



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی صنایع

عنوان:

گزارش پروژه درس

ویرایش دوم (اصلاح شده)

اعضای گروه

| | |
|----------------------|-----------|
| سونیا دباغ تفرشی | ۴۰۱۱۰۴۱۰۲ |
| غزال زلفی موصولو | ۴۰۱۱۰۴۱۴۶ |
| محمد مهدی منتظری هدش | ۴۰۱۱۰۴۴۷۹ |

نام درس

تحقیق در عملیات ۲

نام استاد درس

دکتر مریم رادمان

نیم سال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۴

اصلاحیه مدل

در نسخه‌ی اولیه‌ی مدل ارائه‌شده، متغیر تصمیم‌گیری y_{ikj} تعریف شده بود که نشان می‌دهد آیا کشتی i پیش از کشتی k در اسکله‌ی j تخلیه می‌شود یا خیر. با این حال، در محدودیت‌های مرتبط با این متغیر، نقش اولویت کشتی‌ها (P_i) به درستی لحاظ نشده بود. این بی‌توجهی به اولویت‌ها موجب می‌شد که پاسخ مسئله ناموجه باشد؛ زیرا ممکن بود در آن، کشتی با اولویت بالاتر زودتر از کشتی با اولویت پایین‌تر تخلیه نشود، که با منطق اولویت‌ها در تضاد است. بنابراین، لازم بود محدودیت‌های مربوط به y_{ikj} به گونه‌ای اصلاح شوند که با ترتیب اولویت کشتی‌ها سازگار باشند.

بر این اساس، سه تغییر زیر در مدل صورت گرفت:

۱. تغییر در محدودیت زمان شروع تخلیه: در نسخه اولیه، رابطه بین زمان ورود، زمان انتظار و زمان شروع تخلیه به صورت نامساوی تعریف شده بود:

$$A_i + W_i \leq S_i$$

اما در نسخه جدید، این رابطه به صورت دقیق و تساوی تعریف شده است:

$$A_i + W_i = S_i$$

این اصلاح باعث می‌شود تا زمان شروع تخلیه کاملاً منطبق با زمان ورود و انتظار کشتی باشد و موجب افزایش دقت زمان‌بندی شود.

۲. حذف محدودیت زمان‌بندی مبتنی بر اولویت به صورت غیرمستقیم: محدودیت زیر که به صورت غیرمستقیم سعی در اعمال اولویت کشتی‌ها داشت، حذف شده است:

$$S_i \leq S_k + M(2 - (y_{ikj} + y_{kij}) - m_{ik})$$

این محدودیت با وجود در نظر گرفتن m_{ik} ، ساختار پیچیده و رفتار نامشخصی در زمان اجرا داشت و جای خود را به محدودیت‌های روشن‌تر و منطقی‌تر داده است.

۳. اصلاح کامل محدودیت‌های تعریف متغیر تصمیم y_{ikj} : محدودیت‌های نسخه اولیه که شامل:

$$y_{ikj} \leq x_{ij}, \quad y_{ikj} \leq x_{kj}, \quad x_{ij} + x_{kj} - 1 \leq y_{ikj}$$

بودند، به طور کامل حذف و با محدودیت‌های منطقی‌تر و سازگار با اولویت کشتی‌ها جایگزین شده‌اند:

$$\begin{aligned} y_{ikj} + y_{kij} &\leq x_{ij} + x_{kj} & \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J \\ x_{ij} + x_{kj} - 1 &\leq y_{ikj} + y_{kij} & \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J \\ m_{ik} + x_{ij} + x_{kj} - 2 &\leq y_{ikj} & \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J \end{aligned}$$

این مجموعه محدودیت‌ها به طور مستقیم اطمینان حاصل می‌کند که تنها در صورتی کشتی i قبل از کشتی k تخلیه می‌شود که اولویت آن بیشتر یا مساوی باشد و هر دو کشتی به یک اسکله تخصیص یافته باشند.

در ادامه، نسخه ویرایش شده مدل ریاضی به صورت کامل ارائه می‌شود:

مجموعه‌ها (Sets)

- I : مجموعه کشتی‌ها، $I = \{1, 2, \dots, 8\}$
- J : مجموعه اسکله‌ها، $J = \{1, 2, \dots, 4\}$
- R : مجموعه بازه‌های تابع هزینه پله‌ای، $R = \{1, 2, 3\}$

پارامترها (Parameters)

کشتی‌ها:

- A_i : زمان ورود کشتی i
- Q_i : مقدار بار (کانتینر) کشتی i
- L_i : طول کشتی i
- P_i : اولویت کشتی i (بین ۰ تا ۱)
- T_{ij} : مدت زمان تخلیه کشتی i در اسکله j
- $W_{\max_i} = 80 \times (1 - P_i)$: بیشینه زمان توقف مجاز کشتی i
- m_{ik} : اگر اولویت کشتی i بیشتر یا مساوی کشتی k باشد برابر ۱، در غیر این صورت برابر ۰ است:

$$m_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } P_i \geq P_k \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad \forall i, k \in I$$

اسکله‌ها:

