توزیع F به زبان خیلی ساده

۱ ایده حسی

توزیع F زمانی به کار می‌آید که می‌خواهیم نسبت دو واریانس را با هم مقایسه کنیم. این توزیع برای آزمون‌های فرضیه‌ای استفاده می‌شود که در آن‌ها نیاز داریم بدانیم آیا دو گروه از داده‌ها واریانس (پراکندگی) یکسانی دارند یا خیر.

به زبان ساده: اگر بخواهیم ببینیم که آیا تغییرات درون یک گروه نسبت به گروه دیگر بیشتر است یا نه، از توزیع F استفاده می‌کنیم.

۱.۱ شرایط استفاده

برای استفاده از توزیع F، شرایط زیر باید برقرار باشد:

- داده‌ها از توزیع نرمال پیروی کنند
- نمونه‌ها به‌طور مستقل انتخاب شده باشند
- می‌خواهیم نسبت دو واریانس را محاسبه کنیم
- تعداد درجات آزادی مشخص باشد

۲ مثال‌های روزمره

- مقایسه کیفیت تولید: آیا ماشین A نسبت به ماشین B محصولات یکنواخت‌تری تولید می‌کند؟
- مقایسه روش‌های تدریس: آیا نمرات کلاس A نسبت به کلاس B پراکندگی کمتری دارند؟
- آزمون ANOVA: آیا میانگین چندین گروه با هم برابرند؟
- رگرسیون خطی: آیا مدل رگرسیون معنادار است؟
- آزمایش دارو: آیا اثربخشی یک دارو در گروه‌های مختلف یکسان است؟

۳ پارامترهای اصلی

توزیع F دو پارامتر دارد:

- ν_1 (نو یک): درجات آزادی صورت - معمولاً مربوط به گروه اول یا بین گروه‌ها
- ν_2 (نو دو): درجات آزادی مخرج - معمولاً مربوط به گروه دوم یا درون گروه‌ها

مثال: اگر گروه اول ۱۰ نفر و گروه دوم ۱۵ نفر داشته باشد:

$$\nu_1 = ۱۰ - ۱ = ۹ \quad (۱)$$
$$\nu_2 = ۱۵ - ۱ = ۱۴ \quad (۲)$$

۴ فرمول چگالی احتمال

$$f(x;\nu_1,\nu_2) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \frac{x^{\frac{\nu_1}{2}-1}}{\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}x\right)^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}} \tag{۳}$$

که در آن $x \geq 0$ و Γ تابع گاما است.

۵ خصوصیات مهم

۱.۵ میانگین

$$E[X] = \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2} \quad \text{برای} \nu_2 > 2 \tag{۴}$$

