





دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده علوم ریاضی
گروه علوم کامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان

کنترل همروندی در پایگاه داده های ذاتا XML

نگارش
محسن پیمانی

استاد راهنما
دکتر سید کامیار ایزدی
استاد مشاور
دکتر محمود فضلعلی

۱۳۹۴

کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری ، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان نامه برای دانشگاه شهید بهشتی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر مأخذ آزاد است.

تقدیم به پدر و مادر عزیزم که همواره در تمامی مراحل زندگی پشتیبان و حامی من بوده‌اند.

رسیدن، به دانش است و به کردار نیک...

و بی دانش به کردار نیک هم توان رسید که یکی را پیشتر باید شناختن، آنگاه بجای آوردن. پس دانش به همه حال می باید تا به رستگاری توان رسیدن. و چون دانش راه آمد به بهترین چیز که آدمی را تواند بود. و در اول آفرینش حاصل نیست و بعضی از آن بی نیل و اندیشه حاصل شود، پس هر آنکه ممتنع چیزی باشد که در حاصل کردنش عمر گذارند، لیکن برخی هست که بی اندیشه حاصل آید و بعضی را ناچار به اندیشه حاجت بود، و آنچه به اندیشه حاصل شود دانسته ای خواهد که در اندیشه کنند تا این نادانسته بدان اندیشه که در آن دانسته کنند و دانسته شود، و از هر دانسته هر نادانسته را نتوان شناخت، بلکه هر نادانسته را به دانسته ای که در خور او بود توان شناخت. و منطق آن علم است که در راه انداختن نادانسته به دانسته دانسته شود...

پس منطق ناگزیر آمد بر جوینده ی رستگاری.^۱

^۱ مقدمه ی رساله ی منطق دانشنامه ی علائی، شیخ الرئیس ابن سینا

سپاس‌گزاری...

ستایش و سپاس مخصوص خداوندی ست که مرا در مسیر علم و دانش قرار داد. ارزشمندترین زمان برای نیک‌اندیشان، لحظه‌ای است که در محضر استاد می‌نشینند و از خرمن فضلش خوشه می‌چینند. بسیار مایلم صمیمانه‌ترین قدردانی و سپاس خویش را تقدیم استاد گرامی، جناب آقای دکتر ایزدی سازم که در طول این دوره توفیق راهم شدند تا در حلقه شاگردیشان قرار گیرم و از مرتبه‌های علم و دانش ایشان بهره‌ها ببرم. همچنین از سرکار خانم دکتر طهماسبی که راهنمایی‌های ایشان در انجام این پژوهش همواره چراغ راهم بوده است.

ممن بختانی

۱۳۹۴

نام خانوادگی دانشجو: لچینانی

نام: محسن

عنوان: کنترل همروندی در پایگاه داده های ذاتا XML

استاد راهنما: دکتر سید کامیار ایزدی

استاد مشاور: دکتر محمود فضلعلی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: علوم کامپیوتر گرایش: علوم کامپیوتر

دانشگاه: شهید بهشتی

علوم ریاضی

تاریخ فارغ التحصیلی: ۱۳۹۴

تعداد صفحات: ۲۳

واژگان کلیدی: کنترل همروندی ، Processing Query XML، Native

چکیده

در این پایان نامه ابتدا نمونه ای از منطق های شناختی احتمالاتی (PEL) را معرفی کرده و تمامیت آن را اثبات می کنیم. سپس با در نظر گرفتن مدلی ساده از این منطق، در راستای تعمیم آن به منطق های پویا که تغییر اطلاعات در سناریوهای چند عاملی را مدل می کنند پیش می رویم. پس از توصیف مختصری از منطق های شناختی پویای غیر احتمالاتی، منطق شناختی پویای احتمالاتی (PDEL) را نیز با در نظر گرفتن سه گونه ی طبیعی احتمال، یعنی احتمال پیشینی جهان ها، احتمال رخداد عمل ها بر اساس فرایندی متناظر با دیدگاه عامل ها و احتمال خطا در مشاهده ی عمل ها، معرفی خواهیم کرد. این سه گونه، شیوه ی به روزرسانی تعمیم یافته ای در اختیار می گذارند که روشی است مناسب و طبیعی برای مدل سازی جریان اطلاعات. سپس برای اینکه تمامیت منطق شناختی پویای احتمالاتی را با استفاده از تمامیت منطق شناختی احتمالاتی اثبات کنیم، اصول موضوعه ی صحیحی ارایه می کنیم تا فرمول های شامل عملگر پویا را به فرمول هایی فاقد این عملگر در زبان ایستای متناظر تحویل کنند. سرانجام گونه ای از منطق شناختی پویای احتمالاتی، مورد نیاز برای حل معمای Monty Hall ارایه کرده و تمامیت آن را اثبات می کنیم. سپس راه حلی صوری برای این معما در این منطق بدست می آوریم.

پیش‌گفتار

منطق شناختی احتمالاتی پویا منطقی نسبتاً جدید است که قبل از مطالعه‌ی آن می‌بایست منطق شناختی، منطق شناختی پویا و منطق شناختی احتمالاتی معرفی شده باشد و به فراخور در فصول سه‌گانه به معرفی و توصیف هریک خواهیم پرداخت.

مقدمه را با بهره‌جستن از مقدمه‌ی مقاله‌ی [؟] نگاشتم و البته هر کجا که لازم بود از مقدمه‌های دیگر مقالات نیز استفاده کردم.

در فصل ۱ ابتدا با کمک [؟] و [؟] به خلاصه‌ای از منطق شناختی می‌پردازیم، سپس بر مبنای [؟] منطق شناختی احتمالاتی را که همان منطق شناختی سنتی است به اضافه‌ی توانایی استدلال دربارهی احتمال معرفی کرده و تمامیت آن را اثبات می‌کنیم.

