



ورشة خوارزميات 2

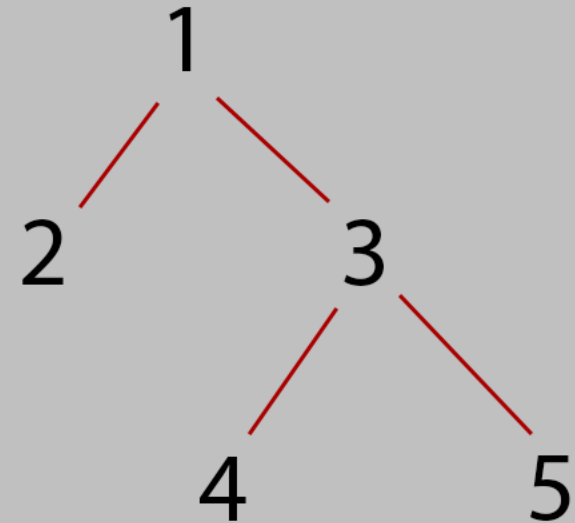
# AVL Trees

$$B(p) = H(p.\text{left}) - H(p.\text{right}) \in \{ 1, 0, -1 \}$$

$$\begin{aligned} B(1) &= H(2) - H(3) \\ &= 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(2) &= H(.) - H(.) \\ &= 0 - 0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(3) &= H(4) - H(5) \\ &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$



# Rotations

```
graph TD; Rotations --> DualRotations; Rotations --> SingleRotations; DualRotations --> LeftRight; DualRotations --> RightLeft; SingleRotations --> Right; SingleRotations --> Left;
```

Dual Rotations

Single Rotations

Left Right

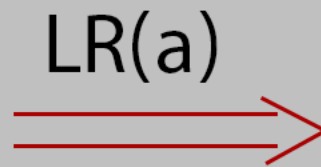
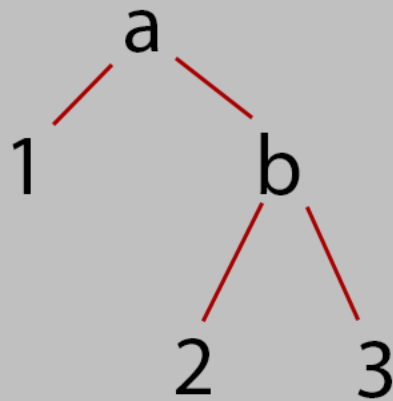
Right Left

Right

Left

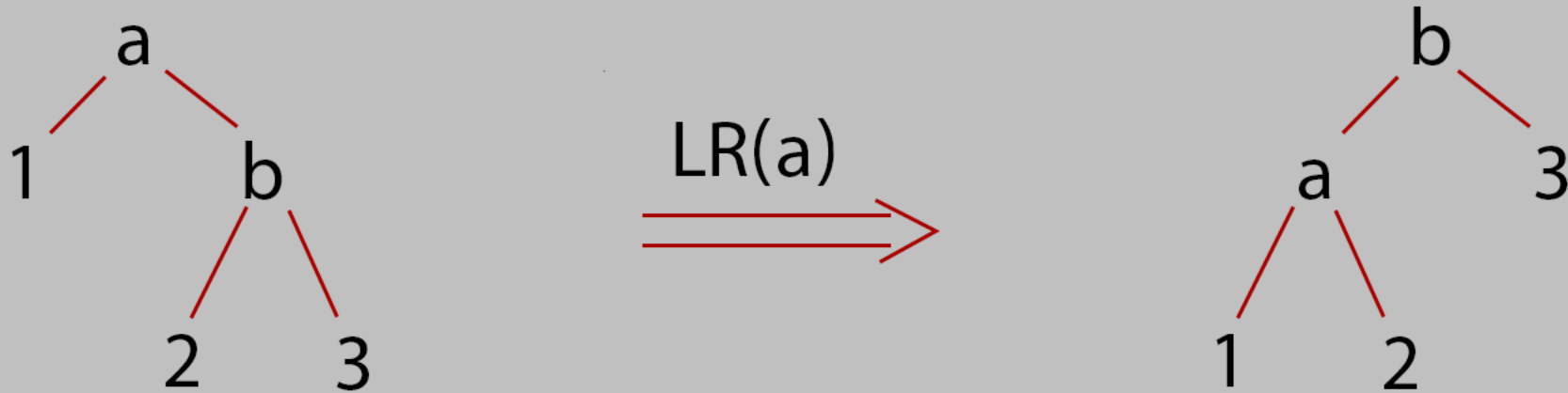
# Left Rotation

- الابن الأيمن لـ  $p$  يصبح الجذر.
- الفرع الأيسر للجذر الجديد يصبح فرع أيمن لـ  $p$ .
- تصبح  $p$  ابن أيسر للجذر الجديد.