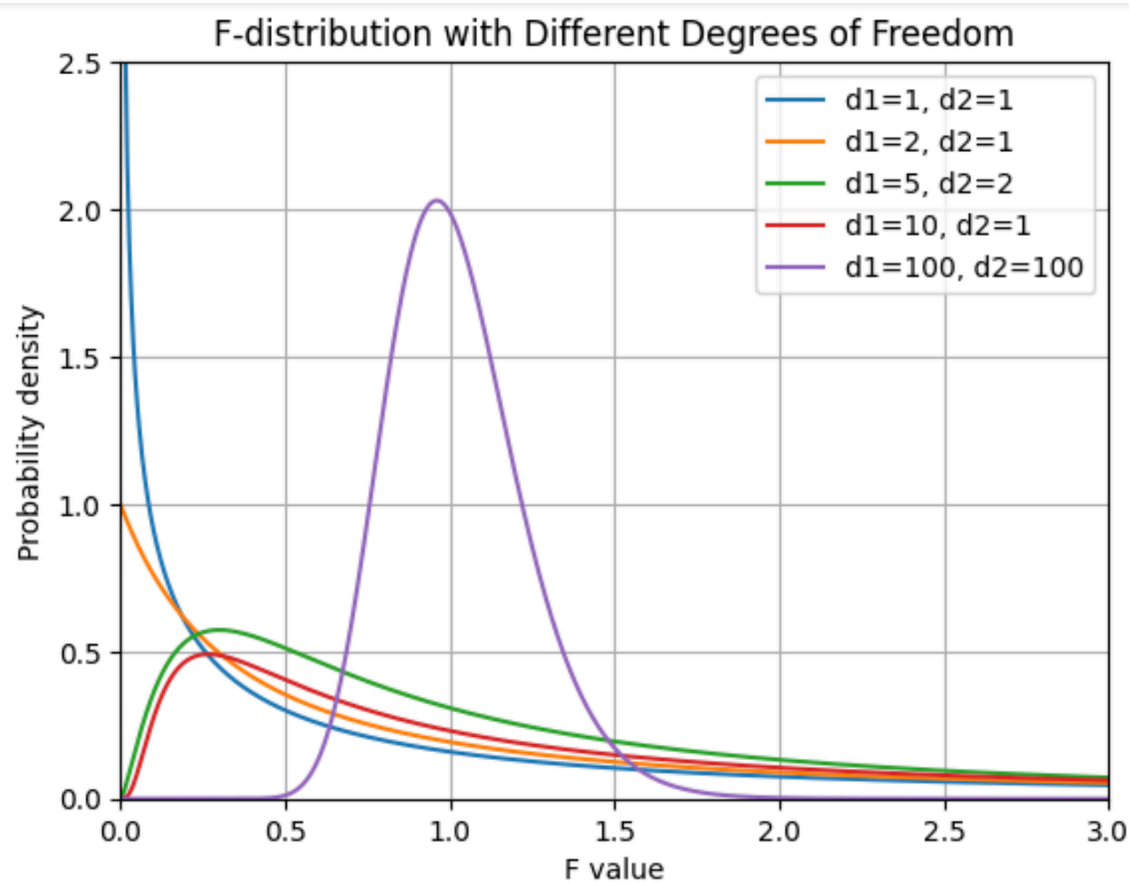
۲.۵ واریانس

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{2\nu_2^2(\nu_1+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)} \quad \text{برای} \nu_2 > 4 \tag{۵}$$

۳.۵ رابطه با دیگر توزیع‌ها

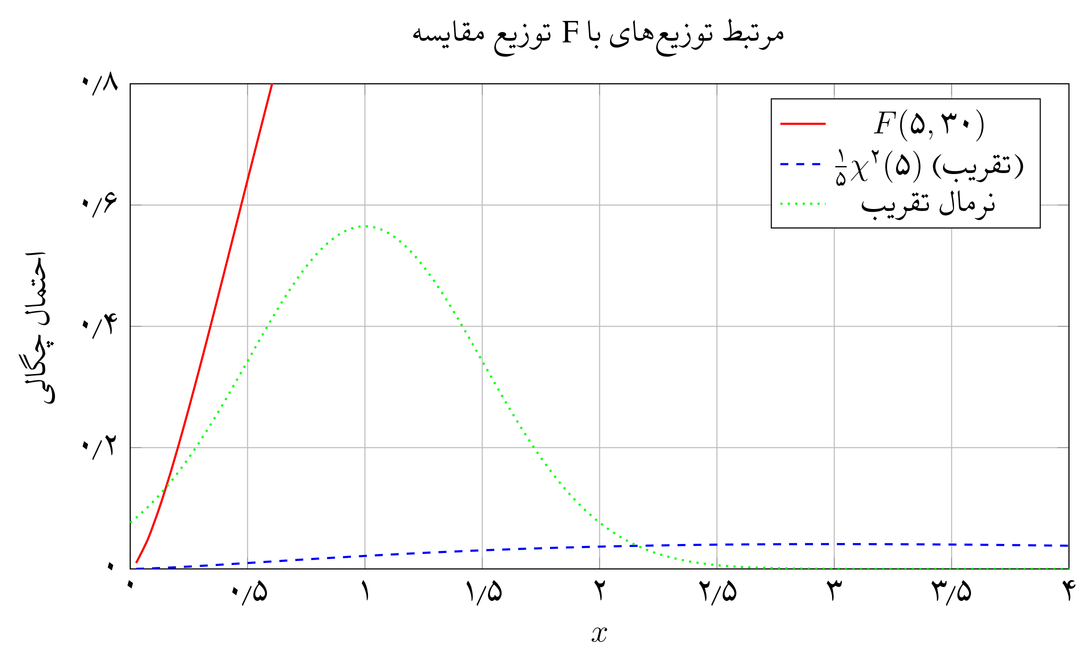
- اگر $\nu_1 = 1$، توزیع F به توزیع t^2 تبدیل می‌شود
- اگر $\nu_2 \to \infty$، توزیع F به توزیع χ^2 نزدیک می‌شود
- $F_{1-\alpha}(\nu_1,\nu_2) = \frac{1}{F_\alpha(\nu_2,\nu_1)}$

۶ نمودارهای توزیع F



شکل ۱: توزیع F با درجات آزادی مختلف. با افزایش درجات آزادی، نمودار به سمت توزیع نرمال میل می‌کند.

