

बलयुग्म (Couple)

41

निर्दिष्ट दिशाओं में समान परिमाण तथा समान्तर बलों के ऐसे जोड़े को जिनकी क्रिया रेखाएँ एक ही रेखा पर नहीं होती बलयुग्म (Couple) कहते हैं। बलयुग्म को ऐठ (torque) के नाम से भी जाना जाता है।

बलयुग्म के प्रवृत्ति पिंड को घूमने की होती है। जैसे:- बोटल का ढक्कन को खोलना, नल्ल को खोलना आदि।

When two unlike equal and parallel forces act on a body such that their line of action do not coincide, they form a couple. It is also k/a torque.

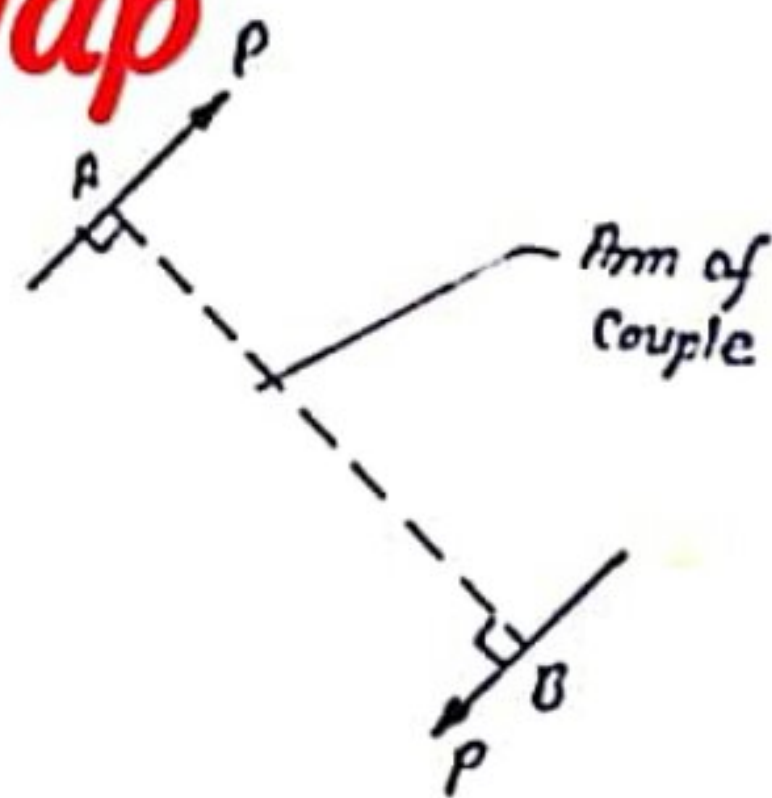
Tendency of a couple is to rotate a body. Ex. - To open bottle cap, To open tap, etc.

g.k.kashyap

बलयुग्म की भुजा (Arm of a Couple):-

कोई बलयुग्म बनने वाले दो बलों की क्रिया रेखाओं के बीच की लम्ब दूरी को उस बलयुग्म की भुजा कहते हैं।

The perpendicular distance b/w two forces is k/a arm of couple.



बलयुग्म का आघूर्ण (Moment of Couple):-

बलयुग्म बनने वाले दो बलों में से एक बल व बलयुग्म की भुजा की गुणा को बलयुग्म का आघूर्ण कहते हैं।

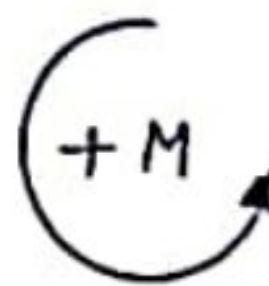
Moment of a couple or torque is equal to force multiplied by the perpendicular distance b/w lines of action of two forces.

