

General Conditions of Equilibrium of Coplanar forces

किसी प्रकार के बल निकाय के अचर दृढ़ पिंड के संतुलन के लिए निम्न दो नियमों के अनुसार प्रतिबंध आवश्यक हैं :-

1. संतुलन का बल नियम :- (force law of equilibrium)

इस नियम के अनुसार पिंड पर लगने वाले बलों के परिणामी का मान शून्य होना चाहिए जिसके कारण पिंड में कोई सरल रेखीय गति नहीं होती है।

$$R = 0$$

$$\sum F = 0$$

$$\therefore \begin{cases} \sum x = 0 \\ \sum y = 0 \end{cases}$$

**Applied Mechanics
by G.K. Kashyap**

2. संतुलन का आघूर्ण नियम (Moment law of equilibrium) :-

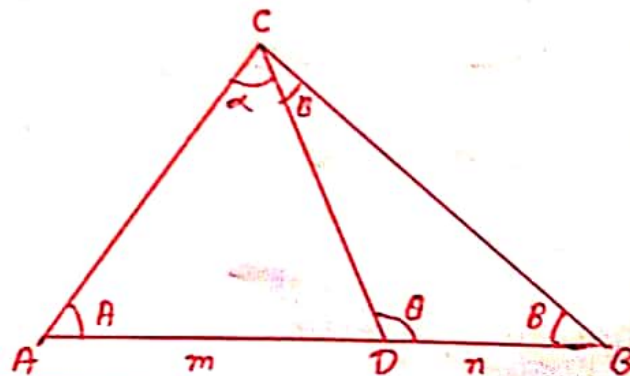
इस नियम के अनुसार पिंड पर लगने वाले सभी बलों के घूर्णक का योग शून्य होगा जिससे पिंड घूमने के संदर्भ में संतुलन में होगा।

