

घूर्ण (Moment)

किसी निश्चित बिंदु के पीछे: बल के घुमाने वाले प्रभाव को उस बल का निश्चित बिंदु पर घूर्ण कहते हैं।

बल के घुमाने के प्रभाव को एक पद द्वारा मापा जाता है जिसे बल का घूर्ण या बल घूर्ण कहते हैं। इस प्रकार किसी बिंदु के पीछे: बल का घूर्ण, बल और उस बिंदु से बल की लम्बिक दूरी के गुणनफल के बराबर होता है

When a force tries to rotate a body about a fixed point, the phenomenon which produces rotation is called moment. Moment of force is equal to the product of magnitude of force and perpendicular distance drawn from the axis of rotation to line of action of force.

$$\text{Moment of force} = \text{Force} \times \text{Perpendicular distance}$$

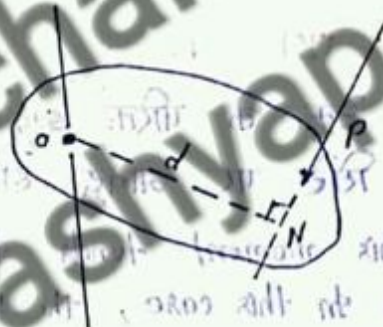
$$M = F \times ON$$

$$M = F \times d$$

Unit :-

S.I. — N-m

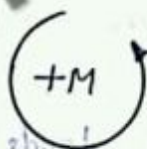
M.K.S — kgf-m



संकेत चिन्ह (Sign Conventions)



Clockwise moment



Anti clockwise moment

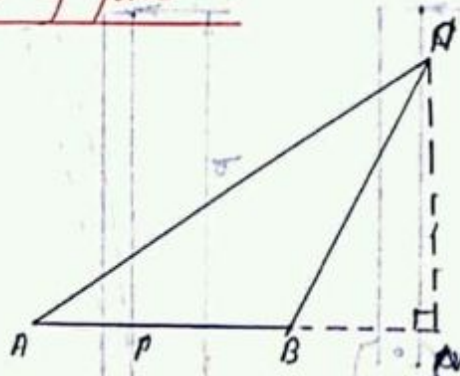
Geometrical Representation of Moment of force :-

$$M = P \times ON$$

$$M = AB \times ON$$

$$M = 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times ON$$

$$M = 2 \times \Delta ABO \text{ का क्षेत्रफल}$$



किसी बिंदु पर बल का घूर्ण, उस बिंदु को शीर्ष तथा बल की निरूपित करने वाली रेखा को आधार मान कर खींचे गये त्रिभुज के क्षेत्रफल के दुगुने द्वारा निरूपित होता है।

घूर्णों का वर्गीकरण (Classification of Moments)

3.2

ध्रुवात् बिंदु के परितः प्रभाव के आधार पर, घूर्ण निम्नलिखित तीन प्रकार के होते हैं :-

- (i) ध्रुवात् घूर्ण (Turning moment)
- (ii) नमन घूर्ण (Bending moment)
- (iii) रेंचन या मरोड़ घूर्ण (Twisting moment)

(i) ध्रुवात् घूर्ण (Turning moment) :- यह घूर्ण किसी वस्तु को उसकी आलम्ब (fulcrum) के परितः घुमाता है। इस दशा में वस्तु अपनी आलम्ब या टेंक पर घुमाने के लिए स्वतन्त्र होती है।

This moment tends to rotate a body about a fulcrum. In this case the body is free to rotate about a fulcrum.

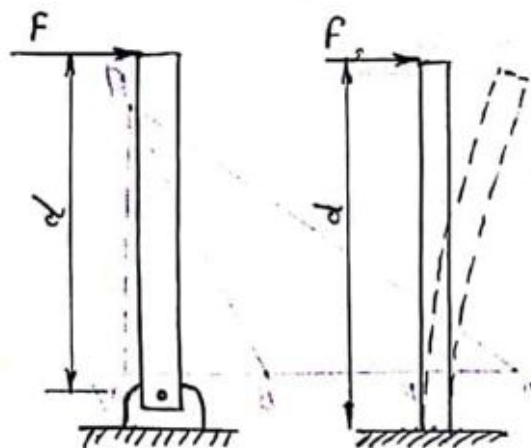
$$M = P \times d$$

(ii) नमन घूर्ण (Bending Moment) :- यह घूर्ण किसी वस्तु को उसके आबद्ध टेंक के परितः झुकाता है। इस दशा में वस्तु एक सिरे पर आबद्ध होती है।

This moment tends to bend a body about one of its fixed end. In this case, the body is fixed at one end.

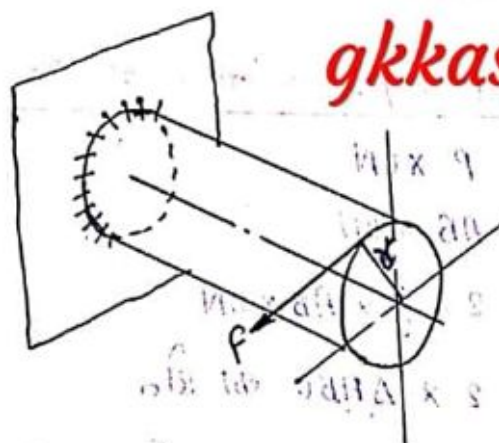
(iii) रेंचन घूर्ण (Twisting moment) :- यह घूर्ण वस्तु को रेंचन का प्रयास करता है।

This moment tends to twist a shaft about its one fixed end.



