
Operadores de Kraus para mediciones difusas en sistemas de dos partículas

Rubí Esmeralda Ramírez Milián

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

ANTE PROYECTO: AÑO DE PRÁCTICAS

Supervisado por:
Dr. Carlos Pineda (IF-UNAM) e Ing. Rodolfo Samayoa (ECFM-USAC)

8 de noviembre 2022

Índice

| | |
|---|----------|
| 1. Descripción general de la institución | 1 |
| 1.1. Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas-Universidad de San Carlos de Guatemala | 1 |
| 1.2. Instituto de Física - Universidad Nacional Autónoma de México (IFUNAM) | 1 |
| 2. Justificación del proyecto | 1 |
| 3. Descripción general del proyecto | 2 |
| 3.1. Matrices de densidad | 2 |
| 3.2. Operaciones cuánticas | 2 |
| 3.2.1. Operadores de Kraus | 2 |
| 4. Objetivos | 3 |
| 4.1. Objetivo General | 3 |
| 4.2. Objetivos Específicos | 3 |
| 5. Metodología | 3 |
| 6. Cronograma | 4 |
| Referencias | 5 |

1. Descripción general de la institución

1.1. Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas-Universidad de San Carlos de Guatemala

La Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas (ECFM) de la Universidad de San Carlos de Guatemala tiene como fin que Guatemala pueda incorporarse al desarrollo de las ciencias físicas y matemáticas a través del refuerzo de los programas de grado y el fomento de los programas de postgrado para que pueda generarse desarrollo experimental a través de la investigación tanto básica como aplicada.

La ECFM busca promover la investigación en Física y Matemática con calidad mundial, al mismo tiempo que aumentar el número y calidad de publicaciones a nivel internacional y local, participar en equipos multidisciplinarios de investigación, sobre todo en aquellos que busquen la solución de algunos de los problemas de la Universidad y de Guatemala en los que se pueda contribuir.

1.2. Instituto de Física - Universidad Nacional Autónoma de México (IFUNAM)

El Instituto de Física (IFUNAM) es uno de los centros de investigación en física más importantes de México con un sólido prestigio internacional. En el IFUNAM se realiza una parte muy significativa de la investigación en física que se lleva a cabo en México, además se cultiva la docencia y formación de recursos humanos como actividades fundamentales.

El Instituto de Física ha publicado cerca de 6100 artículos, la mayoría en revistas de circulación internacional, además de otros múltiples productos de investigación. Asimismo ha jugado un papel relevante en la definición e implementación de políticas y programas científicos, no sólo a nivel nacional, sino con impacto en Latinoamérica.

Las actividades de investigación del Instituto de Física se llevan a cabo en ocho departamentos, los cuales son: Física Teórica, Estado Sólido, Materia Condensada, Física Experimental, Física Química, Sistemas Complejos, Física Cuántica y Fotónica y Física Nuclear y Aplicaciones de la Radiación. Además, el Instituto de Física cuenta con las siguientes áreas de investigación: física nuclear y de radiaciones; física médica; física atómica y molecular; materia condensada; óptica; física de materiales y nanociencias; sistemas complejos; física estadística; física biológica; física de partículas elementales; teoría de campos y cosmología; así como física y óptica cuántica. Los resultados de las investigaciones que se generan en estas áreas son difundidos en publicaciones de nivel internacional, seminarios y conferencias.

El proyecto es dirigido por el Dr. Carlos Pineda (IFUNAM) y por el Ing. Rodolfo Samayoa (ECFM).

2. Justificación del proyecto

Este proyecto permite desarrollar la teoría física, las habilidades y herramientas matemáticas obtenidas a lo largo de los cursos de la licenciatura. Asimismo, propicia la adquisición de nuevas destrezas para la resolución de problemas, que son necesarias para el cumplimiento de los objetivos mencionados en la sección anterior.

Específicamente, los operadores de densidad son una formulación matemática equivalente al enfoque del vector de estado que se estudia en los primeros cursos de mecánica cuántica de la licenciatura, por lo que estudiar estos operadores permite entender la teoría cuántica desde una perspectiva diferente. Así como aprender e investigar sobre operaciones cuánticas permitirá incrementar el conocimiento obtenido en dichos cursos.

Y finalmente, este proyecto será útil para incursionar, en el campo de la investigación de la física,

en particular en el área de la información cuántica. Además será una fase previa al trabajo de tesis de graduación que conluye la formación de un estudiante de licenciatura.

3. Descripción general del proyecto

Para este proyecto se requiere repasar algunos conceptos específicos sobre álgebra lineal y los fundamentos de la mecánica cuántica. Además es necesario el entendimiento de la reformulación de los principios de la teoría cuántica en el lenguaje de las matrices de densidad, así como la comprensión del formalismo de las operaciones cuánticas.

A lo largo del proyecto se debe estudiar y entender como las operaciones cuánticas \mathcal{E} que actúan sobre operadores de densidad ρ de un sistema de dos partículas, tienen una representación como una suma de operadores. Asimismo se desea encontrar el conjunto de operadores que describen la operación de una medición difusa en un estado inicial, de un observable que tiene una salida específica.

