

1-1- کومولان‌ها

تابع مشخصه متغیر تصادفی S با مقدار متوسط صفر، به صورت $\hat{f}(t)$ نشان داده می‌شود:

$$\hat{f}(t) = E\{e^{jts}\} \quad (6-2)$$

که در آن $j = \sqrt{-1}$ است. بسط لگاریتمی این تابع براساس سری تیلور به صورت زیر است:

$$\log \hat{f}(t) = k_1(jt) + \frac{k_2(jt)^2}{2} + \dots + \frac{k_r(jt)^r}{r!} + \dots \quad (7-2)$$

ضرایب k_r در معادله فوق را کومولان‌های توزیع S گویند [6-31]. سه کومولان اول (برای متغیرهای با میانگین صفر) با سه ممان اول مساوی هستند:

$$\begin{aligned} k_1 &= E\{s\} \\ k_2 &= E\{s^2\} = M_{20} \\ k_3 &= E\{s^3\} = M_{30} \end{aligned} \quad (8-2)$$

نماد کومولان برای یک سیگنال مختلط ایستاد به صورت زیر است [6-31]:

$$C_{pq} = Cum \left[\underbrace{s, \dots, s}_{(p-q) \text{ terms}}, \underbrace{s^*, \dots, s^*}_{(q) \text{ terms}} \right] \quad (9-2)$$

به کومولان مرتبه چهارم که یکی از معیارهای اصلی رایج برای سنجش میزان گوسی بودن توزیع یک سیگنال است؛ کرتوسیس گفته می‌شود. برای متغیری که از توزیع گوسی برخوردار است؛ مقدار کرتوسیس صفر خواهد بود. در واقع هر چه قدر مطلق کرتوسیس به صفر نزدیکتر باشد، آن متغیر گوسی‌تر است [32]. در روش‌های پیشنهادی قبلی، این ویژگی‌ها به عنوان ویژگی‌های موثر در نظر گرفته می‌شد و عموماً با بهینه‌سازی واحد طبقه بندی کننده، سعی در جبران این نقاط ضعف می‌نمودند. به عنوان مثال در [6] از آمارگان مرتبه بالا به عنوان ویژگی استفاده شده و از الگوریتم‌های تکاملی بهینه سازی گروه ذرات و الگوریتم کلونی زنبور عسل برای بهینه سازی پارامترهای اساسی سیستم طبقه‌بندی کننده استفاده شد. کومولان‌ها را نیز می‌توان بر حسب عباراتی از ممان‌ها به دست آورد. کومولان مرتبه n -ام تابعی از ممان‌های تا مرتبه n -ام و خود ممان مرتبه n -ام است. می‌توان روابط مربوط به کومولان‌های تا مرتبه هشتم را به دست آورد. این روابط در جدول 2-2 بیان شده‌اند.

جدول 2-2- روابط کومولان‌های موثر [6].

مرتبه	رابطه
دوم	$C_{20} = M_{20}$ $C_{21} = M_{21}$
چهارم	$C_{40} = M_{40} - 3M_{20}^2$ $C_{41} = M_{41} - 3M_{20}M_{21}$ $C_{42} = M_{42} - M_{20}^2 - 2M_{21}^2$
ششم	$C_{60} = M_{60} - 15M_{20}M_{40} + 30M_{20}^3$ $C_{61} = M_{61} - 10M_{20}M_{41} - 5M_{21}M_{40} + 30M_{20}^2M_{21}$ $C_{62} = M_{62} - M_{20}M_{40} - 8M_{21}M_{41} - 6M_{20}^2M_{42} + 6M_{20}^3 + 24M_{21}^2M_{20}$ $C_{63} = M_{63} - 6M_{20}M_{41} - 9M_{21}M_{42} + 18M_{20}^2M_{21} + 12M_{21}^3$
هشتم	$C_{80} = M_{80} - 35M_{40}^2 - 630M_{20}^4 + 420M_{20}^2M_{40}$ $C_{81} = M_{81} - 35M_{40}M_{41} - 630M_{20}^4 + 210M_{40}M_{21}M_{20} + 210M_{20}^2M_{41}$ $C_{82} = M_{82} - 15M_{40}M_{42} - 20M_{20}^2 + 30M_{40}M_{20}^2 + 60M_{40}M_{21}^2 + 240M_{41}M_{21}M_{20} + 90M_{42}M_{20}^2 - 90M_{20}^4 - 540M_{20}^2M_{21}^2$ $C_{83} = M_{83} - 5M_{40}M_{42} - 30M_{41}M_{42} + 90M_{41}M_{20}^2 + 120M_{41}M_{21}^2 + 180M_{42}M_{21}M_{20} + 30M_{40}M_{20}M_{21} - 270M_{20}^3M_{21} - 360M_{21}^3M_{20}$ $C_{84} = M_{84} - M_{40}^2 - 18M_{42}^2 - 16M_{41}^2 - 144M_{21}^4 - 432M_{20}^2M_{21}^2 + 125M_{40}M_{20}^2 + 96M_{41}M_{42}M_{20} + 144M_{42}M_{21}^2 + 72M_{42}M_{20}^2 + 96M_{41}M_{20}M_{21}$

