الإتحاد الوطني لطلبة سورية
National Union of Syrian Students

BLUE BITS

نظرية المخططات

نظري 2

ملف داعم

2022/2023

السنة الثالثة

مكتبة شهبا
الشهباء الجديدة - مفرق مشفى سامي العاصي

المواضيع التي سنتناولها في المحاضرة الثانية:

1. المخططات الجزئية.
2. أنواع المخططات الجزئية:
   - مخطط التغطية الجزئية.
   - المخطط المُستنتج.
3. العمليات على المخطط:
   - حذف حافة.
   - إضافة حافة.
   - حذف رأس.
   - إضافة رأس.
4. متمم مخطط:
5. بعض التعاريف:
   - $u - v\ Walk$.
   - $u - v\ Trail$.
   - $u - v\ Path$.
   - $Circuit$.
   - $Cycle$.

المخطط الجزئي $SubGraph$:

ليكن لدينا المخطط G الممثّل بالمجموعتين V, E ، $G = (V, E)$

ولدينا المخطط $H = G(U, F)$، حيث U مجموعة الرؤوس.

و F مجموعة الحواف.

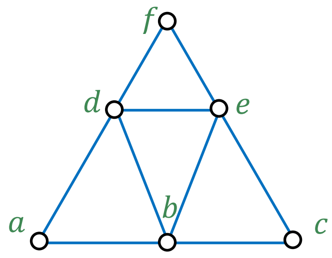
يقال بأن المخطط H جزئي من G إذا تحقّق:

$$U \subseteq V \neq \emptyset \ \&\& \ F \subseteq E$$

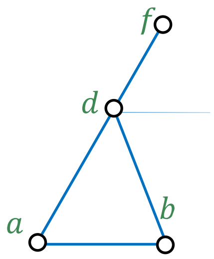
عندئذٍ يُدعى:

- H: SubGraph
- G: SuperGraph

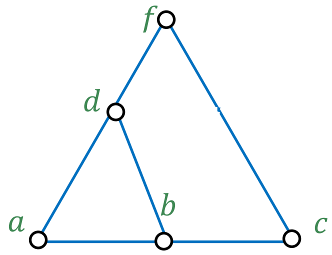
مثال: أي من المخططات $G2, G3, G4$ هو مخطط جزئي من المخطط $G1$؟؟



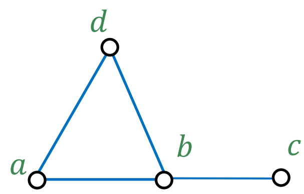
$G1$



$G2$



$G3$



$G4$

الحل:

$G2, G4$ هما مخططات جزئية من المخطط G1، لأن مجموعة الرؤوس لـ $G2, G4$ هي مجموعة جزئية من مجموعة الرؤوس لـ $G1$، وكذلك مجموعة الحواف لـ $G2, G4$ هي مجموعة جزئية من مجموعة الحواف لـ $G1$.

$G3$ ليس مخطط جزئي من المخطط $G1$ لعدم وجود حافة تصل بشكل مباشر بين الرأسين C, F.

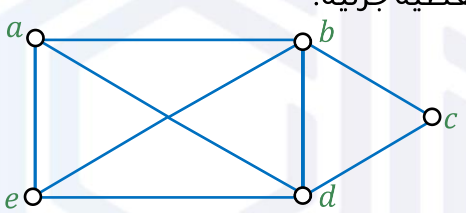
بعض الحالات الخاصة من المخططات الجزئية:

مخطط التغطية الجزئية Spanning SubGraph:

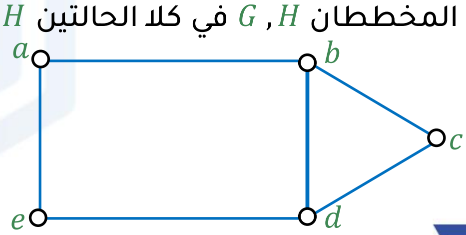
لدينا المخططات $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ و $H = (U, F)$

إذا كان $U = V$ عندها المخطط H يسمى $Spanning\ SubGraph$ ومجموعة حوافه مجموعة جزئية من مجموعة حواف المخطط الأصلي أي $F \subseteq E$.