$$\sum M = 0$$

Cot Theorem :-

$$AD = m$$

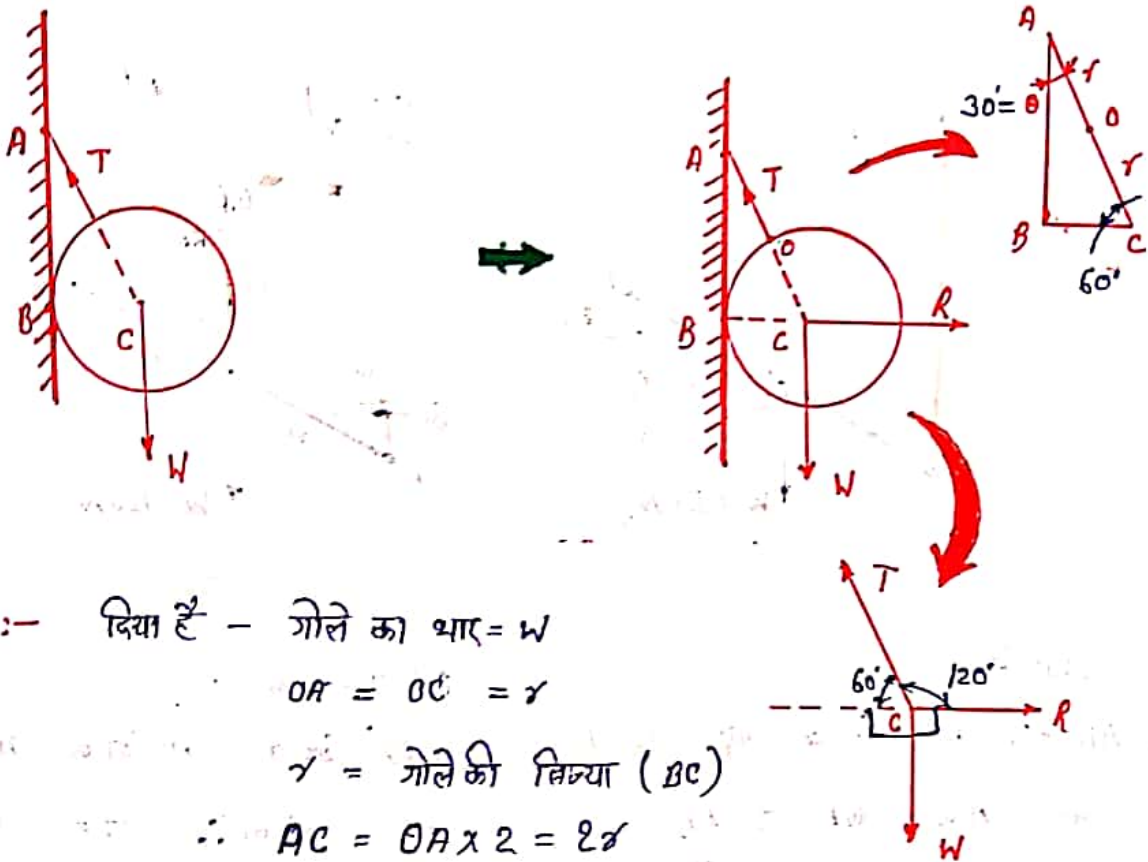
$$BD = n$$



$$(m+n) \cot \theta = m \cot A - n \cot B$$

$$(m+n) \cot \theta = n \cot A - m \cot B$$

प्र. 1: W-यूटन भार का एक गोला, एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार से डोरी द्वारा बाँधकर लटकाया गया है। यदि डोरी की लम्बाई गोले की त्रिज्या के बराबर होती- डोरी तनाव, ऊर्ध्वाधर से उसका झुकाव तथा दीवार के गोले पर प्रतिक्रिया ज्ञात कीजिये ?



उत्तर :- दिया है - गोले का भार = W

$$OA = OC = r$$

r = गोले की त्रिज्या (BC)

$$\therefore AC = OA \times 2 = 2r$$

ΔABC में, (जो एक समकोण त्रिभुज है)

$$\sin \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{r}{2r}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

अतः डोरी का ऊर्ध्वाधर से झुकाव = 30°

बिंदु C पर लोमी का प्रमेय लगाने पर,

$$\frac{T}{\sin 90^\circ} = \frac{R}{\sin (90+60)} = \frac{W}{\sin (120)}$$

$$\therefore T = W \times \frac{\sin 90}{\sin 120} = 1.154 W$$

$$\therefore R = W \times \frac{\sin 30}{\sin 120} = 0.577 W$$

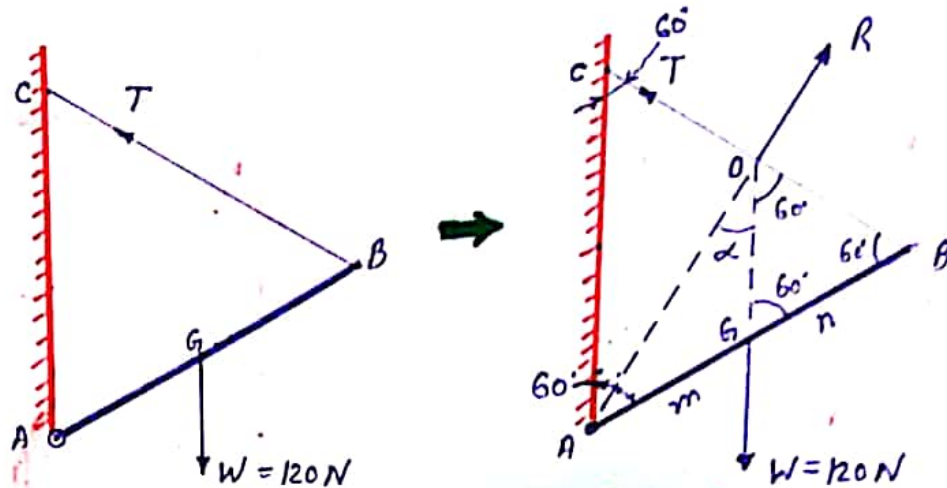
**Applied Mechanics
by G.K.Kashyap**

2020-3-26 15:00

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

प्र. 2 - एक समान धरा AB , जिसका भार 120 N है, का सिरा A काँचे द्वारा एक ऊर्ध्वीयर दीवार में संलग्न है तथा दूसरा सिरा B एक डोरी द्वारा A के ऊर्ध्वीयरतः ऊपर दीवार में एक ऐसे बिंदु C से बंधा है कि $\triangle ABC$ समबाहु त्रिभुज है। डोरी में तनाव व कच्चे पर प्रतिक्रिया शक्त करें।



