Rapport projekt 1

Bashar Jamal Pati, bjpati@kth.se
Mohamad Abou Helal, mohamaah@kth.se

3. Problem

Lös nedanstående problem. Problemets lösning och resultat skall innehålla visualisering där det är relevant.

Polynomekvation

Hitta lösningarna till polynomekvationen: $x^5 + \frac{23}{3}x^4 + \frac{25}{3}x^3 - \frac{107}{3}x^2 - \frac{148}{3}x + 20 = 0$.

Rita också grafen för polynomet och markera nollställen med en röd punkt.

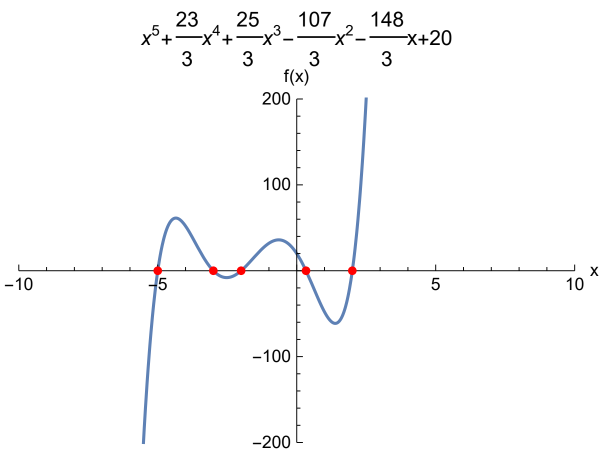
In[∘]:=
$$f[x\_] = x^5 + \frac{23}{3}x^4 + \frac{25}{3}x^3 - \frac{107}{3}x^2 - \frac{148}{3}x + 20$$

Out[∘]=
$$20 - \frac{148\,x}{3} - \frac{107\,x^2}{3} + \frac{25\,x^3}{3} + \frac{23\,x^4}{3} + x^5$$

In[∘]:=
```
{x1, x2, x3, x4, x5} = x /. Solve[f[x] == 0, x]
```

Out[∘]=
$$\left\{-5, -3, -2, \frac{1}{3}, 2\right\}$$

In[∘]:=
```
Plot[f[x], {x, -6, 4}, PlotRange → {{-10, 10}, {-200, 200}}, AxesLabel → {"x", "f(x)"},
 PlotLabel → "x^5+23/3 x^4+25/3 x^3-107/3 x^2-148/3 x+20", Epilog → {PointSize[Medium], Red,
   Point[{{x1, f[x1]}, {x2, f[x2]}, {x3, f[x3]}, {x4, f[x4]}, {x5, f[x5]}}]}]
```

Out[∘]=


Olikhet

Lös uppgift 9 och 10 i filen Algebraiska likheter och olikheter med hjälp av Mathematica. I de fall det är lämpligt illustrera lösningsområdet grafiskt.

Uppgift9 : Lös följande olikheter i domänen av alla reella tal:

In[∘]:= $x+2>6x^2$

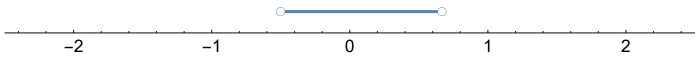
Out[∘]= $x+2>6x^2$

In[∘]:= $\mathbf{Reduce}[x+2>6x^2, x]$

Out[∘]= $-\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$

In[∘]:= `NumberLinePlot[6 x^2 < x + 2, {x, -2, 2}]`

Out[∘]=



In[∘]:= Clear[x]

In[∘]:= $\frac{x+1}{(2x+3)(x-2)}\geq 0$

Out[∘]= $\frac{x+1}{(x-2)(2x+3)}\geq 0$

In[∘]:= $\mathbf{Reduce}\left[\frac{x+1}{(2x+3)(x-2)}\geq 0, x\right]$

Out[∘]= $-\frac{3}{2}<x\leq -1 \lor x>2$

In[∘]:= `NumberLinePlot[(x + 1)/((2 x + 3) (x - 2)) ≥ 0, {x, -2, 4}]`

Out[∘]=

In[∘]:= Clear[x]

In[∘]:= $\frac{x^2-5}{x-1}\leq -1$

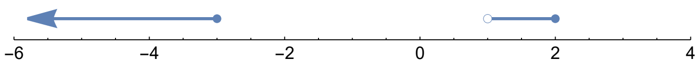
Out[∘]= $\frac{x^2-5}{x-1}\leq -1$

In[∘]:= $\mathbf{Reduce}\left[\frac{x^2-5}{x-1}\leq -1, x\right]$

Out[∘]= $x\leq -3 \lor 1<x\leq 2$

In[∘]:= `NumberLinePlot[(x^2 - 5)/(x - 1) ≤ -1, {x, -5, 3}]`

Out[∘]=



In[∘]:= Clear[x]