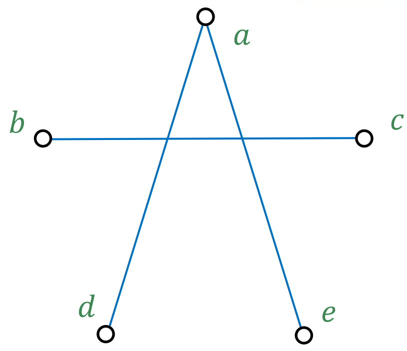
مثال: لدينا المخططان G, H في كلا الحالتين H يشكل مخطط تغطية جزئية.



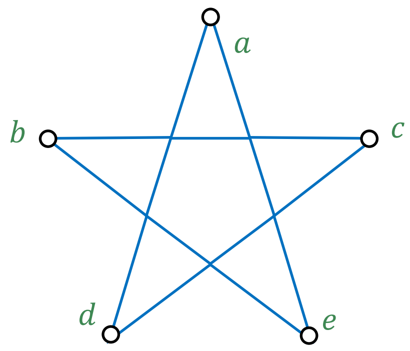
G



H



H

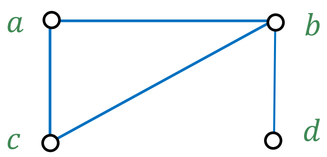


G

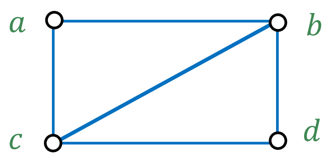
المخطط المُستنتج Induced SubGraph:

في هذا النوع من المخططات كل رأسين متجاورين في المخطط الجزئي $SubGraph$ يجب أن يكونا متجاورين في المخطط الأصلي $SuperGraph$.

مثال:



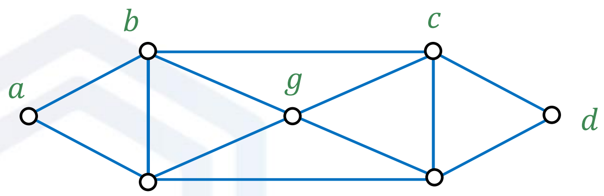
H



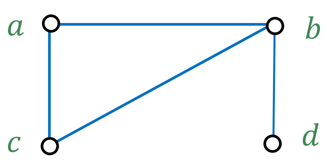
G

المخطط H ليس مخطط مُستنتج من المخطط G، لأن c , d متجاورين في G وليس متجاورين في H.

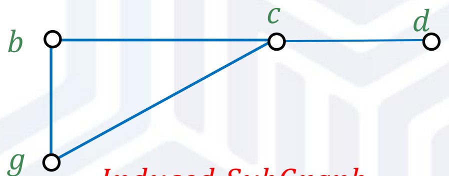
كلّما أخذنا رأسين متجاورين في المخطّط الجزئي يجب أن يكونا متجاورين في الـ $SuperGraph$.



$SuperGraph$



$Not\ Induced\ SubGraph$



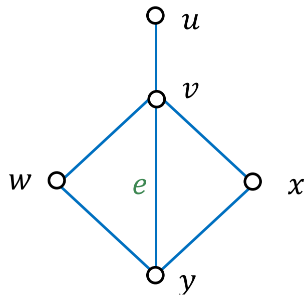
$Induced\ SubGraph$

العمليات على المخطط:

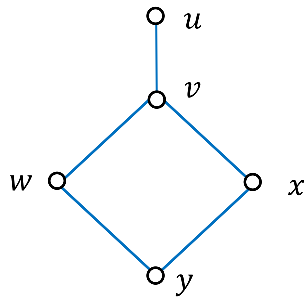
حذف حافة Delete Edge:

إذا كانت e حافة في المخطط G سوف نرمز لـ G_e للمخطط الناتج عن حذف الحافة e من المخطط G الذي له نفس رؤوس المخطط G.

