Université de Jijel
Département d'informatique
Module :THL
2ième licence

Devoir maison

Partie 1 : Langages - Expressions réguliers - Automates

Exercice 01 :

Donner une expression régulière ainsi un automate non déterministe qui accepte chacun des langages :

1. L = {*w* | w ∈ {a, b}* et *w* contient '***ba'*** comme sous-mot}
2. L = {*w* | w ∈ {a, b, c}* et *w* commence par un '***a***' et se termine par '***bc'***}
3. L = {*w* | w ∈ {a, b}* et *w* ne contient pas un nombre de '***b***' égal à 2}
4. L = {***w*** | *w* ∈ {a, b}* et ***w*** contient un nombre de '***b***' égal à 2}
5. L = {*w* | *w* ∈ {a, b}* et *w* se termine par '***bab'*** OU '***bb'***}
6. L = {*w* | *w* ∈ {a, b}* et *w* contient au plus 2 '***a***' et au moins 2 '***b***'}
7. L = {*w* | w ∈ {a, b}* | chaque ***a*** de ***w*** est immédiatement précédé et immédiatement suivi par un ***b***}. Noter que le mot ***babab*** doit être accepté.
8. L = {*w* | w ∈ {a, b}* | w ne contient ni ***ab*** ni ***ba***}.
9. L = {*w* | w ∈ {a, b}* | w contient ***ab*** ou ***ba***}.
10. L = {*w* | w ∈ {a, b}* | w contient à la fois ***ab*** et ***ba***}.Notez que les mots ***aba*** et ***bab*** doivent être acceptés.

Exercice 02 :

Construisez des automates finis non-déterministes sans ε-transitions acceptant le langage décrit dans chacun des cas suivants, en appliquant la construction de Glushkov

1. E1=a(b+ab)*+b*(a+bb)
2. E2=a*(ab)*(a+b)*b*
3. E3= a*(b(a+b)*a)*(a+b)*b*
4. E4= (b+c)*(ab(b+c)*)*

Mr.HEMIOUD

Partie 2 : Automates vs expressions réguliers

Elimination d'un état qui n'est ni initial, ni état final

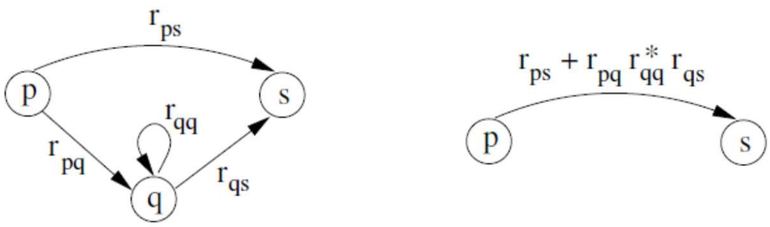
Soit $\mathcal{A}$= (A, Q, q_0, Q_F, δ) un AFE. Pour tous $p, q \in$ Q, on note r_{pq} l'expression régulière $\delta(p, q)$. Soit q un état de A tel que $q \neq q_0$ et $q \notin Q_F$. Définissons l'AFE

$$\mathcal{A}' = (A, Q', q_0, Q_F, \delta')$$

Où Q'=Q\{q} et pour tous p,s ∈ Q'

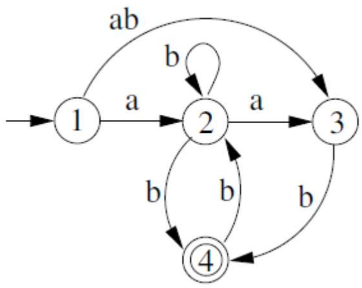
$$\delta'(p, s) = r_{ps} + r_{pq} (r_{qq})^* r_{qs}$$

Par construction, il est clair que $\mathcal{A}'$ est équivalent à $\mathcal{A}$.



NB. Si on a au départ d'un AFE arbitraire, on peut obtenir un AFE équivalent possédant uniquement deux états (un initial et un état final). De cette manière, il sera aise d'en déduire une expression régulière du langage accepte.

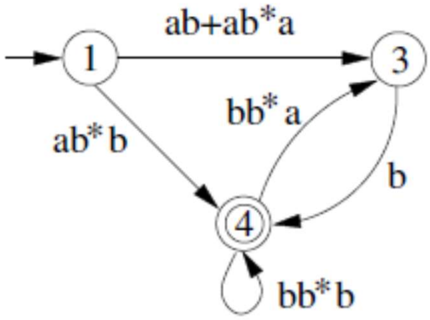
Exemple 1 :



si on désire éliminer l'état 2, on obtient

- $\delta(1; 1) = r_{11} + r_{12} (r_{22})^* r_{21} = \varepsilon + a\, b^* \phi = \varepsilon$
- $\delta\,(1; 3) = r_{13} + r_{12} (r_{22})^* r_{23} = ab + a\, b^*\, a$
- $\delta\,(1; 4) = r_{14} + r_{12} (r_{22})^* r_{24} = \phi + a\, b^*\, b = \mathbf{ab^*b}$
- $\delta\,(3; 1) = r_{31} + r_{32} (r_{22})^* r_{21} = \phi + \phi\, b^*\, \phi = \phi$
- $\delta\,(3; 3) = r_{33} + r_{32} (r_{22})^* r_{23} = \varepsilon + \phi b^*\, a = \varepsilon$
- $\delta\,(3; 4) = r_{34} + r_{32} (r_{22})^* r_{24} = b + \phi\, b^*\, b = \mathbf{b}$
- $\delta\,(4; 1) = r_{41} + r_{42} (r_{22})^* r_{21} = \phi + b\, b^*\, \phi = \phi$
- $\delta\,(4; 3) = r_{42} + r_{42} (r_{22})^* r_{23} = \phi + b\, b^*\, a = \mathbf{bb^*a}$
- $\delta\,(4; 4) = r_{44} + r_{42} (r_{22})^* r_{24} = \varepsilon + b\, b^*\, b = \mathbf{bb^*b} + \varepsilon$