Applied Mechanics by G.K.Kashyap

उत्तर

दिया है:-

→ AB एक समान धरा का भार $= 120\text{ N}$

$$\text{अतः } AG = GB = \frac{AB}{2}$$

∴ G , AB का मध्य बिंदु होगा।

→ $\triangle ABC$, एक समबाहु Δ है।

$$\therefore \angle CAB = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore AC \parallel OG$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \angle GOB &= \angle ACB = 60^\circ \\ \angle OGB &= \angle CAB = 60^\circ \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{संगत} \\ \text{कोण} \end{array}$$

$\triangle ABC$ में, \cot प्रमेय से

$$m = AG = AB/2 \quad \theta = 60^\circ$$

$$n = GB = AB/2 \quad \beta = 60^\circ \quad \alpha = ?$$

\cot Theorem :-

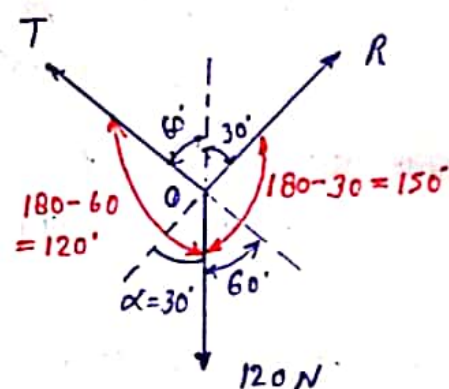
$$(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$$

$$\therefore 2 \cot 60^\circ = \cot \alpha - \cot 60^\circ$$

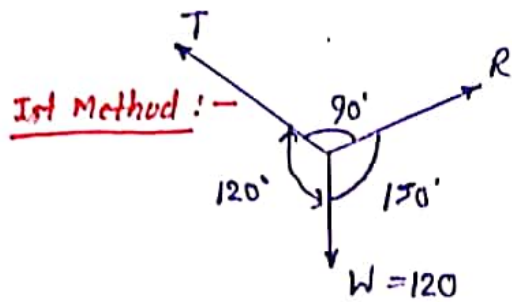
$$\therefore \cot \alpha = 3 \cot 60^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{\tan 60^\circ}{3}$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$



