

# אנליזה נומרית – עבודה 1

הנחיות :

- הגשת העבודה ביחידים או בזוגות, יש להגיש קובץ PDF.
- במידה ומגישים בזוג, רק אחד מבני הזוג מגיש את העבודה בתיבת ההגשה, יש לציין את שמות ות.ז המגישים בקובץ ההגשה.
- כתיבה בכתב קריא.
- יש להציג ולהסביר את צעדי החישוב שביצעתם. פתרונות ללא הסבר לא יתקבלו.
- כל שאלה על העבודה יש לשאול בפורום הייעודי לעבודה במודל.
- אין לפרסם פתרונות בפורום הייעודי בעת שאלת השאלה.
- שאלות פרטניות יש לשלוח למתרגל האחראי - אלכסנדר לזרוביץ' במייל alexla@ac.sce.ac.il.

בהצלחה לכולם!

## שאלה 1

בהינתן הפונקציה הבאה:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n x_i^i$$

1. פתחו ביטוי עבור השגיאה המוחלטת והיחסית של  $f$  בהינתן השגיאות המוחלטות  $\{\Delta x_i\}_{i=1}^n$ .
2. חשבו את ערך הפונקציה עבור  $x_i = i, n = 5$ .
3. חשבו את קירוב הפונקציה  $\hat{f}$  עבור אותו  $n$  כאשר  $\hat{x}_i = x_i + \frac{(-1)^{i+1}}{i^2}$ .
4. חשבו את השגיאה המוחלטת והיחסית עבור  $\hat{f}$ .
5. חשבו את החסמים לשגיאות של  $\hat{f}$  בעזרת הביטויים אותם פיתחתם בסעיף 1.

## שאלה 2

סטודנט בנה תוכנית המדפיסה את כל הפרמוטציות האפשריות של המספרים 1 עד 11. כדי לוודא שהתוכנית הדפיסה את כל הפרמוטציות הוסיף הסטודנט מונה שערכו ההתחלתי 0 ובעבור כל הדפסה גדל ב-1. הסטודנט הגדיר את המונה כמשתנה נקודה צפה מסוג Single כפי שמוגדר ב-IEEE 754.

1. בהנחה שהתוכנית מדפיסה את כל הפרמוטציות (11!), מה יהיה ערכו של המונה בסיום התוכנית? רשמו ייצוג בינארי של המספר (מנטיסה, חזקה וסיבית הסימן).
2. רשמו את השגיאה המוחלטת והיחסית בערך המונה.
3. האם ניתן לתקן את הבעיה בעזרת שימוש משתנה נקודה צפה נוסף מסוג Single? הסבירו את תשובתכם.

### שאלה 3

פתחו ביטויים המתארים את השגיאות היחסיות והמוחלטות עבור הפונקציות הבאות:

$$1. f_1(x, y) = y^{e^x}$$

$$2. f_2(x, y, z) = x^2 2^y + \ln(z)$$

$$3. f_3(x, y, z) = \frac{7(x^4 + y^3 z^2)^5}{x - z^y}$$

### שאלה 4

בהינתן שיטת נקודה צפה חדשה בשם triple עם 96 סיביות:

- שדה הסימן - בגודל סיבית אחת.
  - שדה ה-exponent - בגודל 20 סיביות.
  - שדה ה-fraction - בגודל 75 סיביות.
- השיטה עובדת בצורה דומה לשאר השיטות, כאשר  $\text{exponent} = 0$  שמור למספרים לא מנורמלים, וה-exponent המקסימלי שמור לאינסוף וכו'.

1. חשבו את bias של השיטה הנתונה.
2. חשבו את המספרים הנמוכים והגבוהים ביותר במספרים המנורמלים והלא מנורמלים.
3. ייצגו את שלושת המספרים הבאים או קירוביהם בעזרת שיטה זו:

$$624.5625 \quad \bullet$$

$$11.375 \times 10^{10} \quad \bullet$$

$$6548 \times 2^{-1994} \quad \bullet$$

### שאלה 5

במערכת IEEE עם single precision, מהו ה-n הגדול ביותר עבורו מתקיים:

$$2^n + n^2 \neq 2^n \quad \bullet$$

$$2^n + 2^{-n} \neq 2^n \quad \bullet$$