



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(بنی تکنیک تهران)

پاسخ تمرین سوم تصویر پردازی رقمی

استاد درس جناب آقای دکتر رحمتی

نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

محسن عبادپور

شماره دانشجویی: ۴۰۰۱۳۱۰۸۰

ایمیل: m.ebadpour@aut.ac.ir

فهرست پاسخ ها

۲ مسئله ۱)
۲ مسئله ۲)
۳ مسئله سوم قسمت (a)
۵ مسئله سوم قسمت (b)
۱۲ مسئله چهارم قسمت (a)
۱۶ مسئله چهارم قسمت (b)
۲۵ مسئله چهارم قسمت (c)
۳۰ مسئله چهارم قسمت (d)
۳۵ مسئله پنجم قسمت (a)
۳۶ مسئله پنجم قسمت (b)
۳۷ مسئله پنجم قسمت (c)
۳۷ مسئله پنجم قسمت (d)
۳۹ مسئله ششم قسمت (a)
۳۹ مسئله ششم قسمت (b)
۴۰ مسئله ششم قسمت (c)
۴۰ مسئله ششم قسمت (d)
۴۱ مسئله ششم قسمت (e)

مسئله اول

مسئله (۱)

پاسخ های این پرسش در فایل pdf ضمیمه شده قرار گرفته است.

مسئله دوم

مسئله (۲)

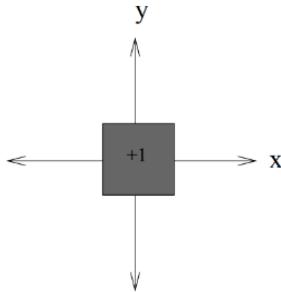
پاسخ های این پرسش در فایل pdf ضمیمه شده قرار گرفته است.

مسئله سوم

مسئله سوم قسمت (a)

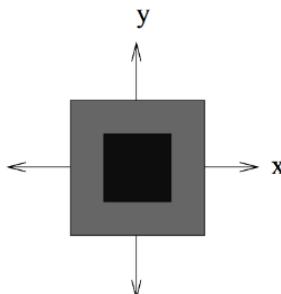
به ازای هر کدام از تصاویر، ویژگی های خواسته شده را مورد بررسی قرار می دهیم:

شکل اول:



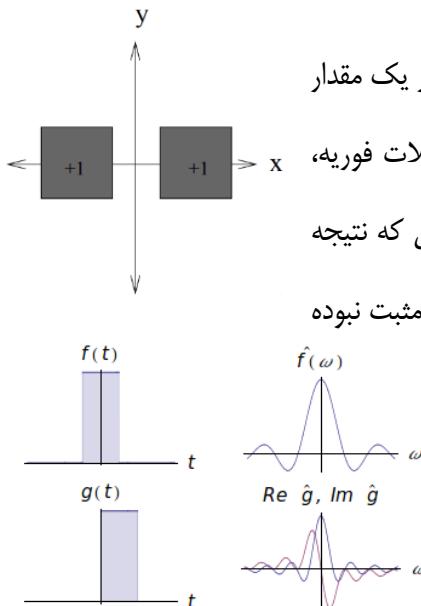
تبديل فوريه يك مربع محدود مانند شكل فوق در فضای دو بعدی حقيقي، يك تابع سينك دو بعدی است که نقطه مرکز آن در نقطه $(0,0)$ و نامساوى با مقدار صفر قرار داشته و بخش حقيقي آن به ازای همه مقادير صفر و مثبت نبوده اما بخش موهومی آن به ازای همه مقادير صفر است لذا مورد آخر نيز برقرار نمى باشد.

شکل دوم:



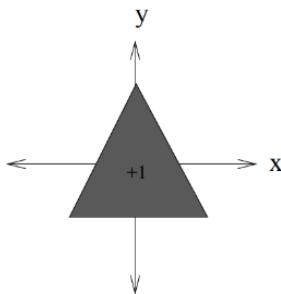
با توجه به ویژگی خطی بودن تبدل فوريه، میتوانیم نتيجه بگيريم که تبدل فوريه شكل مقابل برابر است با تفاضل تبدل فوريه مربع بزرگتر با مربع کوچکتر و از طرفی چون مربع داخلی برابر صفر می باشد ($f(x,y)=0$)، لذا تاثير نيز در تبدل فوريه ناحيه بزرگتر ندارد (تفاضل دو تابع سينك). بنابراین می توان گفت که بخش حقيقي آن به ازای همه مقادير صفر و يا مثبت نبوده و همچنين بخش موهومی آن نيز به ازای همه مقادير برابر با صفر می باشد لذا مورد آخر نيز برقرار حاصل نمی شود.

شکل سوم:



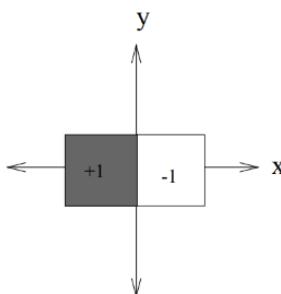
طبق ویژگي خطی میدانیم اگر شكل مستطيل فوق را به هر اندازه شيفت دهیم، تبدل فوريه آن در يك مقدار نمایي ضرب می شود و لذا فقط فاز تغيير می کند. همچنين مجددا طبق ویژگي خطی در تبديلات فوريه، میتوانيم بنويسييم که نتيجه حاصل، برابر است با تبدل فوريه يكى از مربع ها با شيفت يافته اى آن که نتيجه مجددا حاصل ضرب توابع سينك حاصل شده که در آن بخش حقيقي به ازاي همه مقادير صفر و مثبت نبوده و بخش موهومی نيز به ازاي همه مقادير برابر با صفر می باشد لذا مورد آخر نيز برقرار نمی باشد.

شکل چهارم:



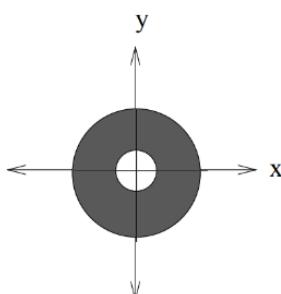
طبق اثبات این لینک برای تبدیل فوریه یک مثلث، می دانیم که تبدیل فوریه یک مثلث برابر با توان دوم تابع سینک می باشد لذا شبیه با موارد فوق می توانیم بگوییم که بخش حقیقی آن به ازای همه مقادیر صفر و مثبت نبوده(مثل $(0,0)$) و بخش موهومی آن نیز کلا صفر می باشد. لذا ویژگی آخر نیز برقرار نمی باشد.

شکل پنجم:



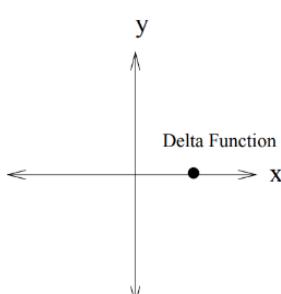
تبدیل فوریه شکل فوق حاصل مجموع دو تابع rect شیفت یافته می باشد که در سمت راستی قرینگی نیز صورت گرفته است لذا می توان گفت که در این مجموع بخش حقیقی به ازای همه مقادیر ممکن صفر نبوده(شامل نقطه $(0,0)$) و بخش موهومی نیز دارای مقدار غیر صفر می باشد و ما در این شکل دارای نتیجه مختلط هستیم و لذا مورد آخر نیز برقرار نمی باشد.

شکل ششم:



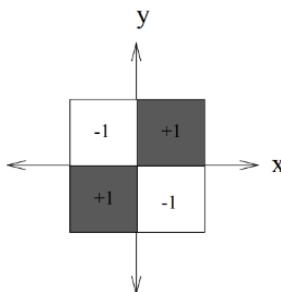
همانند شکل دوم تبدیل فوریه شکل را میتوانیم بصورت تفاضل دو دایره بنویسیم که خروجی همانند سینک را به ما می دهد لذا بخش حقیقی به ازای همه مقادیر صفر و مثبت نبوده و بخش موهومی به ازای همه مقادیر برابر با صفر می باشد لذا مورد آخر نیز برقرار نمی باشد.

شکل هفتم:



تبدیل فوریه این شکل بصورت تابع ضربه شیفت یافته می باشد لذا بخش حقیقی و موهومی آن به ازای همه مقادیر صفر نبوده و مورد سوم نیز به خاطر وجود داشتن بخش موهومی برقرار نمی باشد و از طرفی در نقطه $(0,0)$ خروجی برابر با $\cos(1) \neq 0$ می باشد و لذا مورد آخر نیز برقرار نمی باشد.