Turning Moment

Bending Moment



Twist Moment

gkkashyap

वॉरिंगनॉन का प्रमेय (Varignon's Theorem):-

3.3

दो समतलीय बलों के, उनके तल में ही किसी बिंदु पर घूर्णक का बीजगणितीय योग, उनके परिणामी के उसी बिंदु पर घूर्णक के बराबर होता है।

"Algebraic sum of moments of two coplanar forces about a point is equal to the moment of Resultant force about that point"

प्रमुख स्थितियाँ निम्न प्रकार हैं :-

1. दोनों बल एक बिंदुगामी हैं (Two concurrent force)
2. दोनों बल समान्तर व सदृश हैं (Two like parallel force)
3. दोनों बल समान्तर व असदृश हैं (Two unlike parallel force)

1. दोनों बल एक बिंदुगामी हैं (Two concurrent force):-

$R = P$ व Q बल का परिणामी

बल P का x पर घूर्णक (moment)

$$= 2 \times \Delta x OA \text{ का क्षेत्र}$$

$$= 2 \times \Delta OCB \text{ का क्षेत्र}$$

बल Q का x पर घूर्णक

$$= 2 \times x OC \text{ का क्षेत्र}$$

बल R का x पर घूर्णक

$$= 2 \times x OB \text{ का क्षेत्र}$$

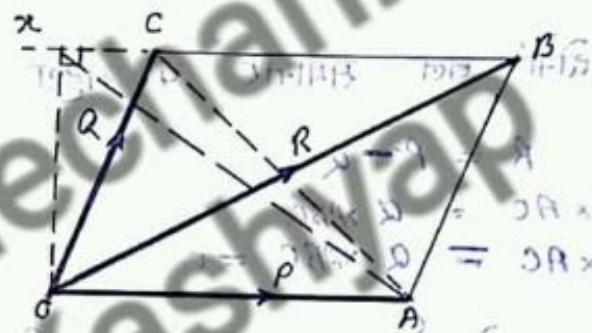
वॉरिंगनॉन प्रमेय के अनुसार,

$$\text{बल } P \text{ का } x \text{ पर घूर्णक} + \text{बल } Q \text{ का } x \text{ पर घूर्णक} = \text{बल } R \text{ का } x \text{ पर घूर्णक}$$

$$2 \times \Delta OCB \text{ का क्षेत्र} + 2 \times x OC \text{ का क्षेत्र} = 2 \times x OB \text{ का क्षेत्र}$$

$$2 \times x OB \text{ का क्षेत्र} = 2 \times x OB \text{ का क्षेत्र}$$

Proved



समान आधार व समान ऊँचाई में बने त्रिभुज का क्षेत्र (आपस में बराबर होता है)।

$$\Delta x OA \text{ का क्षेत्र} = \Delta OAB \text{ का क्षेत्र} = \Delta OCA \text{ का क्षेत्र}$$

$$(\because OA = BC)$$

2. दोनों बल समान्तर तथा सदृश हैं :-

3.4

$$P = P + Q$$

$$P \times AC = Q \times BC \Rightarrow P \times AC - Q \times BC = 0$$

x पर P व Q बल के घूर्णों का

$$\text{योग} = P \times xA + Q \times xB$$

$$= P (AC + Cx) + Q (Cx - BC)$$

$$= (P \times AC + P \times Cx + Q \times Cx - Q \times BC)$$

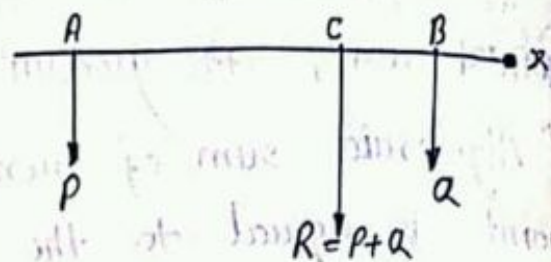
$$= P \times Cx + Q \times Cx$$

$$= (P + Q) \times Cx$$

$$= R \times Cx$$

$$= x \text{ पर } R \text{ बल का घूर्ण}$$

Proved



3. दोनों बल समान्तर व सदृश (Unlike) हैं :-

$$R = P - Q$$

$$P \times AC = Q \times BC$$

$$P \times AC - Q \times BC = 0$$

बिंदु x के प्रति P व Q का घूर्ण

$$= P \times xA - Q \times xB$$

$$= P (Cx - AC) - Q (Cx - BC)$$

$$= -P \times AC + P \times Cx - Q \times Cx + Q \times BC$$

$$= (P - Q) \times Cx$$

$$= R \times Cx$$

$$= R \text{ का घूर्ण } x \text{ के प्रति}$$

Proved