جدول 2-2 مقادیری از ممان‌ها و کومولان‌ها برای سیگنال‌های مدوله شده را در حالت بدون نویز (SNR بی‌نهایت) نمایش می‌دهد. مطابق این جدول علی‌رغم این که نسبت سیگنال به نویز خیلی زیاد فرض شده است. اما ممان مرتبه چهار-یک نمی‌تواند به عنوان یک ویژگی جهت جداسازی دو نوع مدولاسیون 16QAM و 64QAM به کار رود. این امر را می‌توان یکی از دلایل پایین بودن عمل‌کرد سیستم‌های قبلی دانست که در آن علی‌رغم استخراج ویژگی‌های کارا (یا ویژگی‌های جدید نسبت به کارهای قبلی) باز هم درصد تشخیص در بعضی از SNRها ضعیف بوده است. یکی از راه‌های برون‌رفت از این مشکل انتخاب ویژگی‌های مناسب است. اما در کلاس‌هایی که در آن

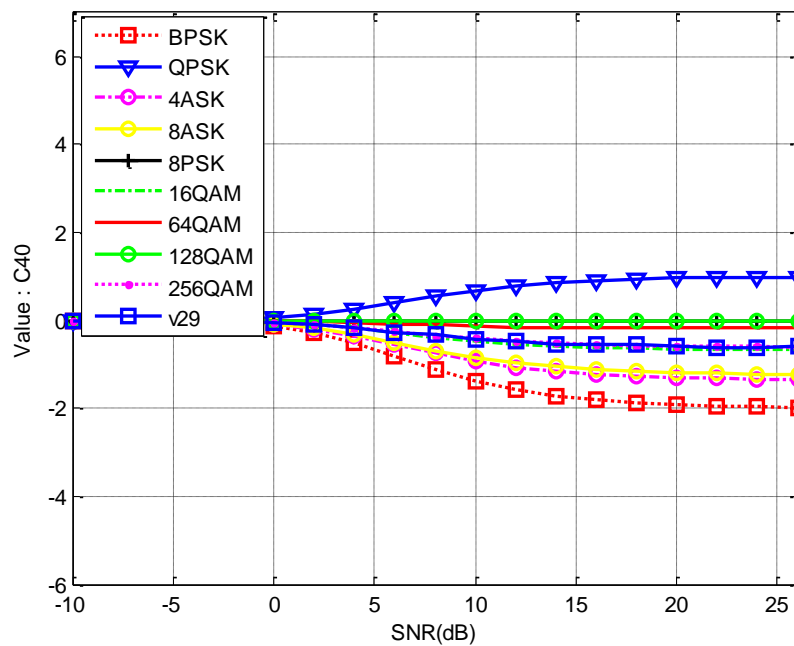
ویژگی‌ها مقادیری نزدیک به هم دارند (مانند ممان شش-یک در دو نوع مدولاسیون یادشده) انتخاب ویژگی چندان امیدبخش نخواهد بود.

جدول 2-2- مقادیری از ممان‌ها و کومولان‌ها برای سیگنال بدون نویز (ایده‌آل) [33]