- N_j : تعداد لنگرگاه هر اسکله
- D_j : ظرفیت پایه اسکله j
- \bar{D}_j : بیشینه ظرفیت قابل افزایش اسکله j
- h_j : هزینه افزایش ظرفیت اسکله j
- K_j : طول اسکله j
- δ_j : زمان آماده‌سازی بین تخلیه دو کشتی در اسکله j

متغیرهای تصمیم‌گیری (Decision-Variables)

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$: تخصیص کشتی i به اسکله j
- $S_i \geq 0$: زمان شروع تخلیه کشتی i
- $W_i \geq 0$: زمان انتظار کشتی i
- $u_j \geq 0$: ظرفیت مازاد استفاده‌شده در اسکله j
- $y_{ikj} \in \{0, 1\}$: اگر کشتی i قبل از k در اسکله j تخلیه شود
- $b_{ri} \geq 0$: مقدار مصرف‌شده در بازه‌ی r برای کشتی i (در مدل‌سازی هزینه‌های پله‌ای)

• $g_{ri} \in \{0, 1\}$: اگر متغیر b_{ri} حداکثر مقدار خود را گرفته باشد برابر ۱، در غیر این صورت برابر ۰ است:

$$g_{ri} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } b_{ri} \text{ حداکثر مقدار خود را گرفته باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad \forall r \in R, \quad \forall i \in I$$

• $C_i \geq 0$: هزینه توقف کشتی i

مدلسازی ریاضی

$$\text{Min} Z = 5 \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} T_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} u_j h_j + \sum_{i \in I} C_i$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq 2 \quad \forall j \in \{1, 2, 4\}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 3 \quad j = 3$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} Q_i \leq D_j + u_j \quad \forall j \in J$$

$$u_j \leq \bar{D}_j \quad \forall j \in J$$

$$x_{ij} L_i \leq K_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

$$A_i + W_i = S_i \quad \forall i \in I$$

$$W_i \leq W_{\max_i} \quad \forall i \in I$$

$$y_{ikj} + y_{kij} \leq x_{ij} + x_{kj} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$x_{ij} + x_{kj} - 1 \leq y_{ikj} + y_{kij} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$m_{ik} + x_{ij} + x_{kj} - 2 \leq y_{ikj} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$S_i + T_{ij} + \delta_j \leq S_k + M(1 - y_{ikj}) \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$C_i = 25b_{1i} + 10b_{2i} + 5b_{3i} \quad \forall i \in I$$

$$W_i = b_{1i} + b_{2i} + b_{3i} \quad \forall i \in I$$

$$10g_{1i} \leq b_{1i} \leq 10 \quad \forall i \in I$$

$$30g_{2i} \leq b_{2i} \leq 30g_{1i} \quad \forall i \in I$$

$$0 \leq b_{3i} \leq 30g_{2i} \quad \forall i \in I$$

توضیح محدودیت‌ها

- هر کشتی باید دقیقاً به یک اسکله تخصیص یابد.

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I$$

- حداکثر دو کشتی می‌توانند هم‌زمان در اسکله‌های ۱، ۲ و ۴ باشند.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq 2 \quad \forall j \in \{1, 2, 4\}$$

- اسکله شماره ۳ باید دقیقاً به سه کشتی تخصیص داده شود.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 3 \quad j = 3$$

- بار تخلیه‌شده نباید از ظرفیت مجاز اسکله (پایه + افزایش یافته) بیشتر شود.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} Q_i \leq D_j + u_j \quad \forall j \in J$$

- ظرفیت افزایش یافته برای هر اسکله محدود است.

$$u_j \leq \bar{D}_j \quad \forall j \in J$$

- کشتی فقط در اسکله‌ای با طول کافی می‌تواند پهلو بگیرد.

$$x_{ij} L_i \leq K_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

- زمان شروع تخلیه باید پس از زمان ورود و انتظار باشد.

$$A_i + W_i = S_i \quad \forall i \in I$$

- محدودیت توقف حداکثر مجاز برای کشتی‌ها.

$$W_i \leq W_{\max_i} \quad \forall i \in I$$

- فقط در صورتی $y_{ikj} = 1$ شود که دو کشتی به یک اسکله اختصاص یافته باشند و اولویت کشتی i بالاتر از کشتی j باشد.

$$y_{ikj} + y_{kij} \leq x_{ij} + x_{kj} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$x_{ij} + x_{kj} - 1 \leq y_{ikj} + y_{kij} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

$$m_{ik} + x_{ij} + x_{kj} - 2 \leq y_{ikj} \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

- تخلیه کشتی i باید قبل از k پایان یابد اگر ترتیب $y_{ikj} = 1$ باشد.

$$S_i + T_{ij} + \delta_j \leq S_k + M(1 - y_{ikj}) \quad \forall i, k \in I, i \neq k, j \in J$$

- محدودیت‌های خطی سازی تابع هزینه.

$$C_i = 25b_{1i} + 10b_{2i} + 5b_{3i} \quad \forall i \in I$$

$$W_i = b_{1i} + b_{2i} + b_{3i} \quad \forall i \in I$$

$$10g_{1i} \leq b_{1i} \leq 10 \quad \forall i \in I$$

$$30g_{2i} \leq b_{2i} \leq 30g_{1i} \quad \forall i \in I$$

$$0 \leq b_{3i} \leq 30g_{2i} \quad \forall i \in I$$