4.5- التأثير المتبادل بين الجسيمات :- ليكن لدينا جسمين M_1 و M_2 موضوعين في منطقة معينة من الفضاء. يخضع M_1 و M_2 لقوى مختلفة ناجمة عن التأثير المتبادل بينهما.

4.5.1- قوة الجذب العام :- وهي تتعلق بكتلتي الجسمين M_1 و M_2 وبالمسافة الفاصلة بينهما :- $F_g = +G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ / $G = 6,67 \times 10^{-11}\ N.m^2.Kg^{-2}$ (ثابت الجذب العام)

4.5.2- القوة الكهروسكونية والكهرومغناطيسية :-

لتكن q_1 و q_2 شحنتي الجسمين M_1 و M_2 الساكنين في منطقة معينة في الفضاء. يتم التأثير المتبادل بين q_1 و q_2 بواسطة "القوى الكهروسكونية"

$$F_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$ / $K \simeq 9 \times 10^9\ SI (N.m^2.C^{-2})$ أو $(V.m/C)$

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} (C^2.N^{-1}.m^{-2})$ أو (F/m) نفاذية الفراغ (السماحية الكهربائية للفراغ).

- إذا كان الجسمين M_1 و M_2 غير ساكنين في الفضاء يتم التأثير بينهما بواسطة "قوى كهرومغناطيسية".

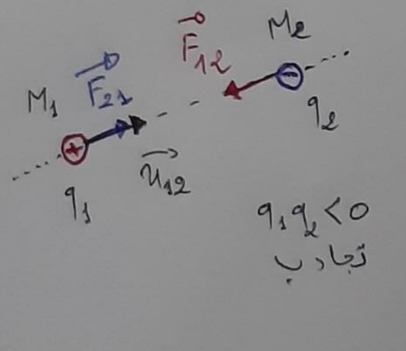
4.5.3- قانون كولون :- لتكن نقطتين M_1 و M_2 ساكنتين في الفراغ وتبعدان عن بعضهما البعض بمسافة r كبيرة مقارنة مع أبعادهما، نعتبر q_1 و q_2 شحنتي هاتين النقطتين.

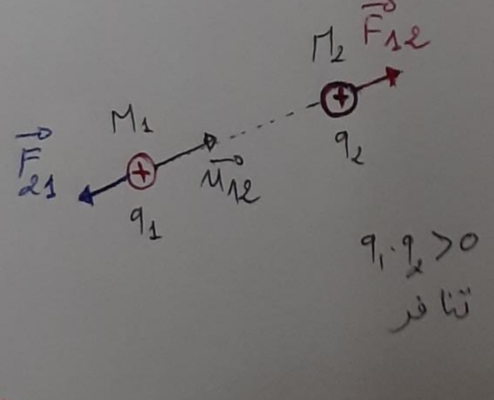
حسب كولون تؤثر M_1 و M_2 على بعضهما البعض بقوتين :

أ) متساويتين في الشدة

ب) محمولتين على الخط الفاصل بين M_1 و M_2 ومتعاكستان في الاتجاه **لتجاذب**: إذا كان الشحنتين مختلفتين $q_1 q_2 < 0$) و **تنافر**: إذا كان الشحنتين من نفس الإشارة $q_1 . q_2 > 0$).

ج) تتناسبان مع جداء الشحنتين q_1 و q_2 و مربع المسافة بينهما (r^2).





تكتب قوة كولون $\vec{F}_{12}$ التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 على الشكل:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$$

حيث r المسافة بين q_1 و q_2 و $\vec{u}_{12}$ شعاع الوحدة المعرف كمايلي:

$$\vec{u}_r = \vec{u}_{12} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{r}.$$

حسب مبدأ الفعل ورد الفعل تؤثر q_2 على الشحنة q_1 بقوة $\vec{F}_{21}$ تساوي وتعاكس القوة $\vec{F}_{12}$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

4.5.4- التشابه مع قوة الجذب العام:

لتكن نقطتين ماديتين كتلتيهما m_1 و m_2، موضوعتين عند النقطتين M_1 و M_2 تؤثران على بعضهما البعض بقوة الجذب العام.

القوة $\vec{F}_{12g}$ التي تؤثر بها الكتلة m_1 على الكتلة m_2 تكتب:

$$\vec{F}_{12g} = -G m_1 m_2 \frac{\vec{u}_{12}}{r^2}$$

حيث G هو ثابت الجذب العام.