बिंदु 0 पर लार्गी प्रभेय लगाने पर,



$$\frac{T}{\sin 150} = \frac{R}{\sin 120} = \frac{W}{\sin 90}$$

$$T = \frac{W \times \sin 150}{\sin 90}$$

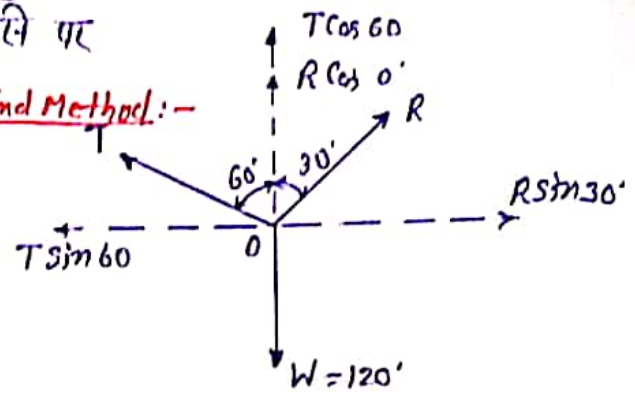
$$T = 60 \text{ N}$$

$$R = \frac{W \times \sin 120}{\sin 90}$$

$$R = 103.92 \text{ N}$$

बिंदु 0 पर बल T व R को विभोजित करने पर

2nd Method :-



$$\sum H = 0$$

$$T \sin 60 = R \sin 30$$

$$\therefore T = 0.577 R$$

$$\sum V = 0$$

$$T \cos 60 + R \cos 30 = 120$$

$$1.154 R = 120$$

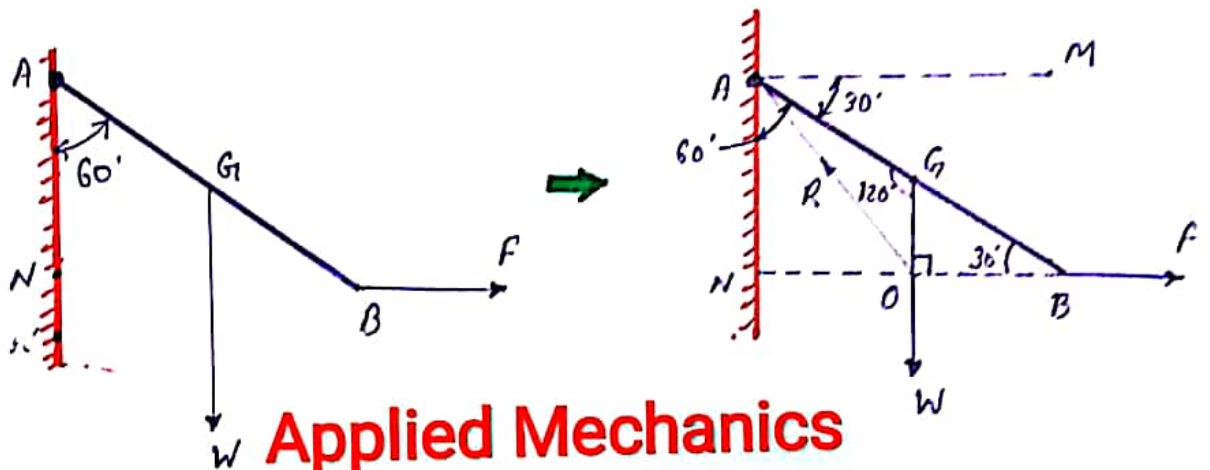
$$\therefore R = 103.92 \text{ N}$$

$$\therefore T = 0.577 R$$

$$T = 60 \text{ N}$$

Applied Mechanics
by G.K.Kashyap

प्र० - एक भारयुक्त एक समान दंड AB का सिरा A कच्चे दीवार से 60° के अवनत है जबकि सिरा B पर एक क्षैतिज बल F लगा है। यह संपूर्ण निकाय यदि साम्यावस्था में रहे तो क्षैतिज बल F तथा दीवार की प्रतिक्रिया ज्ञात करें।



Applied Mechanics by G.K.Kashyap

उत्तर :-

दिया है :- \rightarrow एक समान दंड AB है।

\therefore G मध्य बिंदु होगा।

$$\therefore AG = GB = AB/2$$

$\rightarrow \angle NAB = 60^\circ$ (दीवार से दंड AB अवनत है)

$$\therefore \angle BAM = 30^\circ$$

$$\therefore AM \parallel NB$$

$$\therefore \angle NBA = \angle BAM = 30^\circ \text{ (एकान्तर कोण)}$$

\rightarrow अतः $\triangle OAB$ में,

$$\angle NBA = 30^\circ$$

$$\therefore \angle GOB = 90^\circ \quad \therefore \angle OGB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AGO = 120^\circ$$

ΔAOB में Cot Theorem लगाने पर ,

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\theta = 120^\circ$$

$$m = AG$$

$$n = GB$$

$$\beta = ?$$

$$(m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$$

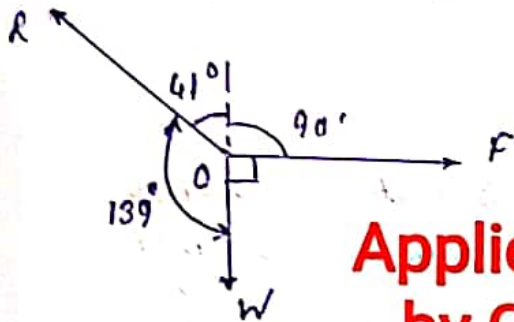
$$2 \cot 120^\circ = \cot 90^\circ - \cot \beta$$

$$\therefore \tan \beta = -\frac{\tan 120^\circ}{2} = 0.866$$

$$\therefore \beta = 40.89^\circ \approx 41^\circ$$

Ist Method :-

बिंदु O पर, लाम्बी प्रमेय से



$$\frac{F}{\sin 139^\circ} = \frac{R}{\sin 90^\circ} = \frac{W}{\sin 131^\circ}$$

