بسم الله الرّحمن الرّحیم

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

مدرس: مسعود عمومی

حل تمرین شماره ۱ _ تابستان ۱۴۰۱

با سلام خدمت دانشجویان محترم

۱ حاصل هریک از عبارات زیر را به دو صورت دکارتی و قطبی بنویسید.

الف) $j(1-j)^2$

$$A = j(1-j)^{۲} = j(1-۲j-1) = j(-۲j) = ۲ = ۲\measuredangle ۰°$$

ب) $\frac{1+j\sqrt{3}}{\sqrt{2}+j\sqrt{2}}$

$$B = \frac{1+j\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}+j\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{1+۳}\, e^{j\,tg^{-1}(\sqrt{۳})}}{\sqrt{۲+۲}\, e^{j\,tg^{-1}(1)}} = \frac{e^{j۶۰°}}{e^{j۴۵°}} = e^{j1۵°} = 1\measuredangle 1۵°$$

$$= \cos(1۵°) + j\sin(1۵°) \simeq ۰{,}۹۶۶ + j\,۰{,}۲۵۹$$

ج) $j\sqrt{2}e^{j\pi/4} - e^{j7\pi/4}$

$$C = j\sqrt{۲}\,e^{j\pi/۴} - e^{j۷\pi/۴} = \sqrt{۲}\left(e^{j\pi/۴}\right)\left(e^{j\pi/۴}\right) - e^{j۷\pi/۴}$$

$$= \sqrt{۲}\,e^{j۳\pi/۴} - e^{j۷\pi/۴} = e^{j۳\pi/۴}\left(\sqrt{۲} - e^{j\pi}\right) = e^{j۳\pi/۴}\left(\sqrt{۲}+۱\right)$$

$$= ۲٫۴۱۴\,e^{j۳\pi/۴} = ۲٫۴۱۴\left(\cos\frac{۳\pi}{۴} + j\sin\frac{۳\pi}{۴}\right) = ۲٫۴۱۴\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲} + j\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)$$

د) $\sqrt{\sqrt{2}+j\sqrt{7}}$

$$D = \sqrt{\sqrt{۲}+j\sqrt{۷}} = \left(\sqrt{۲}+j\sqrt{۷}\right)^{۱/۲} \simeq \left(۳\,e^{j۶۱٫۹^\circ}\right)^{۱/۲}$$

$$= \sqrt{۳}\,e^{j۳۰٫۹۵^\circ} \simeq \sqrt{۳}\left(۰٫۸۶ + j\,۰٫۵۱\right) \simeq ۱٫۴۹ + j\,۰٫۸۸$$

۲ مقادیر P_∞ و E_∞ را برای سیگنال‌های داده‌شده محاسبه کنید.

الف) $x(t) = e^{at}u(t), \quad a < 0$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_0^\infty e^{2at} dt = \frac{1}{2a} e^{2at} \Big|_0^\infty = 0 - \frac{1}{2a}$$

$$\Rightarrow E_\infty = -\frac{1}{2a} \checkmark \quad \Rightarrow P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{E_\infty}{2T} = 0 \checkmark$$

ب) $x[n] = a^n u[n], \quad |a| < 1$

$$E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |a|^{2n}$$

$$\Rightarrow E_\infty = \frac{1}{1-|a|^2} \checkmark \Rightarrow P_\infty = \lim_{N\to\infty} \frac{E_\infty}{2N+1} = 0 \checkmark$$

ج) $x(t) = e^{a|t|}, \quad a < 0$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{0} e^{-2at} dt + \int_{0}^{\infty} e^{2at} dt$$

$$= -\frac{1}{2a} e^{-2at}\Big|_{-\infty}^{0} + \frac{1}{2a} e^{2at}\Big|_{0}^{\infty} = -\frac{1}{2a}(1-0) + \frac{1}{2a}(0-1)$$

$$\Rightarrow E_\infty = -\frac{1}{a} \checkmark \Rightarrow P_\infty = 0 \checkmark$$

د) $x(t) = e^{jt} + e^{j3t}$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} (e^{jt}+e^{j3t})(e^{-jt}+e^{-j3t})\,dt$$

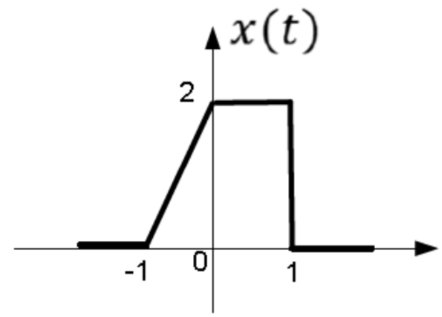
$$= \int_{-\infty}^{\infty} (1+1+2\cos 2t)\,dt = 2\int_{-\infty}^{\infty} dt + 2\int_{-\infty}^{\infty} \cos 2t\,dt = \infty + 0$$

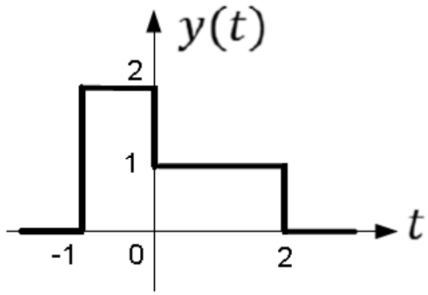
$$\Rightarrow E_\infty = \infty \quad \checkmark$$

$$P_\infty = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} (2+2\cos 2t)\,dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}(4T) + \underbrace{\lim_{T\to\infty} \cancel{\frac{2\sin 2T}{2T}}}_{=0}$$

$$\Rightarrow P_\infty = 2 \quad \checkmark$$

۳ سیگنال‌های $x(t)$ و $y(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیرید.