* قوة الجذب العام لها نفس عبارة القوة الكهروسكونية: فهي محمولة على المستقيم الذي يربط بين الكتلتين m_1 و m_2 ومتناسبة عكسا مع مربع المسافة بينهما. لهذا سميت القوى من الشكل $K \frac{\vec{u}_r}{r^2}$ قوى كولومبية وهي دائما قوى جذب.

* في ميكانيك النقطة المادية وفي السلم الماكروسكوبي تلعب قوة الجذب العام دور أساسي ولكن في السلم الذري تهمل تماما هذه القوة.

مثال: قارن بين القوة الكهروسكونية (قوة كولون) و قوة الجذب العام (قوة الجاذبية) بين بروتونين حيث شحنة البروتون هي: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,C$ و كتلة البروتون هي: $m = 1{,}7 \times 10^{-27}\,Kg$

ثابت الجذب العام $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,(N.m^2/Kg^2)$ و $K = 9 \times 10^9\,(V.m/c)$

الحل: - طويلة قوة الجذب العام: $F_g = G \frac{m^2}{r^2}$

- طويلة القوة الكهروسكونية: $F_e = K \frac{e^2}{r^2}$

ومنه:

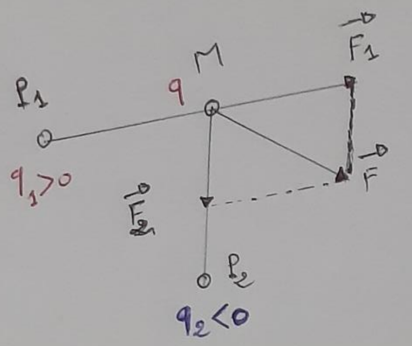
$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K e^2}{G m^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \times (1{,}6 \times 10^{-19})^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}7 \times 10^{-27})^2} = 1{,}2 \times 10^{36}.$$

$$F_e = 1{,}2 \times 10^{36} F_g.$$

القوة الكهروسكونية أكبر بـ 10^{36} من قوة الجذب العام. في دراسة الجسيمات المشحونة نهمل عموما قوة الجذب العام.

5.5.4- مبدأ التراكب: Principe de superposition

* لتكن ثلاث شحنات نقطية q_1 و q_2 و q ثابتة عند النقاط التالية P_1 و P_2 و M على الترتيب
- ما هي القوة $\vec{F}$ الخاضعة لها الشحنة q بوجود الشحنتين q_1 و q_2؟
- قانون كولون يمكننا من حساب القوة $\vec{F}_1$ الخاضعة لها الشحنة q تحت تأثير الشحنة q_1 وبالمثل يمكن حساب $\vec{F}_2$ الخاضعة لها الشحنة q تحت تأثير الشحنة q_2.



التجربة أثبتت أن القوة $\vec F$ الخاضعة لها الشحنة q تحت تأثير الشحنتين q_1 و q_2 هي المجموع الجبري للقوتين $\vec F_1$ و $\vec F_2$ ونكتب:

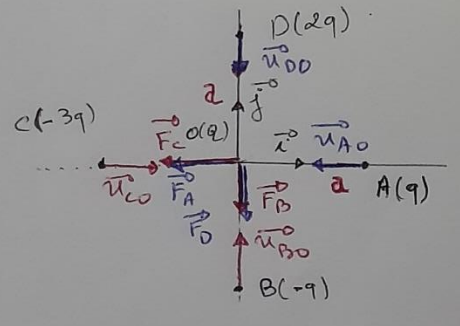
$$\vec F = \vec F_1 + \vec F_2 = \frac{qq_1}{4\pi\varepsilon}\frac{\overrightarrow{P_1M}}{\|\overrightarrow{P_1M}\|^3} + \frac{qq_2}{4\pi\varepsilon}\frac{\overrightarrow{P_2M}}{\|\overrightarrow{P_2M}\|^3}$$

هذه النتيجة صحيحة مهما كان عدد الشحنات التي تؤثر على الشحنة q. القوة الكهروسكونية $\vec F$ الخاضعة لها الشحنة q عند النقطة M، بوجود n شحنة $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n$ الموجودة عند النقاط $P_1, P_2, \dots P_i, \dots P_n$ على الترتيب هي المجموع الجبري لقوى التأثير بين كل شحنة على حدى مع الشحنة q. ونكتب:

$$\vec F = \sum_{i=1}^{n} \vec F_i = q\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{\|\overrightarrow{P_iM}\|^3} = q\sum_{i=1}^{n} K q_i \frac{\overrightarrow{P_iM}}{\|\overrightarrow{P_iM}\|^3}$$

مثال:- لتكن الشحنات التالية q و $-q$ و $-3q$ و $2q$ موضوعة عند النقاط التالية: $A(a,0)$ و $B(0,-a)$ و $C(-a,0)$ و $D(0,a)$.