$$T = P \times AB$$

बलयुग्म की दिशा (Direction of Couple):-



Clockwise couple
or Negative couple



Anti Clockwise Couple
or positive Couple

बल युग्म के बलों का परिणामी :-

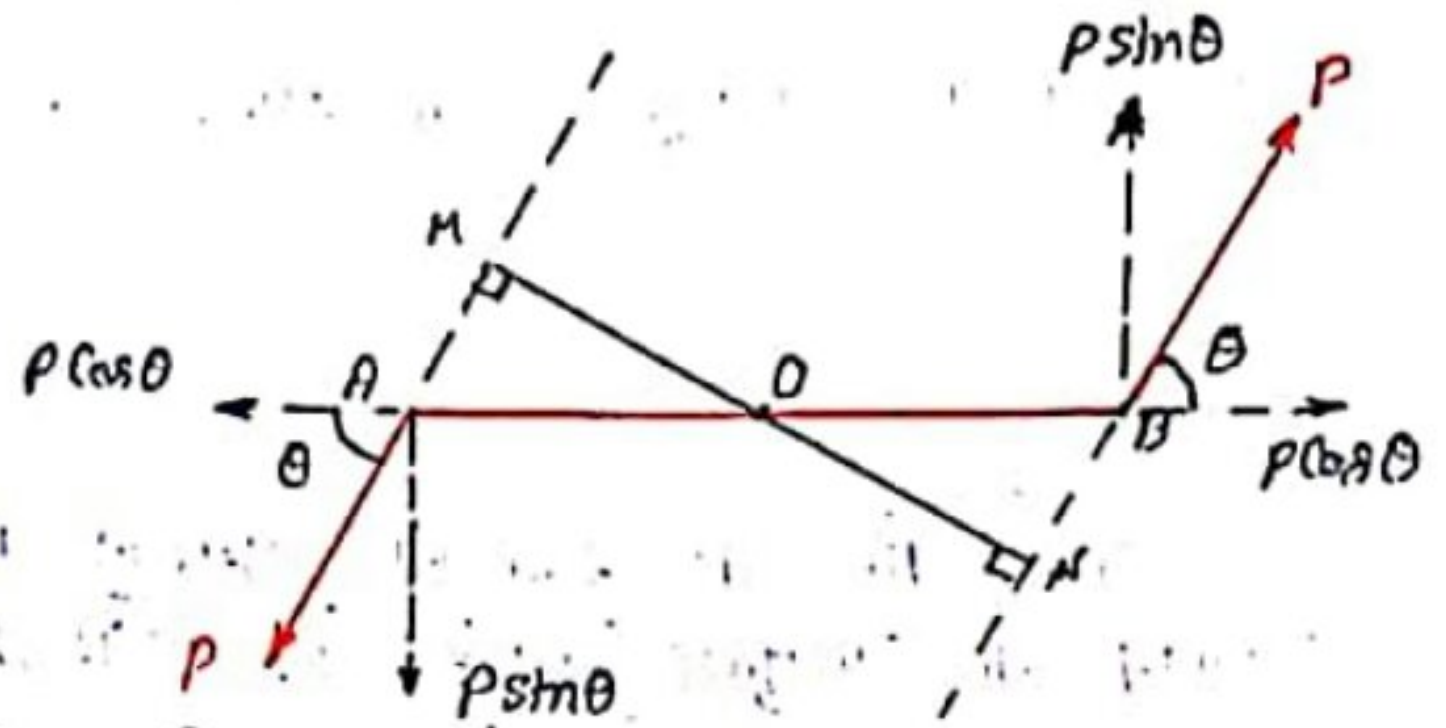
4.2

$$\sum X = P \cos \theta - P \cos \theta$$

$$\sum X = 0$$

$$\sum Y = P \sin \theta - P \sin \theta$$

$$\sum Y = 0$$



$\sum X = 0$ व $\sum Y = 0$ दिखाता है -

कि निकाय (system) रेखीय गति के संदर्भ में संतुलन में है। अतः निकाय (system) बलों के संदर्भ में स्थिर रहेगा।