۷ مقایسه با توزیع‌های دیگر



۸ کی از توزیع F استفاده کنیم؟

۱.۸ سوالات کلیدی:

- آیا می‌خواهم دو واریانس را مقایسه کنم؟ (بله -> F-test)
- آیا داده‌هام از توزیع نرمال پیروی می‌کنند؟ (بله -> شرط لازم)
- آیا نمونه‌هام مستقل هستند؟ (بله -> شرط لازم)
- آیا می‌خواهم معناداری مدل رگرسیون را آزمون کنم؟ (بله -> ANOVA)
- آیا می‌خواهم میانگین چند گروه را مقایسه کنم؟ (بله -> ANOVA)

اگر پاسخ‌ها «بله» است، توزیع F احتمالاً انتخاب درستی است.

۹ تحلیل واریانس (ANOVA) - توضیح کامل

ANOVA چیست؟

تحلیل واریانس (**Analysis of Variance**) یا ANOVA روشی آماری است که به ما امکان مقایسه میانگین‌های چندین گروه را به‌طور همزمان می‌دهد. به جای اینکه هر دو گروه را جداگانه مقایسه کنیم، ANOVA تمام گروه‌ها را یکباره بررسی می‌کند.

۱.۹ چرا ANOVA؟ - مسئله آزمون‌های متعدد

فرض کنید ۴ گروه داریم و می‌خواهیم ببینیم آیا میانگین‌هایشان متفاوت است. اگر از آزمون t استفاده کنیم:

- مقایسه گروه ۱ با گروه ۲
- مقایسه گروه ۱ با گروه ۳
- مقایسه گروه ۱ با گروه ۴
- مقایسه گروه ۲ با گروه ۳
- مقایسه گروه ۲ با گروه ۴
- مقایسه گروه ۳ با گروه ۴

مجموعاً ۶ آزمون! هرچه آزمون بیشتر انجام دهیم، احتمال خطای نوع اول افزایش می‌یابد.
ANOVA این مشکل را حل می‌کند: با یک آزمون واحد تمام گروه‌ها را مقایسه می‌کند.

۲.۹ منطق پشت ANOVA

ANOVA بر این اصل استوار است که کل تغییرات موجود در داده‌ها را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد:

۱. تغییرات بین گروه‌ها: ناشی از اختلاف واقعی بین گروه‌ها

۲. تغییرات درون گروه‌ها: ناشی از تصادف و خطای اندازه‌گیری

اگر تغییرات بین گروه‌ها نسبت به تغییرات درون گروه‌ها زیاد باشد، نتیجه می‌گیریم که گروه‌ها واقعاً متفاوتند.

۳.۹ فرضیه‌های ANOVA

فرضیه صفر ($H_۰$): تمام میانگین‌های گروه‌ها برابرند

$$H_۰ : \mu_۱ = \mu_۲ = \mu_۳ = \ldots = \mu_k \tag{۶}$$

فرضیه مقابل ($H_۱$): حداقل یکی از میانگین‌ها متفاوت است

$$H_۱ : \text{حداقل یک} \mu_i \neq \mu_j \tag{۷}$$

۴.۹ مراحل محاسبه ANOVA

۱.۴.۹ مرحله ۱: محاسبه مجموع مربعات

مجموع مربعات کل (SST):

$$SST = \sum_{i=۱}^{k} \sum_{j=۱}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x})^۲ \tag{۸}$$

مجموع مربعات بین گروه‌ها (SSB):

$$SSB = \sum_{i=۱}^{k} n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^۲ \tag{۹}$$

مجموع مربعات درون گروه‌ها (SSW):

$$SSW = \sum_{i=۱}^{k} \sum_{j=۱}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^۲ \tag{۱۰}$$

رابطه مهم: $SST = SSB + SSW$

۲.۴.۹ مرحله ۲: محاسبه درجات آزادی

- درجات آزادی بین گروه‌ها: $df_B = k - ۱$
- درجات آزادی درون گروه‌ها: $df_W = N - k$
- درجات آزادی کل: $df_T = N - ۱$

که در آن k تعداد گروه‌ها و N تعداد کل مشاهدات است.