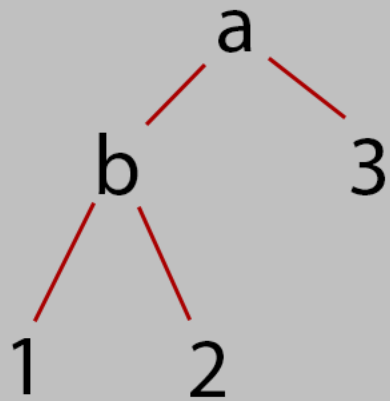
# Left Rotation

- الابن الأيمن لـ  $p$  يصبح الجذر.
- الفرع الأيسر للجذر الجديد يصبح فرع أيمن لـ  $p$ .
- تصبح  $p$  ابن أيسر للجذر الجديد.



# Right Rotation

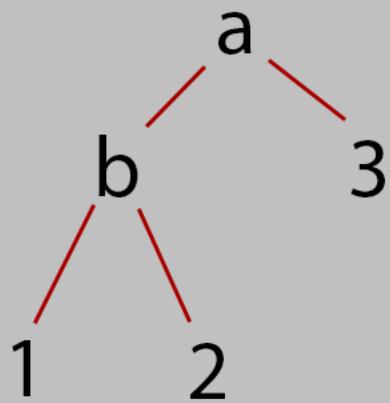
- الابن الأيسر لـ  $p$  يصبح الجذر.
- الفرع الأيمن للجذر الجديد يصبح فرع أيسر لـ  $p$ .
- تصبح  $p$  ابن أيمن للجذر الجديد.



RR(a)  
⇒

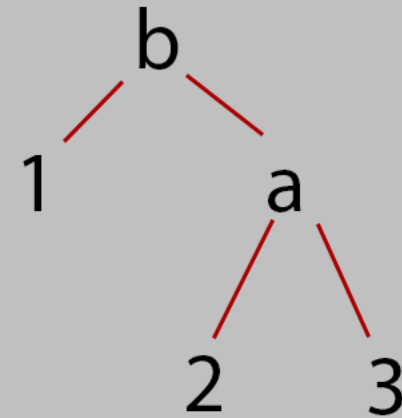
# Right Rotation

- الابن الأيسر لـ  $p$  يصبح الجذر.
- الفرع الأيمن للجذر الجديد يصبح فرع أيسر لـ  $p$ .
- تصبح  $p$  ابن أيمن للجذر الجديد.



$RR(a)$

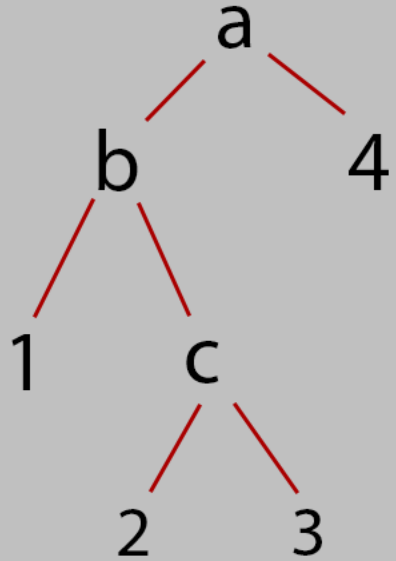
A red arrow pointing from the initial tree to the resulting tree, indicating the transformation.



# Left Right Rotation

L(p.left)

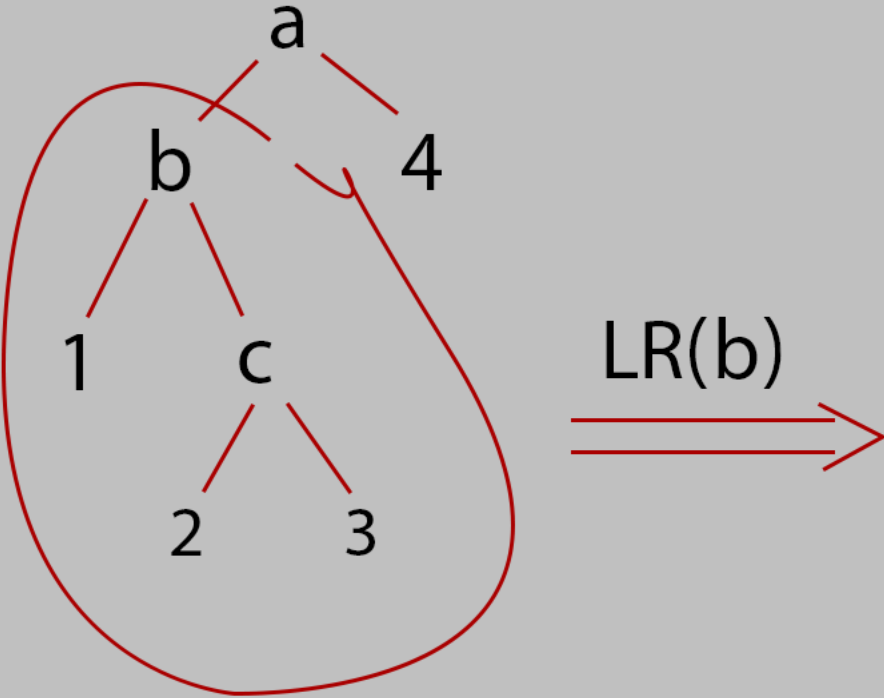
R(p)