فصل ۲ بر اساس [؟] نوشته شده است و به معرفی منطق‌های پویا اعم از شناختی پویا و شناختی پویای احتمالاتی اختصاص دارد. در این فصل پس از معرفی منطق اعلان عمومی و سپس گونه‌ای تا حدی تعمیم یافته از منطق شناختی پویا با در نظر گرفتن مدلی ساده از منطق شناختی احتمالاتی، منطق شناختی پویای احتمالاتی معرفی شده و تمامیت آن اثبات می‌شود. برای آنکه منطق‌های شناختی پویا را احتمالاتی کنیم ابتدا سه گونه‌ی طبیعی احتمال را تعریف می‌کنیم که عبارتند از: احتمال پیشینی جهان‌ها، احتمال رخداد عمل‌ها بر اساس فرایندی متناظر با دیدگاه عامل‌ها و احتمال خطا در مشاهده‌ی عمل‌ها. برای اثبات تمامیت منطق‌های پویا اصول موضوعه‌ای مطرح می‌شود تا بتوان معادل با هر فرمول در این منطق‌ها، با حذف عملگر پویا، فرمولی در منطق‌های ایستا بدست آورد. این اصول اثرات متقابل عملگر پویا با اتم‌ها و عملگرهای بولی و شناختی را توصیف می‌کنند. پس از اثبات صحت، با کمک آنها تمامیت منطق‌های پویا را از تمامیت منطق‌های ایستا نتیجه می‌گیریم.

هنگامی که به همراه ولی‌زاده به مطالعه و اثبات جزئیات مقاله‌ی [؟] مشغول بودیم با مسائل و مشکلاتی برخورد کردیم که به تناسب در بخش‌های مختلف فصل ۲ با عنوان ملاحظه به آنها اشاره خواهیم کرد.

فصل ۳ نیز برگرفته از [؟] است و به منظور ارائه‌ی مثالی برای نشان دادن کاربرد منطق شناختی پویای احتمالاتی نگاشته شده است. مثالی که ارائه می‌شود معمای معروف Monty Hall است که پیش از این مقاله راه‌حلی صوری برای آن داده نشده بود، ولی ما بر اساس این مقاله به راه‌حلی صوری با کمک گونه‌ای از منطق‌های شناختی پویای احتمالاتی دست می‌یابیم که به زیبایی جوابی معقول در اختیار

می‌گذارد. این راه‌حل زیبا را نمی‌توانستم با جزئیات بیان کنم اگر از [؟] استفاده نمی‌کردم و آن را نیافتم مگر با راهنمایی دکتر کویی.

فهرست مطالب

۱	مقدمه
۳	۱ منطق‌های شناختی ایستا
۳	۱.۱ منطق شناختی (EL)
۵	۲ منطق‌های شناختی پویا
۵	۱.۲ منطق‌های شناختی پویا به منظور به‌روزرسانی غیر احتمالاتی
۵	۱.۱.۲ منطق اعلان عمومی (PAL)
۷	۲.۱.۲ منطق شناختی پویا - به‌روزرسانی مدل‌ها (DEL)
۸	۲.۲ منطق شناختی پویای احتمالاتی (PDEL)
۱۱	۳ معمای MONTY HALL
۱۱	۱.۳ منطق اعلان عمومی احتمالاتی (PPAL)
۱۳	۲.۳ معمای Monty Hall
۱۹	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۲۱	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۲۳	نمایه
۲۳	مراجع

مقدمه

در سال ۱۹۵۱ فان رایت^۲ کتابی با عنوان «مقاله‌ای در منطق موجهات» [؟] منتشر کرد. هینتیکا^۳ با ایده‌هایی که از این مقاله گرفته بود در سال ۱۹۶۲ کتابی با عنوان «دانش و باور، مقدمه‌ای بر منطق مبتنی بر این دو مفهوم» [؟] به چاپ رساند. وی در این کتاب به کمک مفهوم جهان‌های ممکن مدلی برای دانش و باور ارائه کرد و به همین دلیل بسیاری او را پدر منطق شناختی می‌دانند. هدف اصلی او واکاوی مفهومی دانش و باور بود ولی پس از او عبارت «شناخت» در محدوده‌ای فراتر به کار گرفته شد، اعم از باور و هر روشی که یک عامل می‌تواند دانشی را بدست آورد. در اواخر دهه‌ی ۱۹۷۰ منطق شناختی مورد توجه دانشمندان فعال در شاخه‌هایی مانند هوش مصنوعی، فلسفه و نظریه بازی‌ها قرار گرفت. در دهه ۸۰ محققین علوم کامپیوتر به منطق شناختی روی آوردند، فاگین^۴، هالپرن^۵، موزز^۶ و وردی^۷ که از این دسته به حساب می‌آمدند مقالاتی را که در طی حدود ۱۰ سال در مورد منطق شناختی به چاپ رسانده بودند در کتابی با نام «استدلال درباره دانش» [؟] جمع آوری کرده و در سال ۱۹۹۵ منتشر کردند.

منطق شناختی، منطقی وجهی است که به استدلال بر مبنای دانش^۸ و فرادانش^۹ می‌پردازد، فرادانش دانشی است که عاملی درباره‌ی دانش خود و یا دانش دیگر عامل‌ها دارد. برای روشن شدن موضوع مثالی را با سه بازیکن ۱، ۲ و ۳، و سه کارت قرمز، سفید و آبی در نظر بگیرید. کارت‌ها در میان بازیکنان به این صورت توزیع شده‌اند که قرمز، سفید و آبی به ترتیب در دستان ۱، ۲ و ۳ قرار دارد. فرض کنید بازیکنان تنها کارت خویش را می‌بینند و همه می‌دانند که کارت‌ها به گونه‌ای میانشان توزیع شده است که هریک فقط یک کارت در دست دارند. بوسیله‌ی منطق شناختی می‌توان جملات پیچیده‌ای را مانند «بازیکن ۱ می‌داند که بازیکن ۲ نمی‌داند که چه کارتی در دستان بازیکن ۳ است.» صوری کرد. منطق شناخت با چنین فرادانش‌هایی سر و کار دارد. حتی فرادانش‌های پیچیده‌تری مانند همه‌دانی مشترک وجود دارد. برای نمونه در مثال بالا علم به اینکه دقیقاً سه کارت وجود دارد و علم به رنگ کارت‌ها

^۲ von Wright

^۳ Hintikka

^۴ Fagin

^۵ Halpern

^۶ Moses

^۷ Vardi

^۸ information

^۹ higher order information

همه‌دانی مشترک است. منطق شناختی همچنين واکاوی مفهومی خوبی از همه‌دانی مشترک در اختیار می‌گذارد.