شکل هشتم:

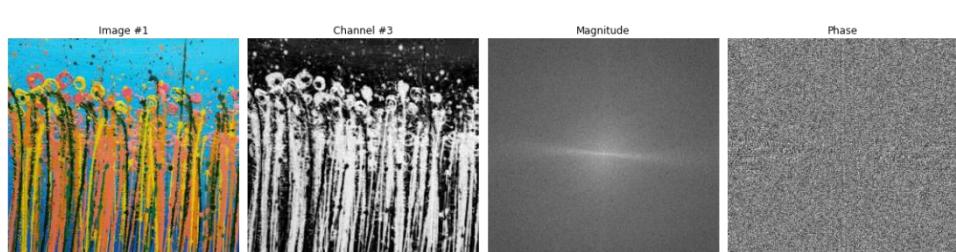
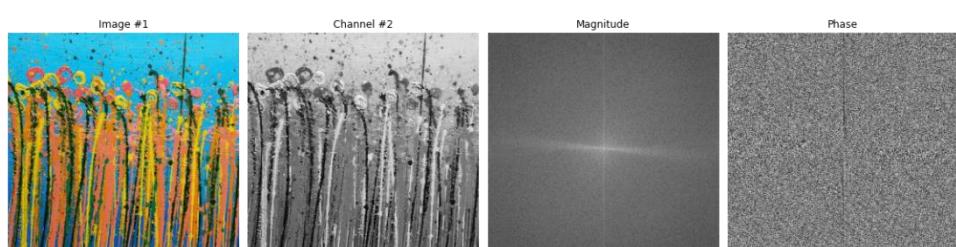
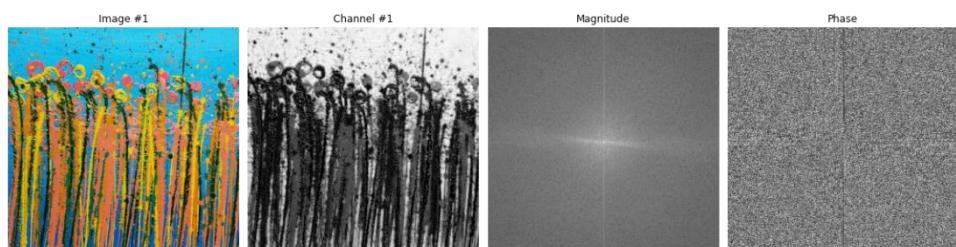


با بسط ایده ارائه شده در خصوص شکل پنجم، میتوانیم تبدیل فوریه شکل مقابل را به صورت شیف در راستای محور y و جمع با قرینه خود بنویسیم که در آن صورت بخش حقیقی به ازای همه مقادیر صفر و مثبت نبوده(عدم برقراری مورد اول و سوم) و بخش موهومی نیز برابر با صفر است و از طرفی تبدیل فوریه در نقطه $(0,0)$ برابر با صفر نمی باشد.

مسئله سوم قسمت (b)

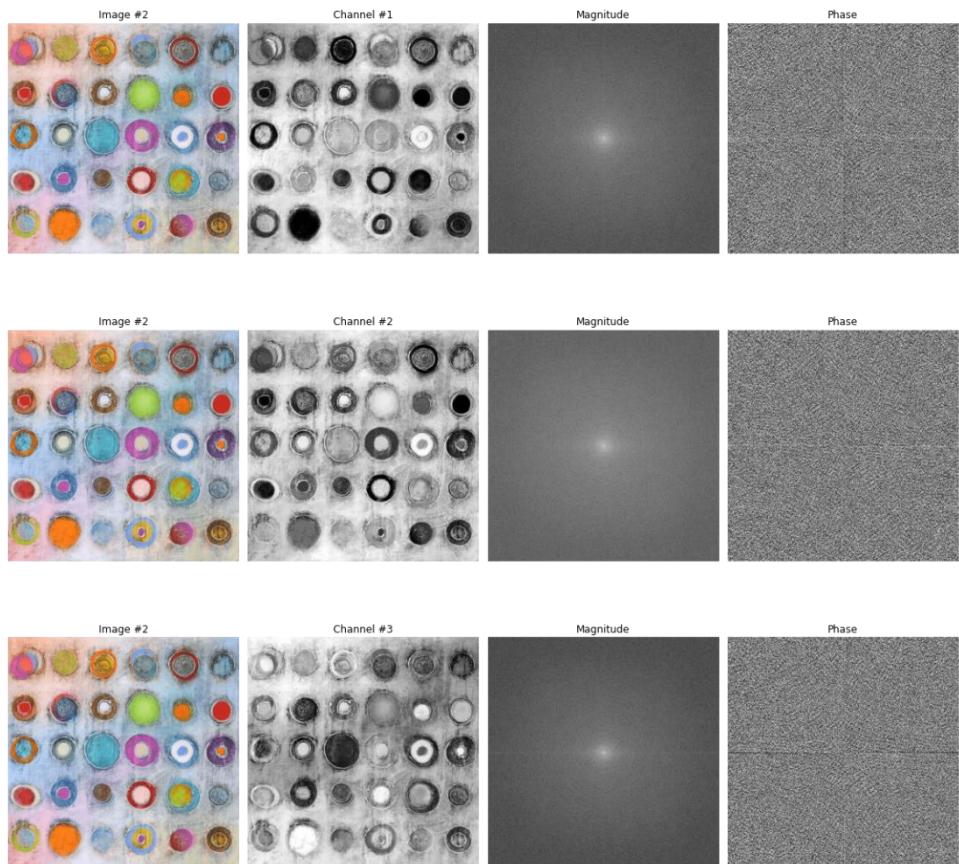
در پاسخ گویی به این بخش، به ازای کانال های سه گانه هر کدام از تصاویر تبدیل فوریه را محاسبه کرده و نتایج حاصل برای magnitude و phase را نمایش می دهیم و سپس برای هر تصویر، فرم حاصل شده را مورد ارزیابی و تحلیل قرار می دهیم. برای محاسبه تبدیل فوریه از کتابخانه numpy و open-cv استفاده شده(برای شیفت) و برای مشاهده بهتر جزئیات contrast enhancement با اعمال تابع لگاریتمی و بسط دامنه آن با ضرب عدد $20-15$ صورت گرفته است :

تصویر اول:



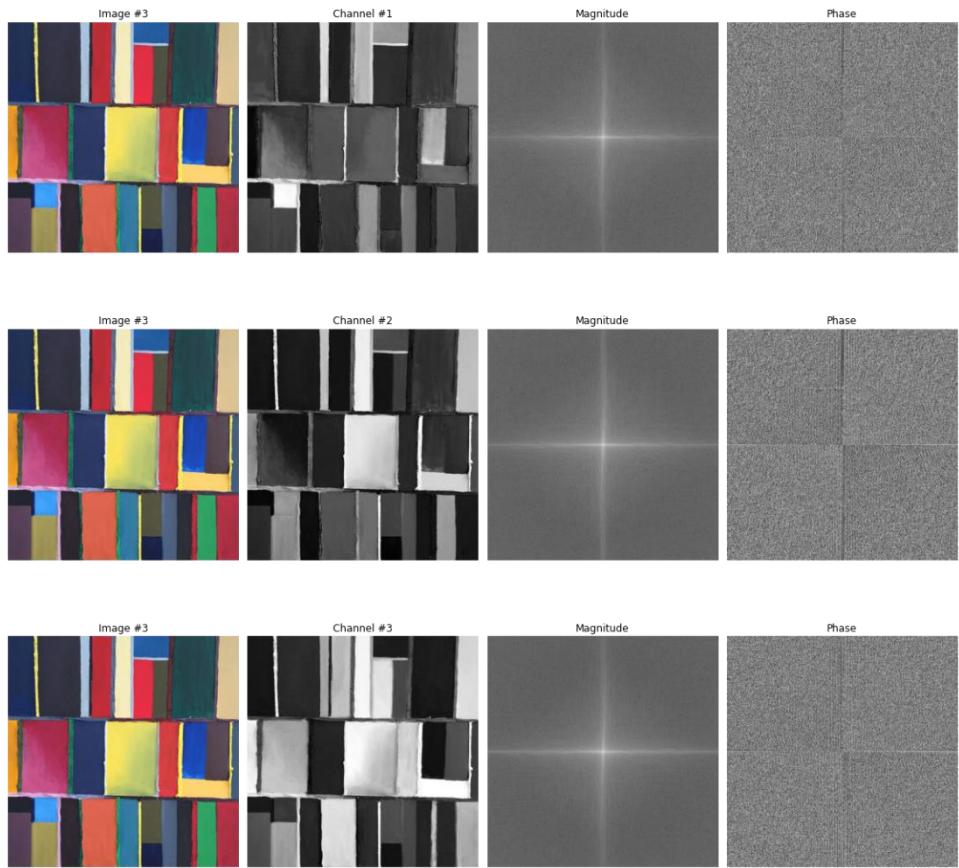
همانند مثال اسلاید درس که وجود یک مربع عمودی در شکل باعث پدید آمدن خط در افقی در تبدیل فوریه می‌شد، میدانیم وجود تغییرات در راستای عمود باعث ایجاد خط در راستای افق تبدیل فوریه و بر عکس آن می‌شود؛ در تصویر فوق، اگر راستای افق را در نظر بگیریم در برخی نواحی دارای تغییرات پریودیک کوچک هستیم (تغییرات بین رنگ‌ها) به همین خاطر در دامنه فرکانس نیز یک خط بسیار نازک و ملایم عمودی را ملاحظه می‌کنیم. حال اگر راستای عمود را از پایین به بالا در نظر بگیریم، ملاحظه می‌کنیم که صرفاً یک تغییر عمده و در انتهای خطوط داریم که این وجود یک خط افقی تقریباً قوی در دامنه فرکانس را نتیجه می‌دهد؛ از طرفی چون خطوط رنگی کاملاً صاف نبوده و دارای رنگ زاویه هستند، خط دامنه فرکانس نیز دارای زاویه نسبت به افقی می‌باشد. (تبدیل فوریه نسبت به چرخش و زاویه مقاوم نمی‌باشد)