# Left Right Rotation

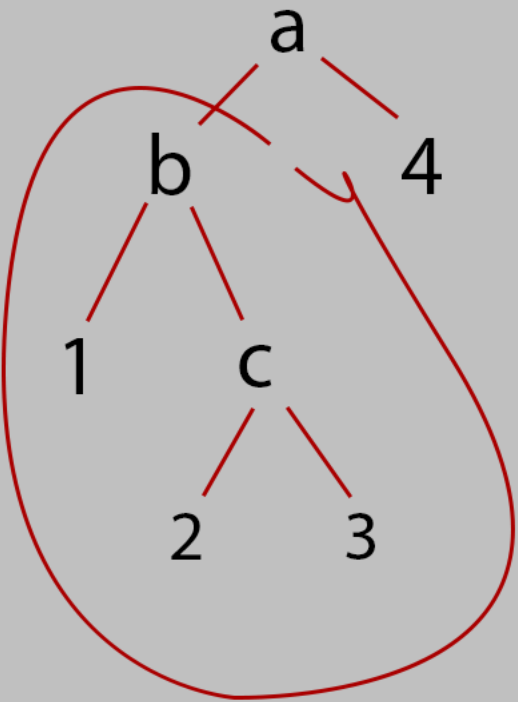
L(p.left)  
R(p)



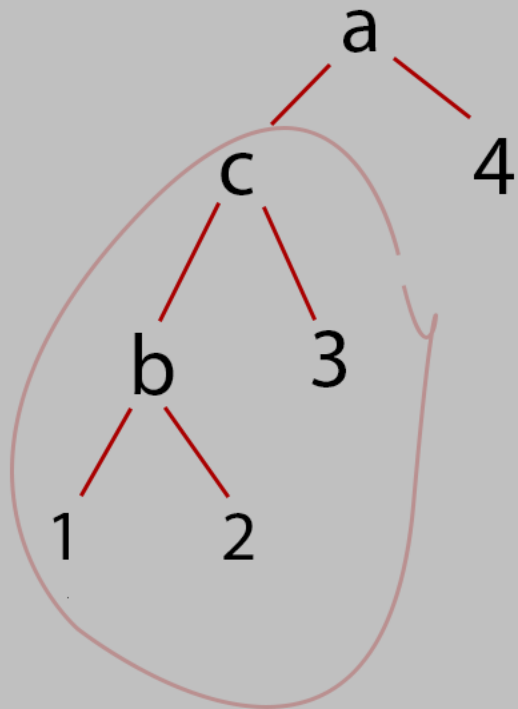
# Left Right Rotation

L(p.left)

R(p)



LR(b)

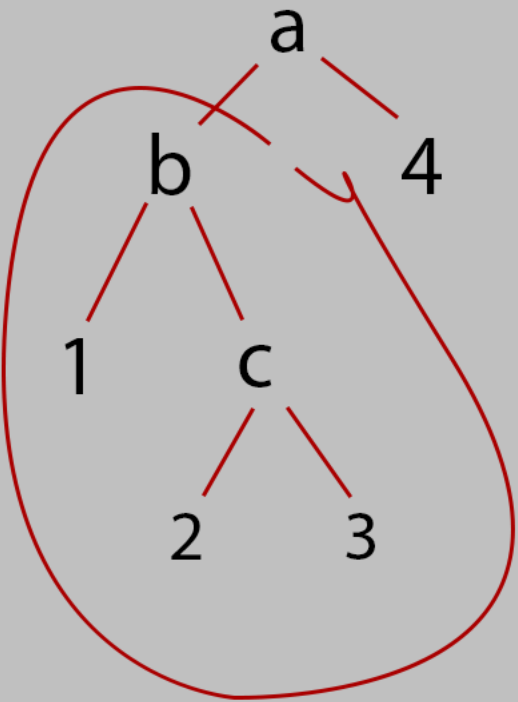


RR(a)