اگرچه منطق شناختی آنالیز مناسبی از فرادانش در اختیار می‌گذارد ولی بررسی تغییر دانش خارج از گستره‌ی این منطق است. منطق‌های شناختی پویا منطق شناختی را به گونه‌ای توسعه می‌دهند که استدلال درباره‌ی تغییرات دانش نیز امکان‌پذیر باشد. این توسعه از طرفی از نوعی معناشناسی زبان طبیعی الهام گرفته شد که در آن معنای جمله بعنوان طریقی برای تغییر داده‌های کسانی که آن را می‌شنوند در نظر گرفته می‌شود، و از طرف دیگر از مطالعه‌ی بازی‌ها که تغییر داده‌ها و فرادانش‌ها نقش بسزایی در آنها ایفا می‌کند. سیستم‌های منطقی مختلفی بر این اساس در طول سال‌ها شکل گرفته است که برجسته‌ترین آنها عبارتند از [؟] (الهام گرفته از [؟])، [؟] و [؟].

در منطق شناختی پویا تغییر وضعیت موجود توسط داده‌های جدید را به‌روزرسانی می‌خوانیم. ساده‌ترین مثال زمانی است که عاملی می‌فهمد که گزاره‌ی φ برقرار است. به‌روزرسانی با یک گزاره در این مثال به این معنی است که گزینه‌هایی که عامل ممکن می‌دانست ولی در آنها گزاره‌ی φ برقرار نیست حذف می‌شوند. در یک سیستم چند عاملی ممکن است عامل‌های مختلف دسترسی مختلفی به داده‌های جدید داشته باشند و همچنین اطلاعات عامل‌ها درباره‌ی دیگر عامل‌ها نقش بازی کند، از این رو می‌توان به‌روزرسانی پیچیده‌تری را در مثال قبل مدل کرد: فرض کنید بازیکن ۱ کارت خود را به بازیکن ۲ نشان دهد و بازیکن ۳ نیز این را ببیند ولی از محتوای کارت خبردار نشود. در نتیجه دانش بازیکنان به این صورت تغییر می‌کند: بازیکن ۲ می‌داند که محتوای کارت بازیکن ۱ چیست، بازیکن ۳ می‌داند که بازیکن ۲ می‌داند محتوای کارت بازیکن ۱ چیست ولی خودش محتوا را نمی‌داند و بازیکن ۱ می‌داند که بازیکن ۳ این را می‌داند.

اگرچه نظریه‌ی احتمال منطق نیست لکن حوزه‌ی مطالعاتی مناسبی برای منطق است، زیرا در بسیاری از حوزه‌های کاربردی به منظور استدلال درباره‌ی دانش، اهمیت توانایی استدلال درباره‌ی احتمال رخدادها معین به همراه دانش عامل‌ها رخ می‌نماید و اغلب احتمال به عنوان نظریه‌ای برای مدلسازی استدلال مطرح می‌شود. از این رو همه‌ی مقالات منتشر شده در علم اقتصاد که به استدلال درباره‌ی دانش می‌پردازند (که بازگشت می‌کنند به مقاله‌ی اصلی او مان [؟]) با ساختاری احتمالاتی مدل می‌شوند، هرچند آنها زبانی منطقی که بصورتی روشن استدلال درباره‌ی احتمال را جایز کند در نظر نگرفته‌اند. با این اوصاف تلاش‌هایی در جهت بیرون کشیدن منطق بعنوان بهترین راه استدلال از دل نظریه‌ی احتمال صورت گرفته است. که یکی از مناسب‌ترین آنها منطق احتمالاتی است که در [؟] معرفی شده است.

فصل ۱

منطق‌های شناختی ایستا

منطق شناختی چیز خوبی است.

۱.۱ منطق شناختی (EL)

فصل ۲

منطق‌های شناختی پویا

در این فصل سه منطق شناختی پویا را با این رویکرد مطرح می‌کنیم که برای هریک اصولی موسوم به اصول موضوعه‌ی تحویل^۱ معرفی کرده و با اثبات صحت آنها گامی به سوی تمامیت بر می‌داریم. در انتهای فصل نیز تمامیت را در یک قضیه برای هر سه منطق اثبات خواهیم کرد.

۱.۲ منطق‌های شناختی پویا به منظور به‌روزرسانی غیر احتمالاتی

منطق‌های شناختی پویا جریان اطلاعات ایجاد شده توسط عمل^۲ها را توصیف می‌کنند. ساده‌ترین عمل آموزنده، و نمونه‌ای رهگشا برای بیشتر این نظریه، اعلان عمومی گزاره‌ی درستی چون A به گروهی از عامل‌هاست، که به‌صورت $A!$ نمایش می‌دهیم. به‌روزرسانی برای عمل‌های پیچیده‌تر می‌تواند برحسب «مدل‌های عمل» توصیف شود، که الگوهای پیچیده‌تری از دسترسی عامل‌ها به عمل در حال رخداد را مدل می‌کنند. پس ابتدا به‌روزرسانی منطق شناختی توسط اعلان عمومی را بررسی می‌کنیم سپس آن را به حالت کلی‌تر، برای هر نوع عمل، توسیع می‌دهیم.

۱.۱.۲ منطق اعلان عمومی (PAL)

تأثیر پویای اعلان عمومی^۳ A این است که مدل (غیر احتمالاتی) جاری $M = (S, \sim, V)$ را به مدل به‌روز شده‌ی $M|A$ تبدیل می‌کند. این مدل به‌روز شده با تحدید جهان‌های M به جهان‌هایی که A در آنها درست است تعریف می‌شود.

اعلان عمومی معمولاً حاوی اطلاعاتی مفید است. از این رو ممکن است که ارزش درستی عبارات شناختی در نتیجه‌ی اعلان تغییر کند. برای مثال قبل از اعلان A عامل a آن را نمی‌دانست ولی اکنون

^۱reduction axioms

^۲event

^۳public announcement

می‌داند.