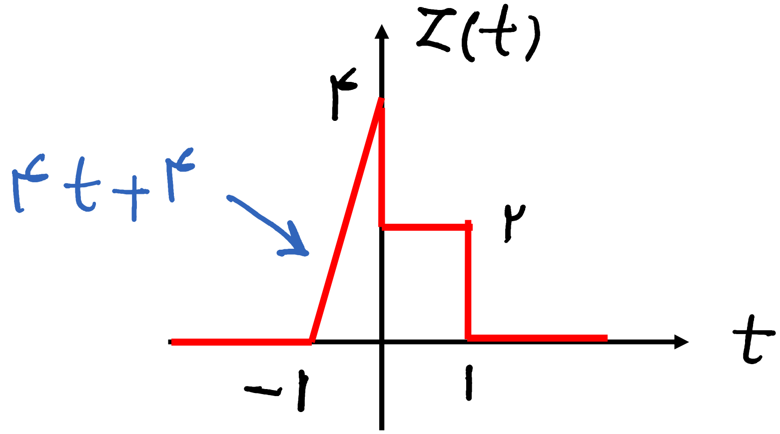
سیگنال‌های زیر را به دست آورده و رسم کنید:

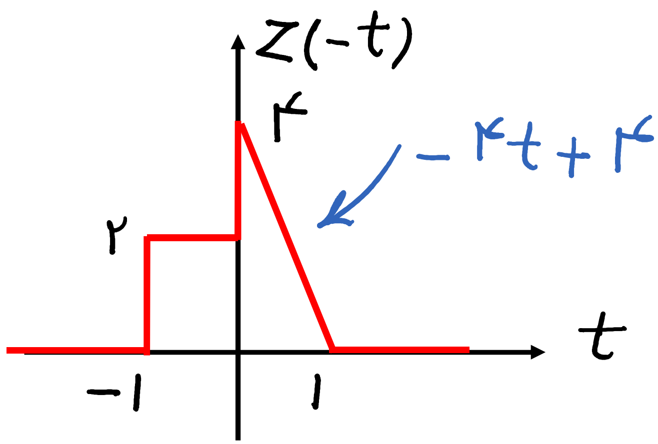
الف) $Even\{x(t).y(t)\}$

$$x(t)=\begin{cases} 2t+2 & , \quad -1<t<0 \\ 2 & , \quad 0<t<1 \\ 0 & , \quad oth. \end{cases}$$

$$y(t)=\begin{cases} 2 & , \quad -1<t<0 \\ 1 & , \quad 0<t<2 \\ 0 & , \quad oth. \end{cases}$$

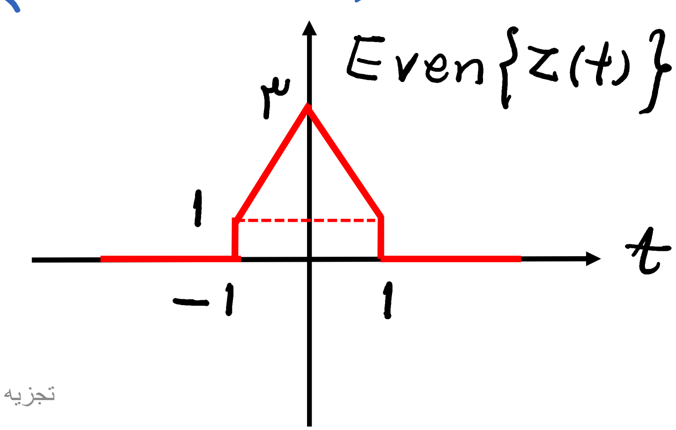
$$\Rightarrow z(t)=x(t)y(t)=\begin{cases} 4t+4 & -1<t<0 \\ 2 & 0<t<1 \\ 0 & oth. \end{cases}$$





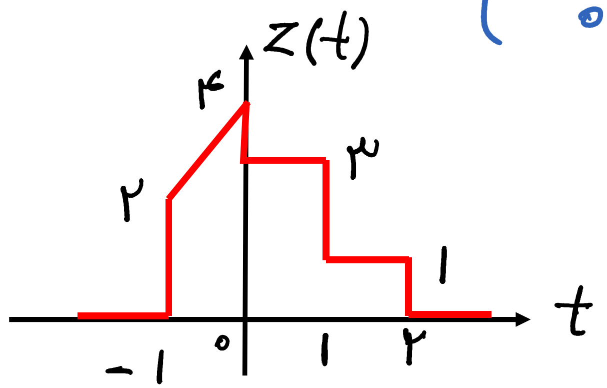
$$\text{Even}\{z(t)\} = \frac{1}{2}\{z(t) + z(-t)\}$$

$$= \begin{cases} 2t+3, & -1<t<0 \\ -2t+3, & 0<t<1 \\ 0, & \text{oth.} \end{cases}$$