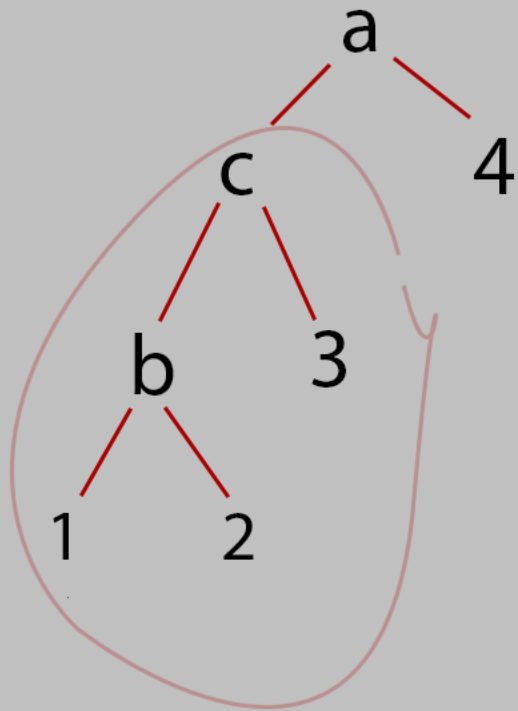
# Left Right Rotation

L(p.left)

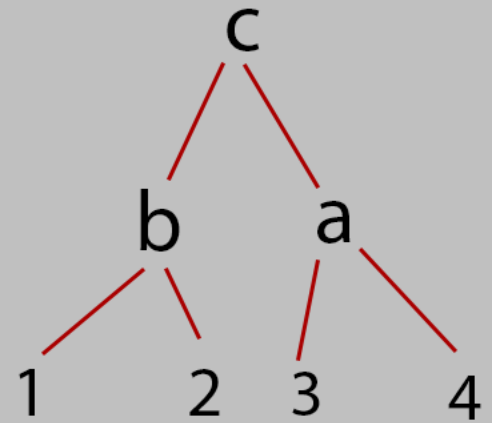
R(p)



LR(b)



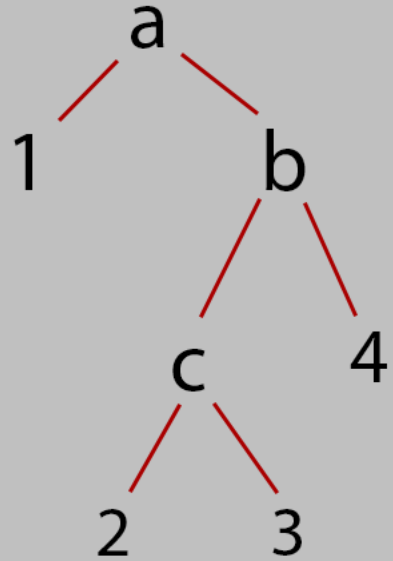
RR(a)



# Right left Rotation

R(p.right)

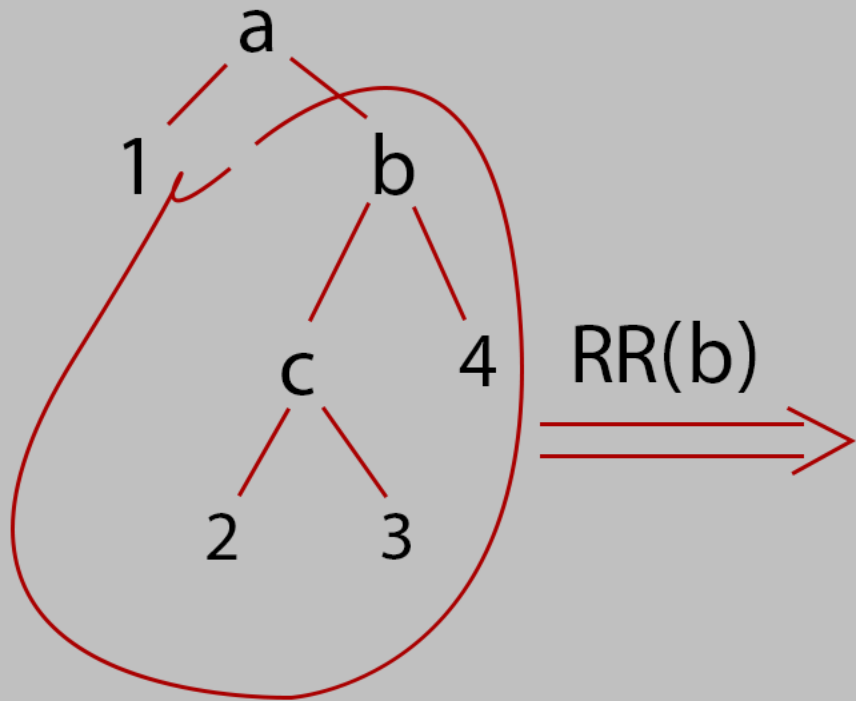
L(p)