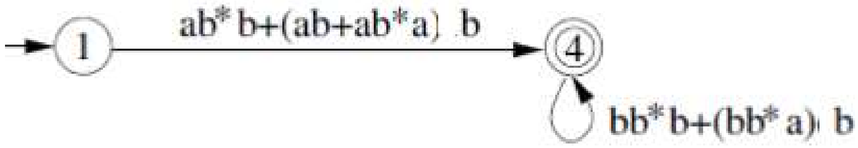
« En ne représentant que les transitions **différentes** de ϕ et **différentes** de δ(q; q) = ε, on obtient l'AFE équivalent suivant »



Si on élimine le sommet **3** de l'AFE précédant, il vient

- $\delta(1; 1) = r_{11} + r_{13} (r_{33})^* r_{31} = \varepsilon + (ab + ab^*a) \varepsilon \phi = \varepsilon$
- $\delta (1; 4) = r_{14} + r_{13} (r_{33})^* r_{34} = ab^*b + (ab + ab^*a) \varepsilon b =$ $\mathbf{ab^*b + (ab + ab^*a) b}$
- $\delta (4; 1) = r_{41} + r_{43} (r_{33})^* r_{31} = \phi + (bb^*b) \varepsilon \phi = \phi$
- $\delta (4; 4) = r_{44} + r_{43} (r_{33})^* r_{34} = bb^*b + (bb^*a) \varepsilon b =$ $\mathbf{bb^*b + (bb^*a)b}$

On obtient l'automate

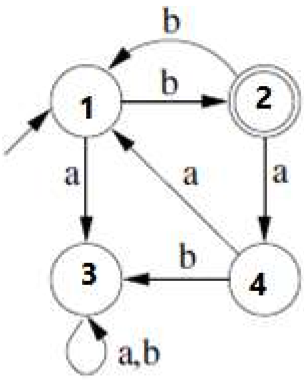


Finalement une expression régulière du langage accepté par l'automate de départ est

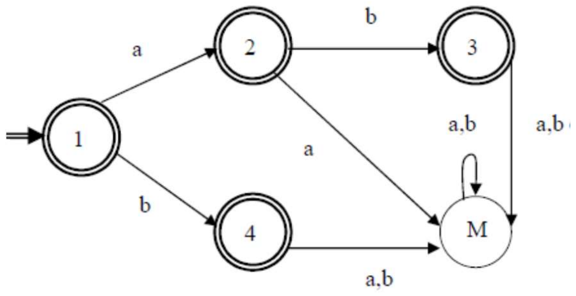
(ab*b + (ab + ab*a) b)(bb*b + (bb*a) b)*

Exercice 3 :

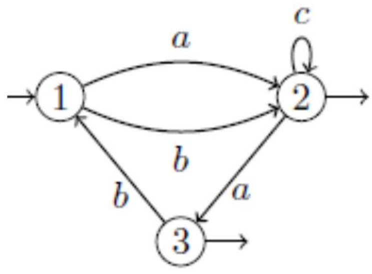
Déterminer une expression régulière du langage accepté par l'automate suivant (en utilise la méthode d'élimination d'états) :



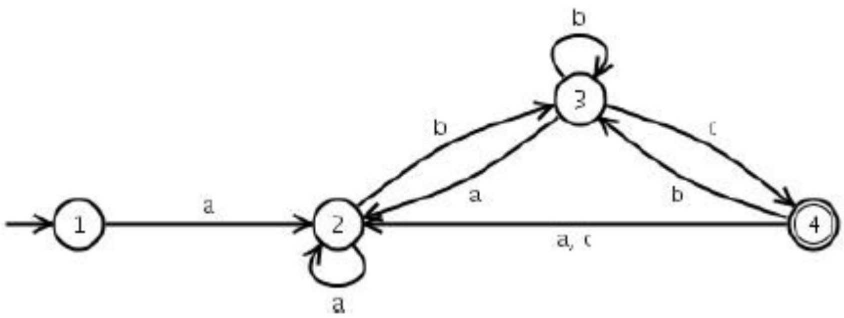
Exercice 04 :
Pour chacun des automates suivants, dire s'il est déterministe et s'il est complet.
Décrire ensuite le langage reconnu par cet automate



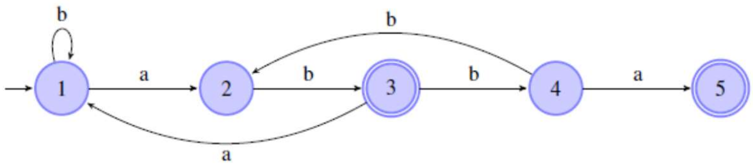
A1



A2



A3



A4

NB :

- **la réponse écrite à la main**
- **la date de remise : dimanche 30/05/2021 (la deuxième séance du cours)**

Bon Courage

Mr.HEMIOUD