تصویر دوم:



ما در این تصویر و در هر کدام از کانال‌های فوق چندین دایره می‌بینیم. می‌دانیم که تبدیل فوریه هر دایره یکتابع سینک می‌باشد که دارای یک قله اصلی در مرکز به همراه چندین قله‌ی جانبی در همه جهات می‌باشد. از طرفی طبق ویژگی انتقال می‌دانیم که تبدیل فوریه دایره در هر موقعیت مکانی در magnitude تاثیر ندارد و فقط در فاز مقدار انتقال جمع بسته می‌شود لذا حاصل جمع تبدیل فوریه دوایر موجود در تصویر و در magnitude روی هم افتاده و یک نقطه پر نور در مرکز (جمع قله‌های اصلی) و تعدادی نقاط روشن در همه جهات از مرکز (قله‌های جانبی) را حاصل می‌کند.

تصویر سوم:

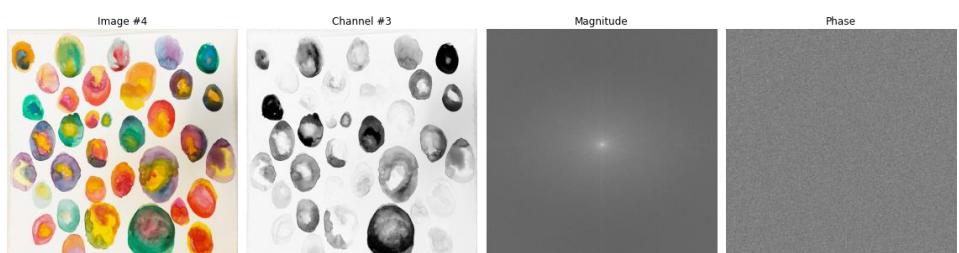
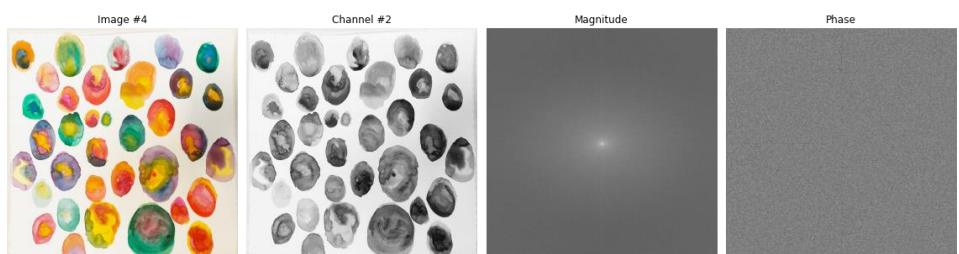
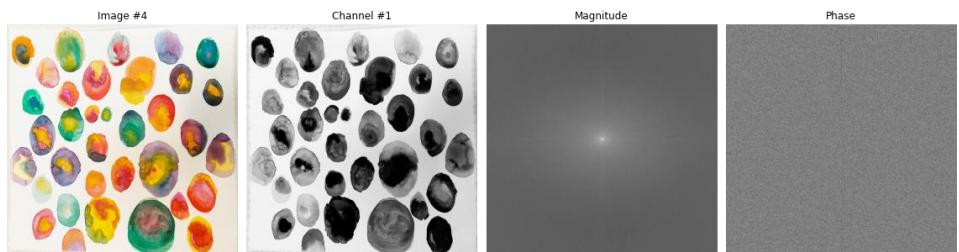


طبق توضیحات ارائه شده در شکل اول، می دانیم تبدیل فوریه یک مستطیل محدود یک تابع سینک(که خط دیده می شود) در راستای مخالف با جهت مستطیل می باشد. لذا اگر مستطیل محدود افقی در شکل وجود داشته باشد، تبدیل فوریه آن نیز یک خط عمودی دیده می شود. از جایی که انتقال در magnitude تاثیر نداشته(صرفا در فاز جمع بسته می شود) و تصویر فوق حاصل انتقال چندین مستطیل افقی و عمودی در دامنه مکانی می باشد، تبدیل فوریه حاصل از آن نیز شامل دو خط عمودی و افقی خواهد بود که خطوط عمودی مربوط به مستطیل های افقی و خطوط افقی مربوط به مستطیل های عمودی باشد.(خطوط سینک مستطیل های هم شکل روی هم می افتد و خطوط و مرکز magnitude روشن تر حاصل می شود)

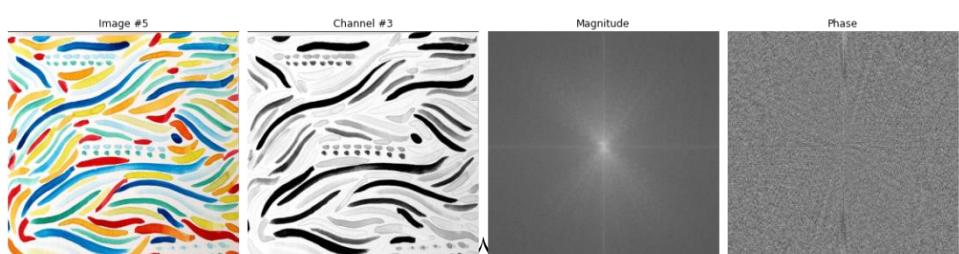
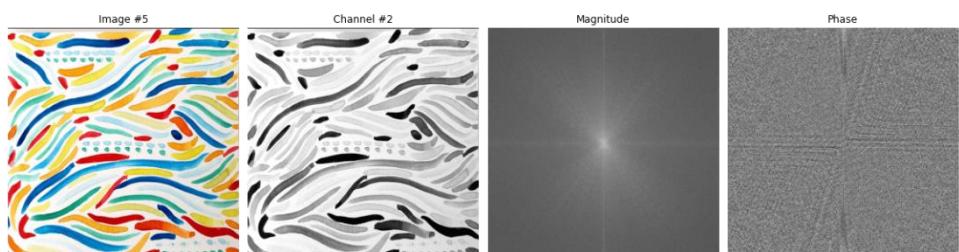
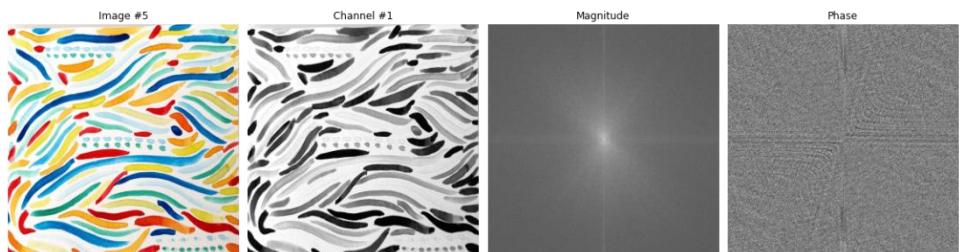
تصویر چهارم:

(شکل در ابتدای صفحه بعدی) توضیحات ارائه شده در خصوص شکل دوم برای این تصویر نیز صادق بوده و به ازای هر دایره ما یک قله اصلی(main lobe) و تعدادی قله های جانبی(side lobe) در همه جهات خواهیم داشت که قله های اصلی حاصل از دایره ها روی هم افتاده و یک نقطه پر نور در مرکز تصویر را نشان می دهد اما از جایی که سایز دایره ها و در نتیجه الگوی افقی یا عمودی یکسان نیست،

پخش قله های جانبی قرینه هم نبوده و خط پخش آنها متفاوت از یکدیگر در فضای فرکانس حاصل می شود و به همین جهت خطوطی نورانی با قطر بسیار ریز(و قابل مشاهده با دقت) که از مرکز ساطع شده است حاصل می شود.