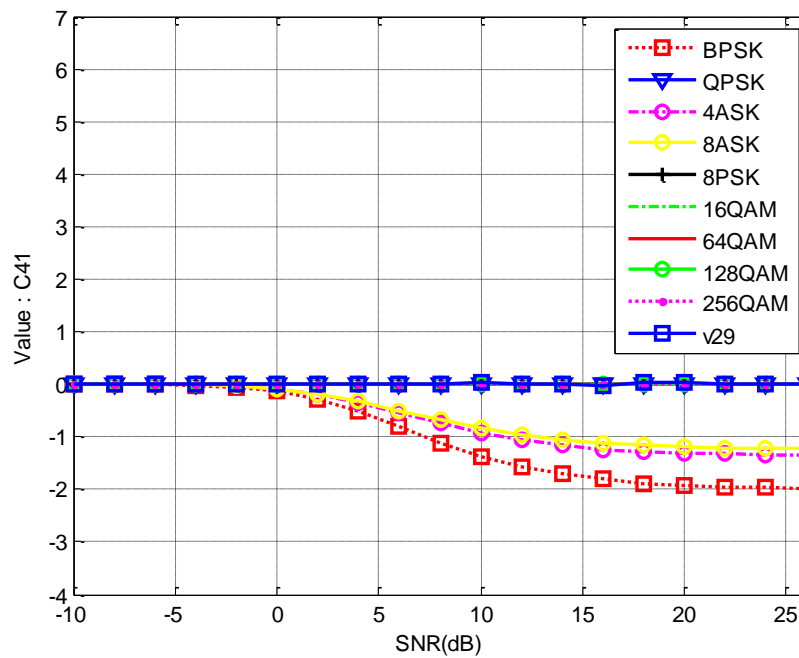
	PSK2	QAM16	QAM64
M_{41}	1	0	0
M_{61}	1	-1.32	-1.3
M_{84}	1	3.13	3.9
C_{61}	16	2.08	1.797
C_{80}	-244	-13.99	-11.5
C_{84}	-244	17.38	0

شکل‌های 2-4 الف تا 2-4 ر، مقدار میانگین کومولان‌ها را در SNRهای متفاوت برای 100 سیگنال از هر نوع مدولاسیون را نشان می‌دهد. به عنوان مثال شکل 2-4 الف کومولان مرتبه‌ی چهارصفر را نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود؛ این ویژگی قادر است دسته مدولاسیون‌ها (8PSK, 64QAM, 128QAM) و (16QAM, V29, 256QAM) و (8ASK, 4ASK)، (QPSK) و (BPSK) را در سیگنال به نویزهای بالا به راحتی از هم تفکیک نماید.

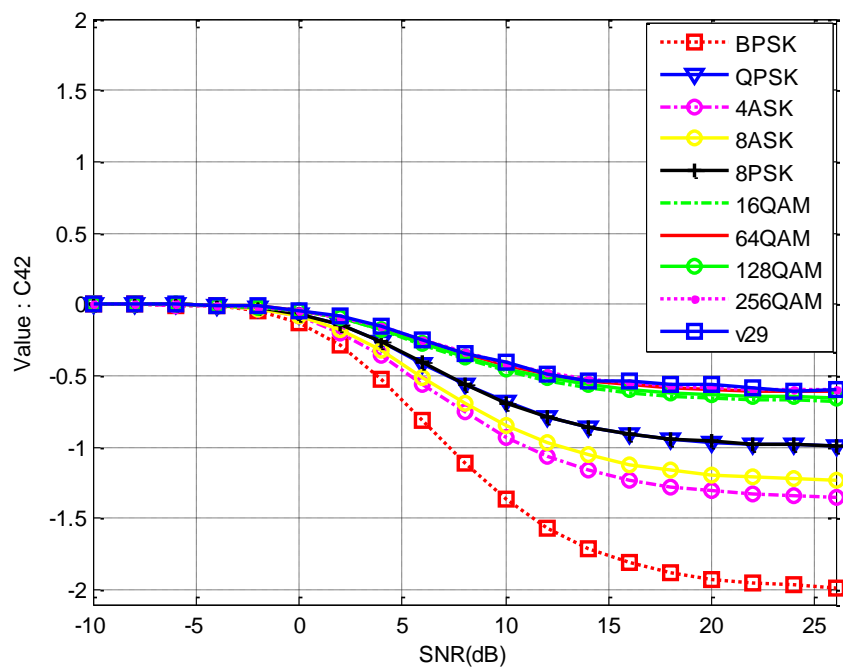
در اینجا ذکر این نکته لازم است که این ویژگی‌ها نیز در نشان دادن مشخصه‌های اصلی سیگنال‌ها، با ویژگی ایده‌آل فاصله دارند. به عنوان مثال مطابق شکل 2-4 ب که مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی چهار-یک را برای سیگنال‌ها نشان می‌دهد؛ تنها در سیگنال به نویزهای بالا، سه نوع مدولاسیون BPSK، 4ASK و 8ASK از دیگر سیگنال‌ها قابل تفکیک هستند.