۳.۴.۹ مرحله ۳: محاسبه میانگین مربعات

میانگین مربعات بین گروه‌ها :(MSB)

$$MSB = \frac{SSB}{df_B} = \frac{SSB}{k - ۱} \quad (۱۱)$$

میانگین مربعات درون گروه‌ها :(MSW)

$$MSW = \frac{SSW}{df_W} = \frac{SSW}{N - k} \quad (۱۲)$$

۴.۴.۹ مرحله ۴: محاسبه آماره F

$$F = \frac{MSB}{MSW} \quad (۱۳)$$

تفسیر:

- اگر F بزرگ باشد: تغییرات بین گروه‌ها زیاد است -> گروه‌ها متفاوتند
- اگر F کوچک باشد: تغییرات بین گروه‌ها کم است -> گروه‌ها مشابهند

۵.۹ مثال کامل ANOVA

۱.۵.۹ مسئله:

یک محقق می‌خواهد تأثیر سه روش مختلف تدریس بر نمرات دانش‌آموزان را بررسی کند.
داده‌ها:

- روش :A ۸۵، ۸۸، ۹۰، ۸۷، ۸۶ (میانگین: ۲.۸۷)
- روش :B ۹۲، ۸۹، ۹۴، ۸۸، ۹۱ (میانگین: ۸.۹۰)
- روش :C ۷۸، ۸۲، ۸۰، ۷۹، ۸۱ (میانگین: ۰.۸۰)

۲.۵.۹ حل گام به گام:

گام ۱: محاسبه میانگین کل

$$\bar{x} = \frac{۸۷/۲ \times ۵ + ۹۰/۸ \times ۵ + ۸۰/۰ \times ۵}{۱۵} = \frac{۱۲۹۰}{۱۵} = ۸۶ \quad (۱۴)$$

گام ۲: محاسبه مجموع مربعات
SSB (بین گروه‌ها):

$$SSB = ۵[(۸۷/۲ - ۸۶)^۲ + (۹۰/۸ - ۸۶)^۲ + (۸۰/۰ - ۸۶)^۲] \quad (۱۵)$$
$$= ۵[۱/۴۴ + ۲۳/۰۴ + ۳۶] \quad (۱۶)$$
$$= ۵ \times ۶۰/۴۸ = ۳۰۲/۴ \quad (۱۷)$$

SSW (درون گروه‌ها):

$$SSW_A = (۸۵ - ۸۷/۲)^۲ + (۸۸ - ۸۷/۲)^۲ + \ldots = ۱۴/۸ \quad (۱۸)$$
$$SSW_B = (۹۲ - ۹۰/۸)^۲ + (۸۹ - ۹۰/۸)^۲ + \ldots = ۲۲/۸ \quad (۱۹)$$
$$SSW_C = (۷۸ - ۸۰)^۲ + (۸۲ - ۸۰)^۲ + \ldots = ۱۰ \quad (۲۰)$$
$$SSW = ۱۴/۸ + ۲۲/۸ + ۱۰ = ۴۷/۶ \quad (۲۱)$$

گام ۳: محاسبه درجات آزادی

$$df_B = ۳ - ۱ = ۲ \quad (۲۲)$$
$$df_W = ۱۵ - ۳ = ۱۲ \quad (۲۳)$$

گام ۴: محاسبه میانگین مربعات

$$MSB = \frac{۳۰۲/۴}{۲} = ۱۵۱/۲ \quad (۲۴)$$
$$MSW = \frac{۴۷/۶}{۱۲} = ۳/۹۷ \quad (۲۵)$$

گام ۵: محاسبه آماره F

$$F = \frac{۱۵۱/۲}{۳/۹۷} = ۳۸/۰۸ \quad (۲۶)$$

گام ۶: تصمیم‌گیری با $df_۱ = ۲$ و $df_۲ = ۱۲$ در سطح $\alpha = ۰/۰۵$، مقدار بحرانی $F_{۰/۰۵}(۲, ۱۲) = ۳/۸۹$ است. چون $۳۸/۰۸ > ۳/۸۹$، فرضیه صفر رد می‌شود و نتیجه می‌گیریم که روش‌های تدریس تأثیر معناداری بر نمرات دارند.