In[∘]:= $-\sqrt{x^2+9}\geq 2\sqrt{x}+4$

Out[∘]= $-\sqrt{x^2+9}\geq 2\sqrt{x}+4$

In[∘]:= $\mathbf{Reduce}\left[-\sqrt{x^2+9}\geq 2\sqrt{x}+4, x\right]$

Out[∘]= False

In[∘]:= **Clear[x]**

In[∘]:= $\sqrt{3x+3} \geq \sqrt{x} + 1$

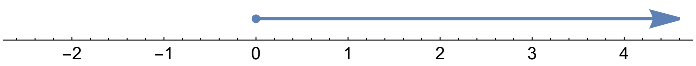
Out[∘]= $\sqrt{3x+3} \geq \sqrt{x} + 1$

In[∘]:= **Reduce**$\left[\sqrt{3x+3} \geq \sqrt{x} + 1, x\right]$

Out[∘]= $x \geq 0$

In[∘]:= `NumberLinePlot[` $\sqrt{3x+3} \geq \sqrt{x} + 1$`, {x, -2, 4}]`

Out[∘]=



In[∘]:= **Clear[x]**

Uppgift 10 : Bestämsanningsmängder till följande predikater i domänen av alla reella tal :

In[∘]:= $x^3 < 1 \land x^2 - x - 6 \geq 0$

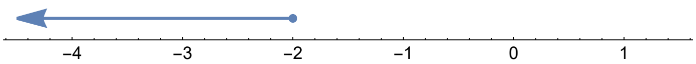
Out[∘]= $x^3 < 1 \land x^2 - x - 6 \geq 0$

In[∘]:= **Reduce**$[x^3 < 1 \land x^2 - x - 6 \geq 0, x]$

Out[∘]= $x \leq -2$

In[∘]:= `NumberLinePlot[` $x^3 < 1 \land x^2 - x - 6 \geq 0$`, {x, -4, 1}]`

Out[∘]=



In[∘]:= **Clear[x]**

In[∘]:= $(2x-1)(x-3)(2x-5) = 0 \land \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2$

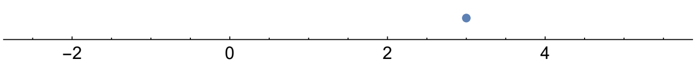
Out[∘]= $(x-3)(2x-5)(2x-1) = 0 \land \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2$

In[∘]:= **Reduce**$\left[(x-3)(2x-5)(2x-1) = 0 \land \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2, x\right]$

Out[∘]= $x = 3$

In[∘]:= `NumberLinePlot[` $(2x-1)(x-3)(2x-5) = 0 \land \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 2$`, {x, -2, 5}]`

Out[∘]=



In[∘]:= **Clear[x]**

In[∘]:= $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq \sqrt{x} \land x^2 - 1 \geq 0$

Out[∘]= $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq \sqrt{x} \land x^2 - 1 \geq 0$

In[∘]:= **Reduce**$\left[\sqrt{x^2 - x - 2} \geq \sqrt{x} \land x^2 - 1 \geq 0, x\right]$

Out[∘]= $x \geq \sqrt{3} + 1$

In[∘]:= `NumberLinePlot[` $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq \sqrt{x} \land x^2 - 1 \geq 0$`, {x, -1, 5}]`

Out[∘]=

Binomisk ekvation

In[∘]:=
```
Quit[]
```

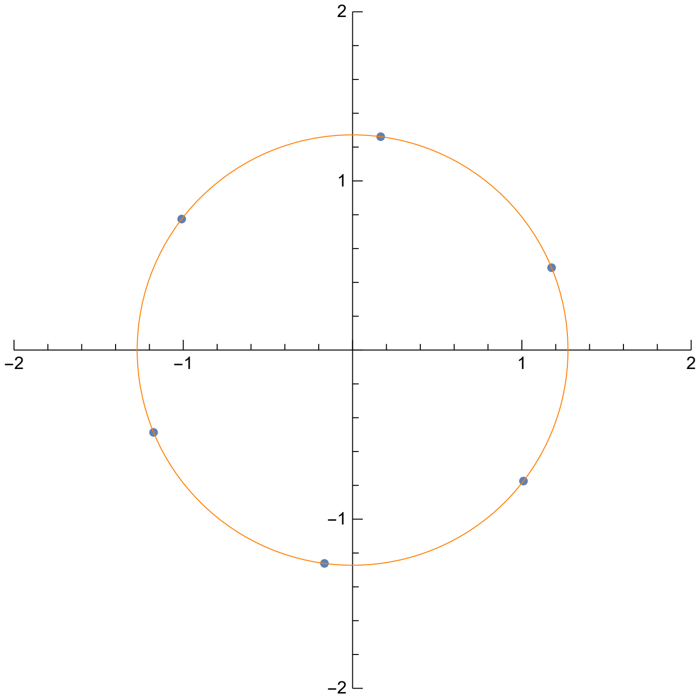
Finn lösningen till ekvationen $z^6 = -3 + 3\,i$ och visa grafiskt att dessa ligger på en cirkel i komplexa talplanet.