3.1. Matrices de densidad

La matriz de densidad es un operador lineal, definido positivo, hermítico y de traza uno que actúa en el espacio de Hilbert del sistema, también llamado operador de densidad [1]. Los postulados básicos de la mecánica cuántica relacionados con la medición se pueden reformular en el lenguaje de los operadores de densidad debido a que la definición anterior es matemáticamente equivalente al enfoque de vectores de estado. Es por ello que se deberá estudiar una formulación conveniente para escribir los estados del sistema de tal manera que se consiga una mejor descripción de estos. Asimismo será necesario estudiar las transformaciones que pueden actuar sobre las matrices de densidad y su representación.

3.2. Operaciones cuánticas

Para este trabajo se estudiará el formalismo de las operaciones cuánticas, las cuales son una herramienta general que describe la evolución de los sistemas cuánticos en muchas circunstancias. Las operaciones cuánticas capturan el cambio dinámico a un estado que ocurre como resultado de un proceso físico, donde ρ es el estado inicial antes de algún proceso y $\rho' = \mathcal{E}(\rho)$ es el estado cuántico después de dicho proceso. En este proyecto son de especial interés la descripción de las operaciones cuánticas puesto que el proceso de medición puede entenderse como una operación cuántica, específicamente para el caso de mediciones difusas.

3.2.1. Operadores de Kraus

En este proyecto se estudiarán los mapeos completamente positivos y la forma elegante de representarlos conocida como la suma de operadores Kraus. Esta representación está respaldada por un teorema el cual asegura que cualquier mapeo lineal \mathcal{E} completamente positivo, al espacio \mathcal{H} , puede ser escrito como $\mathcal{E}(\rho) = \sum_i K_i \rho K_i^\dagger$, para algún conjunto de operadores $\{K_i\}_i$, llamados operadores de Kraus.

Para el caso de la mediciones difusas es necesario encontrar el conjunto de operadores de Kraus correspondientes, con el fin de estudiar el efecto de la operación cuántica sobre cualquier estado inicial del sistema, y poder describir el estado de salida.

4. Objetivos

4.1. Objetivo General

Establecer los operadores de Kraus para mediciones difusas en un sistema de dos partículas.

4.2. Objetivos Específicos

- Comprender la definición y propiedades de la matriz de densidad, así como los postulados de la mecánica cuántica utilizando el lenguaje de los operadores de densidad.
- Entender la acción de operaciones cuánticas en un operador de estado como la representación de suma de operadores de Kraus.
- Analizar los casos y niveles posibles que se obtendrán al hacer una medición difusa de un observable en un estado inicial de un sistema de dos partículas.
- Realizar un programa que mapee un operador de estado inicial a un estado final después de una medición difusa.

5. Metodología

La metodología del proyecto consiste en iniciar estudiando los conceptos básicos, para lograr tratar el problema que se ha planteado en este proyecto. Se estudiarán capítulos seleccionados de la referencia [1], se realizará un resumen de los conceptos más importantes y todos los ejercicios de los capítulos más importantes para realizar este trabajo. Luego, se procederá a analizar la ecuación (1) de la referencia [2], para poder obtener los operadores de Kraus correspondientes a la operación de la medición difusa. Y por último, se hará un programa en el que se implementen estos operadores.

6. Cronograma

| Tareas | Meses | Mes 1 | Mes 2 | Mes 3 | Mes 4 | Mes 5 | Mes 6 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | | | | |
| Tarea 1: Repasar los conceptos de álgebra lineal que se ocupan en la mecánica cuántica y estudiar los postulados de la mecánica cuántica utilizando el lenguaje de la matriz de densidad. | | ✓ | | | | | |
| Tarea 2: Estudiar los conceptos básicos del formalismo de las operaciones cuánticas. | | | ✓ | ✓ | | | |
| Tarea 3: Estudiar el espacio de las matrices de densidad. | | | | ✓ | | | |
| Tarea 4: Estudiar el proceso de medición de observables. | | | | | ✓ | | |
| Tarea 5: Analizar la ecuación (1) de la referencia [2] y establecer los operadores de Kraus de la medición de un observable en el caso no degenerado en un sistema de dos partículas. | | | | | ✓ | | |
| Tarea 6: Establecer los operadores de Kraus de la medición para más niveles y analizar el caso en el que el observable no pueda escribirse como producto tensorial. | | | | | | ✓ | |
| Tarea 7: Escribir un programa que realice una operación cuántica al operador de estado inicial. | | | | | | ✓ | |
| Tarea 8: Elaboración del informe final. | | | | | | | ✓ |

Referencias

- [1] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010.
- [2] C. Pineda, D. Davalos, C. Viviescas, and A. Rosado, “Fuzzy measurements and coarse graining in quantum many-body systems,” *Physical Review A*, vol. 104, oct 2021.
- [3] M. C. S. Gómez, *Introducción al formalismo de la mecánica cuántica no relativista*. Universidad Nacional de Colombia, 2010.