۶.۹ جدول ANOVA

منبع تغییر	مجموع مربعات	درجات آزادی	میانگین مربعات	F	P-value
بین گروه‌ها	۴.۳۰۲	۲	۲.۱۵۱	۰۸.۳۸	$< ۰/۰۰۱$
درون گروه‌ها	۶.۴۷	۱۲	۹۷.۳	–	–
کل	۰.۳۵۰	۱۴	–	–	–

۷.۹ شرایط استفاده از ANOVA

برای استفاده صحیح از ANOVA، شرایط زیر باید برقرار باشد:

۱. نرمال بودن: داده‌های هر گروه از توزیع نرمال پیروی کنند

۲. استقلال: مشاهدات مستقل از یکدیگر باشند

۳. همگنی واریانس: واریانس تمام گروه‌ها یکسان باشد

راه‌های بررسی شرایط:

- نرمال بودن: آزمون شاپیرو–ویلک یا Q-Q plot
- همگنی واریانس: آزمون لون یا بارتلت
- استقلال: بررسی طراحی مطالعه

۸.۹ انواع ANOVA

۱.۸.۹ ANOVA یک‌طرفه (**One-Way ANOVA**)

- یک متغیر مستقل (فاکتور) دارد
- مثال: تأثیر نوع دارو بر فشار خون

۲.۸.۹ ANOVA دوطرفه (**Two-Way ANOVA**)

- دو متغیر مستقل (فاکتور) دارد
- می‌تواند اثر متقابل را بررسی کند
- مثال: تأثیر نوع دارو و جنسیت بر فشار خون

۳.۸.۹ ANOVA با اندازه‌گیری مکرر (**Repeated Measures ANOVA**)

- همان افراد در شرایط مختلف اندازه‌گیری می‌شوند
- مثال: نمرات یک گروه در زمان‌های مختلف

۱۰ کاربردهای عملی

۱.۱۰ ۱. آزمون تساوی واریانس

فرض کنید دو گروه داریم:

- گروه A: نمونه‌ای با n_1 عضو و واریانس نمونه‌ای s_1^2
- گروه B: نمونه‌ای با n_2 عضو و واریانس نمونه‌ای s_2^2

آماره آزمون:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \tag{۲۷}$$

۲.۱۰ ۲. تحلیل واریانس (ANOVA)

برای مقایسه میانگین k گروه:

$$F = \frac{\text{MSB}}{\text{MSW}} = \frac{\text{واریانس بین گروه‌ها}}{\text{واریانس درون گروه‌ها}} \tag{۲۸}$$

۳.۱۰ ۳. رگرسیون خطی

برای آزمون معناداری مدل:

$$F = \frac{\text{MSR}}{\text{MSE}} = \frac{\text{میانگین مربعات رگرسیون}}{\text{میانگین مربعات خطا}} \tag{۲۹}$$

۱۱ مثال عملی ساده

۱.۱۱ مسئله:

دو معلم ریاضی روش‌های مختلفی برای تدریس استفاده می‌کنند. می‌خواهیم ببینیم آیا واریانس نمرات دانش‌آموزان آن‌ها یکسان است یا خیر.

۲.۱۱ داده‌ها:

- کلاس A: $n_1 = ۲۱$، $s_1^2 = ۴۵$
- کلاس B: $n_2 = ۱۶$، $s_2^2 = ۳۰$

۳.۱۱ حل:

درجات آزادی: $\nu_1 = ۲۰$، $\nu_2 = ۱۵$
آماره آزمون:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{۴۵}{۳۰} = ۱/۵ \tag{۳۰}$$

۴.۱۱ تفسیر:

با مقایسه این مقدار با جدول توزیع F یا استفاده از نرم‌افزار، می‌توان تشخیص داد که آیا این تفاوت معنادار است یا نه.