# Right left Rotation

R(p.right)

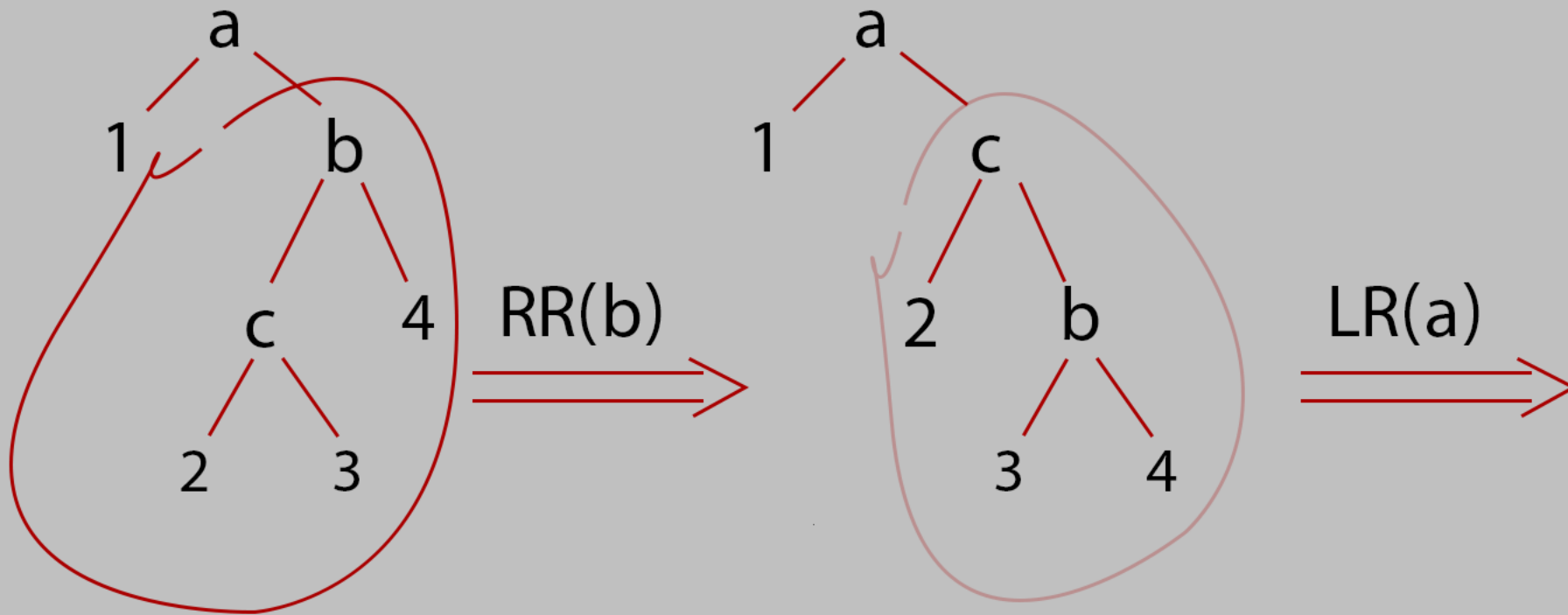
L(p)



# Right left Rotation

R(p.right)

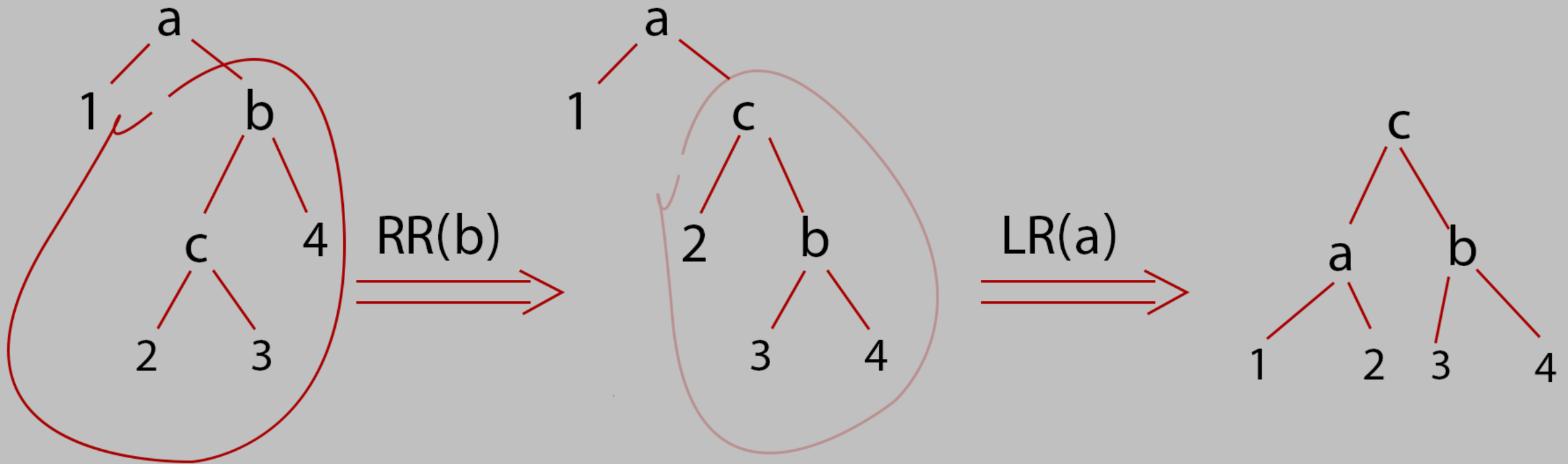
L(p)