تعریف ۱.۱.۲. زبان اعلان عمومی. زبان اعلان عمومی توسط فرم Backus-Naur به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varphi, \psi ::= \top \mid \perp \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi \wedge \psi \mid K_i\varphi \mid [!\varphi]\psi$$

فرمول $[!\varphi]\psi$ به صورت « ψ پس از اعلان φ برقرار است» خوانده می‌شود. زبان بدست آمده در مدل‌های استاندارد برای منطق شناختی نیز قابل تفسیر است. معناشناسی برای این زبان به غیر از اعلان عمومی همانند تعریف ؟؟ می‌باشد. معناشناسی اعلان عمومی نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

تعریف ۲.۱.۲. معناشناسی اعلان عمومی. فرض کنید مدل شناختی $M = (S, \sim, V)$ داده شده باشد و $s \in S$.

$$M|A, s \models \varphi \text{ آنگاه } M, s \models A \quad \text{اگر و فقط اگر} \quad M, s \models [!A]\varphi$$

که در آن $M|A$ مدل (S', \sim', V') است به طوری که، با فرض $\llbracket A \rrbracket = \{t \in S \mid M, t \models A\}$:

- $S' = \llbracket A \rrbracket$,
- $\sim'_a = \sim_a \cap (S' \times S')$,
- $V'(p) = V(p) \cap S'$.

اصول موضوعه‌ی تحویل در PAL به صورت زیر است:

$$[!A]p \leftrightarrow (A \rightarrow p) \quad (۱.۲)$$

$$[!A]\neg\varphi \leftrightarrow (A \rightarrow \neg[!A]\varphi) \quad (۲.۲)$$

$$[!A](\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow ([!A]\varphi \wedge [!A]\psi) \quad (۳.۲)$$

$$[!A]K_a\varphi \leftrightarrow (A \rightarrow K_a[!A]\varphi) \quad (۴.۲)$$

قضیه ۳.۱.۲. (صحت اصول موضوعه‌ی تحویل برای اعلان عمومی)

برهان. با ارجاع به هر اصل اثباتی برای آن می‌آوریم.

(۱.۲)

$$M, s \models [!A]p \Leftrightarrow M, s \models A \Rightarrow M|A, s \models p \quad (۱)$$

$$\Leftrightarrow M, s \models A \Rightarrow M, s \models p \quad (۲)$$

$$\Leftrightarrow M, s \models A \rightarrow p$$

اگر $M, s \models A$ آنگاه $s \in S'$ و اگر $s \in S'$ آنگاه $V(p) = V'(p)$. در نتیجه از (۱) به (۲) و برعکس می‌توان رسید.

(۲.۲)

$$\begin{aligned} M, s \models [!A]\neg\varphi &\Leftrightarrow M, s \models A \Rightarrow M|A, s \models \neg\varphi \\ &\Leftrightarrow M, s \models A \Rightarrow (M, s \models A \text{ و } M|A, s \not\models \varphi) \\ &\Leftrightarrow M, s \models A \Rightarrow M, s \models \neg[!A]\varphi \\ &\Leftrightarrow M, s \models A \rightarrow \neg[!A]\varphi \end{aligned}$$

□

۲.۱.۲ منطق شناختی پویا - به‌روزرسانی مدل‌ها (DEL)

تعریف ۴.۱.۲. مدل عمل^۴. فرض کنید مجموعه‌ای A از عامل‌ها و زبان منطقی \mathcal{L} داده شده باشد، مدل عمل ساختار $A = (E, \sim, pre)$ است بطوری که

- E مجموعه‌ای متناهی و غیر تهی است از عمل‌ها،
- \sim مجموعه‌ای است از روابط هم‌ارزی \sim_a روی E برای هر عامل $a \in A$
- pre تابعی است که به هر عمل $e \in E$ فرمولی از \mathcal{L} را نسبت می‌دهد.

تابع پیش‌شرط^۵ pre با نسبت دادن فرمول (pre_e) به هر عمل در E معین می‌کند که در کدام جهان‌ها این عمل‌ها ممکن است روی دهند. این مدل‌ها را مدل به‌روزرسانی نیز می‌نامند.

این مدل‌ها بسیار شبیه مدل‌های شناختی هستند، با این تفاوت که به‌جای دانش‌های مربوط به وضعیت‌های ثابت، دانش درباره‌ی عمل‌ها مدل شده است.^۶ روابط تمیز ناپذیری \sim روی عمل‌ها ابهام درباره‌ی اینکه چه عملی واقعاً رخ داده است را مدل می‌کنند. $e \sim_a e'$ می‌تواند به این صورت خوانده شود که «اگر فرض شود که عمل e رخ داده است رخداد عمل e' با دانش a سازگار است».

اعلان عمومی $[!\varphi]$ نیز خود به نوعی یک مدل عمل است که در آن $E = \{!\}$ و $\sim = \{(!, !)\}$ و $pre = \{(!, \varphi)\}$.

^۴event model

^۵precondition function

^۶کلمه‌ی «عمل» ترجمه‌ای است از کلمه‌ی event، از آنجایی که این کلمه علاوه بر منطق شناختی پویا در نظریه احتمالات نیز استفاده می‌شود، باید دانست که با تفسیرهای متفاوتی در این دو مقوله به کار می‌رود. در نظریه احتمال، event آن است که در منطق بدان گوییم گزاره. در حالی که یک event در منطق شناختی پویا به همراه گزاره‌ی پیش‌شرط ایجاد می‌شود، ولی در واقع event‌های مدل عمل، مدل شناختی داده شده را تغییر می‌دهند و خود بخشی از مدل نیستند. از این پیچیده‌تر، گاهی اوقات به تمام مدل عمل، یک event اطلاق می‌شود.

نتیجه‌ی رخداد یک عمل نمایش داده شده با A در وضعیت نمایش داده شده با M برحسب ساختاری ضربی مدل می‌شود.

۲.۲ منطق شناختی پویای احتمالاتی (PDEL)

برای اینکه بتوانیم به گونه‌ای صریح و شفاف در باب تغییر داده‌های احتمالاتی در قالبی شناختی-پویا استدلال کنیم، می‌بایست منطق شناختی احتمالاتی موجود را به وسیله‌ی اصول موضوعه‌ی تحویل مناسب توسعه دهیم. در این بخش نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان این کار را بر مبنای معنانشناسی مدل‌های عمل احتمالاتی، که معرفی خواهد شد، انجام داد.