۱۲ کاربردهای پیشرفته ANOVA

۱.۱۲ آزمون‌های پسین (Post-Hoc Tests)

زمانی که ANOVA نشان می‌دهد که حداقل یکی از گروه‌ها متفاوت است، برای تشخیص اینکه کدام گروه‌ها متفاوتند، از آزمون‌های پسین استفاده می‌کنیم:

۱.۱.۱۲ آزمون توکی (Tukey HSD)

- برای مقایسه تمام جفت‌های ممکن گروه‌ها
- کنترل نرخ خطای خانوادگی
- فرمول: $HSD = q_\alpha(k, df_W)\sqrt{\frac{MSW}{n}}$

۲.۱.۱۲ آزمون بونفرونی (Bonferroni)

- محافظه‌کارانه‌تر از توکی
- سطح معناداری را تقسیم بر تعداد مقایسه‌ها می‌کند
- $\alpha_{adjusted} = \frac{\alpha}{number\ of\ comparisons}$

۳.۱.۱۲ آزمون شفه (Scheffé)

- برای مقایسه‌های پیچیده‌تر
- امکان مقایسه ترکیب‌های خطی از میانگین‌ها

۲.۱۲ ANOVA دوطرفه - توضیح کامل

۱.۲.۱۲ مدل ANOVA دوطرفه:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \tag{۳۱}$$

که در آن:

- μ: میانگین کلی
- α_i: اثر فاکتور اول (سطح i)
- β_j: اثر فاکتور دوم (سطح j)
- $(\alpha\beta)_{ij}$: اثر متقابل دو فاکتور
- ϵ_{ijk}: خطای تصادفی

۲.۲.۱۲ فرضیه‌های قابل آزمون:

۱. اثر اصلی فاکتور A: $H_۰ : \alpha_۱ = \alpha_۲ = \ldots = \alpha_a = ۰$
۲. اثر اصلی فاکتور B: $H_۰ : \beta_۱ = \beta_۲ = \ldots = \beta_b = ۰$
۳. اثر متقابل: $H_۰ : (\alpha\beta)_{ij} = ۰$ برای تمام i،j

۳.۲.۱۲ مثال ANOVA دوطرفه:

بررسی تأثیر نوع کود (A، B، C) و مقدار آب (کم، متوسط، زیاد) بر عملکرد گیاه.

کود / آب	کم	متوسط	زیاد
A	۱۵، ۱۷، ۱۶	۲۰، ۲۲، ۲۱	۱۸، ۱۹، ۱۷
B	۱۲، ۱۴، ۱۳	۲۵، ۲۷، ۲۶	۲۳، ۲۴، ۲۲
C	۱۸، ۲۰، ۱۹	۲۴، ۲۶، ۲۵	۲۸، ۳۰، ۲۹

نتایج تحلیل:

- اثر نوع کود: معنادار (p < ۰.۰۰۱)
- اثر مقدار آب: معنادار (p < ۰.۰۰۱)
- اثر متقابل: معنادار (p < ۰.۰۵)

تفسیر اثر متقابل: تأثیر نوع کود بسته به مقدار آب متفاوت است. به عنوان مثال، کود B در آب متوسط بهترین عملکرد را دارد.

۳.۱۲ بررسی مفروضات ANOVA

۱.۳.۱۲ ۱. آزمون نرمال بودن

آزمون شاپیرو-ویلک:

- H_0: داده‌ها از توزیع نرمال پیروی می‌کنند
- اگر p-value > ۰.۰۵، فرضیه نرمال بودن پذیرفته می‌شود

Q-Q Plot: اگر نقاط روی خط قطری قرار گیرند، توزیع نرمال است.

۲.۳.۱۲ ۲. آزمون همگنی واریانس

آزمون لون (Levene):

$$W = \frac{(N-k)}{(k-1)} \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2} \quad (۳۲)$$

که $Z_{ij} = |Y_{ij} - \tilde{Y}_i|$ (انحراف از میانه)
آزمون بارتلت (Bartlett): حساس‌تر به انحراف از نرمال بودن، اما دقیق‌تر زمانی که داده‌ها نرمال باشند.

۳.۳.۱۲ ۳. بررسی استقلال

- بررسی طراحی تحقیق
- آزمون دوربین-واتسون برای خودهمبستگی
- بررسی الگوهای باقیمانده‌ها

۱۳ تحلیل قدرت آزمون (Power Analysis)

قدرت آزمون احتمال تشخیص صحیح تفاوت واقعی بین گروه‌ها است.