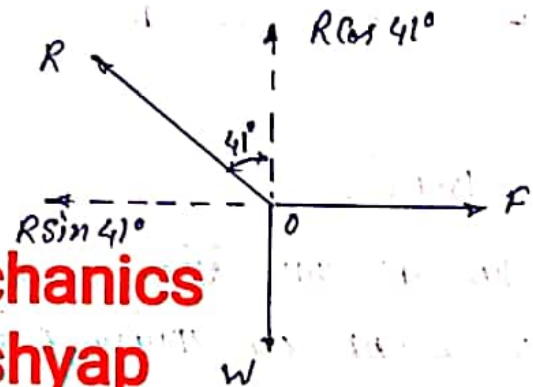
$$F = W \times \frac{\sin 139}{\sin 131}$$

$$F = 0.869 W$$

$$R = W \times \frac{\sin 90}{\sin 131}$$

$$R = 1.325 W$$

IInd Method :-



$$\sum H = 0$$

$$F = R \sin 41^\circ$$

$$F = 0.656 R \quad \text{--- (i)}$$

$$\sum V = 0$$

$$R \cos 41^\circ = W$$

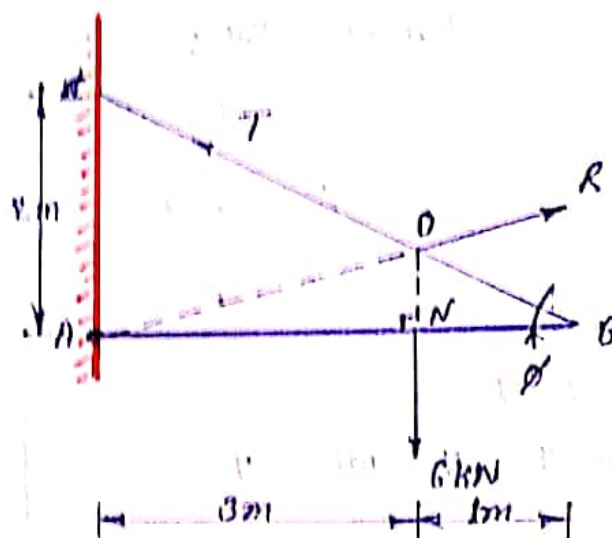
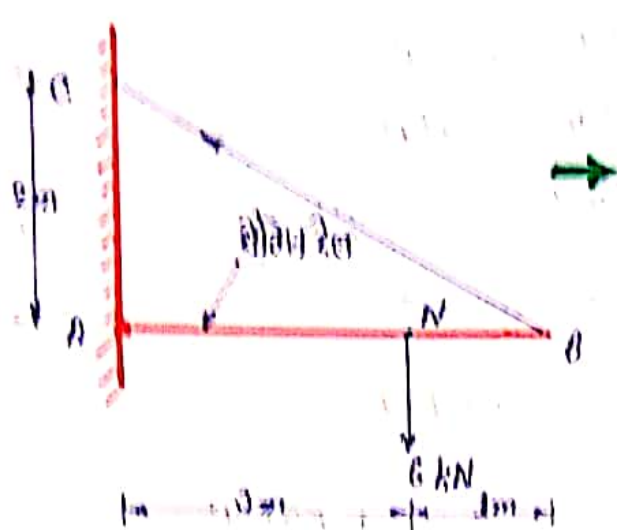
$$\therefore R = 1.325 W$$

$$\therefore F = 0.656 R$$

$$F = 0.869 W$$

Applied Mechanics
by G.K.Kashyap

Ques:- जिस में किसी भी काउंटेरी के दो तार (Tie) तथा जिक (Jib) में लगे हुए बल के प्रभाव को ।



