



Formelsamling Matematik

Algebra

Kvadreringsregeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Konjugatregeln

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

P-Q-formeln

- För en andragsradsfunktion: $x^2 + px + q$ är lösningen:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

Talföljder

Geometriska talföljder

Beräkning av kvoten

- Ta två intilliggande tal i följden och dividera dem på varandra:

$$k = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

n:te talet i en geometrisk talföljd

$$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \text{ där } k \neq 1$$

Aritmetiska talföljder

! OBS. Aritmetiska talföljder har ännu inte dykt upp i Matematik- och fysikprovet, men med tanke på att det kommer frågor om geometriska talföljder är det lika sannolikt att det kommer frågor om aritmetiska talföljder i framtiden.

Beräkning av differensen:

- Differensen mellan två på varandra element i en aritmetisk talföljd

$$d = a_n - a_{n-1}$$

N:te talet i en aritmetisk talföljd

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

Aritmetiska summa:

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Binomialsatsen

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

Beteckningen "n över k" är lika med:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

! OBS. Binomialsatsen kom endast en gång i matematik- och fysikprovet (År 2015 Fråga 20) men är ändå bra att kunna för effektivare binomutveckling.

Logaritmer

$$y = 10^x \iff x = \log(y)$$

$$\log(x) + \log(y) = \log(xy)$$

$$\log(x^p) = p \log(x)$$

$$y = e^x \iff x = \ln(y)$$

$$\log(x) - \log(y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\log_x(n) = \frac{\ln(n)}{\ln(x)}$$

Derivator

Funktion	Derivata	Primitiv funktion
k	0	$kx + C$
x^n	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$a^x \quad (a > 0)$	$a^x \ln a$	$\frac{a^x}{\ln(a)} + C$
$\ln x \quad (x > 0)$	$\frac{1}{x}$	$-$
e^x	e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$	$\frac{e^{kx}}{k} + C$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln(x) + C$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\sin(x) + C$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$	
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$	
$f(x) \cdot g(x)$	$f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)$	
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$	

Kedjeregeln

För en funktion $y = f(g(x))$ där $f(x)$ och $g(x)$ är två deriverbara funktioner gäller att:

$$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \text{ eller } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

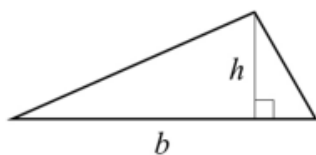
Komplexa tal

$$z = a + ib = r(\cos(v) + i\sin(v))$$

$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

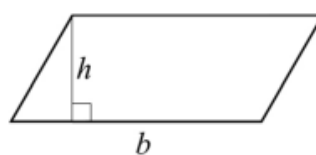
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



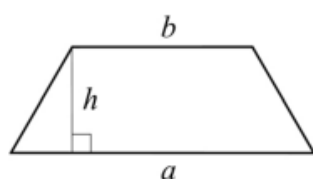
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

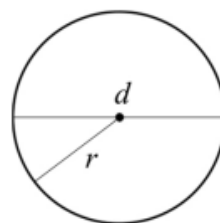
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

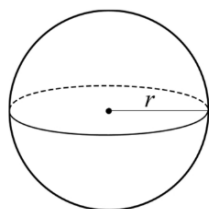
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Klot

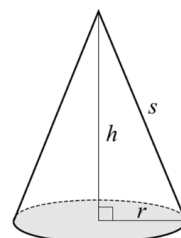
$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$



Kon

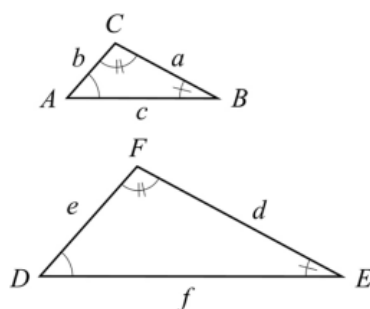
$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$



Likformighet

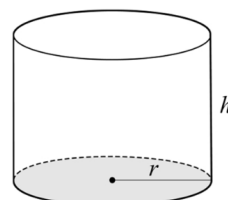
- Likformighet gäller när två trianglar har samma vinklar. Då gäller att:

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$



Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

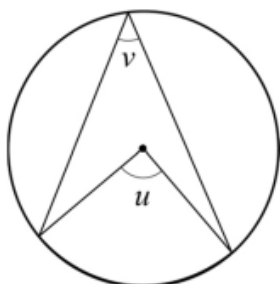


Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ och } y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Randvinkelsatsen

$$u = 2v$$



Avståndsformlen

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Trigonometri

$$\begin{aligned}\tan(-v) &= -\tan(v) \\ \cos(\pi - x) &= -\cos(x) \\ \sin(-x) &= -\sin(x) \\ \cos(-x) &= \cos(x)\end{aligned}$$

Enhetscirkeln

I en enhetscirkel gäller:

$$\sin(v) = y$$

$$\cos(v) = x$$

$$\tan(v) = \frac{y}{x} = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}$$

$$\cot(v) = \frac{1}{\tan(v)} = \frac{\cos(v)}{\sin(v)}$$

$$\csc(v) = \frac{1}{\sin(v)} \quad [*]$$

$$\sec(v) = \frac{1}{\cos(v)} \quad [*]$$

! OBS. $\csc(v)$ och $\sec(v)$ har inte dykt upp i något gammalt matematik- och fysikprov. Men det kom en fråga om $\cot(v)$ en gång (2015 fråga 14), därför är det lika viktigt att kunna $\csc(v)$ och $\sec(v)$.

Sinussatsen

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin C}{2}$$

Formler

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 v + \cos^2 v = 1$$

Summa och differens formler

$$\sin(v + u) = \sin v \cos u + \cos v \sin u$$

$$\sin(v - u) = \sin v \cos u - \cos v \sin u$$

$$\cos(v + u) = \cos v \cos u - \sin v \sin u$$

$$\cos(v - u) = \cos v \cos u + \sin v \sin u$$

Dubbla vinkeln formler

$$\sin 2v = 2 \sin v \cos v$$

$$\cos 2v = \begin{cases} \cos^2 v - \sin^2 v \\ 2 \cos^2 v - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 v \end{cases}$$

Halva vinkeln formler

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

Summa-till-produkt formler

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

Produkt-till-summa formler

$$2 \sin(x) \sin(y) = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos(x) \cos(y) = \cos(x + y) + \cos(x - y)$$

$$2 \sin(x) \cos(y) = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

Trigonometriska värden

Se <https://www.youtube.com/watch?v=YDuPdLL9GGo> för en effektiv minnesregel

Vinkeln i grader	0°	30°	45°	60°	90°
Vinkeln i radianer	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin(x)$	0	1/2	$\sqrt{2} / 2$	$\sqrt{3} / 2$	1
$\cos(x)$	1	$\sqrt{3} / 2$	$\sqrt{2} / 2$	1/2	0

Andra värden går att härleda m.h.a enhetscirkeln samt summa- och differensidentiteter.