تعریف ۱.۲.۲. زبان شناختی پویای احتمالاتی. زبان شناختی پویای احتمالاتی به فرم Backus-Naur به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\varphi, \psi ::= \top \mid \perp \mid p \mid \neg\varphi \mid \varphi \wedge \psi \mid K_a\varphi \mid [A, e]\varphi \mid \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r$$

با همان نمادگذاری منطق شناختی احتمالاتی، علاوه بر آن A مدل عمل احتمالاتی و e عملی از آن می‌باشد. فرمول‌هایی که پیش شرط‌ها را در مدل احتمالاتی عمل تعریف می‌کنند از همین زبانی که معرفی شد می‌آیند.

در این زبان علاوه بر خلاصه‌نویسی‌های پیش گفته خلاصه‌نویسی‌های زیر نیز مطرح است:

$$\langle A, e \rangle \psi : \neg[A, e]\neg\psi$$

و به منظور اینکه پیش شرط‌ها را در یک شیء از زبان فرموله کنیم قرار می‌دهیم

$$pre_{A,e} : \bigvee_{\varphi \in \Phi, pre(\varphi, e) > 0} \varphi \quad (5.2)$$

ملاحظه ۲.۲.۲. در مقاله‌ی [؟]، $pre_{A,e}$ به صورت زیر مطرح شده است:

$$pre_{A,e} : \bigvee_{\varphi \in \Phi, pre(\varphi, e) \geq 0} \varphi \quad (6.2)$$

این تعریف معادل است با $\bigvee_{\varphi \in \Phi} \varphi$ زیرا $pre(\varphi, e)$ تابع احتمال است و همواره بزرگتر یا مساوی صفر است.

به دلایلی که مطرح می‌شود تعریف ۵.۲ طبیعی‌تر به نظر می‌رسد. اولاً $pre_{A,e}$ به عنوان پیش شرط e مطرح است پس باید شامل پیش شرط‌هایی باشد که به e احتمال مثبت نسبت می‌دهند، ثانیاً اگر برای هر پیش شرط φ داشته باشیم $pre(\varphi, e) = 0$ می‌توان $pre_{A,e}$ را تعریف کرد \perp که از دو جنبه‌ی زیر قابل دفاع است:

- از منظر جبری وقتی ترتیب به وسیله‌ی استلزام روی فرمول‌ها تعریف شده باشد داریم $\perp = \bigvee \phi$.
- از نقطه نظر منطقی از آنجایی که منظور ما از $pre(\varphi, e)$ احتمال رخداد e است وقتی φ برقرار است، زمانی که برای هر $\varphi \in \Phi$ داریم $pre(\varphi, e) = \circ$ از جهت احتمالاتی امکان وقوع ندارد، بنابراین اگر ما $pre_{A,e}$ را قرار دهیم \perp از برقراری پیش شرط‌های e جلوگیری به عمل آورده‌ایم و از این رو اجازه نمی‌دهیم e رخ دهد.

فصل ۳

معمای MONTY HALL

این فصل اختصاص یافته به بررسی مسأله‌ای دشوار، مشهور به معمای *Monty Hall*، با کمک منطق شناختی پویای احتمالاتی. همانطور که در بخش ?? مطرح شد تنها دو گونه از سه گونه احتمالی که معرفی شد در به‌روزرسانی در این معما کافی است و همچنین تنها عملی که در آن رخ می‌دهد اعلان عمومی است. از این رو می‌توانیم منطق را به همان دو گونه از احتمال و اعلان عمومی محدود کنیم ولی کمی از سادگی مدل‌های ایستا و پویای آن بکاهیم و بنابراین برای حل این معما یک منطق اعلان عمومی احتمالاتی را به گونه‌ای معرفی می‌کنیم که مدل‌های ایستای آن مدل‌های کریپکی احتمالاتی باشند.

۱.۳ منطق اعلان عمومی احتمالاتی (PPAL)

مدل‌های شناختی احتمالاتی معرفی شده در فصل ۱ را به یاد بیاورید، در مدل کریپکی احتمالاتی که در اینجا معرفی می‌کنیم فضای احتمالاتی که به هر عامل $a \in \mathcal{A}$ در هر جهان $s \in S$ تخصیص می‌دهیم به‌صورتی است که فضای نمونه یعنی $S_{a,s}$ هر زیرمجموعه‌ی دلخواهی از S می‌تواند باشد ولی σ -جبر مجموعه‌های اندازه‌پذیر $(\mathcal{F}_{a,s})$ همواره مجموعه‌ی توانی فضای نمونه است. همچنین چون تمامی زیرمجموعه‌های تک عضوی از فضای نمونه در σ -جبر قرار می‌گیرند، می‌توان اندازه‌ی احتمالاتی را مستقیماً روی فضای نمونه تعریف کرد و در نتیجه تعریف مدل‌های کریپکی احتمالاتی به‌صورت زیر در می‌آید:

تعریف ۱.۱.۳. مدل‌های کریپکی احتمالاتی. فرض کنید \mathcal{A} مجموعه‌ی عامل‌ها و \mathbb{P} مجموعه‌ی گزاره‌های اتمی باشد. مدل کریپکی احتمالاتی ساختار $MPKL = (S, \xrightarrow{A}, P, V)$ است بطوریکه

• S مجموعه‌ای است غیر تهی از جهان‌های ممکن،

• \xrightarrow{A} مجموعه‌ای است از روابط دسترسی \xrightarrow{a} که به‌ازای هر $a \in \mathcal{A}$ روی S تعریف شده‌اند،

• $P : \mathcal{A} \rightarrow (S \rightarrow (S_{a,s} \rightarrow [\circ, 1]))$ ، تابعی احتمالاتی روی $S_{a,s}$ به هر عامل $a \in \mathcal{A}$ و هر جهان $s \in S$ نسبت می‌دهد (احتمالی که به t توسط تابعی که به a در s مربوط شده است نسبت داده می‌شود به صورت $P_a(s)(t)$ نمایش داده می‌شود)،

• V به هر گزاره‌ی اتمی مجموعه‌ای از جهان‌ها نسبت می‌دهد

مجموعه‌ی همه‌ی مدل‌های کریپکی احتمالاتی را \mathbb{M}_{PKL} می‌نامیم. برای هر زیرمجموعه‌ی E از $S_{a,s}$ از آنجا که مجموعه‌های اندازه‌پذیر زیرمجموعه‌های $S_{a,s}$ هستند، داریم:

$$P_a(s)(E) = \sum_{t \in E} P_a(s)(t)$$

و برای هر فرمول φ در زبان تعریف می‌کنیم:

$$P_a(s)(\varphi) = \sum_{\{v \in S_{a,s} \mid M, v \models \varphi\}} P_a(s)(t)$$