مثال:



G



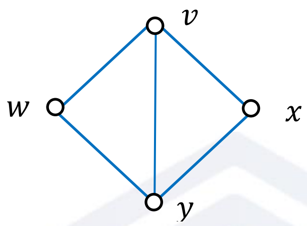
G_e

Spanning SubGraph

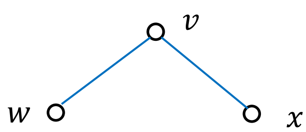
المخطط G_e هو Spanning أيضاً يحوي على جميع الرؤوس وحوافه مجموعة جزئية من المخطط الرئيسي.

حذف رأس Delete Vertice:

نقوم بحذف رأس وكل الحواف الحادثة معه ونرمز لذلك G_v.



G

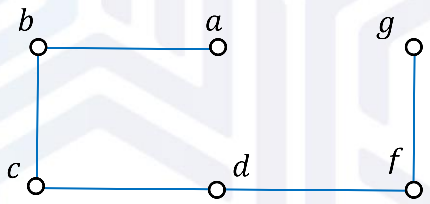


G_y

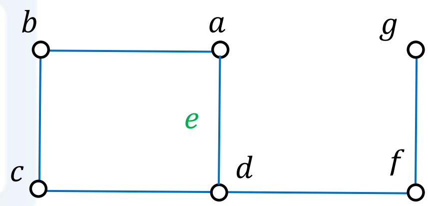
إضافة حافة للمخطط Insert Edge:

ليكن لدينا المخطط $G = (V, E)$ وليكن لدينا حافة ما e. نرمز لـ $G + e$ للمخطط الناتج عن إضافة الحافة e إلى المخطط G.

مثال:



G

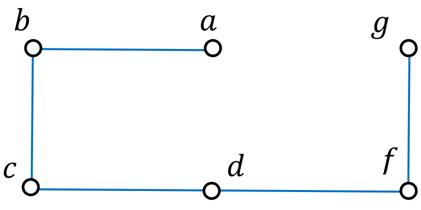


$G + e$

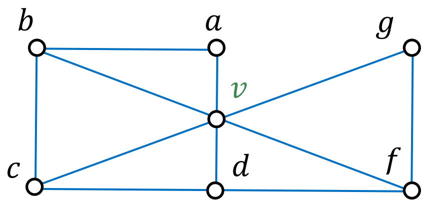
إضافة رأس للمخطط $Insert\ Vertice$:

ليكن لدينا المخطط $G = (V, E)$ وليكن لدينا الرأس v ينتمي إلى مجموعة الرؤوس $v \in V$. المخطط $G + v$ هو المخطط G مضاف إليه الرأس v مع ربط كل رؤوس المخطط G مع الرأس المضاف v.

مثال:



G



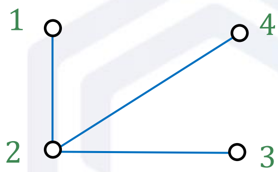
$G + v$

بعد الإضافة يصبح المخطط الناتج هو مخطط $SuperGraph$.

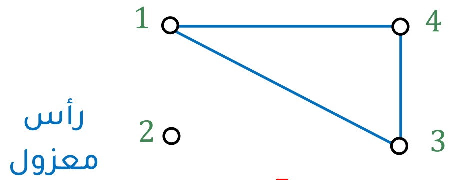
متمم المخطط $Complement\ of\ a\ Graph$:

ليكن لدينا المخطط $G = (V, E)$ يُعرّف متمم المخطط $\bar{G}$ بأنه مجموعة الحواف الغير موجودة في المخطط G أي: $\bar{G} = (V, \bar{E})$ وله نفس مجموعة الرؤوس.