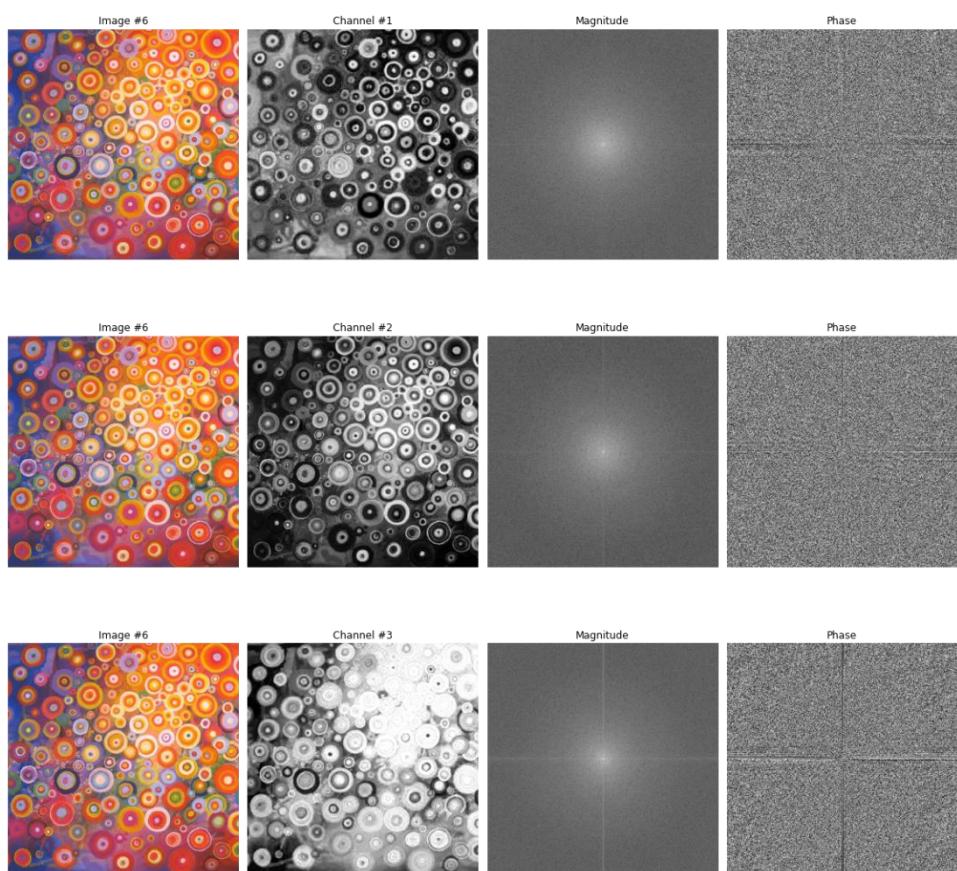


تصویر پنجم:



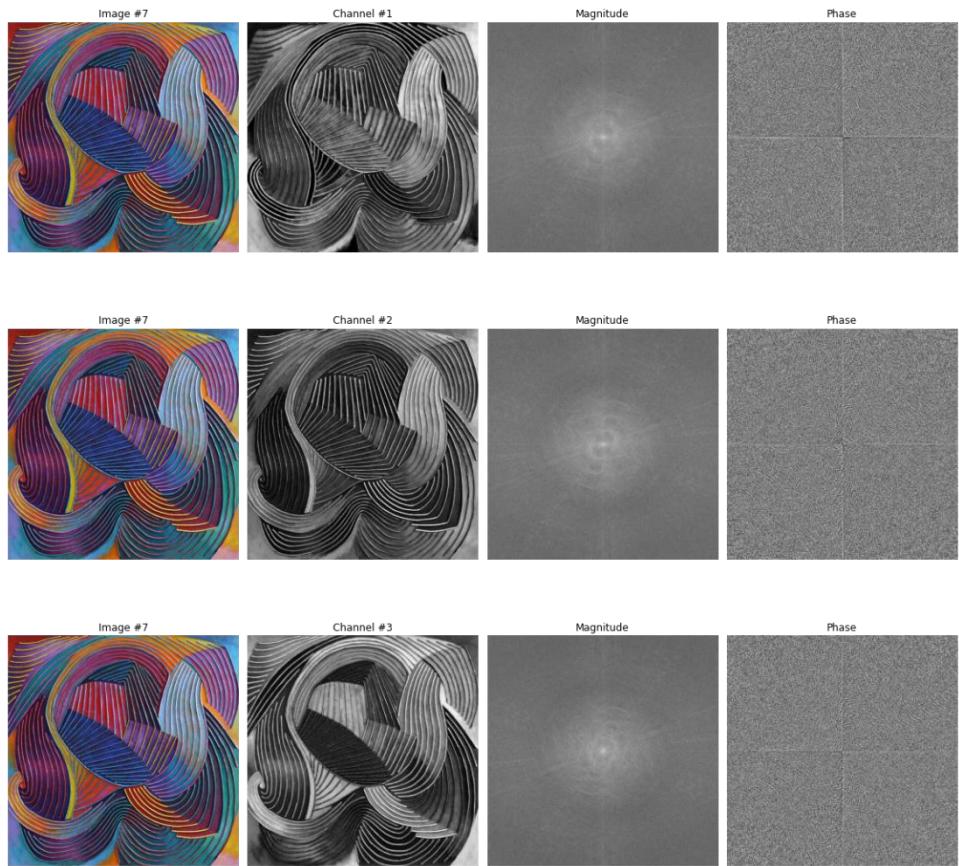
در تصویر فوق، ما تعدادی خطوط (مستطیل محدود) می بینیم که بصورت نامنظم و در اکثر جهات کشیده شده اند لذا قابل انتظار است که تبدیل فوریه حاصل برابر با تعدادی خطوط روشن در همه جهات باشد که این نکته را نیز مشاهده می کنیم. همچنین طبق توضیحات ارائه شده در قسمت های قبل می دانیم که انتقال در قسمت های مختلف تصویر و در فضای مکانی، در magnitude تبدیل فوریه‌ی آن بی تاثیر است. اگر کمی دقیق‌تر خطوط حاصل در دامنه فرکانس نیز بیشتر تمایل به جهت عمودی دارد.

تصویر ششم:



طبق توضیحات و بررسی های دو شکل قبلی که در آن ها دایره وجود داشت، می توانیم انتظار داشته باشیم که در مرکز تبدیل فوریه این شکل یک نقطه پرنور که قله های اصلی ما هستند وجود خواهد داشت. از طرفی چون فاصله دایره های موجود در شکل با هم کم بوده ولی در عین حال سایز دایره ها از هم متفاوت می باشد، در اطراف مرکز موج های ریز(قله های جانبی) حاصل از دایره ها رو هم افتاده و تشدید شده و فضای پیرامونی مرکز در این تبدیل فوریه نسبت به دو شکل قبلی روشن تر حاصل می شود. در دو کانال GB ما دو خط عمود بر هم نیز مشاهده می کنیم که دلیل آن فضای روشن گونه در قسمت سمت راست و بالای تصویر می باشد که به مثابه دو مستطیل عمود بر هم عمل کرده و دو خط عمود بر هم بسیار ریز را در تبدیل فوریه حاصل می کند. (در کانال R که این وجود ندارد، خطوط نیز وجود ندارند)

تصویر هفتم:

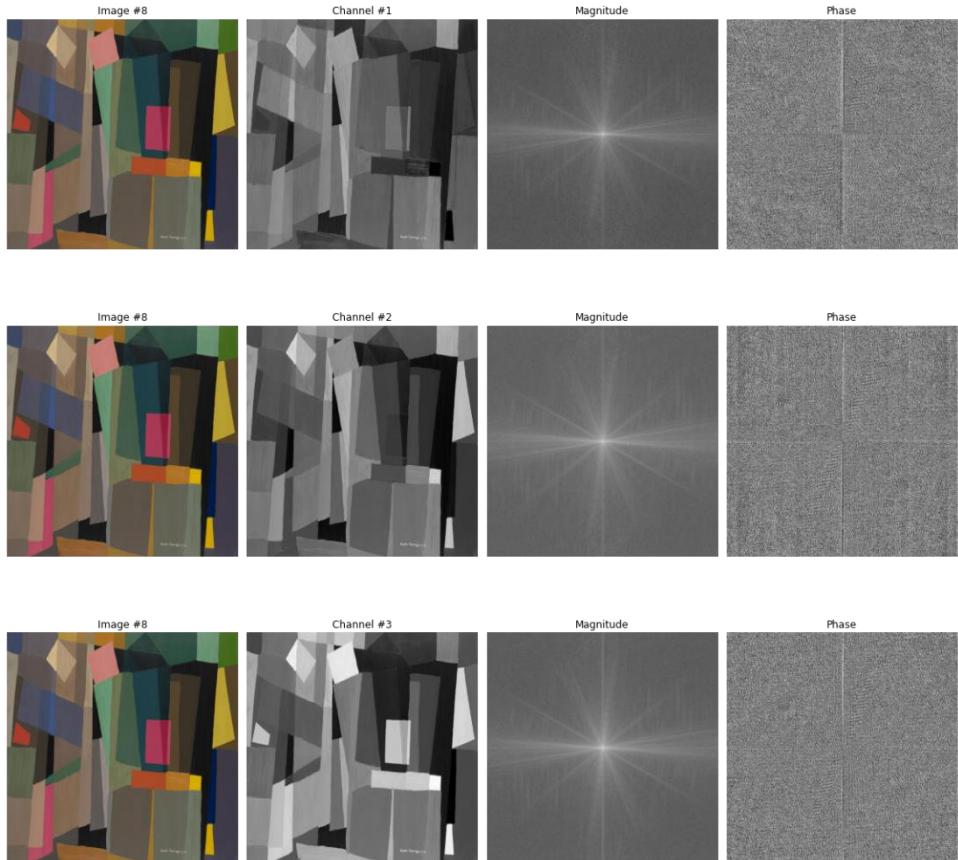


اگر بخواهیم شکل فوق را بر اساس دانسته های قبلی مان تفسیر نماییم(خط، دایره، مستطیل و...) می بینیم تصویر بالا تقریباً دایره هایی با محیط شکسته و کشیده بوده و در هر دو راستای عمود و افق گسترش یافته اند لذا قابل انتظار است که تبدیل فوریه آن تقریباً مایل به سینک باشد که دارای قله اصلی نوروانی در مرکز و پخش تعدادی قله جانبی در همه جهات باشد اما از جایی که این دایره ها دایره هی کامل نبوده و دارای شکستگی و کشیدگی می باشد، تبدیل فوریه متناظر و قله های جانبی نیز دارای شکستگی هایی بوده و پخش آنها منظم حاصل نخواهد شد که این چنین نیز بوده و در تبدیل فوریه هر سه کanal در همراهی های خطوط دایره ای شکل گویای شکستگی و پخش ناهمگون قله های جانبی می باشد. همچنین در تبدیل فوریه شکل فوق چندین خط بسیار ریز دیده می شود که آنها نیز معادل با قسمت های مشابه با مستطیل در فضای مکانی می باشد.

تصویر هشتم:

(شکل در ادامه) توضیحات و تفسیر های انجام شده برای شکل دوم تا حد بسیار زیادی برای این شکل نیز صادق است. تبدیل فوریه یک magnitude(عمودی) در دامنه مکانی معادل با یکتابع سینک(خط مانند) در راستای عمود(افقی) می باشد و انتقال آن در مستطیل افقی(عمودی) بی تاثیر است و صرفاً چرخش آن در مکان باعث چرخش آن در فرکانس می باشد. در تصویر زیر ما شاهد تعداد زیادی اشکال شبیه مستطیل

هستیم که در راستای های گوناگون چرخش داشته اند لذا قابل انتظار است که در تبدیل فوریه آن نیز تعدادی خطوط هم مرکز قابل مشاهده خواهد بود. اگر به تصویر دقت کنیم، مستطیل های عمودی شکل (یا مایل به عمود) بیشتری قابل رویت می باشد لذا انتظار می رود در magnitude تبدیل فوریه متناظر نیز تعداد خطوط افقی یا مایل به افقی بیشتر قابل مشاهده باشد که چنین نیز می باشد.



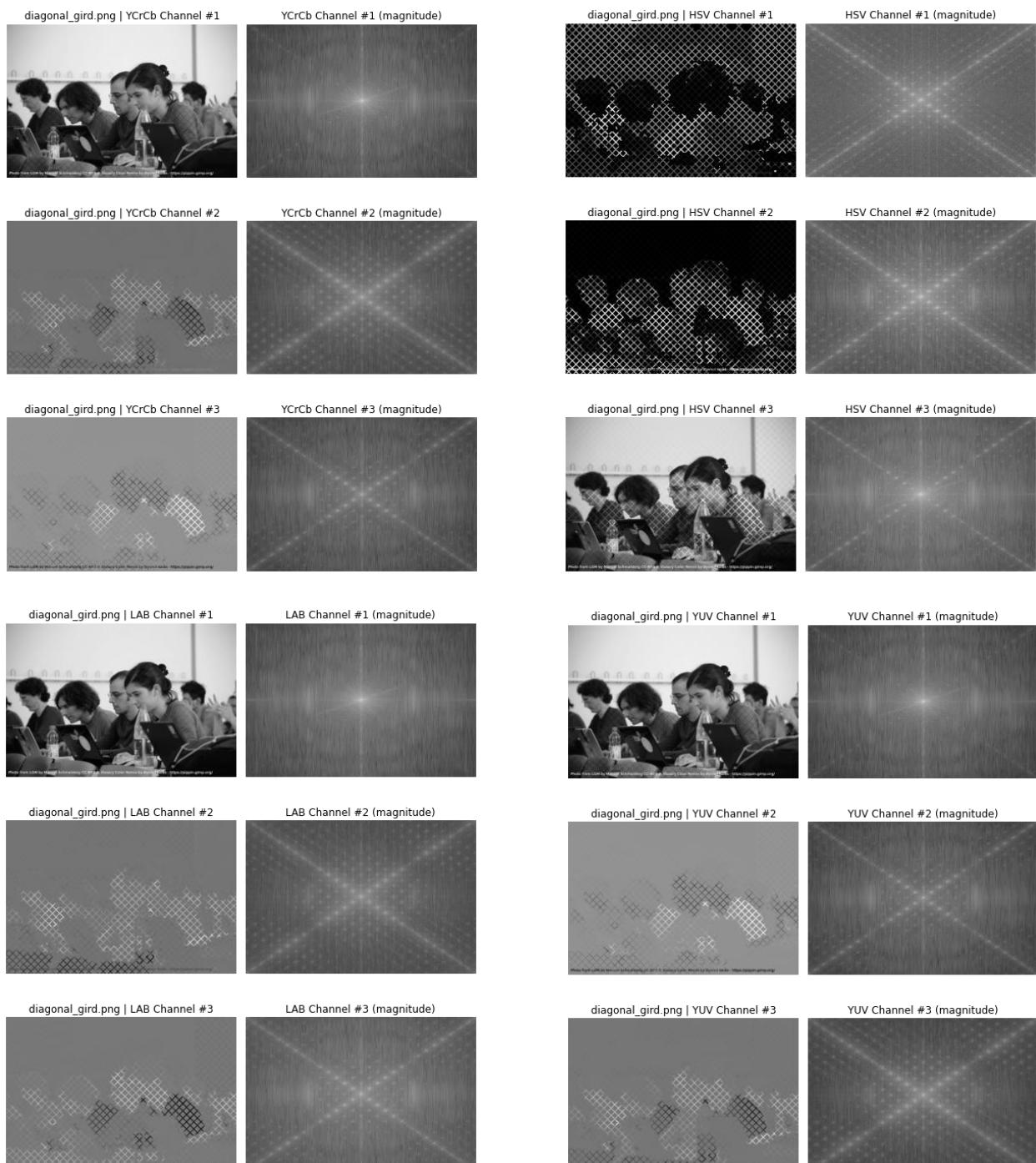
توجه: در بررسی های انجام شده‌ی فوق، تمرکز اصلی در تفسیر magnitude تبدیل فوریه و ارتباط آن با بافت شکل بوده و تفسیر phase مظلوم واقع شده است که دلیل آن نیز محتوای تدریسی کلاس می باشد که عمدۀ مطالب گفته شده در magnitude بیان گردیده است.