۱.۱۳ فاکتورهای مؤثر بر قدرت:

۱. اندازه اثر: هرچه تفاوت بین گروه‌ها بیشتر باشد، قدرت بالاتر

۲. حجم نمونه: نمونه بزرگ‌تر = قدرت بیشتر

۳. سطح معناداری: α بیشتر = قدرت بیشتر

۴. واریانس خطا: واریانس کمتر = قدرت بیشتر

۲.۱۳ محاسبه حجم نمونه:

برای ANOVA یک‌طرفه:

$$n = \frac{۲(z_{\alpha/۲} + z_\beta)^۲\sigma^۲}{\delta^۲} \qquad (۳۳)$$

که δ تفاوت مورد انتظار بین گروه‌ها است.

۱۴ ANOVA غیرپارامتری

زمانی که مفروضات ANOVA برقرار نیست، از روش‌های غیرپارامتری استفاده می‌کنیم:

۱.۱۴ آزمون کروسکال–والیس

- معادل غیرپارامتری ANOVA یک‌طرفه
- بر اساس رتبه‌بندی داده‌ها
- آماره آزمون: $H = \frac{۱۲}{N(N+۱)} \sum_{i=۱}^{k} \frac{R_i^۲}{n_i} - ۳(N+۱)$

۲.۱۴ آزمون فریدمن

- برای طرح‌های با اندازه‌گیری مکرر
- زمانی که مفروضات ANOVA مکرر برقرار نیست

۱۵ نکات عملی و اشتباهات رایج

۱.۱۵ اشتباهات رایج:

۱. عدم بررسی مفروضات قبل از اجرای ANOVA

۲. انجام آزمون‌های متعدد بدون تصحیح سطح معناداری

۳. تفسیر نادرست p-value (عدم رد ≠ اثبات برابری)

۴. نادیده گرفتن اندازه اثر و تمرکز صرف بر معناداری

۵. استفاده از ANOVA برای داده‌های غیرنرمال شدیداً کج

۲.۱۵ توصیه‌های عملی:

۱. همیشه مفروضات را بررسی کنید

۲. اندازه اثر را گزارش دهید (Cohen’s d , eta squared)

۳. در صورت معنادار بودن ANOVA، آزمون پسین انجام دهید

۴. نمودارهای مناسب (boxplot، بارنمودار) ارائه دهید

۵. حجم نمونه را از قبل محاسبه کنید

۱۶ مثال جامع ANOVA در پژوهش

۱.۱۶ سناریو پژوهشی:

محققی می‌خواهد تأثیر چهار روش مداخله روان‌شناختی (کنترل، شناختی، رفتاری، ترکیبی) بر کاهش اضطراب را بررسی کند.

۲.۱۶ طراحی مطالعه:

- ۸۰ شرکت‌کننده به‌طور تصادفی به ۴ گروه تقسیم شدند (n=۲۰ در هر گروه)
- نمرات اضطراب قبل و بعد از مداخله اندازه‌گیری شد
- متغیر وابسته: تفاوت نمرات (قبل - بعد)

۳.۱۶ نتایج:

گروه	میانگین	انحراف معیار	تعداد
کنترل	۱.۲	۲.۳	۲۰
شناختی	۵.۸	۱.۴	۲۰
رفتاری	۲.۷	۸.۳	۲۰
ترکیبی	۳.۱۲	۵.۴	۲۰

جدول ANOVA:

منبع	SS	df	MS	F	p
بین گروه‌ها	۶.۱۲۸۵	۳	۵.۴۲۸	۹۷.۲۸	< ۰.۰۰۱
درون گروه‌ها	۲.۱۱۲۳	۷۶	۸.۱۴	-	-
کل	۸.۲۴۰۸	۷۹	-	-	-

آزمون‌های پسین (توکی):

- کنترل vs شناختی: p < ۰۰۱.۰
- کنترل vs رفتاری: p < ۰۰۱.۰
- کنترل vs ترکیبی: p < ۰۰۱.۰
- شناختی vs رفتاری: p = ۵۲۳.۰ (غیرمعنادار)
- شناختی vs ترکیبی: p = ۰۱۹.۰
- رفتاری vs ترکیبی: p = ۰۰۲.۰

۴.۱۶ نتیجه‌گیری:

تمام روش‌های مداخله نسبت به گروه کنترل مؤثرند. روش ترکیبی بهترین نتایج را دارد و به‌طور معناداری از روش‌های شناختی و رفتاری بهتر است. تفاوت معناداری بین روش‌های شناختی و رفتاری وجود ندارد.