उत्तर:- दिया है :-

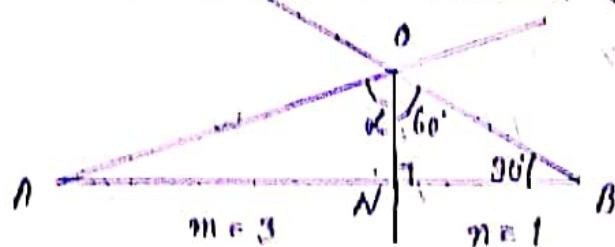
→ 6 kN का भार सोपान तार पर है

∴ A पर एक समकोण है

$$\therefore \sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$

→ A पर दो तारों का Theorem है



$$\alpha = ? \quad \beta = 60^\circ \quad \theta = 90^\circ$$

$$m = 3 \quad n = 1$$

$$(m+n) \cos \theta = m \cos \alpha + n \cos \beta$$

$$4 \cos 90^\circ = 3 \cos \alpha + \cos 60^\circ$$

$$\therefore 3 \cos \alpha = \cos 60^\circ$$

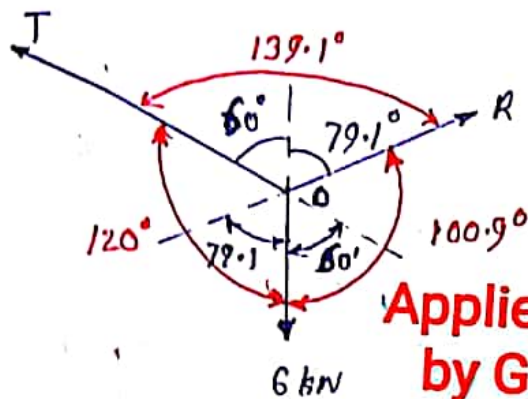
$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 79.10^\circ$$

$$\alpha = 79.10^\circ$$

**Applied Mechanics
by G.K. Kashyap**

Ist Method

बिंदु O पर लागी प्रयोग से,



Applied Mechanics
by G.K. Kashyap

$$\frac{T}{\sin 100.9^\circ} = \frac{R}{\sin 120^\circ} = \frac{6 \text{ kN}}{\sin 139.1^\circ}$$

