

## شیوه تحویل تمرینات

تمرینات کامپیوتری: Upload در CW در قالب یک فایل واحد با نام HW\_03\_stdnum.zip که stdnum شماره دانشجویی شما در دانشگاه صنعتی شریف می‌باشد.

فایل‌های فرستاده شده باید شامل یک گزارش در قالب فایل pdf (نیازی به ارسال فایل word نمی‌باشد) و یک پوشه با نام Code که شامل کدهای استفاده شده باشد. تذکر: در تکالیف شبیه‌سازی سهم عمده نمره تکلیف را تحلیل و دریافت شما از نتایج کدهای نوشته شده، دارد.

## تمرین‌های نوشتاری

(۱) در صورتی که داشته باشیم:

$v(x_1, x_2)$ : تصویر نویزی

$u(x_1, x_2)$ : تصویر تمیز

$\eta(x_1, x_2)$ :  $i.i.d$  توزیع واریانس معلوم و توزیع  $i.i.d$

$$v(x_1, x_2) = u(x_1, x_2) + \eta(x_1, x_2)$$

با استفاده از متد اوپلر لاگرانژ نشان دهید حل مساله‌ی

$$\min_{u \in BV(\Omega)} TV(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|$$

$$s. t. \int_{\Omega} u = \int_{\Omega} v, \int_{\Omega} (u - v)^2 = \sigma^2 |\Omega|$$

به برقراری شرایط زیر می‌انجامد.

$$\operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda(u - v) = 0, u \in \Omega$$

$$\frac{\partial u}{\partial N} = 0, u \in \partial\Omega$$

(۲) با در نظر گرفتن توزیع لاپلاس به صورت زیر:

$$f(x|\mu, b) = \frac{1}{2b} \exp \left( -\frac{|x - \mu|}{b} \right)$$

با استفاده از رویکرد *maximum a posteriori (MAP)* نشان دهید تابع هزینه‌ی زیر برای توزیع نویز فوق مناسب است.

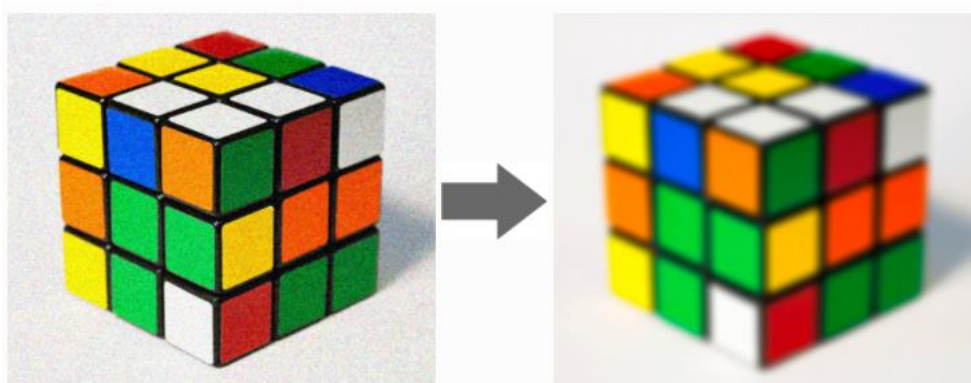
$$\min_u \int_{\Omega} (|\nabla u| + \lambda|u - v|)$$

- (۳) معیار *Edge Preserving index (EPI)* که برای ارزیابی حفظ لبه در روش‌های حذف نویز استفاده می‌شود را با توجه به مقاله‌ی داده شده با عنوان 'epi' به طور کامل بررسی کنید و توضیح دهید.
- (۴) در مورد *trilateral filtering* و یا *cross bilateral filtering* به دلخواه تحقیق کنید و ایده موجود در روش انتخاب شده را توضیح دهید.

### تمرین‌های شبیه‌سازی

- (۱) در این تمرین قصد داریم فیلتر *Non Local mean (NLM)* را بر اساس آنچه در کلاس بیان شد پیاده‌سازی کنیم. برای این کار معیار تشابه را فاصله‌ی اقلیدسی شدت روشنایی دو پنجره و محدوده‌ی جستجو را محدود به ۳ برابر طول پنجره در نظر بگیرید. (یعنی اگر یک پنجره‌ی  $3 \times 3$  در نظر گرفتید، یک محدوده‌ی  $9 \times 9$  را مورد جستجو قرار دهید.)
- (a) با استفاده از دستور *Phantom* فانتوم *Modified Shepp-Logan* با ابعاد  $500 \times 500$  بسازید و به آن نویز گاوسی با انحراف معیار ۵ درصد و میانگین صفر اضافه کنید. تصویر تمیز و تصویر نویزی را نشان دهید.
- (b) با استفاده از فیلتر *NLM* پیاده‌سازی شده، تصویر نویزی را حذف نویز کنید و سه تصویر (تمیز، نویزی، حذف نویز شده) را نشان دهید.
- (c) اکنون معیار *EPI* و *SNR* را برای تصویر نویزی و تصویر حذف نویز شده محاسبه و اعلام کنید (برای محاسبه‌ی معیار *EPI* از کد داده شده استفاده کنید).