# Right left Rotation

R(p.right)

L(p)



# Choosing Rotation

بحسب جهة الأبناء والأحفاد — أو — بحسب إشارة معامل التوازن للأبناء

الدوران	الابن الأيمن	الابن الأيسر	العقدة	
LR	—	.	—	①
RR	.	+	+	②
RLR	+	.	—	③
LRR	.	—	+	④

الدوران	الحفيد	الابن	
LR	يمين	يمين	①
RR	يسار	يسار	②
RLR	يسار	يمين	③
LRR	يمين	يسار	④

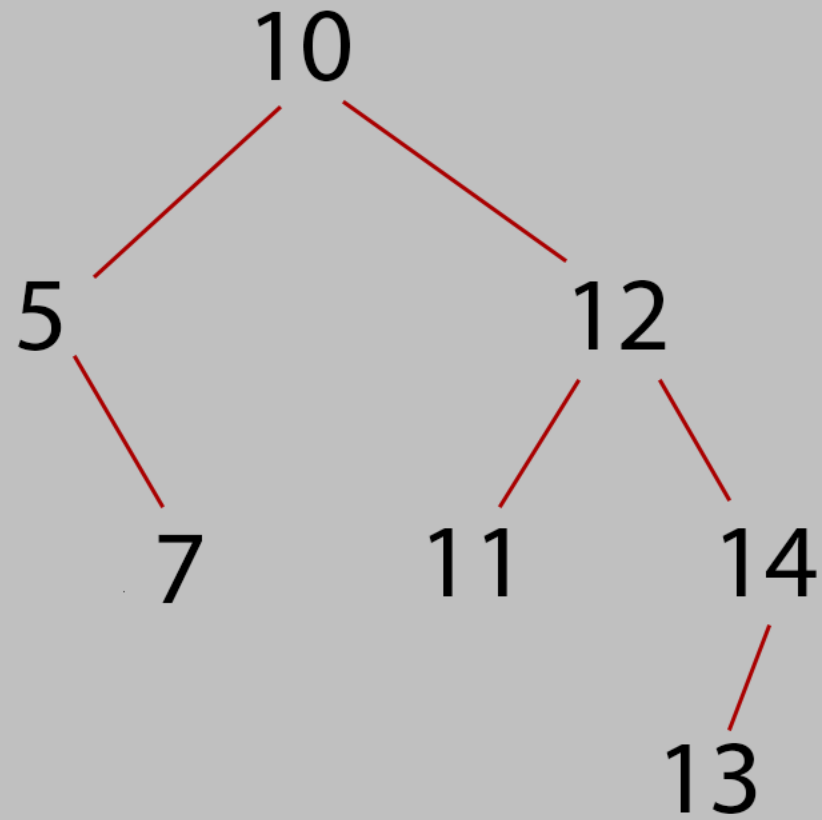
نصطلح أن الصفر (0) موجب



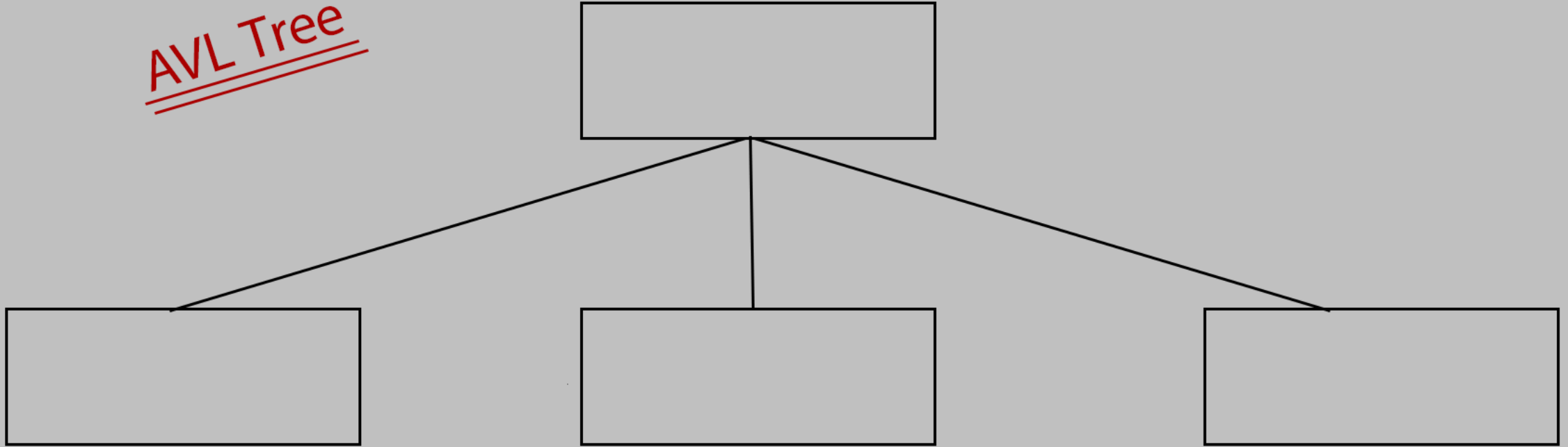
## Addition & Deletion

- 1- نبحث عن مكان الحذف.
  - 2- نحذف بالطريقة المناسبة (قطع / تخطي / تبديل بالتالي).
  - 3- نبحث - بدءاً من العقدة المحذوفة وحتى الجذر - عن مكان أول خلل في الشرط.
  - 4- ننفذ الدوران المناسب بحسب الابن / الحفيد من نفس مسار الإضافة.
- 1- نبحث عن مكان الحذف.
  - 2- نحذف بالطريقة المناسبة
  - 3- نبحث - بدءاً من العقدة المحذوفة وحتى الجذر - عن كل خلل في الشرط.
  - 4- ننفذ الدوران المناسب بحسب الابن / الحفيد ذو الارتفاع الأكبر.