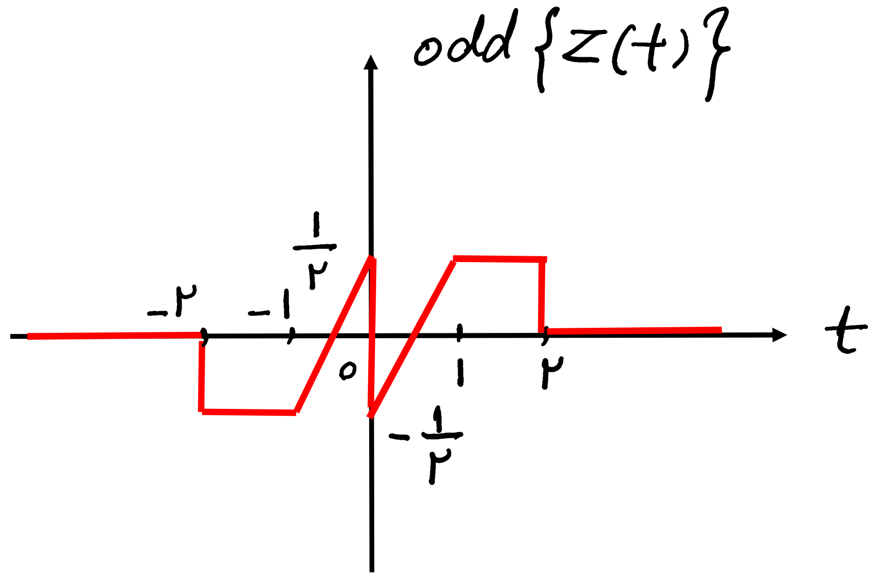
ب) $Odd\{x(t)+y(t)\}$

$$z(t)=x(t)+y(t)=\begin{cases} 2t+4 & , \quad -1<t<0 \\ 3 & , \quad 0<t<1 \\ 1 & , \quad 1<t<2 \\ 0 & , \quad oth. \end{cases}$$

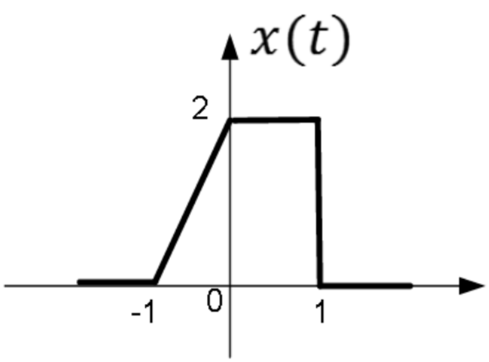


$$z(-t)=\begin{cases} 1 & , \quad -2<t<-1 \\ 3 & , \quad -1<t<0 \\ -2t+4 & , \quad 0<t<1 \\ 0 & , \quad oth. \end{cases}$$

$$odd\{z(t)\}=\frac{1}{2}\{z(t)-z(-t)\}=\begin{cases} -\frac{1}{2} & , \quad -2<t<-1 \\ t+\frac{1}{2} & , \quad -1<t<0 \\ t-\frac{1}{2} & , \quad 0<t<1 \\ \frac{1}{2} & , \quad 1<t<2 \\ 0 & , \quad oth. \end{cases}$$



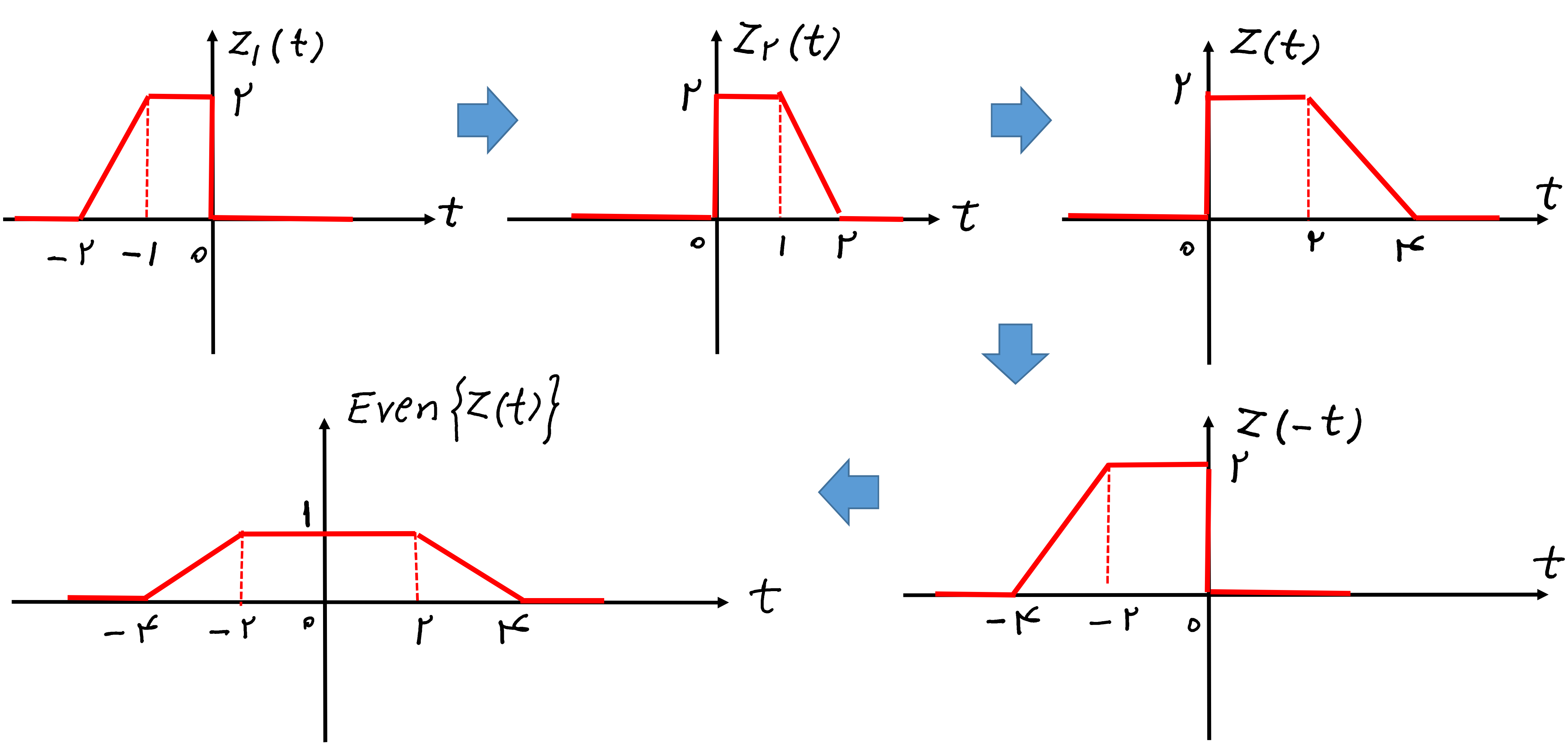
ج) $Even\{x\left(1-\frac{t}{2}\right)\}$