مثال:



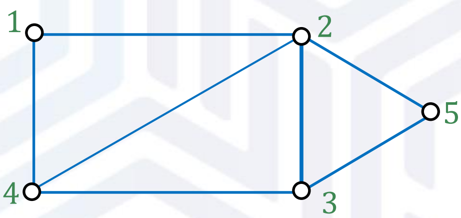
G



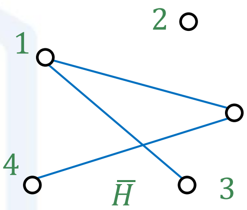
$\bar{G}$

ملاحظة: قد ينتج في هذه الحالة رأس معزول.

سؤال: ما هو متمم هذا المخطط؟؟



H



$\bar{H}$

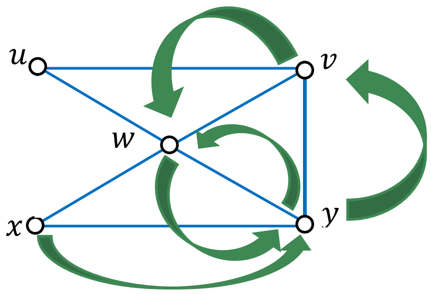
وظيفة: اكتب العلاقة العامة التي تعطي درجة الرأس في المخطط المتمم.

$$\deg_{\bar{G}}(v) = ?$$

بعض التعاريف:

المسير $u - v\ Walk$: هو سلسلة متناوبة من الرؤوس والحواف تبدأ عند الرأس u وتنتهي عند الرأس v وبحيث أن الرؤوس المتناوبة في السلسلة متجاورة.

مثال:



$$W: x, y, w, y, v, w$$

$x - w\ Walk$ $\qquad$ $\text{Length(W)} = 5$

نلاحظ بأنه ليس بالضرورة أن تكون الرؤوس متمايزة والحواف أيضاً.

يكرّر الرأس أكثر من مرة والحواف أيضاً.

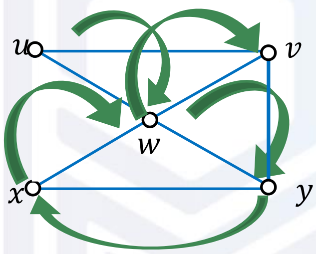
> ملاحظة:
>
> عندما $u = v$ تدعى $Closed\ Walk$.
>
> عندما $u \neq v$ تدعى $Open\ Walk$.

طول الـ $Walk$ $Length(W)$: عدد الحواف التي تم المرور عليها بما فيها الحواف التي تم المرور عليها أكثر من مرة.

1 - عدد الرؤوس التي تمّ المرور عليها في $W = Length(W)$

$u - v\ Trail$: هو عبارة عن $u - v\ Walk$ بشرط المرور على كل حافة لمرة واحدة فقط.

مثال:

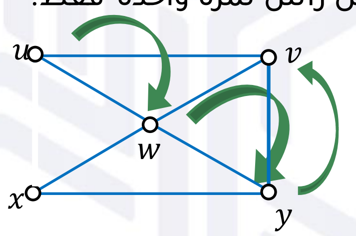


$$T: u, w, y, x, w, v$$

يمكن تكرار الرؤوس.

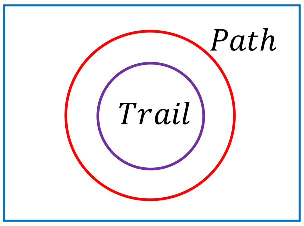
$u - v\ Path$: هو عبارة عن $u - v\ Walk$ بشرط المرور على كل رأس لمرة واحدة فقط.

مثال:



$$P: u, w, y, v$$

العلاقة بين $u-v$ Path و $u-v\ Walk$:



عند المرور على كل رأس لمرة واحدة فحتماً سنمر على كل حافة مرة واحدة فقط أي نستنتج أن كل $Path$ هو $Trail$ وليس العكس.