बल युग्मों के बलों के परिणामी का घूर्ण (Resultant Moment)

बिंदु A पर घूर्ण लेने पर,

$$\text{परिणामी घूर्ण} = P \sin \theta \times AB \quad (\text{ccw})$$

बिंदु D पर घूर्ण लेने पर,

$$\begin{aligned} \text{परिणामी घूर्ण} &= P \sin \theta \times AD + P \sin \theta \times BD \\ &= P \sin \theta \times AB \quad (\text{ccw}) \end{aligned}$$

बिंदु B पर घूर्ण लेने पर,

$$\text{परिणामी घूर्ण} = P \sin \theta \times AB \quad (\text{ccw})$$

अतः निकाय के सभी बिंदुओं पर परिणामी घूर्ण का मान सदैव स्थिर है।

$$\therefore \text{परिणामी घूर्ण} = P \sin \theta \times AB$$

$$M = P \times MN \quad (\text{ccw}) \quad (MN = AB \sin \theta)$$

अतः निकाय बल युग्म के प्रभाव के कारण घूर्णन गति करेगा।

बल युग्म की विशेषताएँ :-

1. बल युग्म के कारण किसी पिंड में रेखीय गति नहीं होगी परन्तु पिंड में घूर्णन गति ही संभव होगी।
2. बल युग्म का मान निकाय के लिए सदैव स्थिर रहता है।
3. बल युग्म को किसी एक बल से प्रतिस्थापित नहीं किया जा सकता।

4. किसी बलयुग्म को एक अन्य बलयुग्म द्वारा ही संतुलित किया जा सकता है एक बल द्वारा नहीं।
5. बलयुग्म का आघूर्ण एक सदिश (vector) राशि है।

