

# شبکه‌های کانولوشنی مستقل از مختصات

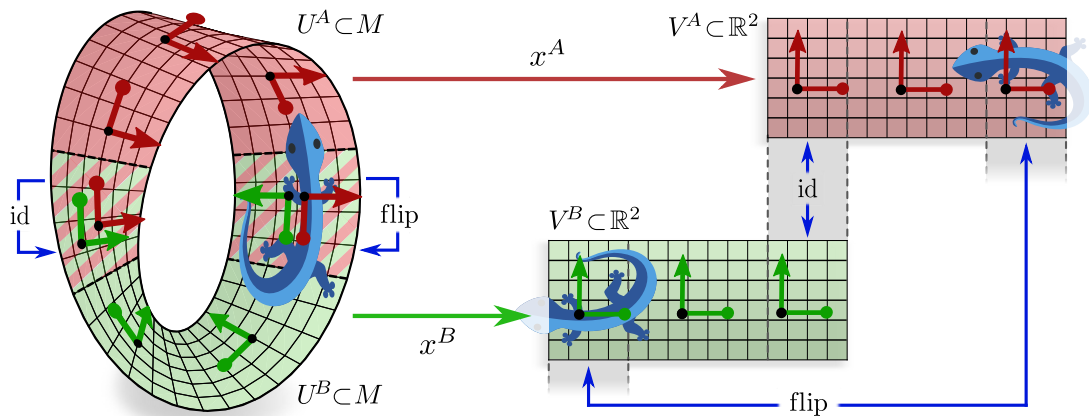
شبکه‌های کانولوشنی مستقل از مختصات  
کانولوشن‌های یکسان نسبت به ایزومتري و پیمانه روی منیفولدهای ریمانی  
موریس وایلر، پاتریک فوره، اریک ورلینده، مکس ولینگ  
دانشگاه آمستردام

پاتریک فوره  
دانشگاه آمستردام  
p.d.forre@uva.nl  
مکس ولینگ  
دانشگاه آمستردام  
پژوهشگاه هوش مصنوعی کوالکام  
m.welling@uva.nl

موریس وایلر  
دانشگاه آمستردام  
m.weiler.ml@gmail.com  
اریک ورلینده  
دانشگاه آمستردام  
e.p.verlinde@uva.nl

□□□□□□□□

انگیزه‌ای از موفقیت گسترده شبکه‌های عمیق کانولوشنی، علاقه زیادی برای تعمیم کانولوشن‌ها به منیفولدهای غیراقلیدسی وجود دارد. یک پیچیدگی عمده در مقایسه با فضاهاى مسطح این است که مشخص نیست کرنل کانولوشن باید در کدام تراز روی یک منیفولد اعمال شود. دلیل اساسی این ابهام آن است که منیفولدهای عمومی دارای انتخاب متعارف چارچوب‌های مرجع (گیج) نیستند. بنابراین کرنل‌ها و ویژگی‌ها باید نسبت به مختصات دلخواه بیان شوند. ما استدلال می‌کنیم که انتخاب خاص مختصات‌بندی نباید بر استنتاج شبکه تأثیر بگذارد □ آن باید مستقل از مختصات باشد. تقاضای همزمان برای استقلال مختصات و اشتراک وزن منجر به الزامی روی شبکه می‌شود تا تحت تبدیل‌های گیج محلی (تغییرات چارچوب‌های مرجع محلی) تناوب‌پذیر باشد. ابهام چارچوب‌های مرجع بدین گونه به  $G$ -ساختار منیفولد بستگی دارد، به طوری که سطح لازم تناوب‌پذیری گیج توسط گروه ساختار  $G$  متناظر تجویز می‌شود. کانولوشن‌های مستقل از مختصات ثابت می‌شوند که نسبت به آن ایزومتري‌هایی که تقارن‌های  $G$ -ساختار هستند تناوب‌پذیر باشند. نظریه حاصل به شکل آزاد از مختصات بر حسب بندل‌های فیبر فرمول‌بندی می‌شود. برای نمونه‌سازی طراحی کانولوشن‌های مستقل از مختصات، ما شبکه کانولوشنی روی نوار موبیوس پیاده‌سازی می‌کنیم. عمومیت فرمول‌بندی هندسه دیفرانسیل ما از شبکه‌های کانولوشنی با بررسی گسترده ادبیات نشان داده می‌شود که تعداد زیادی از CNN‌های اقلیدسی، CNN‌های کروی و CNN‌ها روی سطوح عمومی را به عنوان نمونه‌های خاص کانولوشن‌های مستقل از مختصات توضیح می‌دهد.



شکل ۱: نمایش کانولوشن روی نوار موبیوس با گیج‌های مختلف