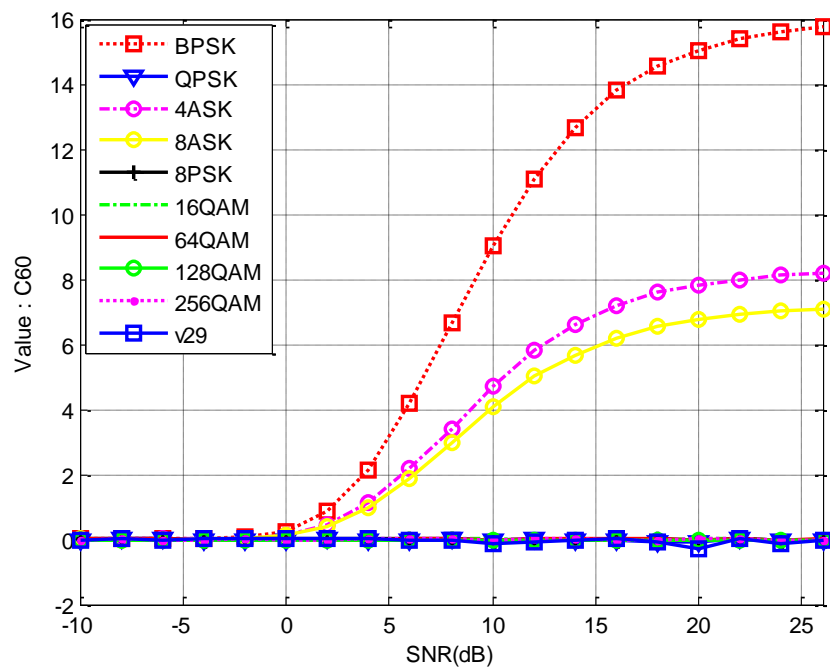
شکل 2-4 الف مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی چهار-صفر برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



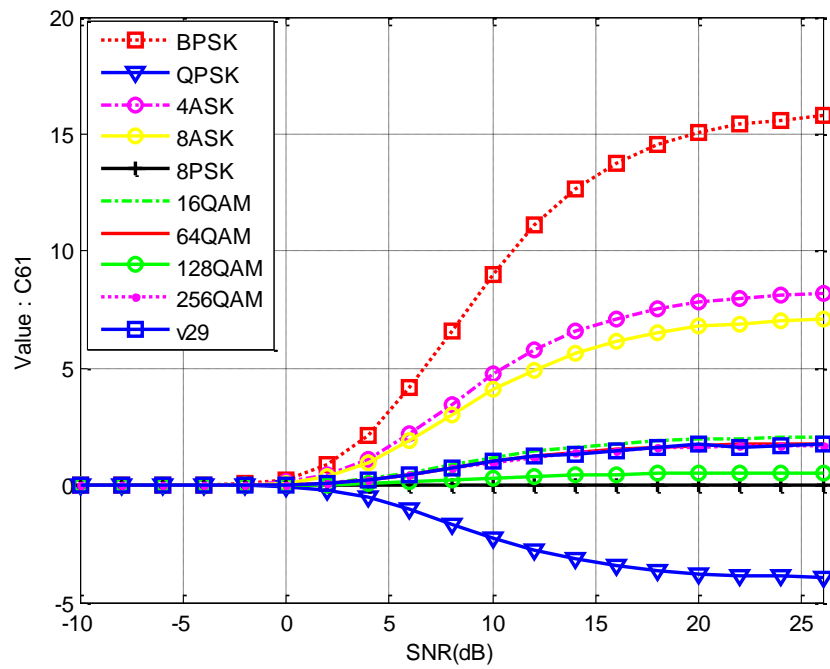
شکل 2-4 ب مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی چهار-یک برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