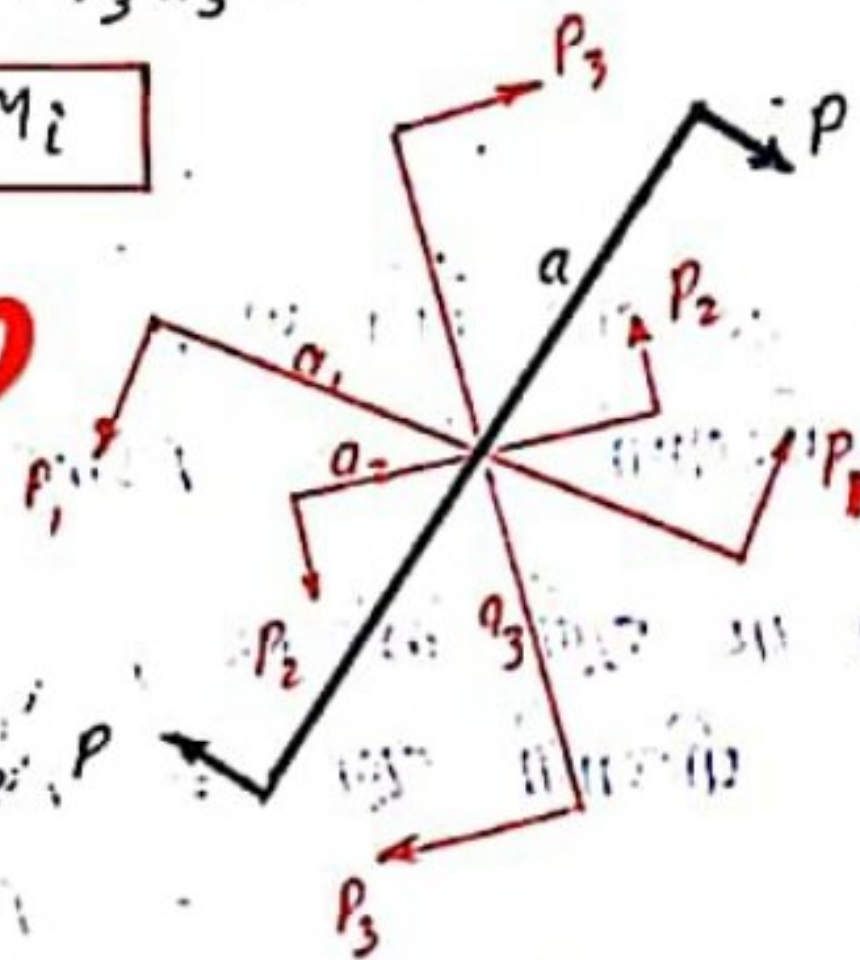
परिणामी बलयुग्म (Resultant Couple):—

किसी पिंड पर एक ही समतल में कार्य कर रहे सभी बलयुग्म एक बलयुग्म के समतुल्य होते हैं जिसे परिणामी बलयुग्म कहते हैं। सभी बलयुग्मों के आघूर्णों का बीजगणितीय योगफल परिणामी के आघूर्ण के बराबर होता है।

$$P \times a = P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + \dots$$

$$M_R = P \times a = \sum P_i a_i = \sum M_i$$

g.k.kashyap

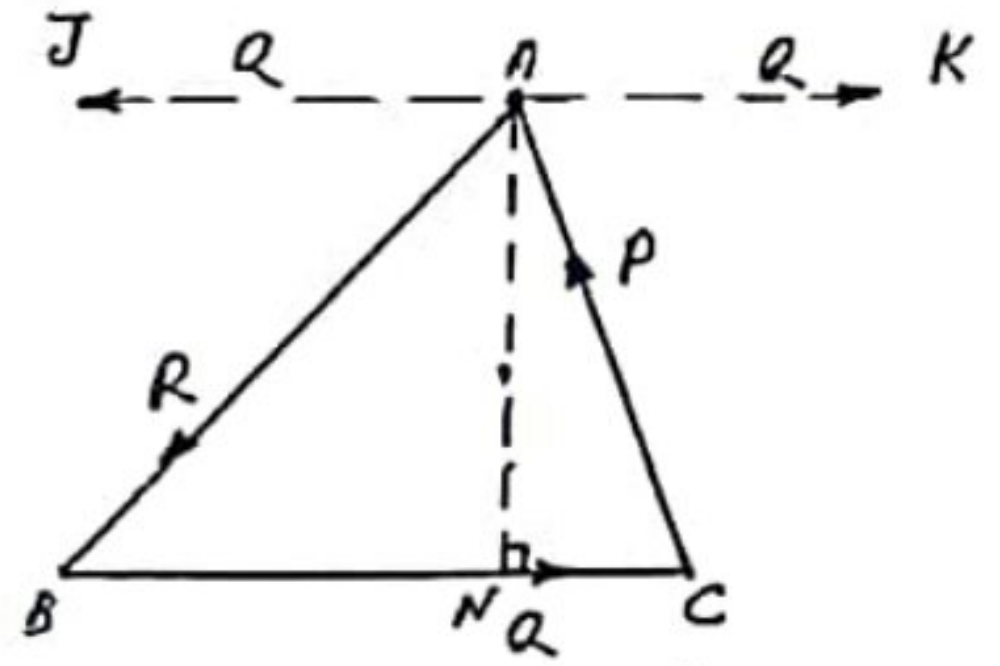
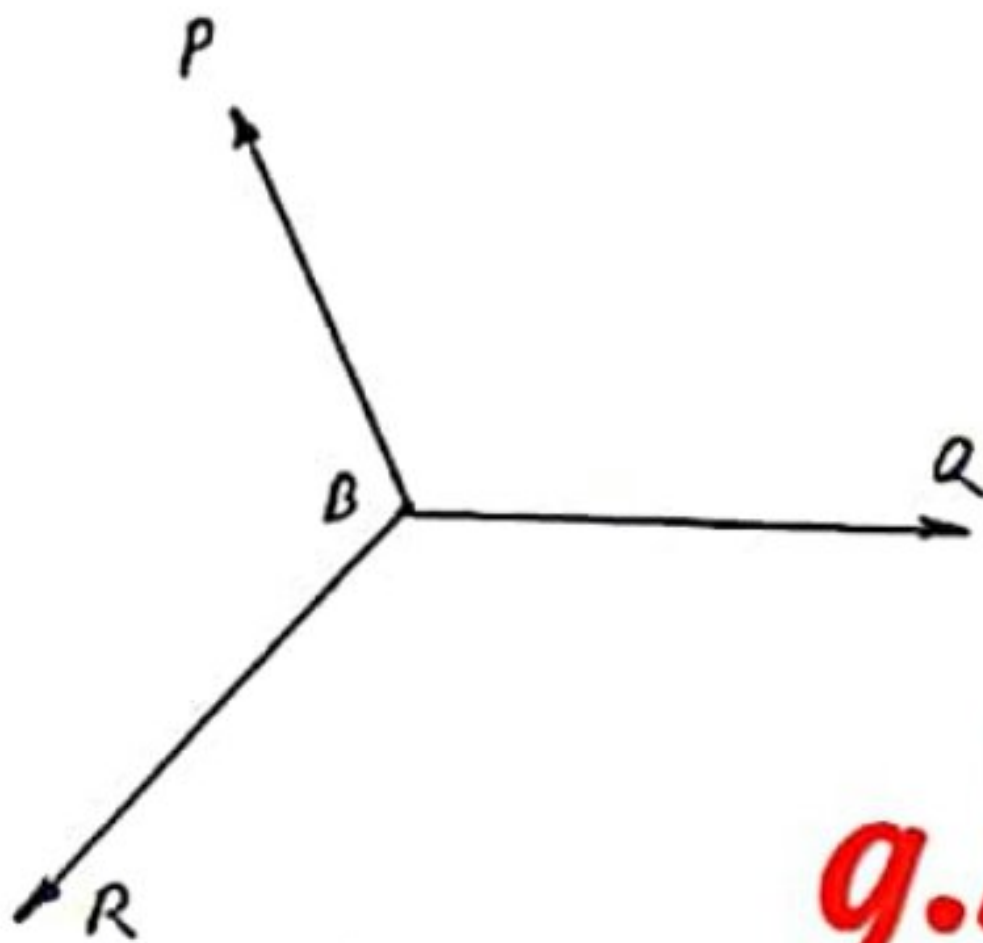


