

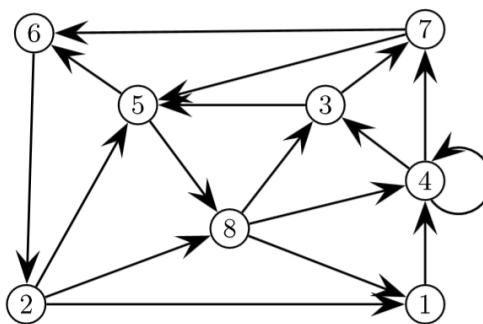
TD N°2 TG

Exercice 1.

Rappel :

- On appelle **distance** entre deux sommets la longueur de la plus petite chaîne les reliant.
- **L'écartement** d'un sommet est la distance maximale existante entre ce sommet et les autres sommets du graphe.
- On appelle **centre** d'un graphe, le sommet d'écartement minimal. (le centre n'est pas nécessairement unique).
- On appelle **rayon** d'un graphe, l'écartement d'un centre du graphe.
- On appelle **diamètre** d'un graphe la plus longue des distances entre deux sommets.

Pour le graphe suivant, calculer les distances de $d(1,8)$ et $d(8,1)$, l'écartement du sommet 8, le diamètre, le rayon et le centre.



Exercice 2.

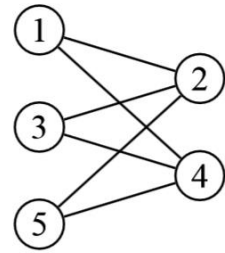
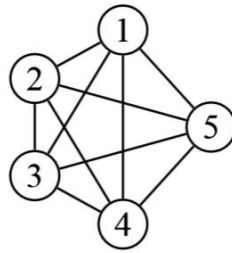
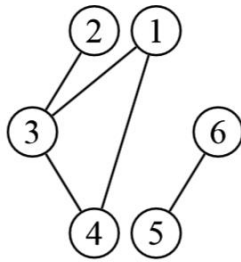
Un graphe est dit **eulérien** s'il possède un cycle eulérien. Un graphe ne possédant que des chaînes eulériennes est **semieulérien**.

Un graphe est dit **hamiltonien** s'il possède un cycle hamiltonien. Un graphe ne possédant que des chaînes hamiltoniennes est **semi-hamiltonien**.

Théorème 1 : Soit G un graphe simple d'ordre $n > 3$. Si pour toute paire $\{x, y\}$ de sommets non adjacents, on a $d(x) + d(y) > n$, alors G est hamiltonien.

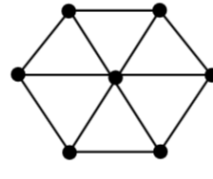
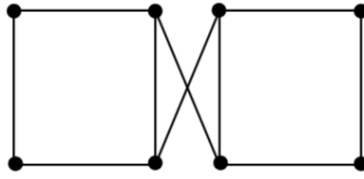
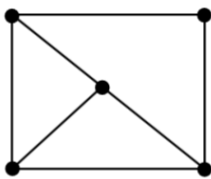
Corollaire : Soit G un graphe simple d'ordre $n > 3$. Si pour tout sommet x de G , on a $d(x) > n/2$, alors G est hamiltonien.

Les graphes suivants sont-ils eulériens (ou semi-eulériens), hamiltoniens (ou semi-hamiltonien)?



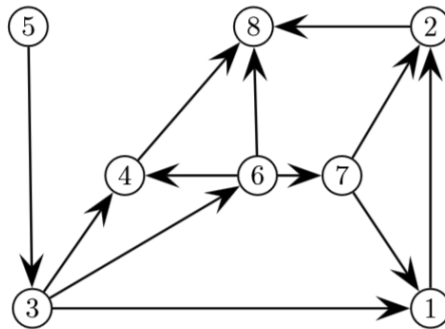
Exercice 3.

- Déterminer le nombre chromatique des graphes suivants :



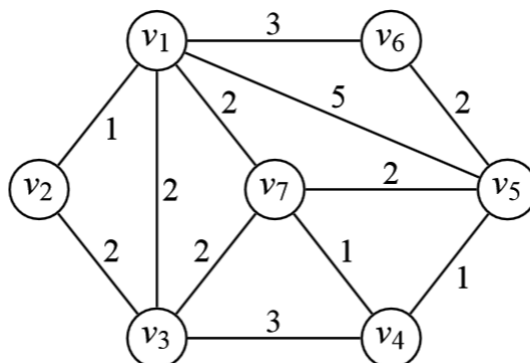
- Donner un cocycle élémentaire.

Exercice 4. Décomposer en niveau le graphe sans circuit suivant :



Exercice 5.

Trouvez deux arbres couvrants de poids minimum différents du graphe ci-après (les chiffres sur les arêtes représentent leur poids).



Sol exo 1

Le graphe de gauche n'est évidemment pas eulérien puisque non connexe. Celui du milieu est eulérien car tous les sommets sont de degré pair. Celui de droite est semi-eulérien, car seuls deux sommets sont de degré impair.