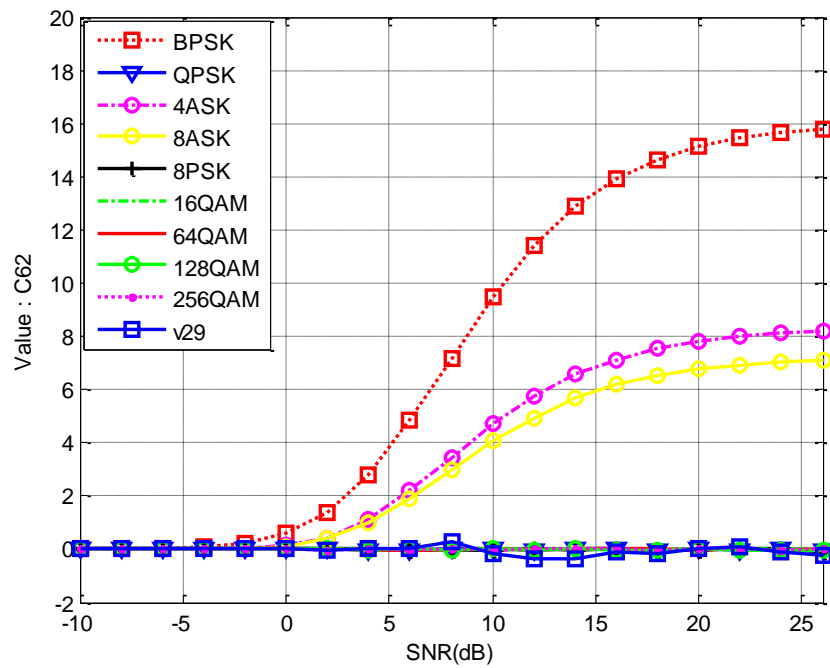
شکل 2-4 پ مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی چهار-دو برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



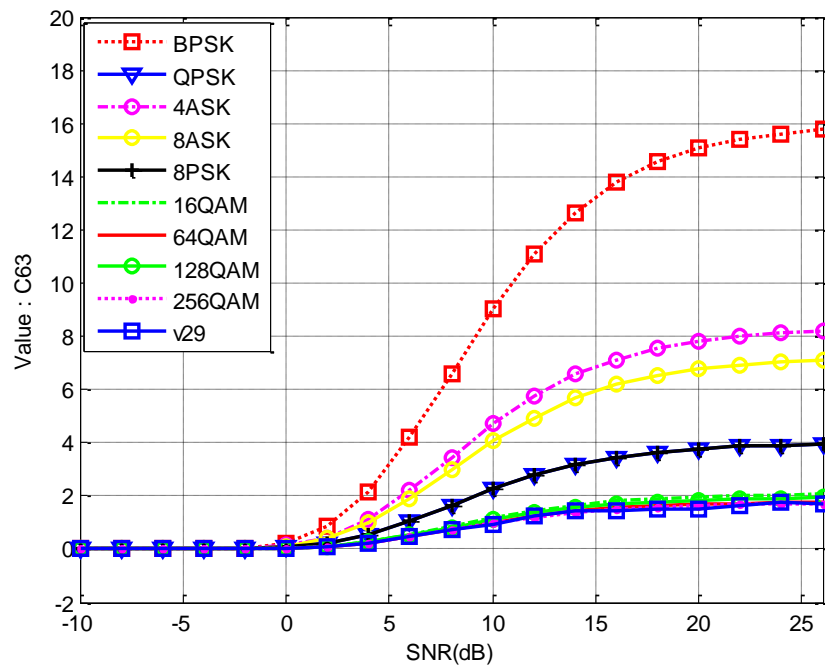
شکل 2-4 ت مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی شش-صفر برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



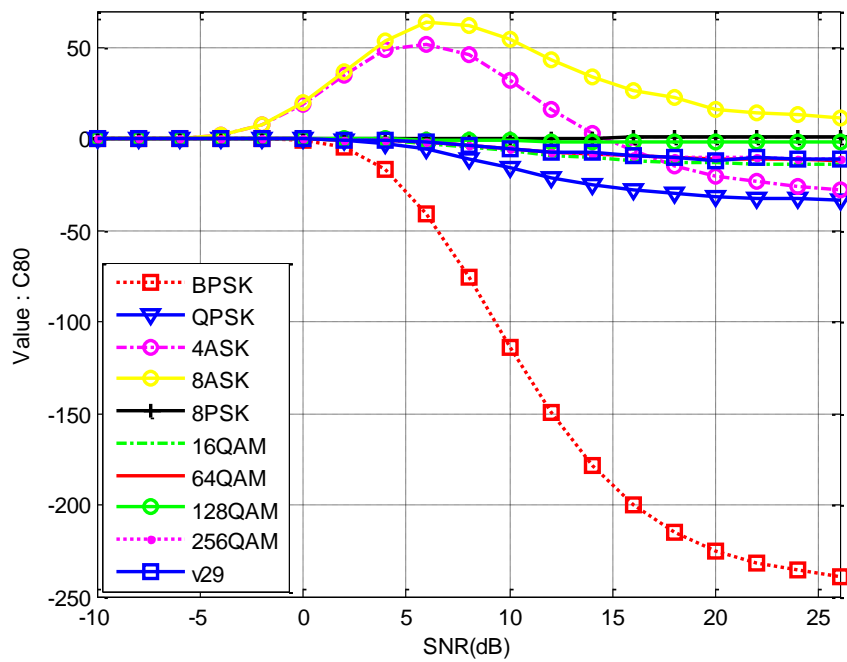
شکل 2-4- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی شش-یک برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