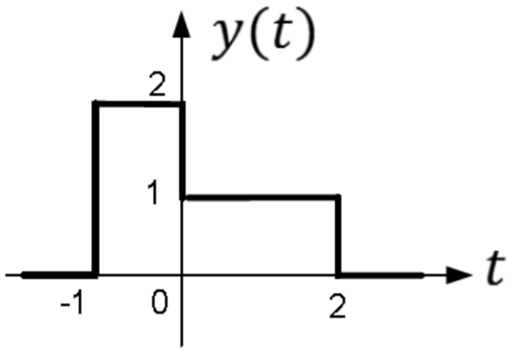
$$z_1(t) = x(1+t)$$

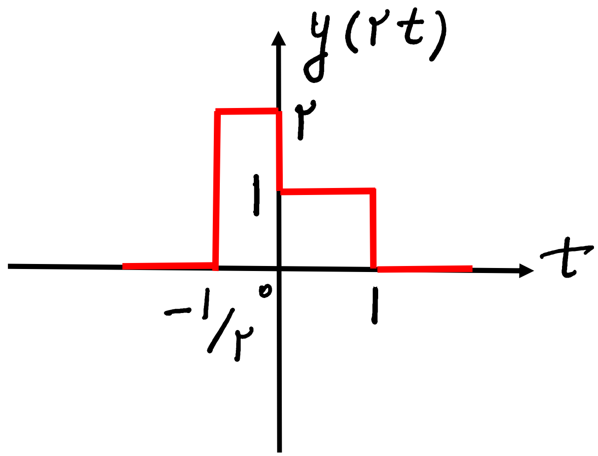
$$z_2(t) = z_1(-t) = x(1-t)$$

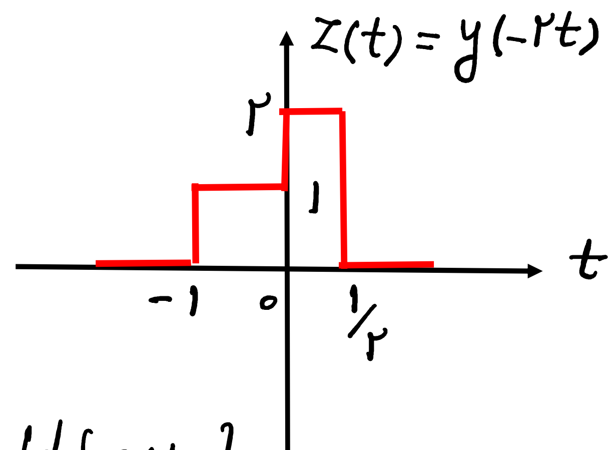
$$z(t) = z_2(t/2) = x(1-t/2)$$


$z_1(t)$
۲
t
-۲ -۱ ۰
$z_2(t)$
۲
t
۰ ۱ ۲
$z(t)$
۲
t
۰ ۲ ۴
$z(-t)$
۲
t
-۴ -۲ ۰
$Even\{z(t)\}$
۱
t
-۴ -۲ ۰ ۲ ۴

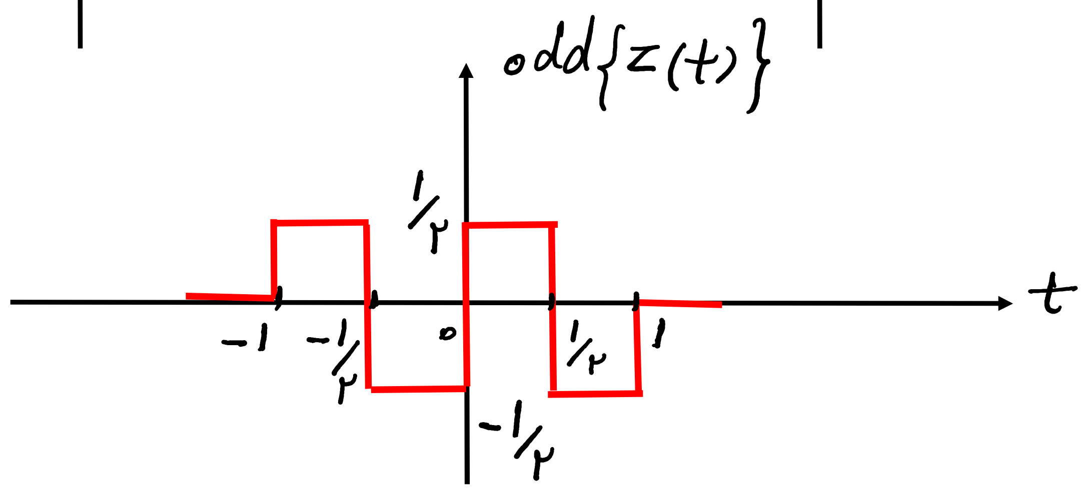
د) $Odd\{y(-2t)\}$







$$odd\{z(t)\} = \frac{1}{2}\left[y(-2t) - y(2t)\right]$$



۴ اگر $x(t)$ یک سیگنال حقیقی بوده و $x_e(t)$ و $x_o(t)$ به ترتیب قسمت‌های زوج و فرد آن باشند، نشان دهید تساوی زیر برای انرژی سیگنال‌ها برقرار است:

$$E_\infty\{x(t)\} = E_\infty\{x_e(t)\} + E_\infty\{x_o(t)\}$$

آیا تساوی فوق برای حالت گسسته نیز برقرار است؟ نشان دهید.