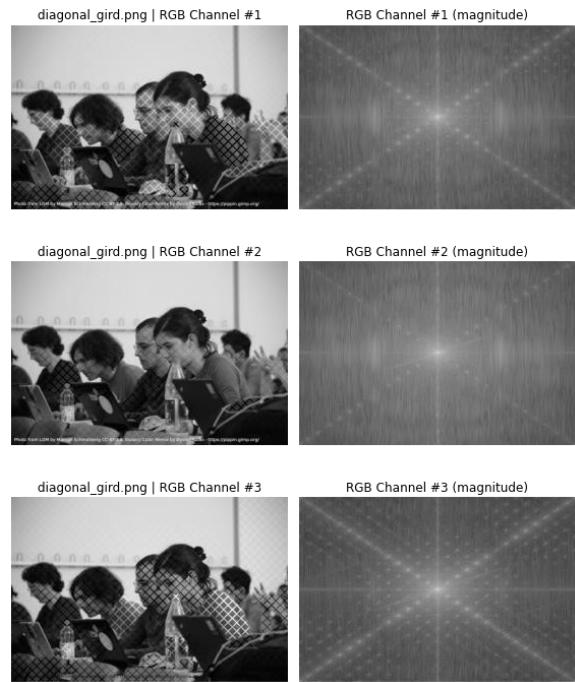
مسئله چهارم

مسئله چهارم قسمت a)

به ازای هر کدام از تصاویر داده شده کانال های چند فضای رنگی متفاوت به همراه magnitude تبدیل فوریه آن ها را رسم کرده و سپس برای هر کدام از تصاویر فضای رنگی مناسب که گویای جهت الگوی پریودیک باشد را انتخاب می کنیم:

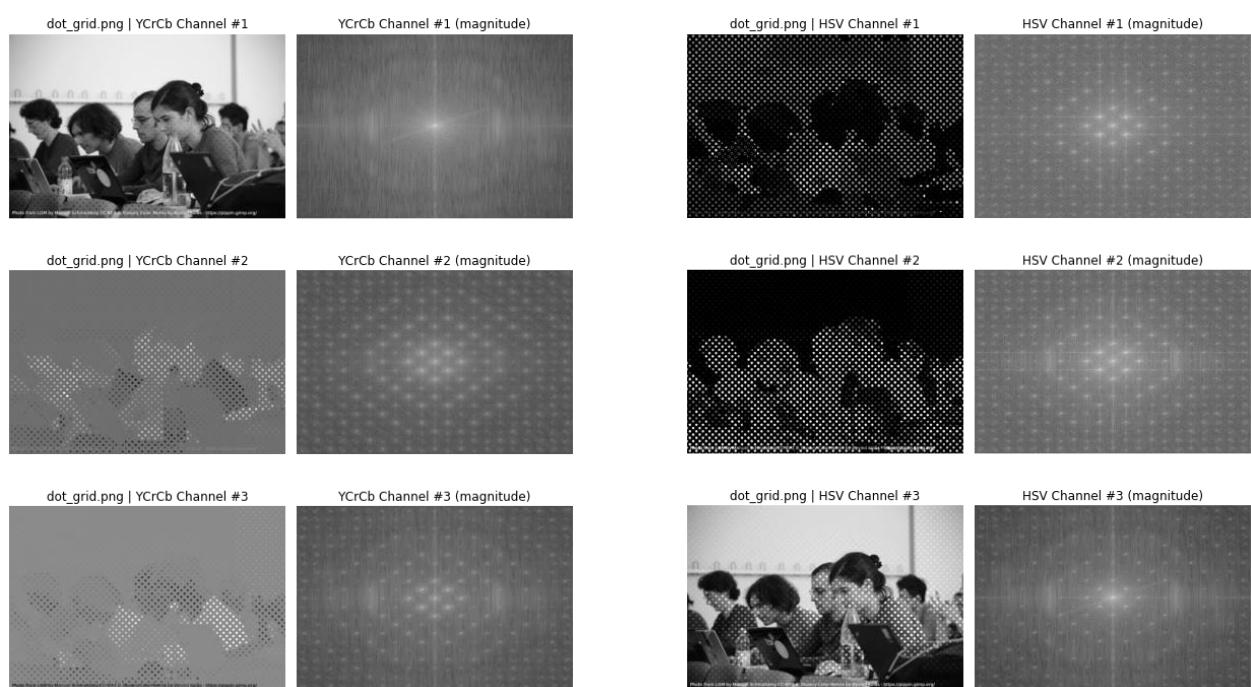
تصویر اول:

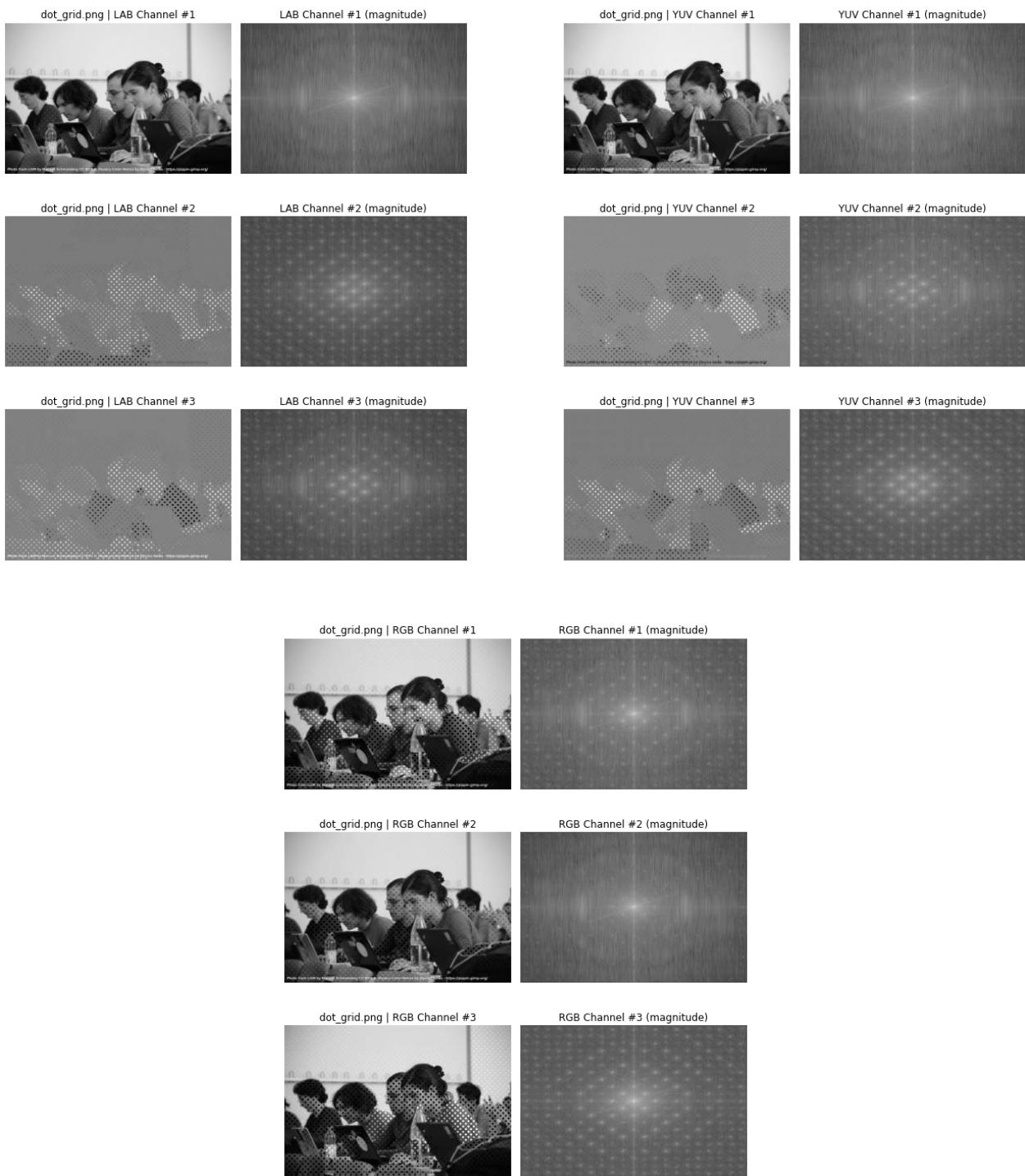




مالحظه می شود که برای این تصویر فضای های رنگی HSV، YCrCB و LAB و کanal های هر یک به همراه magnitude تبدیل فوریه شان توانسته اند تفکیک و نمایش خوبی از جهت الگوی پریودیک حاصل کنند. به نظر بnde هر سه‌ی این مورد می توانند کاندید مناسبی برای پردازش باشند با این وجود شاید LAB انتخاب بهتری باشد چرا که peak های حاصل تفکیک پذیرتر می باشد.