1/ ما هي القوى الكهروسكونية التي تؤثر على الشحنة Q الموضوعة عند النقطة $O(0,0)$. مع تحديد طويلتها. 2/- نفس السؤال ① ولكن من أجل الشحنة $-Q$ ثم $5Q$ موضوعة عند النقطة $O(0,0)$.



الحل:- 1/ لتكن $\vec F_A$ القوة الخاضعة لها الشحنة Q تحت تأثير q.

$$\vec F_A = K\frac{qQ}{a^2}(-\vec i) = -K\frac{qQ}{a^2}\vec i$$

بالمثل نجد:

$$\vec F_B = K\frac{(-q)Q}{a^2}\vec j = -K\frac{qQ}{a^2}\vec j$$

$$\vec F_C = K\frac{(-3q)Q}{a^2}\vec i = -K\frac{3qQ}{a^2}\vec i$$

$$\vec F_D = K\frac{2qQ}{a^2}(-\vec j) = -K\frac{2qQ}{a^2}\vec j$$

$$\vec F = \vec F_A + \vec F_B + \vec F_C + \vec F_D = -K\frac{qQ}{a^2}\vec i - K\frac{qQ}{a^2}\vec j - K\frac{3qQ}{a^2}\vec i - K\frac{2qQ}{a^2}\vec j$$

$$\vec F = -K\frac{qQ}{a^2}(4\vec i + 3\vec j)$$

$$\Rightarrow \|\vec F\| = \frac{|KqQ|}{a^2}\sqrt{4^2+3^2} \Rightarrow \|\vec F\| = 5K\frac{qQ}{a^2}$$

في/ من أجل $-Q$ نجد $\vec F' = +K\frac{qQ}{a^2}(4\vec i+3\vec j) = -\vec F(0)$ ، $\|\vec F'\| = \|\vec F\| = 5K\frac{qQ}{a^2}$

من أجل $5Q$ نجد $\vec F'' = -5K\frac{qQ}{a^2}(4\vec i+3\vec j) = 5\vec F$ ، $\|\vec F''\| = 5\|\vec F\| = 25K\frac{qQ}{a^2}$

4.6. الحقل الكهروسكوني:

القوة الكهروسكونية التي تؤثر على الشحنة q الموضوعة عند نقطة ما M. تتناسب مع الشحنة وفق العلاقة: $\vec F = q\vec A$ حيث $\vec A$ حقل شعاعي.

نرمز للحقل الشعاعي $\vec A$ بـ $\vec E$ ويسمى "الحقل الكهروسكوني".

بالرجوع إلى قانون كولون يمكن إيجاد عبارة $\vec E$: $\vec F = K\frac{qq'}{r^2}\vec u_r = q'\vec E$

$$\Rightarrow \vec E = K\frac{q}{r^2}\vec u_r.$$

وبصفة عامة تعطى عبارة الحقل الكهروسكوني $\vec E(M)$ عند النقطة M، الناتج عن مجموعة من الشحنات $q_1, q_2, \dots q_i, \dots q_n$ والموضوعة عند النقاط $P_1, P_2, \dots P_i, \dots P_n$ بـ :-

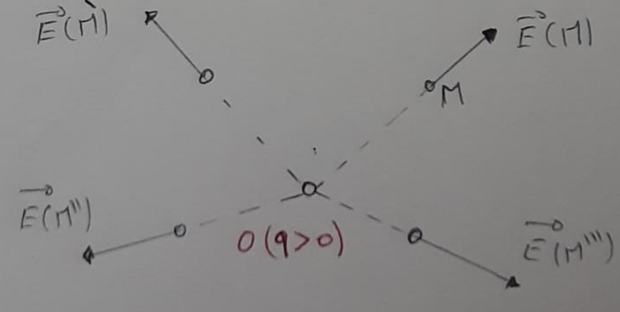
$$\vec E(M) = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{P_iM}}{\|\vec{P_iM}\|^3} = \sum_{i=1}^{n}K\frac{q_i}{r_i^2}\vec u_i$$