$$x(t) = x^*(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

$$E_\infty\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [x_e(t)+x_o(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_e^2(t)\,dt + \int_{-\infty}^{\infty} x_o^2(t)\,dt + 2\int_{-\infty}^{\infty} x_e(t)x_o(t)\,dt$$

$= 0$ (حاصل ضرب یک سیگنال زوج در یک سیگنال فرد، فرد است.)

تقارن نسبت به مبدأ ⟸ مساحت کل صفر

$$= E_\infty\{x_e(t)\} + E_\infty\{x_o(t)\}$$

درحالت گسسته :

$$x[n]=x^*[n]=x_e[n]+x_o[n]$$

$$E_\infty\{x[n]\}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2=\sum_n x[n]x^*[n]=\sum_n \left(x_e[n]+x_o[n]\right)^2$$

$$=\sum_n x_e^2[n]+\sum_n x_o^2[n]+2\sum_n x_e[n]x_o[n]$$

$=0$ (سیگنال فرد)

$$=E_\infty\{x_e[n]\}+E_\infty\{x_o[n]\}$$

۵ ویژگی تناوب در سیگنال‌های زیر را بررسی نموده و در صورت متناوب بودن، دوره‌ی تناوب اصلی آن‌ها را محاسبه نمایید.

الف) $\cos(t) - \sin(\sqrt{3}t)$

$T_1 \quad\quad T_2$

$T_1 = ۲\pi \;,\; T_2 = \frac{۲\pi}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{۳}$ (گنگ)

$\Rightarrow$ مضرب مشترک صحیحی بین T_1 و T_2 وجود ندارد.

$\Rightarrow$ متناوب نیست.

ب) $\left|\cos\frac{4}{3}t\right| + \sin\frac{3}{4}t$

$T_1 \quad\quad T_2$

نکته (قدرمطلق)

$T_1 = \frac{\pi}{۴/۳} = \frac{۳\pi}{۴}$

$T_2 = \frac{۲\pi}{۳/۴} = \frac{۸\pi}{۳}$

$\Rightarrow T = lcm(T_1, T_2) = lcm\left(\frac{۳\pi}{۴}, \frac{۸\pi}{۳}\right)$

نکته $= \frac{lcm(۳,۸)}{gcd(۴,۳)} \times \pi = \frac{۲۴}{۱} \times \pi = ۲۴\pi$

$\Rightarrow T = ۳۲\, T_1 = ۹\, T_2$

متناوب با دوره‌ی تناوب ۲۴π است.

ج) $\cos(\pi\sqrt{50}t)\sin(\pi\sqrt{2}t)$

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos(5\pi\sqrt{2}\,t)\sin(\pi\sqrt{2}\,t) = \frac{1}{2}\underbrace{\sin(6\pi\sqrt{2}\,t)}_{T_1} - \frac{1}{2}\underbrace{\sin(4\pi\sqrt{2}\,t)}_{T_2}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{6\pi\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{4\pi\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \operatorname{lcm}(T_1, T_2) = \frac{\operatorname{lcm}(\sqrt{2}, \sqrt{2})}{\gcd(6, 4)} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 3T_1 = 2T_2$$

د) $exp\{j\left(\frac{5\pi}{8}n + \frac{\pi}{4}\right)\}$

$$\frac{2\pi}{5\pi/8} = \frac{16}{5}$$ (اگر گویا) $\Rightarrow$ متناوب است

$$N = m\left(\frac{16}{5}\right) \xrightarrow{m=5} N = 16$$

$m \in \mathbb{Z}$

ه) $2\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) + 3\sin\left(\frac{3\pi n}{8}\right)$

N_1 N_2

$\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$ (گویا)

$\Rightarrow N_1 = 3m \xrightarrow{m=1} N_1 = 3$

$\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{8}} = \frac{16}{3}$ (گویا) $\Rightarrow N_2 = m\left(\frac{16}{3}\right) \xrightarrow{m=3} N_2 = 16$

$\Rightarrow N = lcm(N_1, N_2) = lcm(3, 16) = 48$ ✓ متناوب

و) $\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right)\sin\left(\frac{2n}{5}\right)$

متناوب   نامتناوب

$\frac{2\pi}{\frac{2}{5}} = 5\pi$ (گویا نیست)

$\Rightarrow \sin\left(\frac{2n}{5}\right)$ نامتناوب است $\Rightarrow$ کل دنباله نامتناوب است.

۶ ویژگی‌های خطّی بودن، تغییرناپذیری با زمان، بدون حافظه بودن، علّی بودن و پایداری سیستم‌های زیر را که رابطه‌ی بین ورودی و خروجی آن‌ها داده شده، با ذکر دلیل مشخص نمایید.

الف) $y(t) = x(t-3) + x(3-t)$

✓ سیستم خطی است.

$$T\{a x_1(t) + b x_2(t)\}$$
$$= a x_1(t-3) + b x_2(t-3) + a x_1(3-t) + b x_2(3-t)$$
$$= a[x_1(t-3) + x_1(3-t)] + b[x_2(t-3) + x_2(3-t)]$$
$$= a T\{x_1(t)\} + b T\{x_2(t)\}$$

✓ سیستم TI نیست.

$$Z_{t_0}\{T\{x(t)\}\} = y(t-t_0) = x(t-t_0-3) + x(3-t+t_0)$$
$$\neq$$
$$T\{Z_{t_0}\{x(t)\}\} = T\{x(t-t_0)\} = x(t-t_0-3) + x(3-t-t_0)$$

✓ سیستم حافظه‌دار و غیرعلّی است. مثلاً : $y(0) = x(-3) + x(3)$

✓ سیستم پایدار است.

