

A. Maths. I (B)

Unit - (2)

Chapter.

the Point in space.

(दिक्-कोण तथा दिक्-अनुपात)

- ① यदि कोई रेखा अक्षों के साथ α, β, γ कोण बनाती है।
तब, रेखा की दिक् कोण,

$$\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$$

$$या, \quad l, m, n$$

$$अर्थात्, \quad \cos \alpha = l$$

$$\cos \beta = m$$

$$\cos \gamma = n$$

$$जहाँ, \quad l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

$$या, \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

- ② x-अक्ष की दिक्-कोण, $1, 0, 0$

$$y-अक्ष की दिक्-कोण, \quad 0, 1, 0$$

$$z-अक्ष की दिक् कोण, \quad 0, 0, 1$$

- ③ $P(x_1, y_1, z_1)$ तथा $Q(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा
PQ का दिक्-अनुपात,

$$x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$$

$$\text{तथा दिक्-कोण, } \frac{x_2 - x_1}{PQ}, \frac{y_2 - y_1}{PQ}, \frac{z_2 - z_1}{PQ}$$

$$\text{जहाँ, } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- ④ $P(x_1, y_1, z_1)$ तथा $Q(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा PQ
का रेखा AB पर जिसकी दिक्-कोणों l, m, n हैं,
को $p = l(x_2 - x_1) + m(y_2 - y_1) + n(z_2 - z_1)$

- ① यदि एक रेखा x और y अक्षों से दूरता: r_4 और r_3 कोण बनाती है तो इसका z -अक्ष से कोण ज्ञात कीजिए।

Solution. $l = \cos r_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$m = \cos r_3 = \frac{1}{2}$$

$$n = \cos r \quad (\text{माना})$$

$$\therefore l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cos^2 r = 1$$

$$\cos^2 r = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\cos r = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r = 60^\circ, 120^\circ$$

- ② यदि कोई रेखा अक्षों के साथ α, β, γ कोण बनाती है तो सिद्ध करो कि,

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$$

Solution. माना l, m, n

$$l = \cos \alpha, \quad m = \cos \beta, \quad n = \cos \gamma$$

$$\therefore l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

$$\therefore \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\text{या, } 1 - \sin^2 \alpha + 1 - \sin^2 \beta + 1 - \sin^2 \gamma = 1$$

$$\text{या, } \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$$