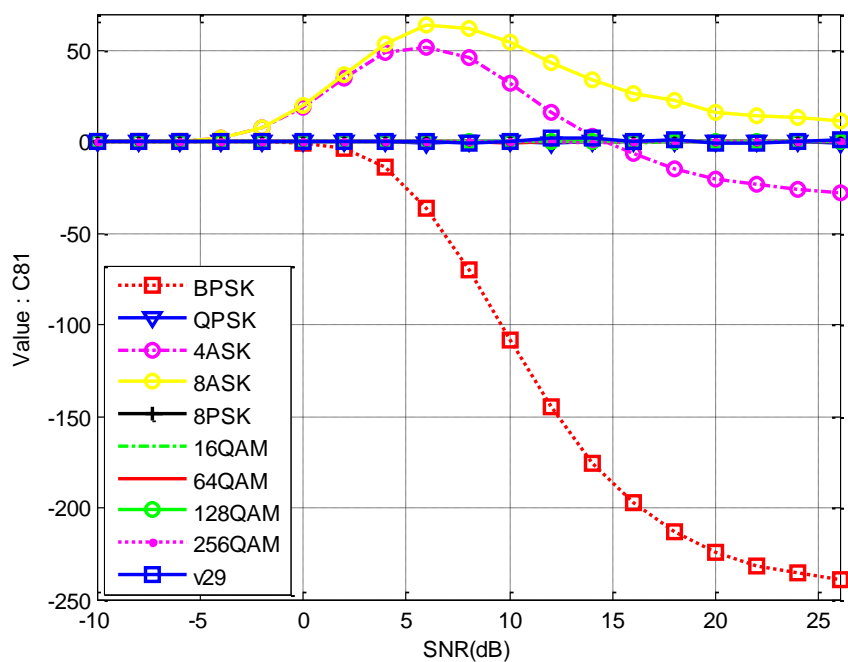
شکل 2-4- ج مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی شش-دو برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



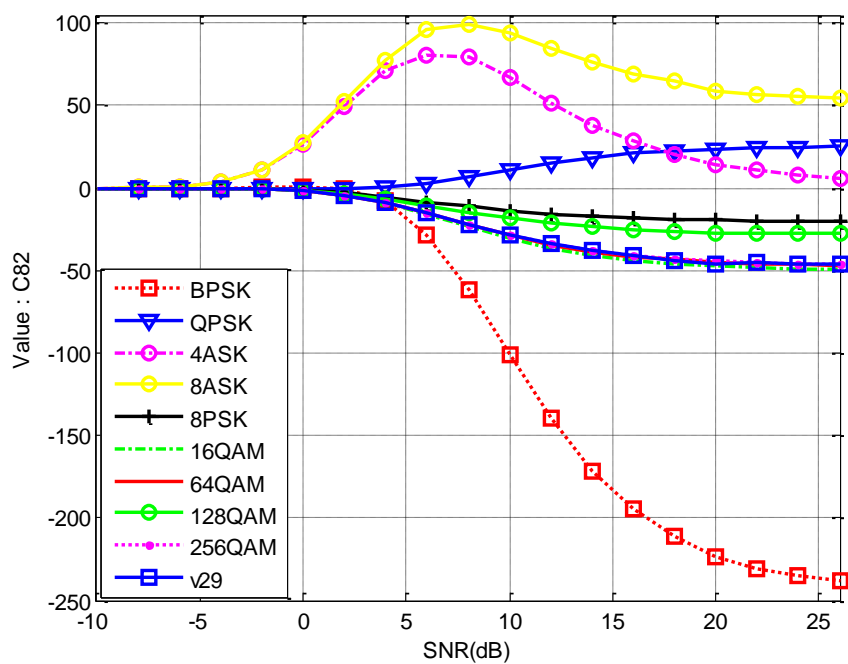
شکل 2-4- چ مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی شش-سه برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



