این ساختار نیاز به استفاده از قانون گاوس و محاسبه انتگرال‌های بعضاً مشکل است؛ اما اکنون با استفاده از نگاشت به سادگی به ظرفیت این خازن دست پیدا خواهیم کرد.



الف) در ابتدا نگاشتی بیابید که بتواند این ساختار استوانه‌ای را به یک خازن تخت تبدیل کند.

ب) شکل ابتدایی این خازن و شکل نگاشت یافته آن را در MATLAB رسم کنید.

ج) ظرفیت خازن را به صورت پارامتری به دست آورده و برحسب نسبت $\frac{r_2}{r_1}$ رسم کنید.

به نکات زیر توجه داشته باشید:

- گزارش کار باید در قالب pdf با فرمت CA3-StudentID و فایل‌های کد شما باید به فرمت CA3-StudentID.m باشد.
- هر دو فایل مربوطه باید در یک فایل zip به فرمت CA3-Surname-StudentID قرار داده و در سایت درس بارگذاری شود.

هرگونه سوال و ابهام خود را می‌توانید از طریق ایمیل ehsan97.zahedi@gmail.com در میان بگذارید.

موفق باشید