تصویر دوم:





همانند شکل قبلی ملاحظه می شود که برای این تصویر نیز فضای های رنگی HSV، YCrCB و LAB و کانال های هر یک به همراه magnitude تبدیل فوریه شان توانسته اند تفکیک و نمایش خوبی از جهت الگوی پریودیک حاصل کنند. به نظر بnde هر سهی این مورد می توانند کاندید مناسبی برای پردازش باشند با این وجود شاید HSV انتخاب بهتری باشد چرا که peak های حاصل گویای بافت آن می باشد.

تصویر سوم:

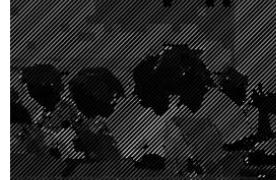
orthogonal_lines.png | YCrCb Channel #1



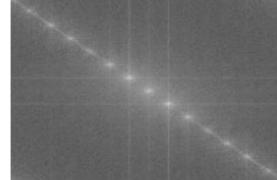
YCrCb Channel #1 (magnitude)



orthogonal_lines.png | HSV Channel #1



HSV Channel #1 (magnitude)



orthogonal_lines.png | YCrCb Channel #2



YCrCb Channel #2 (magnitude)



orthogonal_lines.png | HSV Channel #2



HSV Channel #2 (magnitude)



orthogonal_lines.png | YCrCb Channel #3



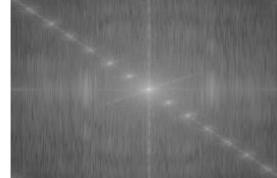
YCrCb Channel #3 (magnitude)



orthogonal_lines.png | HSV Channel #3



HSV Channel #3 (magnitude)



orthogonal_lines.png | LAB Channel #1



LAB Channel #1 (magnitude)



orthogonal_lines.png | YUV Channel #1



YUV Channel #1 (magnitude)



orthogonal_lines.png | LAB Channel #2



LAB Channel #2 (magnitude)



orthogonal_lines.png | YUV Channel #2



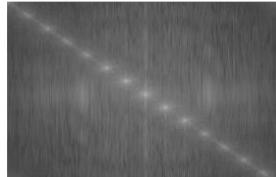
YUV Channel #2 (magnitude)



orthogonal_lines.png | LAB Channel #3



LAB Channel #3 (magnitude)

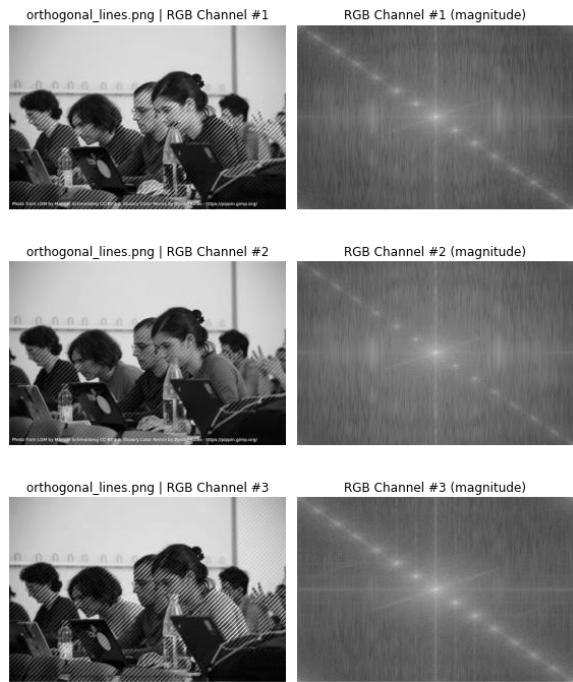


orthogonal_lines.png | YUV Channel #3



YUV Channel #3 (magnitude)





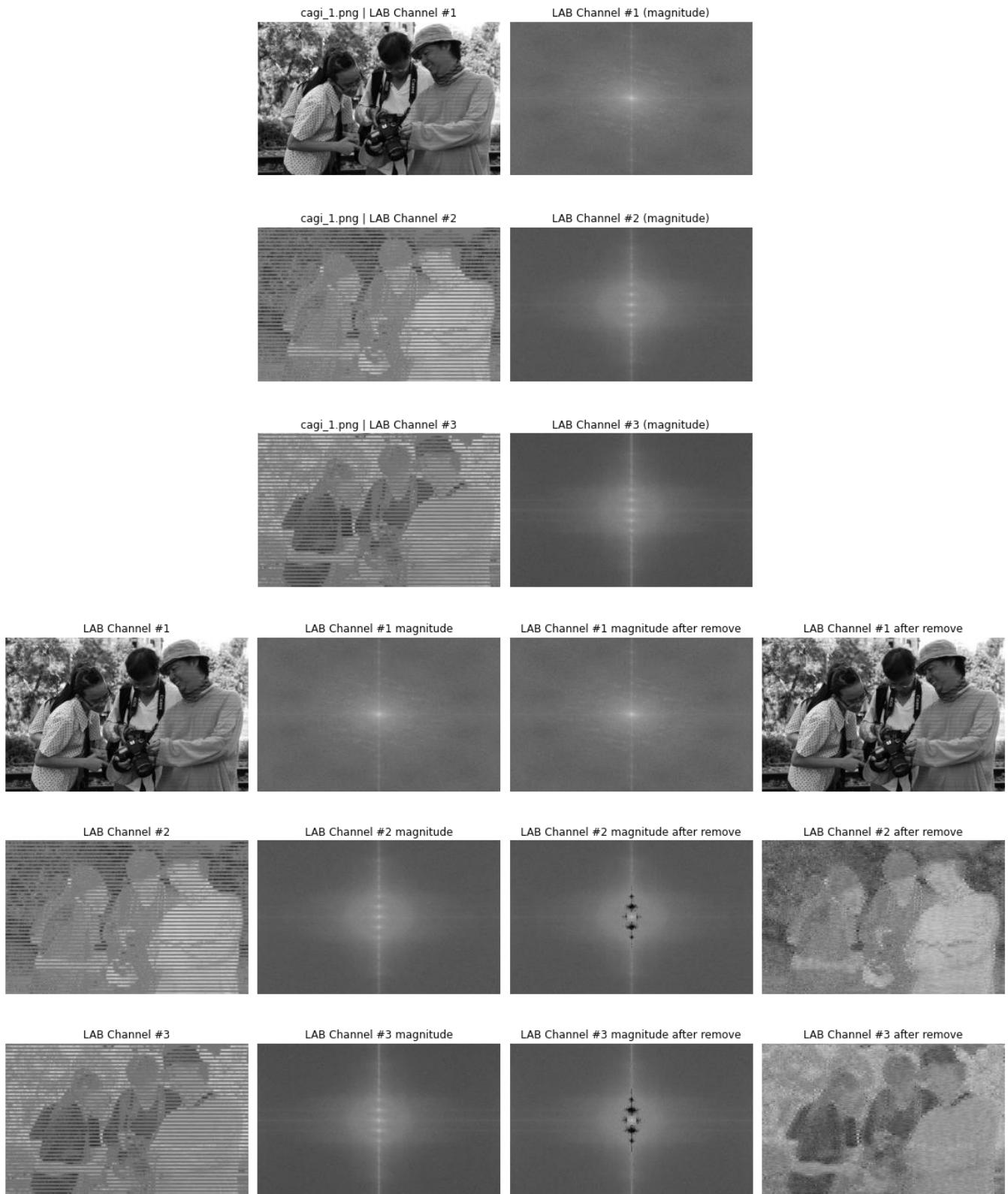
همانند دو شکل قبلی ملاحظه می شود که برای این تصویر نیز فضای های رنگی HSV و YCrCb و LAB و کanal های هر یک به همراه magnitude تبدیل فوریه شان توانسته اند تفکیک و نمایش خوبی از جهت الگوی پریودیک حاصل کنند. به نظر بnde هر سهی این مورد می توانند کاندید مناسبی برای پردازش باشند با این وجود شاید YCrCb انتخاب بهتری باشد چرا که peak های حاصل در پیش زمینه مشکی تر گویایی بهتری از بافت پریودیک آن می باشد.