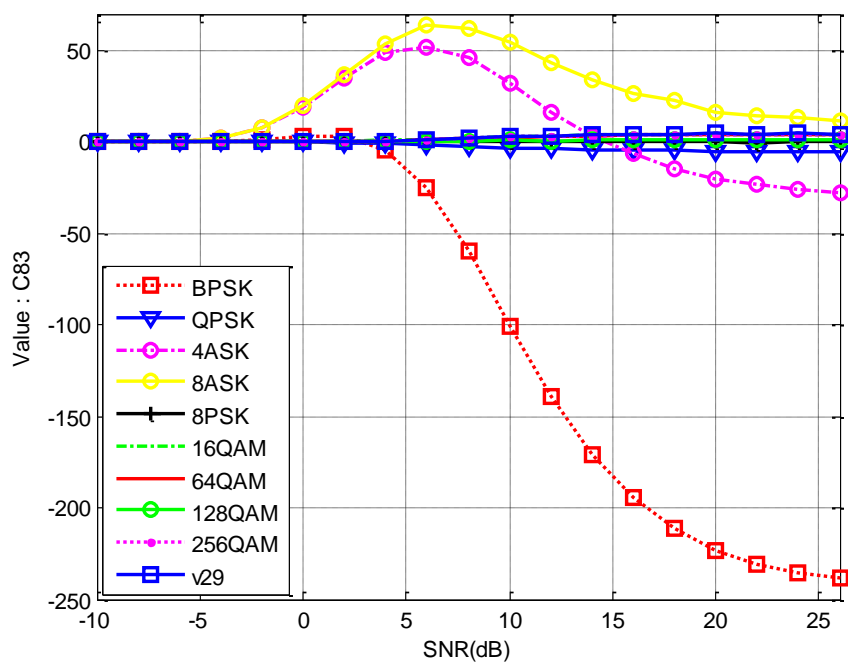
شکل 2-4 ح- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی هشت-صفر برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



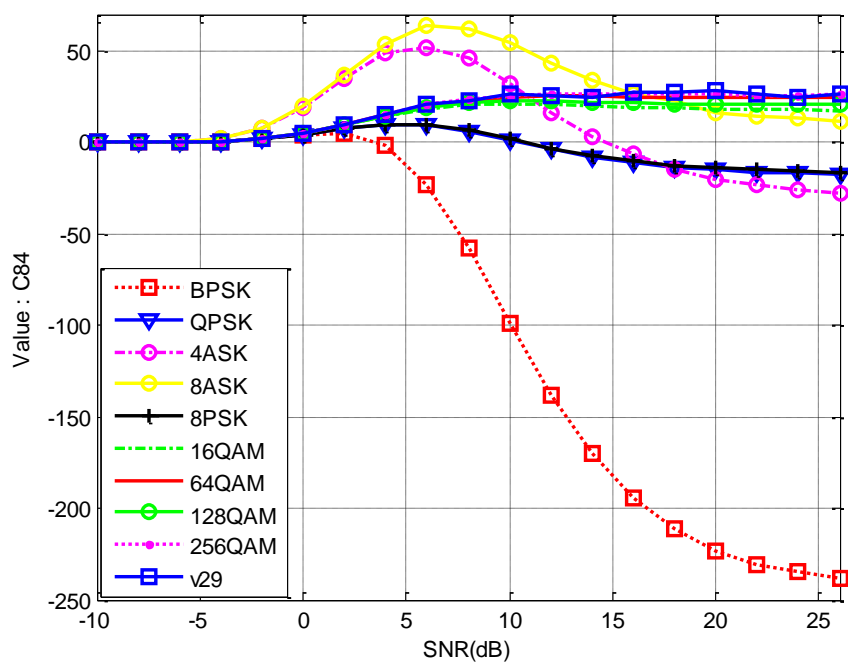
شکل 2-4- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی هشت-یک برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



شکل 2-4-د- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی هشت-دو برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



شکل 2-4-ذ- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی هشت-سه برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون



شکل 2-4-ر- مقدار ویژگی کومولان مرتبه‌ی هشت-چهار برای 100 سیگنال از هر مدولاسیون