حيث $\begin{cases}\vec u_i = \frac{\vec{P_iM}}{\|\vec{P_iM}\|} \\ \text{و} \\ r_i = \|\vec{P_iM}\|\end{cases}$

الحقل الكهروسكوني $\vec E(M)$ هو المجموع الجبري للحقول الشعاعية $\vec E_i(M)$ المولدة من طرف الشحنات q_i ونكتب: $\vec E(M) = \sum_{i=1}^{n}\vec E_i(M)$ حيث $\vec E_i(M) = K\frac{q_i}{r_i^2}\vec u_i = Kq_i\frac{\vec{P_iM}}{\|\vec{P_iM}\|^3}$

أين $\vec E_i(M)$ هو الحقل الكهروسكوني المولد عند النقطة M بواسطة الشحنة q_i والموضوعة عند النقطة P_i

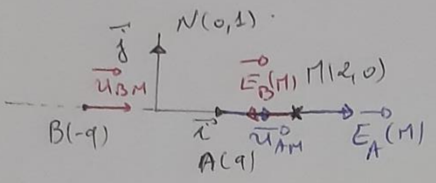
تعريف: كل جسيم يحمل شحنة q عند النقطة O يولد عند النقطة M في الفضاء حقل شعاعي $\vec E_0(M) = K\frac{q}{r^2}\vec u_r$ يسمى الحقل الكهروسكوني (Volt/mètre).



مثال: على المحور (ox) توضع شحنة $q = 10^{-6}\,C$ عند النقطة $A(x=1\,m)$ وشحنة أخرى $(-q)$ عند النقطة $B(x=-1\,m)$.

* أوجد الحقل الكهروسكوني عند النقطة $M(2,0)$ و النقطة $N(0,1)$

الحل: ① حساب $\vec{E}(M)$:



$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M)$$

$$\vec{E}_A(M) = K\frac{q}{\|\vec{AM}\|^2}\vec{u}_{AM} \quad \text{و} \quad \vec{E}_B(M) = -K\frac{q}{\|\vec{BM}\|^2}\vec{u}_{BM}$$

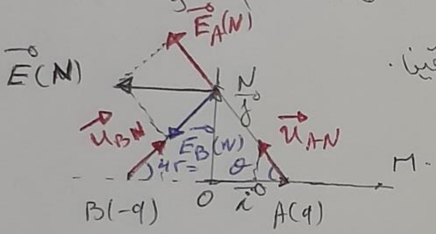
$\vec{u}_{AM} = \vec{i}$ و $\vec{u}_{BM} = \vec{i}$. $\vec{AM} = (2-1)\vec{i} + 0\vec{j}$ و $\vec{BM} = (2+1)\vec{i} + 0\vec{j}$.

$\|\vec{AM}\| = 1 \;/\; \vec{AM} = \vec{i}$ و $\|\vec{BM}\| = 3 \;/\; \vec{BM} = 3\vec{i}$.

$$\vec{E}(M) = K\frac{q}{\|\vec{AM}\|^2}\vec{i} - K\frac{q}{\|\vec{BM}\|^2}\vec{i} = Kq\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3^2}\right]\vec{i} = Kq\,\frac{8}{9}\vec{i}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{8}{9}Kq\,\vec{i} \Rightarrow \|\vec{E}(M)\| = 8.10^3\,(V/m).$$

ب) حساب $\vec{E}(N)$: نلاحظ أن المثلث ABN متساوي الساقين.



$$\vec{E}(N) = \vec{E}_A(N) + \vec{E}_B(N).$$

$$\vec{E}_A(N) = K\frac{q}{\|\vec{AN}\|^2}\vec{u}_{AN} \quad et \quad \vec{E}_B(N) = K\frac{(-q)}{\|\vec{BN}\|^2}\vec{u}_{BN}$$

$\|\vec{AN}\| = \|\vec{BN}\| = \sqrt{2}$ $\qquad \vec{AN} = (0-1)\vec{i} + (1-0)\vec{j} = -\vec{i} + \vec{j}$

$\qquad \vec{BN} = (0+1)\vec{i} + (1-0)\vec{j} = \vec{i} + \vec{j}$

$$\left.\begin{aligned}\vec{u}_{AN} &= -\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} \\ \vec{u}_{BN} &= \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\end{aligned}\right\} \vec{u}_{AN} - \vec{u}_{BN} = -\frac{\sqrt{2}}{2}2\vec{i} = -\sqrt{2}\,\vec{i}$$

$$\vec{E}(N) = K\frac{q}{\|\vec{AN}\|^2}\vec{u}_{AN} - K\frac{q}{\|\vec{BN}\|^2}\vec{u}_{BN} = \frac{Kq}{2}(\vec{u}_{AN} - \vec{u}_{BN}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}Kq\,\vec{i}$$