تعریف ۲.۱.۳. زبان اعلان عمومی احتمالاتی \mathcal{L}_{PPAL} . این زبان بر پایه‌ی مجموعه‌ی شمارای \mathbb{P} از گزاره‌های اتمی، مجموعه‌ی متناهی \mathcal{A} از عامل‌ها، عملگر کریپکی \Box_a ، عملگر به‌روزرسانی $[\cdot]$ و نماد تابعی احتمالاتی \mathbf{P}_a شکل می‌گیرد. فرمول‌های خوش‌تعریف با استفاده از فرم Backus-Naur به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\varphi, \psi ::= \top \mid \perp \mid p \mid \neg \varphi \mid \varphi \wedge \psi \mid \Box_a \varphi \mid [\varphi] \psi \mid \sum_{i=1}^n r_i \mathbf{P}_a(\varphi_i) \geq r$$

که در آن $a \in \mathcal{A}$ ، $p \in \mathbb{P}$ و $r_1, \dots, r_n, r \in \mathbb{Q}$. $\sum_{i=1}^n r_i \mathbf{P}_a(\varphi_i)$ یک نام از زبان \mathcal{L}_{PPAL} خوانده می‌شود، و $\sum_{i=1}^n r_i \mathbf{P}_a(\varphi_i) \geq r$ فرمول a -احتمالاتی از \mathcal{L}_{PPAL} نامیده می‌شود. قرار دهید Γ_{PPAL} مجموعه‌ی همه‌ی فرمول‌های خوش‌تعریف و $P_{a, \mathcal{L}_{PPAL}}$ مجموعه‌ی همه‌ی فرمول‌های a -احتمالاتی از زبان \mathcal{L}_{PPAL} باشد، و $T_{\mathcal{L}_{PPAL}}$ را نیز مجموعه‌ی همه‌ی نام‌ها قرار دهید. اگر از این زبان عملگر به‌روزرسانی را حذف کنیم آن را \mathcal{L}_{PKL} می‌نامیم.

علاوه بر همه‌ی خلاصه‌نویسی‌های پیش‌گفته‌ی قابل بیان در این زبان، از آنجا که عملی غیر از اعلان عمومی در این زبان مطرح نیست برای سادگی نوشتار از $[\varphi] \psi$ به جای $[\varphi] \psi$ به عنوان خلاصه‌نویسی استفاده می‌کنیم.

به منظور تعبیر این زبان می‌بایست به طور همزمان دو تعریف مطرح شود، یکی تعریف راستی و دیگری تعریف مدل‌های به‌روز شده. این دو تعریف به یکدیگر وابسته‌اند ولی به دور نمی‌انجامد.

تعریف ۳.۱.۳. معناشناسی منطق اعلان عمومی احتمالاتی. درستی فرمول $\varphi \in \Gamma_{\mathcal{L}_{PPAL}}$ در $s \in S$ در مدل کریپکی احتمالاتی M با نماد $M, s \models \varphi$ به صورت زیر تعریف می شود:

$M, s \models p$	اگر و فقط اگر	$s \in V(p)$
$M, s \models \neg\varphi$	اگر و فقط اگر	$M, s \not\models \varphi$
$M, s \models \varphi \wedge \psi$	اگر و فقط اگر	$M, s \models \varphi$ و $M, s \models \psi$
$M, s \models \Box_a \varphi$	اگر و فقط اگر	برای هر $v \in S$ ، اگر $s \xrightarrow{a} v$ ، آنگاه $M, v \models \varphi$
$M, s \models [A]\psi$	اگر و فقط اگر	$M A, s \models \psi$ (تعریف؟؟ را ببینید)
$M, s \models \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r$	اگر و فقط اگر	$\sum_{i=1}^n r_i P_{a,s}(\varphi_i) \geq r$

۲.۳ معمای Monty Hall

فرض کنید در یک مسابقه ی تلویزیونی شرکت کرده اید، و باید از میان سه در یکی را انتخاب کنید با این وصف که پشت یکی از آنها اتومبیل است و پشت دو در دیگر دوچرخه. شما دری را انتخاب می کنید، مثلاً در شماره ۱، و مجری، که می داند پشت هر در چه چیزی نهفته است، دری دیگر را باز می کند که پشت آن دوچرخه است، مثلاً در شماره ۳. او از شما می پرسد «آیا حاضرید دری که انتخاب کرده اید را با در شماره ۲ عوض کنید؟». سؤال اینجاست که عوض کردن در به نفع شماست یا نه؟

همانطور که در [؟] آمده است خانم سونت^۱ که مرتباً در کتاب گینس به عنوان باهوش ترین فرد رکورد داشته است بر این باور است که اگر انتخاب را تغییر دهید در یک سوم موارد دوچرخه می برید و در دو سوم موارد اتومبیل. او اینگونه استدلال می کند که فرض کنید شما در مرحله ی اول دری را انتخاب کردید که پشت آن اتومبیل است، بنابر این شما نباید انتخابتان را تغییر دهید و این در یک سوم موارد اتفاق می افتد. از طرف دیگر فرض کنید که انتخاب اولیه ی شما دری باشد که پشتش دوچرخه است، که در دو سوم موارد رخ می دهد. مجری نمی تواند دری که پشتش اتومبیل است و دری که شما انتخاب کرده اید را باز کند او مجبور است در دیگری را که پشتش دوچرخه است باز کند. بنابراین در حالتی که شما ابتدا دری را انتخاب کرده اید که پشتش دوچرخه است تغییر انتخاب، بردن ماشین را تضمین می کند. پس با تغییر انتخاب در دو سوم موارد برنده ی اتومبیل خواهید شد.

می خواهیم به کمک اثباتی صوری در PPAL نشان دهیم که تعویض در به نفع شماست و مدعی خانم سونت را اثبات کنیم.