- (۲) در این تمرین با *bilateral filtering* جهت رفع نویز آشنا می‌شوید. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای رفع نویز استفاده از فیلتر گاوسی است اما همانطور که در تصویر زیر مشاهده می‌کنید این فیلتر می‌تواند محو شدگی زیادی را بوجود آورد.



با دقت در تصویر می‌توان متوجه شد که فیلتر گاوسی در نواحی مسطح بسیار خوب عمل می‌کند و در نواحی لبه دارای مشکل است. فیلتر *bilateral* نیز در نواحی مسطح همانند یک فیلتر گاوسی قوی عمل می‌کند ولی در نواحی لبه یک فیلتر گاوسی بسیار ضعیف است.

- (a) فیلتر bilateral از دو بخش تشکیل شده است و با دو پارامتر  $h_x$  (مربوط به فیلتر مکانی) و  $h_g$  (مربوط به روشنایی) کنترل می‌شود. این دو بخش عمده را از نظر مفهومی توضیح دهید. به نظر شما چه نوع تصاویری به  $h_x$  بزرگتر و چه نوع تصاویری به  $h_g$  بزرگتری نیازمند است؟
- (b) با استفاده از روابط زیر که مربوط به bilateral filtering می‌باشند این الگوریتم را پیاده‌سازی کنید و با یافتن مقادیر مناسب  $h_x$  و  $h_g$ ، تصویر فانتوم نویزی ساخته شده در سوال قبل را حذف نویز نمایید و سه تصویر تمیز، نویزی و حذف نویز شده را نشان دهید.

$$g(X) = f(X) + \eta(X)$$

$$G_{h_x}(\|X - Y\|) = \exp\left(-\frac{\|X - Y\|_2^2}{2h_x^2}\right)$$

$$G_{h_g}(\|g(X) - g(Y)\|) = \exp\left(-\frac{\|g(X) - g(Y)\|_2^2}{2h_g^2}\right)$$

$$\hat{f}(X) = \frac{\sum_{y \in \Omega} g(Y) G_{h_x}(\|X - Y\|) G_{h_g}(\|g(X) - g(Y)\|)}{\sum_{y \in \Omega} G_{h_x}(\|X - Y\|) G_{h_g}(\|g(X) - g(Y)\|)}$$

- (c) در نهایت معیار EPI و SNR را نیز برای تصویر نویزی و حذف نویز شده با استفاده از این فیلتر را اعلام کنید.

- (۳) در این تمرین نیز قصد داریم مشابه با آنچه در درس بیان شد، فیلتر total variation را پیاده‌سازی کنیم. برای این کار مطابق فرمول‌های زیر و با استفاده از روش پیمایش زمانی، این فیلتر را پیاده‌سازی کنید.

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \Delta t$$

$$* \left\{ \nabla_x^- * \left( \frac{\nabla_x^- u_{i,j}^n}{\sqrt{(\nabla_x^- u_{i,j}^n)^2 + (m(\nabla_y^+ u_{i,j}^n, \nabla_y^- u_{i,j}^n))^2}} \right) + \nabla_y^- \right.$$

$$* \left. \left( \frac{\nabla_y^+ u_{i,j}^n}{\sqrt{(\nabla_y^- u_{i,j}^n)^2 + (m(\nabla_x^+ u_{i,j}^n, \nabla_x^- u_{i,j}^n))^2}} \right) \right\} + \Delta t * \lambda * (f_{i,j} - u_{i,j}^n)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N - 1$$

شرایط مرزی آن به صورت زیر است:

$$u_{0,j}^n = u_{1,j}^n, \quad u_{N,j}^n = u_{N-1,j}^n, \quad u_{i,0}^n = u_{i,1}^n, \quad u_{i,N}^n = u_{i,N-1}^n$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N$$

که در آن تصویر نویزی اولیه است.

$$m(\nabla_{x1}^+ u, \nabla_{x1}^- u) = \left( \frac{\text{sgn} \nabla_{x1}^+ u + \text{sgn} \nabla_{x1}^- u}{2} \right) \min(|\nabla_{x1}^+ u|, |\nabla_{x1}^- u|)$$

$$\nabla_{x1}^+ u = u(x1 + 1, x2, t) - u(x1, x2, t)$$

$$\nabla_{x1}^- u = u(x1, x2, t) - u(x1 - 1, x2, t)$$

برای هماهنگی بیشتر در نتایج از پارامترهای زیر استفاده کنید.

$$\lambda = 10, \quad \text{iteration number} = 100, \quad \Delta t = 0.01$$

(a) حال همان فانتوم نویزی ساخته شده در سوال اول را با این فیلتر حذف نویز کنید و در یک شکل سه تصویر

تمیز، نویزی و حذف نویز شده را نشان دهید.

(b) معیار SNR و EPI را برای این فیلتر نیز محاسبه و اعلام کنید.

(۴) در یک جدول مقدار SNR و EPI را برای تصویر نویزی، حذف نویز شده با فیلتر NLM، حذف نویز شده با فیلتر

Bilateral و حذف نویز شده با Total Variation نشان دهید و مقایسه کنید کدام فیلتر بهترین عملکرد در حذف

نویز و حفظ لبه را داشته است؟

❖ توجه داشته باشید در این تمرین برای هیچکدام از روش‌های فیلترینگ خواسته شده از دستورات آماده‌ی متلب استفاده

نکنید.