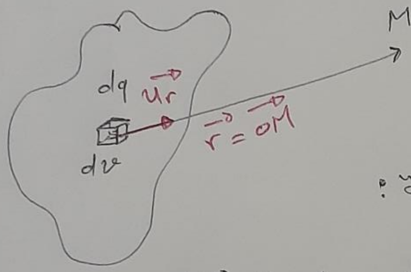
$$\vec{E}(N) = -\frac{\sqrt{2}}{2}Kq\,\vec{i} \Rightarrow \|\vec{E}(N)\| = \frac{Kq}{\sqrt{2}} = 6,4\times10^3\,(V/m).$$

4.7. التوزيع المستمر للشحنة:
تحتوي المادة على عدد كبير من الجسيمات الأولية المشحونة ونظرا لتقارب هذه الجسيمات من بعضها البعض يمكن اعتبار توزيع الشحنات داخل المادة مستمر. لتكن النقطة "o" نقطة كيفية من ناقل و $dq(o)$ الشحنة العنصرية الموجودة عند هذه النقطة.
الحقل الكهروسكوني الناتج عن هذا التوزيع الشحنة عند النقطة M هو:

$$\vec{E}(M) = \int_{\text{التوزيع}} d\vec{E}(M) \quad \text{حيث} \quad d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r .$$

$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^3}\vec{r} = K\frac{dq}{r^3}\vec{r} \quad / \quad \vec{r} = \vec{OM} \quad \text{و} \quad \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

4.7.1. الكثافة الحجمية للشحنة:
نعرف الكثافة الحجمية للشحنات ρ (أي الشحنة الموجودة في وحدة الحجم) انطلاقا من الشحنة dq الموجودة داخل عنصر الحجم dv:
الدالة ρ تتعلق بموضع الشحنة dq داخل الحجم V. $dq = \rho\, dv$ أو $\rho = \frac{dq}{dv}$



لحساب الحقل الناتج عن توزيع مستمر للشحنات داخل الحجم V. يمكن اعتبار الشحنة dq الموجودة داخل dv كشحنة نقطية.
يكتب الحقل المولد في النقطة M من طرف هذه الشحنة:

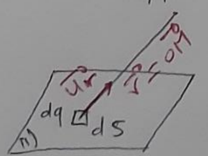
$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\rho\frac{\vec{r}}{r^3}dv$$

من المعادلة الأخيرة نستنتج الحقل المولد من طرف الشحنة الكلية الموجودة داخل الحجم V عند النقطة M.

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_{(V)} \rho\frac{\vec{r}}{r^3}dv .$$

4.7.2. الكثافة السطحية للشحنة:
عندما يكون أحد اتجاهات توزيع الشحنة العنصرية صغير جدا بالمقارنة للاتجاهين الآخرين، يمكن اعتبار توزيع الشحنة موزعة على سطح معين (S). ونعرف الكثافة السطحية للشحنة: $\sigma = \frac{dq}{dS}$ أو $dq = \sigma\, dS$

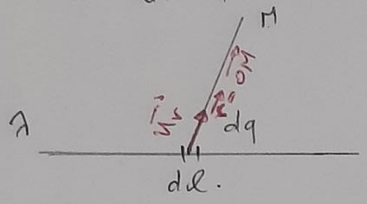
يكتب الحقل الناتج عن الشحنة dq عند النقطة M على الشكل:



$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\sigma\frac{\vec{r}}{r^3}dS .$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)} \sigma\frac{\vec{r}}{r^3}dS$$

4.7.3. الكثافة الخطية للشحنة: إذا كان إتجاهين لتوزيع الشحنة مهمل أمام الإتجاه الثالث (الشحنة موزعة خطيا) سلك رفيع مثلا. نعرف حينها الكثافة الخطية للشحنة.



$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \text{أو} \quad dq = \lambda\, dl.$$

يكتب الحقل الناتج عن dq عند النقطة M.

$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^3}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\frac{\vec{r}}{r^3}\,dl.$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{(l)} \lambda \frac{\vec{r}}{r^3}\,dl.$$