۱۷ نکات مهم

- توزیع F همیشه مثبت است ($x \geq ۰$)
- شکل توزیع به درجات آزادی بستگی دارد
- با افزایش درجات آزادی، توزیع به نرمال نزدیک می‌شود
- نقطه بحرانی توزیع F از جداول آماری یا نرم‌افزار به دست می‌آید
- اگر مقدار محاسبه شده از نقطه بحرانی بیشتر باشد، فرضیه صفر رد می‌شود
- ANOVA تنها می‌گوید که تفاوت وجود دارد، نه اینکه کدام گروه‌ها متفاوتند
- همیشه مفروضات را قبل از تحلیل بررسی کنید

۱۸ جدول مقادیر بحرانی F

$\nu_۲$*۲	$\nu_۱$				
	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۴۵.۱۶۱	۵۰.۱۹۹	۷۱.۲۱۵	۵۸.۲۲۴	۱۶.۲۳۰
۲	۵۱.۱۸	۰۰.۱۹	۱۶.۱۹	۲۵.۱۹	۳۰.۱۹
۳	۱۳.۱۰	۵۵.۹	۲۸.۹	۱۲.۹	۰۱.۹
۴	۷۱.۷	۹۴.۶	۵۹.۶	۳۹.۶	۲۶.۶
۵	۶۱.۶	۷۹.۵	۴۱.۵	۱۹.۵	۰۵.۵
۱۰	۹۶.۴	۱۰.۴	۷۱.۳	۴۸.۳	۳۳.۳
۱۵	۵۴.۴	۶۸.۳	۲۹.۳	۰۶.۳	۹۰.۲
۲۰	۳۵.۴	۴۹.۳	۱۰.۳	۸۷.۲	۷۱.۲
۳۰	۱۷.۴	۳۲.۳	۹۲.۲	۶۹.۲	۵۳.۲
∞	۸۴.۳	۰۰.۳	۶۰.۲	۳۷.۲	۲۱.۲

مقادیر برای $\alpha = ۰/۰۵$

۱۹ نتیجه‌گیری

توزیع F و تحلیل واریانس (ANOVA) ابزارهای قدرتمندی برای مقایسه گروه‌ها و آزمون فرضیه‌های آماری هستند. درک صحیح این مفاهیم برای:

- طراحی آزمایش‌های علمی
- تحلیل داده‌های پژوهشی
- تفسیر نتایج آماری
- تصمیم‌گیری مبتنی بر داده

ضروری است. همیشه به یاد داشته باشید که آمار ابزاری است برای کمک به تصمیم‌گیری، نه جایگزین تفکر منطقی و درنظرگیری زمینه مسئله.

۲۰ منابع

۱.۲۰ کتب آماری کلاسیک:

- Montgomery، D. C.)۲۰۱۷.(Design and Analysis of Experiments، ۹th Edition. John Wiley & Sons.
- Walpole، R. E.، Myers، R. H.، Myers، S. L.، & Ye، K.)۲۰۱۶.(Probability and Statistics for Engineers and Scientists، ۹th Edition. Pearson.
- Field، A.)۲۰۱۸.(Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics، ۵th Edition. SAGE Publications.
- Kutner، M. H.، Nachtsheim، C. J.، Neter، J.، & Li، W.)۲۰۰۵.(Applied Linear Statistical Models، ۵th Edition. McGraw-Hill.
- Box، G. E. P.، Hunter، J. S.، & Hunter، W. G.)۲۰۰۵.(Statistics for Experimenters: Design، Innovation، and Discovery، ۲nd Edition. John Wiley & Sons.

۲.۲۰ مقالات و منابع علمی:

- Fisher، R. A.)۱۹۲۵.(Statistical Methods for Research Workers. Oliver and Boyd، Edinburgh.
- Snedecor، G. W.)۱۹۳۴.(Calculation and Interpretation of Analysis of Variance and Covariance. Collegiate Press Inc.

- Welch، B. L.)۱۹۴۷.(The generalization of Student's problem when several different population variances are involved. Biometrika، ۳۴)۱-۲،(۲۸-۳۵.
- Levene، H.)۱۹۶۰.(Robust tests for equality of variances. In I. Olkin et al. (Eds.)، Contributions to Probability and Statistics (pp. ۲۷۸-۲۹۲.(Stanford University Press.
- Tukey، J. W.)۱۹۴۹.(Comparing individual means in the analysis of variance. Biometrics، ۵)۲،(۹۹-۱۱۴.