In[∘]:=
```
Z = z /. Solve[z^6 == -3 + 3 i] // N
```

Out[∘]=
```
{-1.1755 - 0.486907 i, 1.1755 + 0.486907 i, -0.166075 - 1.26146 i,
 0.166075 + 1.26146 i, 1.00942 - 0.774557 i, -1.00942 + 0.774557 i}
```

In[∘]:=
```
ComplexListPlot[Z, Epilog → {RGBColor[1, 0.501961, 0], Circle[{0, 0}, Abs[Z[[1]]]]},
 PlotRange → {{-2, 2}, {-2, 2}}]
```

Out[∘]=



Logik

Lös uppgift 1b i filen Logik med hjälp av Mathematica.

```
Quit[]
```

In[∘]:= $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \land \neg \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

Out[∘]= True

In[∘]:= $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z} \;||\; \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$

Out[∘]= True

In[∘]:= $\neg(-4 \in \mathbb{Z} \land -4 \geq 0) \Rightarrow \neg -4 \in \mathbb{Z}$

Out[∘]= False

In[∘]:= $\frac{5}{2} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow \frac{5}{2} \in \mathbb{R}$

Out[∘]= `True`

Ekvationslösning och grafer

En D’Artagnan jagas av Richeliue. Båda rider så snabbt de kan. D’Artagnan rider med en hastighet av 42 km/h och Richeliue med 57 km/h. Richeliue är 60 meter efter D’Artagnan och det är 250 meter till stadsporten där D’Artagnan kan komma undan. Bestäm om Richeliue hinner i kapp D’Artagnan och i så fall vilken tidpunkt och sträcka innan stadsporten det sker. Illustrera tidsförloppet grafiskt på lämpligt sätt.

In[∘]:= `Quit[]`

In[∘]:= $\mathbf{v1} = \frac{42}{3.6}$

Out[∘]= `11.6667`

In[∘]:= $\mathbf{v2} = \frac{57}{3.6}$

Out[∘]= `15.8333`

In[∘]:= $\mathbf{s1(t\_) := \mathit{t}\, v1 + 60}$

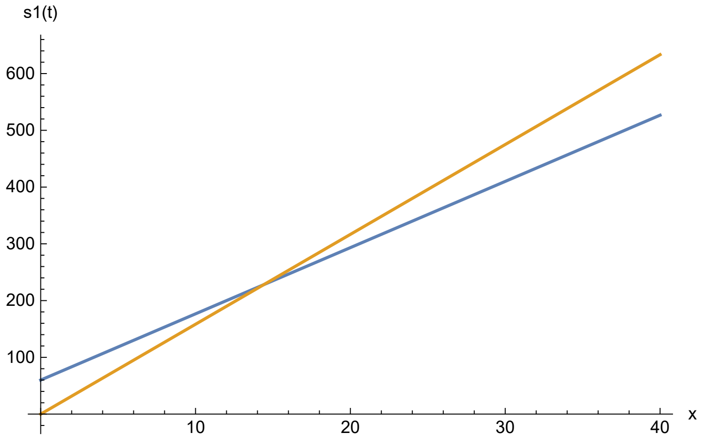
In[∘]:= $\mathbf{s2(t\_) := \mathit{t}\, v2}$

In[∘]:= $\mathbf{\mathit{d} = \mathit{t} \,/.\, Solve[s1(\mathit{t}) == s2(\mathit{t}), \mathit{t}]}$

Out[∘]= `{14.4}`

In[∘]:= `Plot[{s1[t], s2[t]}, {t, 0, 40}, AxesLabel → {"x", "s1(t)"}]`

Out[∘]=



In[∘]:= $\mathbf{t0 = \mathit{t} \,/.\, Solve[s1(\mathit{t}) == s2(\mathit{t}), \mathit{t}]}$

Out[∘]= `{14.4}`

In[∘]:= $\mathbf{s1(t0)}$

Out[∘]= `{228.}`

In[∘]:= $\mathbf{s2(t0)}$

Out[∘]= `{228.}`