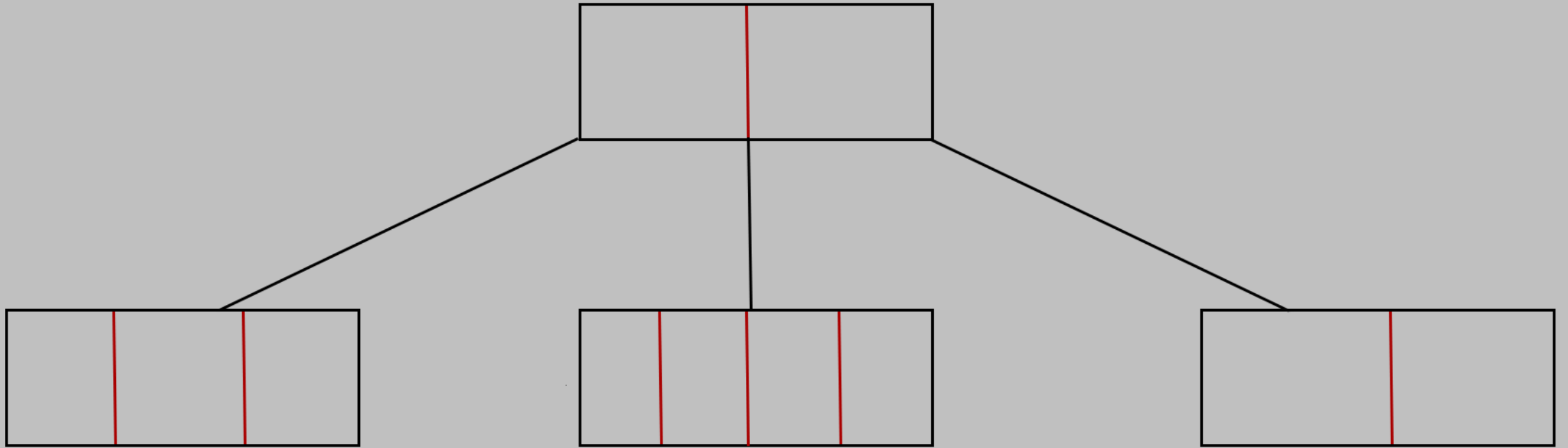
# Example



# AVL Tree



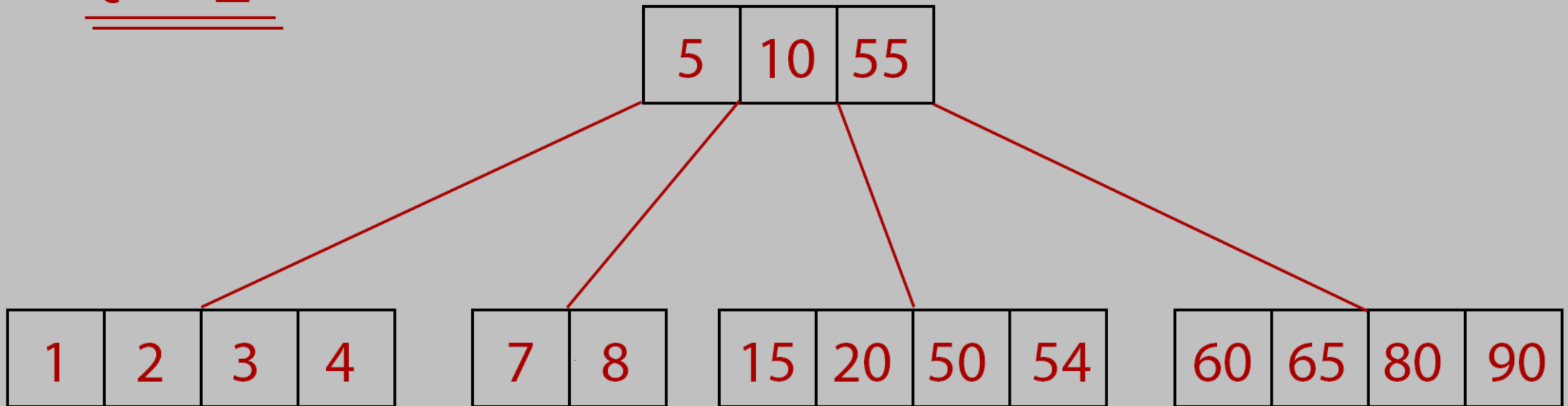
# B-Trees



شجرة بحث، متوازنة، غير ثنائية، لها شروط خاصة

# Example

t = 2



# Conditions

- 1- كل صفحة مرتبة تصاعديًا أو تنازليًا.
- 2- عدد الصفحات الأبناء لصفحة ما = **سعتها** + **1** أو **0**.
- 3- هي شجرة كاملة (كل الأوراق في مستوى واحد).
- 4- سعة الصفحة  $\exists [t, 2t]$
- عدا الجذر, فإن سعته  $\exists [1, 2t]$ .
- 5- إن **t** هي رتبة الشجرة, وتكون معطاة مسبقًا.

# The Worst Case

المستوى	عدد الصفحات	أقل عدد ممكن في المستوى كله
1 عند الجذر	1	1
2	2	$2t$
3	$2(t+1)$	$2(t+1).t$
4	$2(t+1)^2$	$2(t+1)^2.t$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

# Search

- نبدأ من الجذر, نمر على كافة العناصر في صفحة الجذر حتى نصل إلى العقدة المطلوبة, ونتوقف عند إيجاد العقدة أو إيجاد عقدة أكبر منها أو عند انتهاء العقد.
- إذا لم تكن العقدة المطلوبة موجودة في الصفحة, نتوجه إلى المؤشر الذي توقفنا عنده, ونكمل البحث بنفس الطريقة.



# Addition

في الأوراق حصراً