اگر $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |x(t-3)| < M \;\&\; |x(3-t)| < M$

$$|y(t)| = |x(t+3) + x(3-t)| < |x(t-3)| + |x(3-t)| < 2M < \infty$$

ب)
$$y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ x(t) + x(t-3), & t \geq 0 \end{cases}$$

✓ سیستم خطی است (به راحتی جمع‌پذیری و همگنی اثبات می‌شود)

✓ " حافظه‌دار است مثلاً : $y(1) = x(1) + x(-2)$

✓ سیستم TI نیست.

$$y(t-t_0)=\begin{cases} 0 & , \quad t-t_0<0 \\ x(t-t_0)+x(t-t_0-3) & , \quad t-t_0\geq 0 \end{cases}$$

$\neq$

$$T\{x(t-t_0)\}=\begin{cases} 0 & , \quad t<0 \\ x(t-t_0)+x(t-t_0-3) & , \quad t\geq 0 \end{cases}$$

✓ سیستم علّی است چون خروجی در هر لحظه، فقط به مقدار ورودی در آن لحظه و گذشته آن بستگی دارد.

✓ سیستم پایدار است.

اگر $|x(t)|<M<\infty$

$$\Rightarrow \quad |y(t)|=\begin{cases} 0 & , \quad t<0 \\ |x(t)+x(t-3)| & , \quad t\geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & , \quad t<0 \\ <2M & , \quad t\geq 0 \end{cases}$$

ج)
$$y(t)=\begin{cases}0, & x(t)<0\\ x(t)+x(t-3), & x(t)\geq 0\end{cases}$$

$$T\{-x(t)\}=\begin{cases}0 & , \quad -x(t)<0 \quad (\,x(t)>0\,)\\ -x(t)-x(t-3) & , \quad -x(t)\geq 0 \quad (\,x(t)\leq 0\,)\end{cases}$$

$$\neq$$

$$-T\{x(t)\}=-y(t)=\begin{cases}0 & , \quad x(t)<0\\ -x(t)-x(t-3) & , \quad x(t)\geq 0\end{cases}$$

✓ سیستم خطی نیست چون همگن نیست.

✓ " حافظه دار است. مثلاً اگر $x(1)>0 \Rightarrow y(1)=x(1)+x(-2)$

" علّی است چون خروجی فقط به حال و گذشته ورودی بستگی دارد.

✓ سیستم پایدار است (اثباتش به حالت قبل)

✓ « TI نیست .

$$T\{x(t-t_0)\} = \begin{cases} 0 & , \quad x(t-t_0) < 0 \\ x(t-t_0) + x(t-t_0-3) & , \quad x(t-t_0) \geq 0 \end{cases}$$

$$y(t-t_0) = \begin{cases} 0 & , \quad x(t) < 0 \\ x(t-t_0) + x(t-t_0-3) & , \quad x(t) \geq 0 \end{cases}$$

د) $y[n] = x[3n+1]$

سیستم خطی است. (جمع پذیری و همگنی به راحتی اثبات می شود)

" حافظه دار و غیرعلّی است. مثلاً $y[0] = x[1]$

" پایدار است. اگر $|x[n]| < M < \infty \Rightarrow |x[3n+1]| < M$

$\Rightarrow |y[n]| < M$

" TI نیست.

$y[n-n_0] = x[3n - 3n_0 + 1]$

اگر $s[n] = x[n-n_0] \Rightarrow T\{s[n]\} = s[3n+1] = x[3n+1-n_0]$

$\neq y[n-n_0]$

۵)
$$y[n] = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n+1], & n \leq -1 \end{cases}$$

سیستم خطی است.

$$T\{a x_1[n] + b x_2[n]\} = \begin{cases} a x_1[n] + b x_2[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ a x_1[n+1] + b x_2[n+1], & n \leq -1 \end{cases}$$

$$= a \begin{cases} x_1[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x_1[n+1], & n \leq -1 \end{cases} + b \begin{cases} x_2[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x_2[n+1], & n \leq -1 \end{cases} = a T\{x_1[n]\} + b T\{x_2[n]\}$$

سیستم حافظه دار و غیرعلّی است.

مثلاً $y[-1] = x[0]$

سیستم پایدار است. (به راحتی دیده می‌شود که ورودی محدود، خروجی محدود خواهد داشت)

$$y[n-n_0]=\begin{cases} x[n-n_0] & , \quad n-n_0\geq 1 \quad (n\geq n_0+1) \\ 0 & , \quad n=n_0 \\ x[n-n_0+1] & , \quad n-n_0\leq -1 \quad (n\leq n_0-1) \end{cases}$$

$$s[n]=x[n-n_0] \Rightarrow T\{s[n]\}=\begin{cases} s[n] & , \quad n\geq 1 \\ 0 & , \quad n=0 \\ s[n+1] & , \quad n\leq -1 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} x[n-n_0] & , \quad n\geq 1 \\ 0 & , \quad n=0 \\ x[n+1-n_0] & , \quad n\leq -1 \end{cases} \neq y[n-n_0] \Rightarrow$$ سیستم TI نیست. ✓

و) $y[n] = \sum_{k=n-2}^{n+2} x[k]$

✓ سیستم خطی است (به راحتی جمع‌پذیری و همگنی نشان داده می‌شود)

✓ " حافظه‌دار و غیرعلّی است. مثلاً

$$y[0] = \sum_{k=-2}^{2} x[k]$$

✓ " پایدار است.