^۱Savant

قبل از آن به چند لم نیازمندیم که آنها را در اینجا اثبات می‌کنیم.

$$\text{لم ۱.۲.۳. } P_a(\varphi) = 1 - P_a(\neg\varphi)$$

برهان. از اصل جمع‌پذیری متناهی داریم $P_a(T \wedge \varphi) + P_a(T \wedge \neg\varphi) = P_a(T)$ و با استفاده از احتمال راستی حکم برقرار است. \square

لم ۲.۲.۳. در فرمول $\sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r$ ، اگر داشته باشیم $P_a(\varphi_j) = r'$ ، که در آن $1 \leq j \leq n$ و r' عددی گویا باشد، آنگاه می‌توان اثبات کرد:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r - r'$$

برهان. از فرضیات و با استفاده از خلاصه‌نویسی فرمول‌ها و اصل ۰-نام‌ها داریم

$$r_1 P_a(\varphi_1) + \dots + r_j P_a(\varphi_j) + \dots + r_n P_a(\varphi_n) \geq r$$

$$0 P_a(\varphi_1) + \dots - P_a(\varphi_j) + \dots + 0 P_a(\varphi_n) = -r'$$

سپس با استفاده از اصل افزودن، حکم قضیه اثبات می‌شود. \square

لم ۳.۲.۳. در فرمول $[\varphi] \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r$ ، اگر داشته باشیم $P_a(\varphi_j) = r'$ ، که در آن $1 \leq j \leq n$ و r' عددی گویا باشد، آنگاه می‌توان اثبات کرد:

$$[\varphi] \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r \leftrightarrow [\varphi] \sum_{i=1, i \neq j}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r - r_j r'$$

برهان. فرض کنید $P_a(\varphi) > 0$ آنگاه هم‌ارزی‌های زیر با استفاده از اصل به‌روزرسانی احتمال ۱ برقرارند:

$$[\varphi] \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r \leftrightarrow \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi \wedge [\varphi]\varphi_i) \geq r P_a(\varphi)$$

$$[\varphi] P_a(\varphi_j) = r' \leftrightarrow P_a(\varphi \wedge [\varphi]\varphi_j) = r' P_a(\varphi)$$

حال با استفاده از لم ؟؟ و خلاصه‌نویسی فرمول‌ها بدست می‌آوریم

$$[\varphi] \sum_{i=1}^n r_i P_a(\varphi_i) \geq r \leftrightarrow \sum_{i=1, i \neq j}^n r_i P_a(\varphi \wedge [\varphi]\varphi_i) \geq (r - r_j r') P_a(\varphi)$$

و در نتیجه اصل به‌روزرسانی احتمال ۱ حکم را نتیجه می‌دهد. برای حالت $P_a(\varphi) = 0$ نیز مشابه همین استدلال با کمک اصل به‌روزرسانی احتمال ۲ برقرار است. \square

اکنون به مدل‌سازی معما در دستگاه منطقی‌مان می‌پردازیم و سپس به اثبات مدعا روی می‌آوریم. مجموعه‌ی عامل‌ها را $A = \{c, m\}$ می‌گیریم (c معرف شرکت‌کننده و m معرف مجری) و مجموعه‌ی گزاره‌های اتمی را اجتماع سه مجموعه‌ی A ، C و O . بطوریکه $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ که در آن A_i یعنی اتومبیل پشت در شماره i است. $C = \{C_1, C_2, C_3\}$ که در آن C_i یعنی شرکت‌کننده ابتدا در شماره i را انتخاب کرده است. $O = \{O_1, O_2, O_3\}$ که در آن O_i یعنی در شماره i توسط مجری باز شده است. اکنون قواعد بازی را مدل می‌کنیم. این قواعد به این شرح هستند که: تنها یک اتومبیل پشت درهاست، شرکت‌کننده تنها می‌تواند یک در را انتخاب کند و مجری تنها می‌تواند یک در را باز کند.

$$onecar = \oplus A, \quad onechoice = \oplus C, \quad oneopen = \oplus O$$

که \oplus یعنی «یای انحصاری»^۲. فرض می‌کنیم که شرکت‌کننده می‌بایست به اینکه اتومبیل پشت دری خاص قرار دارد احتمال $\frac{1}{3}$ نسبت دهد. همچنین فرض می‌کنیم شرکت‌کننده با انتخاب یک در چیزی در مورد جایگاه اتومبیل کشف نمی‌کند. بنابراین شرکت‌کننده بعد از انتخاب در نیز می‌بایست این احتمال را همان $\frac{1}{3}$ در نظر بگیرد، یعنی انتخاب شرکت‌کننده مستقل است از جایی که اتومبیل قرار دارد.

$$equal = \bigwedge_{i \in \{1,2,3\}} P_c(A_i) = \frac{1}{3}, \quad independentAC = \bigwedge_{j \in \{1,2,3\}} [C_j]equal$$

بخش اساسی بررسی این معما آن است که ببینیم تحت چه شرایطی مجری دری را باز می‌کند. او دقیقاً یک در را باز می‌کند به شرطی که شرکت‌کننده آن را انتخاب نکرده باشد و اتومبیل نیز پشت آن نباشد.

$$conditions = \bigwedge_{i,j \in \{1,2,3\}} [C_i](O_j \leftrightarrow (\neg A_j \wedge \neg C_j \wedge \bigwedge_{k \in \{1,2,3\}, k \neq j} \neg O_k))$$

حال قرار دهید

$$initial = onecar \wedge onechoice \wedge oneopen \wedge equal \wedge independentAC \wedge conditions$$

سؤال این است که شرکت‌کننده انتخاب خود را تغییر دهد یا نه:

$$switch = [C_1][O_2]P_c(A_1) \leq P_c(A_2)$$

اگر این جمله درست باشد، احتمال اینکه شرکت‌کننده ماشین را ببرد با تغییر در انتخاب کاهش نمی‌یابد. معلوم می‌شود که $initial$ برای بدست آوردن این نتیجه کفایت نمی‌کند. آنچه ضروری است آن است که شرکت‌کننده از برقراری شرایط اولیه‌ی بازی مطمئن باشد: $P_c(initial) = 1$. ما همچنین به دو فرض طبیعی نیز نیاز داریم، اولاً از نظر شرکت‌کننده احتمال اینکه او در شماره ۱ را انتخاب کند

^۲exclusive or

بزرگتر از صفر است: $P_c(C_1) > 0$ ثانیاً بعد از اینکه شرکت کننده در شماره ۱ را انتخاب کرد از نظر او احتمال اینکه مجری در ۳ را باز کند بزرگتر از صفر است: $[C_1]P_c(O_3) > 0$. اینها برای بدست آوردن *switch* کفایت می کنند.