- نضيف العقدة في مكانها، ثم نختبر استمرار تحقق الشرط، وإذا اختل الشرط نأخذ العقدة الوسطى ونرفعها إلى الصفحة الأعلى، ويكون الفراغ الحاصل نتيجة رفع العقدة عبارة عن فاصل يفصل الصفحة هذه إلى صفحتين.

- إذا اختل الشرط في الصفحة التي رفعنا العقدة إليها نكرر العملية نفسها، وصولاً إلى الجذر، وإذا اختل فيه نرفع عقدة لتكون جذراً جديداً.

# Deletion

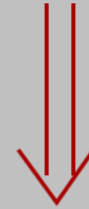
عقدة داخلية

عقدة خارجية

(ورقة)

تسبب خلل

لا تسبب خلل



نلجأ إلى الإصلاح

# الإصلاح

دمج

إذا لم تكن الاستعارة متاحة من اليمين واليسار  
ندمج إحداهما + أبيها + الصفحة المحذوف منها

استعارة

نأخذ العقدة الأكبر من الصفحة الأخت اليسرى  
أو العقدة الأصغر من الصفحة الأخت اليمنى  
ونضعها كـ أب جديد للصفحة المحذوف منها  
ونجعل الأب القديم ضمن الصفحة

# حذف من عقدة داخلية

- بكل الأحوال سنواجه مشكلة ضياع المؤشر بعد الحذف, بالإضافة إلى إمكانية مصادفة مشكلة في سعة الصفحة, والحل هو التبديل بالتالي.

- ماذا لو كانت الأوراق بالحد الأدنى (t) ؟  
عندها سوف نحذف العقدة وندمج بين الأبناء, والمثال سيوضح ذلك.