→ किसी दृढ़ पिंड पर कार्य करते हुए तीन बलों की यदि परिमाण दिशा और क्रियारेखा में किसी बिंदु की कमानुसार तीन धुजाओं द्वारा पूर्णतया निरूपित किया जा सके तो वे एक बलयुग्म के समतुल्य हैं जिनका आघूर्ण बिंदुज के क्षेत्रफल के दुगुने के बराबर होता है।

Three forces Representing Three Sides of Triangle are Equivalent to a Couple and Moment of Couple is Twice the Area of Triangle :-

यदि एक बिंदु B पर तीन बल P, Q, R लग रहे हैं और इन्हें एक ΔABC की कमान से ली गई धुजाओं द्वारा निरूपित किया गया है।

यदि कोने A पर दो Q व Q बल परस्पर विपरीत दिशाओं में तथा BC के समान्तर हैं।



g.k.kashyap

बिंदु A से तीन बल $P, R, Q (AK)$ गुजरते हैं व इन्हें एक लिथुज भुजाओं द्वारा निरूपित किया जा सकता है। अतः $P, Q (AK), R$ संतुलन में होंगे।

इस प्रकार $Q (BC), Q (AJ)$ दो परस्पर समान्तर व समान मान के हैं जो एक बलयुग्म बनाते हैं।

$$\begin{aligned} \text{बलयुग्म का आघूर्ण} &= Q \times AN \\ &= BC \times AN \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times BC \times AN \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{बलयुग्म का आघूर्ण} = 2 \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}$$