فرض *independent Ac* دلالت دارد بر اینکه $[C_1]P_c(A_1) = \frac{1}{3}$ و بنابراین:

$$P_c(A_1) = P_c(O_3 \wedge A_1) + P_c(\neg O_3 \wedge A_1) \Rightarrow [C_1]P_c(O_3 \wedge A_1) \leq \frac{1}{3} \quad (۱.۳)$$

با در نظر گرفتن شرایط *onechoice*، *onecar* خواهیم داشت:

$$[C_1]P_c(A_2 \rightarrow O_3) = 1 \quad (۲.۳)$$

زیرا از شرایط *onechoice* و *onecar* داریم

$$C_1 \leftrightarrow \neg C_1 \wedge \neg C_3 \quad \text{و} \quad A_2 \leftrightarrow \neg A_1 \wedge \neg A_3$$

و در نتیجه

$$C_1 \wedge A_2 \rightarrow \neg C_3 \wedge \neg A_3 \quad (۱)$$

از طرف دیگر بنابر شرط *conditions* داریم $[C_1]O_1 \rightarrow [C_1]\neg C_1$. از این و از $C_1 \rightarrow [C_1]C_1$ نتیجه می شود $C_1 \wedge O_1 \rightarrow \perp$ که معادل است با

$$\neg C_1 \vee \neg O_1 \quad (۲)$$

و به همین صورت داریم

$$\neg A_2 \vee \neg O_2 \quad (۳)$$

پس با استفاده از (۱)، (۲) و (۳) بدست می آید

$$C_1 \wedge A_2 \rightarrow \neg C_3 \wedge \neg A_3 \wedge \neg O_1 \wedge \neg O_2$$

و از قاعده‌ی ضرورت $[C_1]$ داریم

$$[C_1](C_1 \wedge A_2) \rightarrow [C_1](\neg C_3 \wedge \neg A_3 \wedge \neg O_1 \wedge \neg O_2)$$

و از شرط *conditions* نتیجه می شود $[C_1](C_1 \wedge A_2) \rightarrow [C_1]O_3$ که به خاطر اصل ثبات اتم معادل است با

$$C_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow O_3)$$

در نتیجه داریم $[C_1]C_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow O_3)$ و بنابراین $C_1 \rightarrow [C_1](A_2 \rightarrow O_3)$ و

$$C_1 \leftrightarrow C_1 \wedge [C_1](A_2 \rightarrow O_3)$$

و با استفاده از قاعده‌ی هم‌ارزی نتیجه می‌شود

$$\mathbf{P}_c(C_1 \wedge [C_1](A_2 \rightarrow O_2)) = \mathbf{P}_c(C_1)$$

و چون طبق اصل به‌روزرسانی-احتمال ۱ داریم

$$\mathbf{P}_c(C_1) > 0 \rightarrow ([C_1]\mathbf{P}_c(A_2 \rightarrow O_2) = 1 \leftrightarrow \mathbf{P}_c(C_1 \wedge [C_1](A_2 \rightarrow O_2)) = \mathbf{P}_c(C_1))$$

گزاره‌ای که به دنبالش بودیم اثبات می‌شود.

حال با استفاده از ۲.۳ بدست می‌آید:

$$[C_1]\mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_2) = \mathbf{P}_c(A_2) \quad (۳.۳)$$

زیرا از لم ۱.۲.۳ می‌دانیم

$$\mathbf{P}_c(A_2 \wedge \neg O_2) = 0$$

و از اصل جمع‌پذیری متناهی داریم

$$\mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_2) + \mathbf{P}_c(\neg O_2 \wedge A_2) = \mathbf{P}_c(A_2)$$

پس با استفاده از لم ۲.۲.۳ بدست می‌آید

$$\mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_2) = \mathbf{P}_c(A_2)$$

و سپس قاعده‌ی ضرورت $[C_1]$ حکم را اثبات می‌کند.

(۳.۳) به همراه $[C_1]\mathbf{P}_c(A_2) = \frac{1}{3}$ (که از *independent AC* بدست می‌آید) و با استفاده از لم ۳.۲.۳ ما را مجاز می‌کند که نتیجه بگیریم $[C_1]\mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_2) = \frac{1}{3}$. حال خلاصه‌نویسی فرمول‌ها و لم ۳.۲.۳ (قرار دهید $r = \frac{1}{3}$ و $r' = 0$) و (۱.۳) نتیجه دهد:

$$[C_1]\mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_1) \leq \mathbf{P}_c(O_2 \wedge A_2)$$

و با استفاده از اصل ثبات اتم خواهیم داشت

$$[C_1]\mathbf{P}_c(O_2 \wedge [O_2]A_1) \leq \mathbf{P}_c(O_2 \wedge [O_2]A_2) \quad (۴.۳)$$

و در نهایت اثبات می‌شود

$$[C_1][O_2]\mathbf{P}_c(A_1) \leq \mathbf{P}_c(A_2) \quad (\text{switch})$$

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

probability	احتمال
posterior probability	احتمال پسینی
prior probability	احتمال پیشینی
occurrence probability	احتمال رخداد
propositional probability	احتمال گزاره‌ای
observation probability	احتمال مشاهده‌محور
axiom	اصل موضوع
reduction axioms	اصول موضوعی تحویل
public announcement	اعلان عمومی
probability measure	اندازه‌ی احتمالاتی
inner probability measure	اندازه‌ی احتمالاتی درونی
static	ایستا
belief	باور
update	به‌روزرسانی

واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

agent	عامل
axiom	اصل موضوع
belief	باور
common knowledge	همه‌دانی مشترک
completeness	تمامیت
consistent	سازگار
countably additive	جمع‌پذیر شمارا
distinguish	تمیز دادن
dynamic	پویا
epistemic	شناخت
event	عمل
exclusive or	یای انحصاری
finitely additive	جمع‌پذیر متناهی
formula	فرمول
higher order information	فرا دانش
hypochondriac	خودبیمار انگار
inner probability measure	اندازه‌ی احتمالاتی درونی
intropection	خودآگاهی

