

به نام او



۱۲ فروردین ۱۳۹۹

زمان : ۱۳۵ دقیقه

گروه آموزشی چوب خط

آزمون آزمایشی المپیاد کامپیوتر

آزمون پاسخ کوتاه المپیاد کامپیوتر

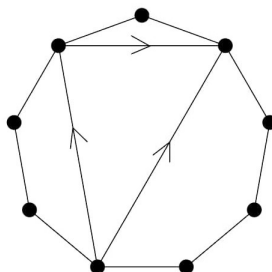
۱. به چند طریق میتوان ۷ خانه ی باقی مانده از جدول زیر را با اعداد طبیعی پر کرد به طوری که هر عدد بر اعداد بالا و چپش (در صورت وجود) بخش پذیر باشد؟

۱		
		۱۴۰۰

۲. هیکاپ به لانه ی اژدهاها رفته و در مختصات $(۱, ۱)$ قرار دارد. به خاطر تعداد زیاد اژدهاهای غیر اهلی، پشم هایش فر خورده است و هر ثانیه به طور تصادفی به یکی از خانه های مجاور میرود. (بالا پایین چپ راست). میدانیم در خانه هایی با مختصات $(۶i, ۶j)$ یک اژدهای عصبانی، و در خانه هایی با مختصات $(۶i + ۳, ۶j + ۳)$ پناهگاه وجود دارد. احتمال اینکه هیکاپ از این ماجرا جان سالم به در ببرد چه قدر است؟

۳. چند جایگشت از اعداد ۱ تا ۸ مانند a_1, a_2, \dots, a_8 وجود دارد به طوری که: $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7 - a_8 = 0$ ؟

۴. در دریای سالن ۹ جزیره وجود دارد که توسط تعدادی جاده هوایی به یکدیگر متصل اند. ۳ تا از جاده ها یک طرفه شده اند و می خواهیم بقیه ی جاده ها رانیز طوری یک طرفه کنیم که از هیچ شهری نتوان با گذر از تعدادی جاده به خودش بازگشت. این کار به چند طریق ممکن است؟



۵. ماتریس 2×3 ای را می‌خواهیم با اعداد ۰ و ۱ و ۲ پر کنیم به طوری که جمع اعداد هر سطر و هر ستون مضرب ۳ باشد. این کار به چند حالت ممکن است؟

۶. نرگس به رافنات و تافنات گفت که بستنی فروشی باز کرده و آنها قبول کردند که فردا به آنجا بروند و بستنی بخرند. امشب نرگس باید تعدادی بستنی با وزن طبیعی درست کند و فردا که آنها آمدند هر کدام مقداری بستنی سفارش می‌دهند. (رافنات p کیلو و تافنات q کیلو) نرگس باید بتواند تعدادی بستنی را روی هم چیده، بستنی درخواست شده‌ی هر کدام را بدهد. نرگس امشب حداقل چند بستنی باید درست کند؟ (رافنات و تافنات برای اینکه به نرگس فشار مالی وارد نشود طوری سفارش می‌دهند که $p + q < 1400$. توجه کنید که نرگس از اعداد p و q خبر ندارد.)

۷. می‌دانیم دقیقاً یک نفر از ۳ اژدهاسوار (فیشلگز، اسناتلات و تافنات) نان‌خامه‌ای آسترید را دزدیده‌اند. هر اژدهاسوار فقط یکی از این سه نفر را نام می‌برد و می‌گوید دزد است یا بیگناه. (اژدهاسواران می‌توانند جملات یکسان بگویند) بعد از شنیدن حرف‌های اژدهاسواران با دانستن اینکه دقیقاً یک نفر دروغ می‌گوید، آسترید در چند حالت از صحبت‌های سه اژدهاسوار می‌تواند دزد را پیدا کند؟ (توجه کنید که فرد دروغگو لزوماً همان دزد نیست)

۸. بی‌دندون و هیکاپ با هم بازی می‌کنند. یک جدول 8×8 دارند. ابتدا بی‌دندون عدد صحیح مثبت k را انتخاب و در k خانه‌ی دلخواهش از جدول حرف B را می‌نویسد. سپس هیکاپ $k + 1$ خانه از جدول را انتخاب می‌کند و در آنها حرف H را می‌نویسد. اگر در سه خانه متوالی جدول (چه افقی چه عمودی) به ترتیب حروف "BBH" یا حروف "HBB" وجود داشت بی‌دندون می‌برد، در غیر این صورت هیکاپ برنده است. کمترین مقدار k را بیابید که بی‌دندون با انتخاب آن استراتژی برد دارد.

۹. بی‌دندون دارد در یک صفحه مختصات بازی می‌کند. با شروع از خانه‌ی $(0, 0)$ در هر گام او می‌تواند یک واحد به بالا یا یک واحد به راست ببرد. خانه‌هایی با مختصات $(2k + 1, 2k + 1)$ مسدود اند و بی‌دندون نمی‌تواند به آنها برود. او به چند طریق می‌تواند به خانه‌ی $(8, 14)$ برسد؟