اگر $|x[n]| < M < \infty$

$$\Rightarrow |y[n]| = \left|\sum_{k=n-2}^{n+2} x[k]\right| < \sum_{k=n-2}^{n+2} |x[k]| < \sum_{k=n-2}^{n+2} M = 5M < \infty$$

✓ سیستم TI است.

$$y[n-n_0] = \sum_{k=n-n_0-2}^{n-n_0+2} x[k] = \sum_{m=n-2}^{n+2} x[m-n_0]$$

$m = k + n_0$

$$s[n] = x[n-n_0] \Rightarrow T\{s[n]\} = \sum_{k=n-2}^{n+2} s[k] = \sum_{k=n-2}^{n+2} x[k-n_0]$$

۷ ویژگی وارون‌پذیری را در هر یک از سیستمهای زیر بررسی کنید. برای سیستمهای وارون‌پذیر، سیستم وارون را مشخص کنید و برای سیستمهای وارون‌ناپذیر، دو ورودی متفاوت با خروجی یکسان پیدا کنید.

الف) $y(t) = \cos[x(t)]$ سیستم وارون ناپذیر است.

اگر $x_1(t) = -x_2(t) = \alpha \Rightarrow y_1(t) = y_2(t) = \cos\alpha \Rightarrow$ یک به یک نیست

ب) $y(t) = Ax(t-B) + C$ سیستم وارون پذیر است.

اگر $y_2(t) = y_1(t) \Rightarrow x_2(t) = x_1(t)$

سیستم وارون: $W(t) = \frac{1}{A}\left[y(t+B) - C\right] = \frac{1}{A}\left[Ax(t) + C - C\right]$

$= x(t)$

ج) $y[n] = \begin{cases} 0, & n\ odd \\ x\left[\frac{n}{2}\right], & n\ even \end{cases}$

اگر $x_2[n] \neq x_1[n]$

$$\Rightarrow y_1[n] = \begin{cases} 0 & , \quad n = 2m+1 \\ x_1[\frac{n}{2}] = x_1[m] & , \quad n = 2m \end{cases}$$

$$y_2[n] = \begin{cases} 0 & , \quad n = 2m+1 \\ x_2[\frac{n}{2}] = x_2[m] & , \quad n = 2m \end{cases}$$

$\Rightarrow y_2[n] \neq y_1[n]$

$\Rightarrow$ سیستم یک به یک و در نتیجه وارون پذیر است.

سیستم وارون : $w[n] = y[2n] = x[\frac{2n}{2}] = x[n]$

د) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (\frac{1}{2})^{n-k} x[k]$

$$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{k=-\infty}^{n} 2^k x[k]$$

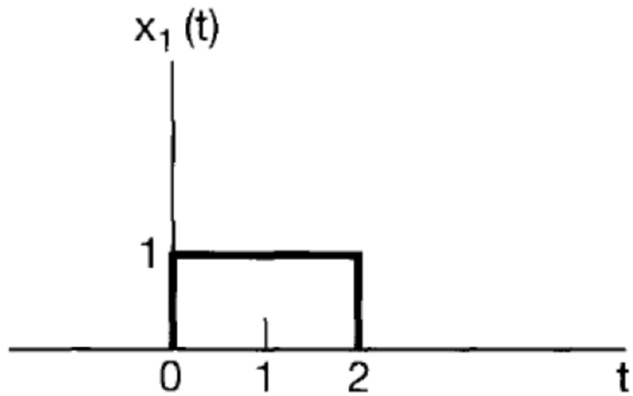
اگر $x_2[n] \neq x_1[n] \Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{n} 2^k x_2[k] \neq \sum_{k=-\infty}^{n} 2^k x_1[k]$

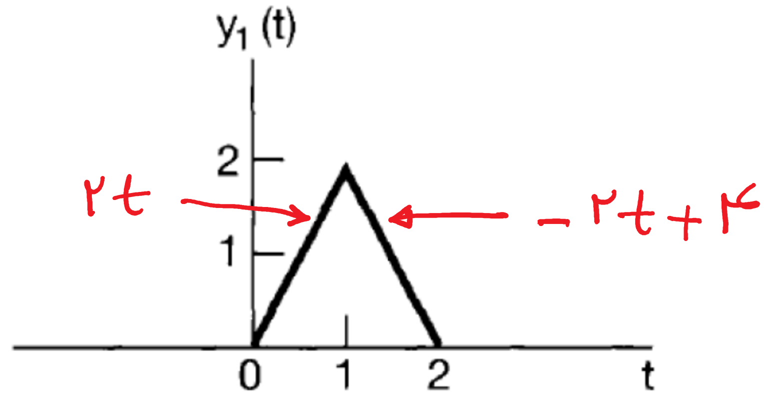
ضرب طرفین در $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ $\Rightarrow y_2[n] \neq y_1[n] \Rightarrow$ یک به یک و وارون پذیر است