$$T = 6 \text{ kN} \times \frac{\sin 100.9^\circ}{\sin 139.1^\circ}$$

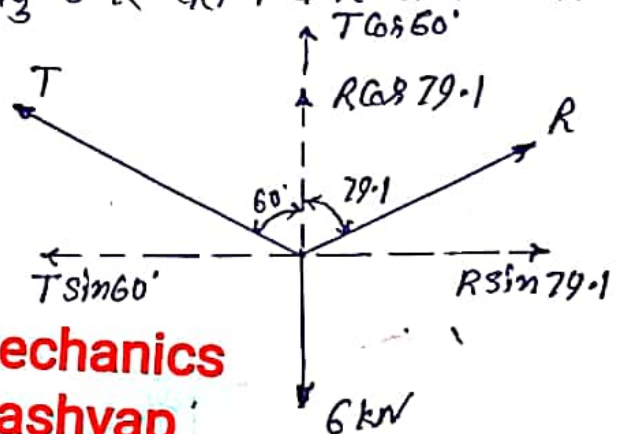
$$\boxed{T = 8.998 \text{ kN}}$$

$$R = 6 \text{ kN} \times \frac{\sin 120^\circ}{\sin 139.1^\circ}$$

$$\boxed{R = 7.936 \text{ kN}}$$

IInd Method

बिंदु O पर बल T व R के विघटन से



$$\sum H = 0,$$

$$T \sin 60^\circ = R \sin 79.1^\circ$$

$$T = 1.133 R$$

$$\sum V = 0$$

$$T \cos 60^\circ + R \cos 79.1^\circ = 6 \text{ kN}$$

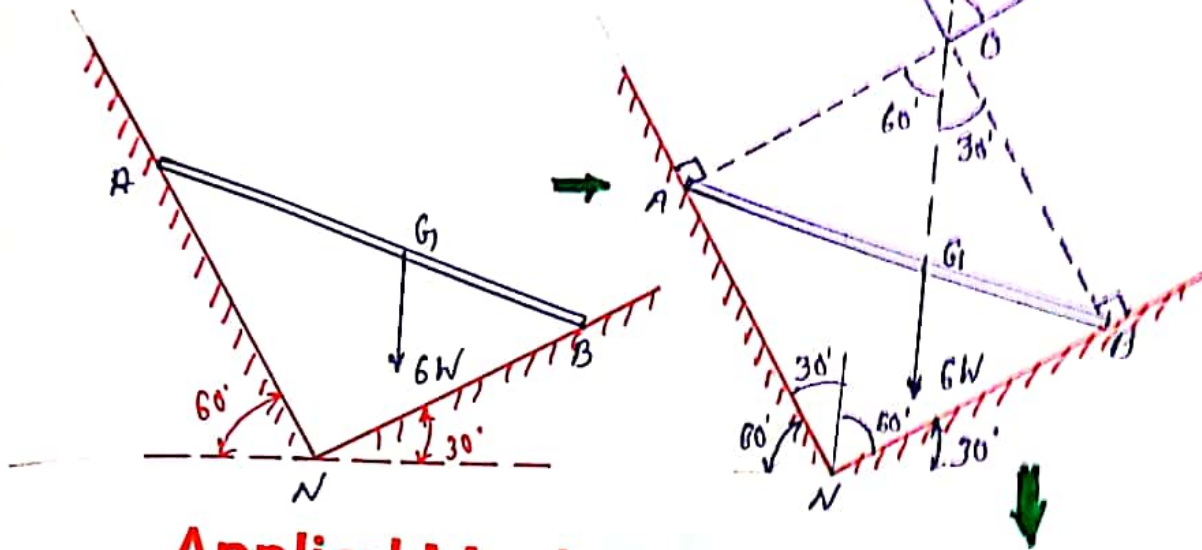
$$0.755 R = 6 \text{ kN}$$

$$\therefore \boxed{R = 7.94 \text{ kN}}$$

$$\therefore T = 1.133 R$$

$$\boxed{T = 8.996 \text{ kN}}$$

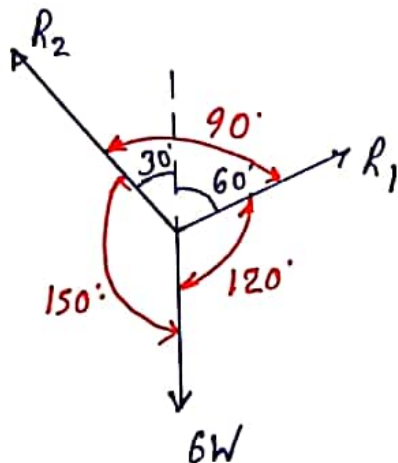
प्र० :- चित्र में दिखायी गयी दोनों सतहों द्वारा छड़ AB पर लगाये प्रतिक्रिया ज्ञात करें।



उत्तर :- **Applied Mechanics**
by G.K.Kashyap

Ist Method :-

बिंदु O पर, लाम्बी प्रमेय से



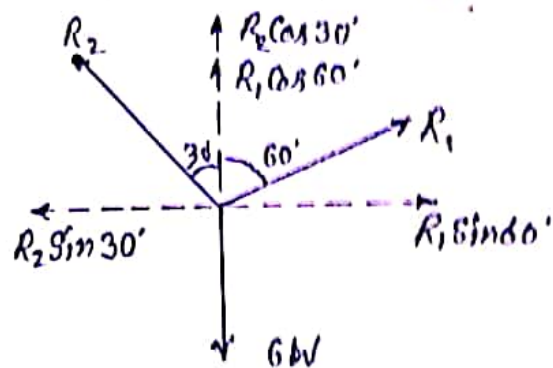
$$\frac{R_2}{\sin 120^\circ} = \frac{R_1}{\sin 150^\circ} = \frac{6W}{\sin 90^\circ}$$

