

## Les grammaires

(Système générateur de langage)

### Exercice 01 :

Soient les grammaires  $G_i = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, R, T\}, S, P_i)$ , ( $i=1,...,8$ ) ; où les  $P_i$  sont :

- $P_1 : S \rightarrow aA \mid bB ; A \rightarrow a \mid ab ; B \rightarrow b \mid cb$

**Type : 3**

$$L(G_1) = \{aa, aab, bb, bcb\}$$

- $P_2 : S \rightarrow bA ; A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

**Type : 3**

$$L(G_2) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w = ba^n \quad n \geq 0\}$$

- $P_3 : S \rightarrow aAb \mid \varepsilon ; A \rightarrow aSb ; Ab \rightarrow \varepsilon$

**Type : 0**

$$L(G_3) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w = a^{2n+1}b^{2n} \text{ ou } w = a^{2n}b^{2n} \quad n \geq 0\}$$

- $P_4 : S \rightarrow AB \mid aS \mid a ; A \rightarrow Ab \mid \varepsilon ; B \rightarrow AS$

**Type : 2**

$$L(G_4) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w \in \{b^n, a\}^*\}$$

- $P_5 : S \rightarrow aS \mid bB ; B \rightarrow aC \mid bS \mid \varepsilon, C \rightarrow aB \mid bC$

**Type : 3**

$$L(G_5) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w = \varepsilon\}$$

- $P_6 : S \rightarrow aX ; X \rightarrow Sb ; S \rightarrow \varepsilon$

**Type : 2**

$$L(G_6) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w = a^{2n}b^{2n} \quad n \geq 0\}$$

- $P_7 : S \rightarrow \varepsilon \mid a \mid abS \mid bS$

**Type : 3**

$$L(G_7) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w \in \{ab, b\}^* \text{ ou } w \in \{a, aba, ba\}^*\}$$

- $P_8 : S \rightarrow AB ; A \rightarrow \varepsilon \mid a ; B \rightarrow baB \mid C ; C \rightarrow \varepsilon \mid b$

**Type : 2**

$$L(G_8) = \{w \in \{a, b, c\}^* / w = a(ba)^n \text{ ou } w = (ba)^n \text{ ou } w = a(ba)^n b \text{ ou } w = (ba)^n b\}$$

Pour chacune des grammaires  $G_i$  ( $i=1,...,8$ ) ; donner le type de celle-ci, puis trouver le langage engendré par chacune d'elles.

### Exercice 02

Pour chacun des langages suivants, donner une grammaire qui l'engendre :

$$\{ S \rightarrow aA \mid bB ; A \rightarrow a \mid ab ; B \rightarrow b \mid cb \}$$

a)  $L_1 = \{ 0^{2n} / n \geq 0 \}$

$G_1 = (\{0\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow 00S \mid \epsilon \})$

b)  $L_2 = \{ 0^n 1^n / n \geq 0 \}$

$G_2 = (\{0,1\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow 0S1 \mid \epsilon \})$

c)  $L_3 = \{ a^n b^{2n} / n \geq 0 \}$

$G_3 = (\{a,b\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow aSbb \mid \epsilon \})$

d)  $L_4 = \{ a^n b^m c^{n-m} / n \geq m \geq 0 \} = \{ a^{n-m} a^m b^m c^{n-m} / n \geq m \geq 0 \}$

$G_4 = (\{a,b\}, \{S, A\}, S, \{ S \rightarrow aSc \mid A \mid \epsilon ; A \rightarrow aAb \mid \epsilon \})$

e)  $L_5 = \{ \text{palindromes de } \{a, b\}^* \}$

$G_5 = (\{a,b\}, \{S\}, S, \{ S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \epsilon \})$

f)  $L_6 = \{ a^m b^n a^n b^m / n \geq 1, m \geq 1 \}$

$G_6 = (\{a,b\}, \{S, A\}, S, \{ S \rightarrow aSb \mid aAb \mid ; A \rightarrow bAa \mid ba \})$

g)  $L_7 = \{ w \in \{a, b\}^* / |w| \equiv 0[3] \}$

$G_7 = (\{a,b\}, \{S, A, B\}, S, \{ S \rightarrow aA \mid bA \mid \epsilon ; A \rightarrow aB \mid bB ; B \rightarrow aS \mid bS \})$

h)  $L_8 = \{ 0^i 1^j / i \geq j \geq 0 \}$

$G_8 = (\{0,1\}, \{S, A\}, S, \{ S \rightarrow 0S \mid A \mid ; A \rightarrow 0A1 \mid \epsilon \})$

i)  $L_9 = \{ 0^i 1^j / i \neq j, i \geq 0, j \geq 0 \} = \{ 0^i 1^j / i > j \text{ ou } 0^i 1^j / i < j, i \geq 0, j \geq 0 \} =$   
 $= \{ 0^i 1^j / i > j, i, j \geq 0 \} \text{ ou } \{ 0^i 1^j / i < j, i, j \geq 0 \}$

$G_9 = (\{0,1\}, \{S, A\}, S, \{ S \rightarrow A \mid B ; A \rightarrow 0A \mid 0C ; C \rightarrow 0C1 \mid \epsilon ; B \rightarrow 0B1 \mid 1D ; D \rightarrow 1D \mid \epsilon \})$

j)  $L_{10} = \{ ab^n a / n \geq 0 \}$

$G_{10} = (\{a,b\}, \{S, A, B\}, S, \{ S \rightarrow aAa ; A \rightarrow bA \mid \epsilon \})$