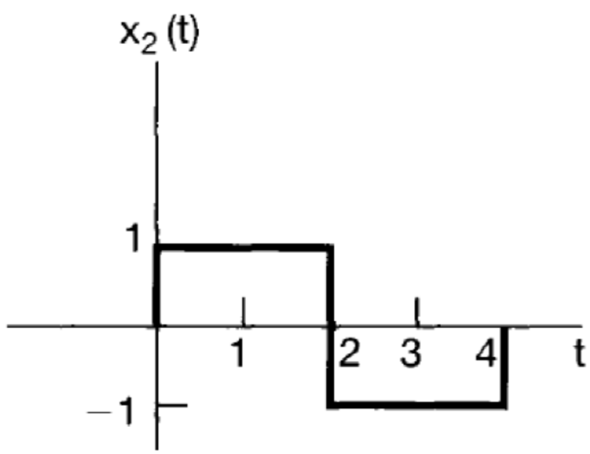
$$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left\{ \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{n-1} 2^k x[k]}_{2^{n-1} y[n-1]} + 2^n x[n] \right\} = \frac{1}{2} y[n-1] + x[n]$$

$\Rightarrow$ سیستم وارون : $w[n] = y[n] - \frac{1}{2} y[n-1] = x[n]$

۸ مطابق شکل، پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $x_1(t)$ ، خروجی $y_1(t)$ است. پاسخ این سیستم به ورودی‌های $x_2(t)$ و $x_3(t)$ را به دست آورده و رسم کنید.

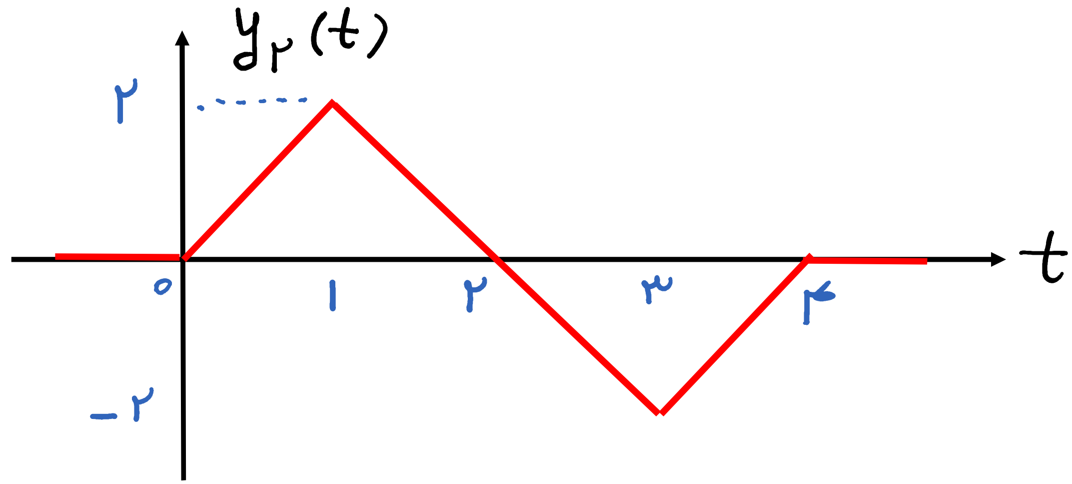


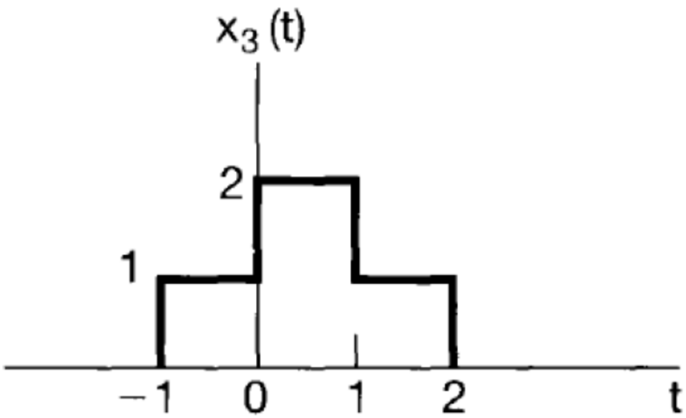




$$x_۲(t) = x_۱(t) - x_۱(t-۲)$$

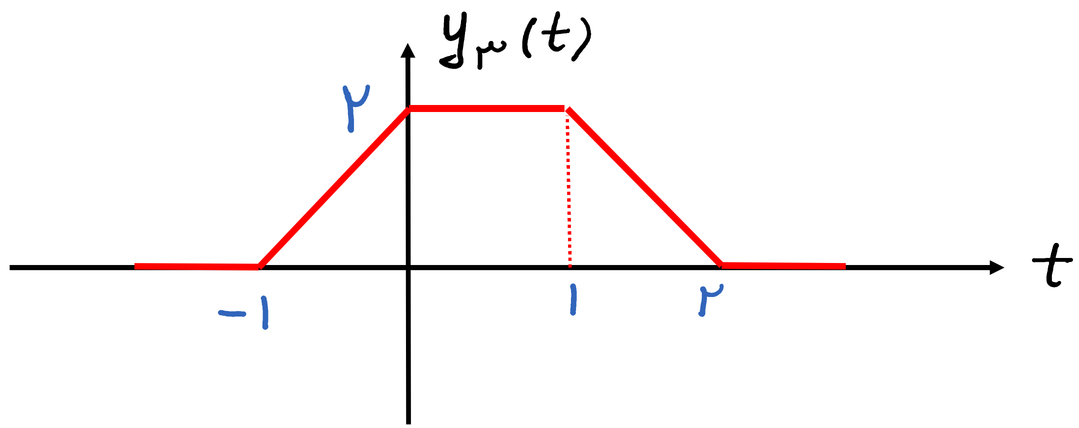
$$LTI \Rightarrow \quad y_۲(t) = y_۱(t) - y_۱(t-۲)$$





$$x_3(t) = x_1(t) + x_1(t+1)$$

$$LTI \Rightarrow y_3(t) = y_1(t) + y_1(t+1)$$


y۳(t)
۲
t
-۱
۱
۲