$$R_2 = 5.196 W$$

$$R_1 = 3 W$$

IInd Method :-

बिंदु O पर, प्रतिक्रिया R_1 व R_2 के विभोजन से



$$\sum H = 0 \quad R_2 \sin 30^\circ = R_1 \sin 60^\circ$$

$$R_1 = 0.577 R_2$$

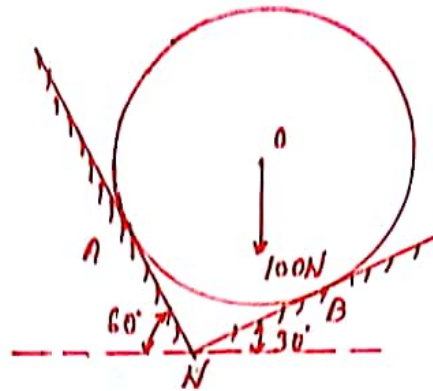
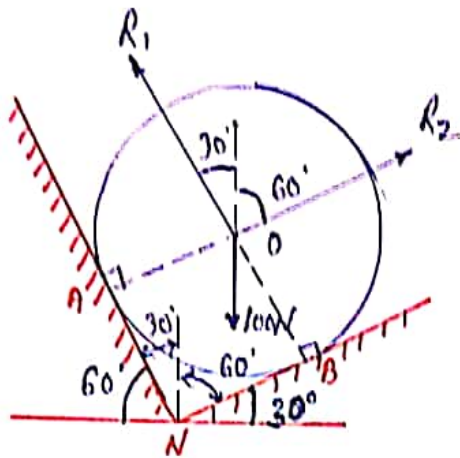
$$\sum V = 0 \quad R_1 \cos 60^\circ + R_2 \cos 30^\circ = 6W$$

$$\therefore R_2 = 5.196 W$$

$$\therefore R_1 = 0.577 R_2$$

$$R_1 = 3 W$$

प्र० - चित्र में दिखाये गये गोल पर दोनों सतहों दबाव लगायी गई प्रतिक्रियाएं ज्ञात करें।

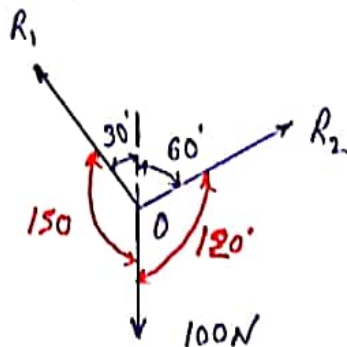


Applied Mechanics by G.K.Kashyap

उत्तर :-

1st Method :-

बिंदु O पर, लगी प्रेश से



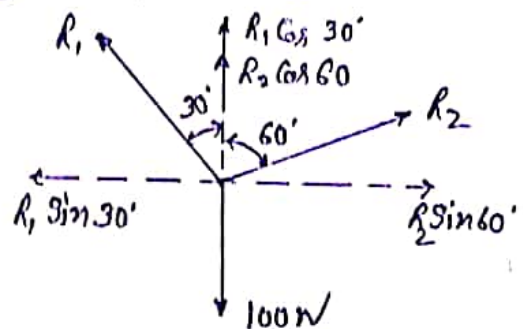
$$\frac{R_1}{\sin 120} = \frac{R_2}{\sin 150} = \frac{100}{\sin 90}$$

$$R_1 = 86.6 \text{ N}$$

$$R_2 = 50 \text{ N}$$

2nd Method :-

बिंदु O पर, R_1 व R_2 के विभोजन से



$$\sum H = 0$$

$$R_1 \sin 30 = R_2 \sin 60$$

$$R_1 = 1.732 R_2$$

$$\sum V = 0$$

$$R_1 \cos 30 + R_2 \cos 60 = 100 \text{ N}$$

$$R_2 = 50.0 \text{ N}$$

$$\therefore R_1 = 1.732 R_2$$

$$R_1 = 86.6 \text{ N}$$