$Circuit$: هي عبارة عن $Closed\ Trail$ طولها أكثر من ثلاثة حواف. (المرور على كل حافة لمرة واحدة والعودة إلى نقطة الانطلاق).

مثال:

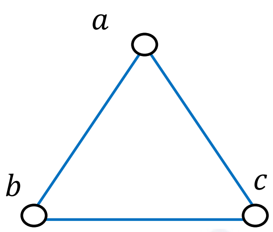
$$C: y, w, u, v, w, x, y$$

$Cycle$: هي عبارة عن $Circuit$ مع قيد كل رؤوسها مختلفة عدا الرأس الأول والأخير. (المرور على كل حافة وكل رأس مرة واحدة فقط والعودة إلى نقطة الانطلاق).

مثال:

$$\acute{C}: x, y, v, w, x$$

يرمز لـ $K - Cycle$ إلى $Cycle$ بطول K (عدد الحواف K)



- إذا كان K عدد زوجي« $Even\ Cycle$.
- إذا كان K عدد فردي« $Odd\ Cycle$.

أشهرها: $3 - Cycle$ أو $Triangle$.

تمارين وظيفة:

1. لدينا G مخطط بسيط فيه $m = 15$ (عدد حوافه)، ثلاثة من رؤوسه لها الدرجة 4، وما تبقّى من الرؤوس من الدرجة 3. ما عدد رؤوس هذا المخطط؟؟

الحل:

$$\sum_{i=1}^{n} degree(v) = 2\,|m|$$

نفرض أنَّ n هو عدد الرؤوس و x هو عدد الرؤوس المعروف درجتها أي يصبح:

$$4 * 3 + \big((n - x) * 3\big) = 2|15|$$

$$12 + \big((n - 3) * 3\big) = 30$$

$$3n - 9 = 18$$

$$3n = 27 \implies n = 9$$

2. بين صحّة العبارة التالية: مخطط له خمس رؤوس، هل من الممكن أن يكون لكل رأس من رؤوس المخطط الدرجة الثالثة، مع التعليل؟؟

الحل:

غير ممكن، لأنه لا يحقق النظرية الأولى من نظرية المخططات.

مصطلحات المحاضرة	
مخطط جزئي	$SubGraph$
مخطط أصلي	$SuperGraph$
مخطط التغطية الجزئية	$Spanning\ SubGraph$
حذف حافة	$Delete\ Edge$
حذف رأس	$Delete\ Vertice$
إضافة حافة	$Add\ Edge$
إضافة رأس	$Add\ Vertice$
متمم مخطط	$Complement\ of\ a\ Graph$
مشوة بين u, v	$u-v\ Walk$
أثر بين u, v	$u-v\ Trail$
مسار بين u, v	$u-v\ Path$
دائرة	$Circuit$
دورة	$Cycle$
مشوة مغلقة	$Closed\ Walk$
مشوة مفتوحة	$Open\ Walk$
دورة زوجية	$Even\ Cycle$
دورة فردية	$Odd\ Cycle$
مثلث	$3-Cycle$ أو *Triangle*

2022/2023

السنة الثالثة

BLUE BITS

أعضاء الفريق

الفريق العلمي

أحمد مهملات	سامر حاضري
أمل مكي	سدرة ظاظا
أميرة كاجوج	سنا أطرش
حمزة صوراني	عائشة الخطيب
رضوان الشحود	غرّاء حداد
رغد قرقناوي	فاطمة شنب
رؤى صبّاغ	

الفريق التقني

بشر نجار	كرم كتلو
جمال سالم صوراني	محمد سعيد انطاكلي
راما الجابر	مروه بابللي
رشا خليل	مريم الأسود
عز الدين واعظ	مصطفى الرمضان

هل لديك أي ملاحظة؟ لا تتردّد في مراسلتنا.

/BlueBitsTeam

www.bluebitsteam.com