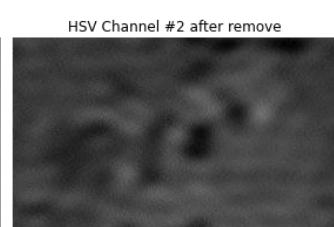
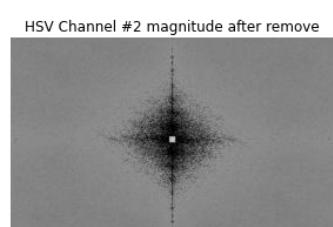
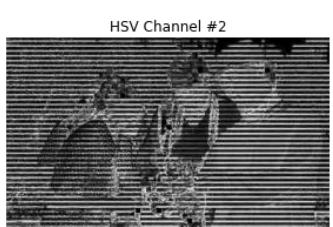
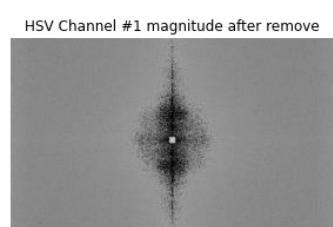
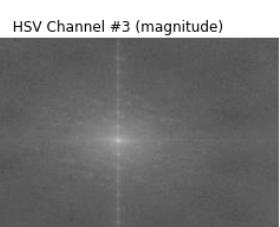
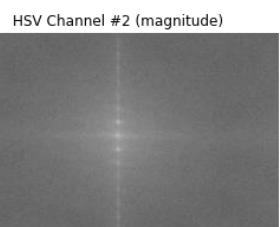
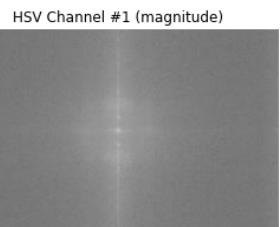
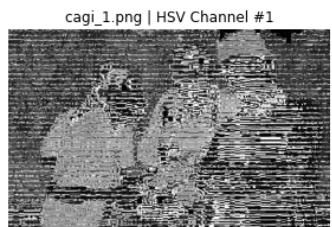
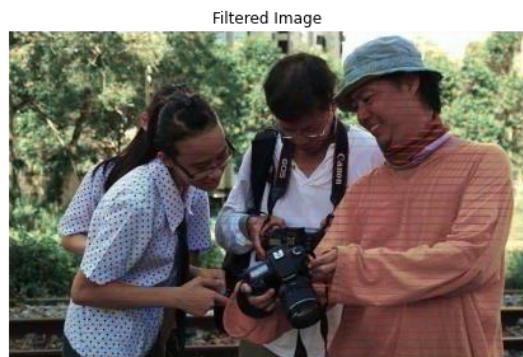
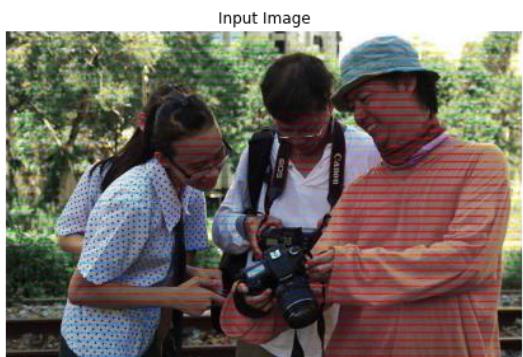
مسئله چهارم قسمت (b)

برای هر کدام از تصاویر، ابتدا فضاهای رنگی مختلف و magnitude تبدیل فوریه شان را رسم می کنیم تا فضای رنگی مناسب برای حذف الگو را بیابیم. سپس تصاویر را به فضای رنگی مقصد انتقال داده و magnitude تبدیل فوریه را محاسبه می کنیم. می دانیم که مرکز magnitude تبدیل فوریه (در حالت شیفت یافته) حاوی فرکانس های low می باشد و نباید آنها را stop کنیم زیرا اطلاعات مهم کanal را از دست میدهیم چرا که فرکانس پایین گویای کلیات کanal مربوطه می باشد. به همین جهت مرکز magnitude را با اعمال یک پنجره مربعی (۲۰ الی ۴۰ پیکسلی) pass می کنیم و سایر پیکسل ها را با اعمال یک ضریب و بصورت stop threshold می کنیم بدین گونه که اگر پیکسلی به اندازه‌ی p در صد روشن ترین نقطه، روشنایی داشته باشد، آن را صفر می کنیم. برای همه موارد فوق یک تابع به نام pattern_remover پیاده سازی شده است که کanal تصویر مربوطه را به همراه اندازه پنجره pass و ضریب حد آستانه p دریافت کرده و خروجی های مربوطه (تبدیل فوریه، اعمال فیلتر، نتیجه فیلتر) را بر می گرداند. همچنین برای هر کدام از تصاویر دو آزمایش در دو فضای رنگی مختلف انجام شده است تا بتوان خروجی حاصل را به ازای حذف موج ها ارزیابی نمود. به ازای هر تصویر آزمایش های انجام شده را مورد بررسی قرار می دهیم.

تصویر اول:

برای آزمایش اول از فضای رنگی LAB استفاده میکنیم که نمایش تصویر را در زیر مشاهده می کنیم و سپس اقدام به حذف الگوهای پریودیک می کنیم که نتیجه آن بصورت زیر حاصل می شود:





مالحظه می شود که خطوط موجی با رنگ تیز تا حد قابل قبولی حذف شده اند اما تصویر حاصل خاکستری نتیجه نشده است و تصویر خروجی نیز به نظر blur شده تصویر ورودی می باشد که در آن خطوط از بین رفته و خطوط رنگی در تصویر پنهان شده است. به نظر میرسد تکنیک گفته شده در صورت سوال را می توان برای رنگ آمیز تصاویر خاکستری استفاده نمود.

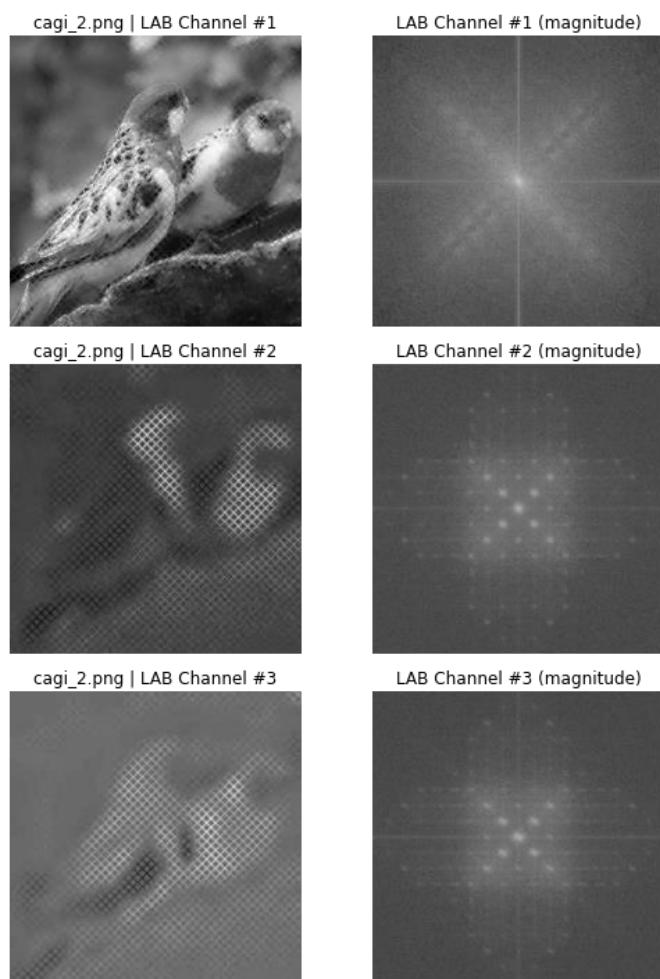
در آزمایش بعدی از فضای HSV برای حذف موج ها استفاده می کنیم؛ برای کanal V فیلتر را اعمال نمیکنیم زیرا آن کanal توصیفگر روشنایی بوده و اعمال فیلتر در آن میتواند باعث بهم خوردن بافت تصویر شود:

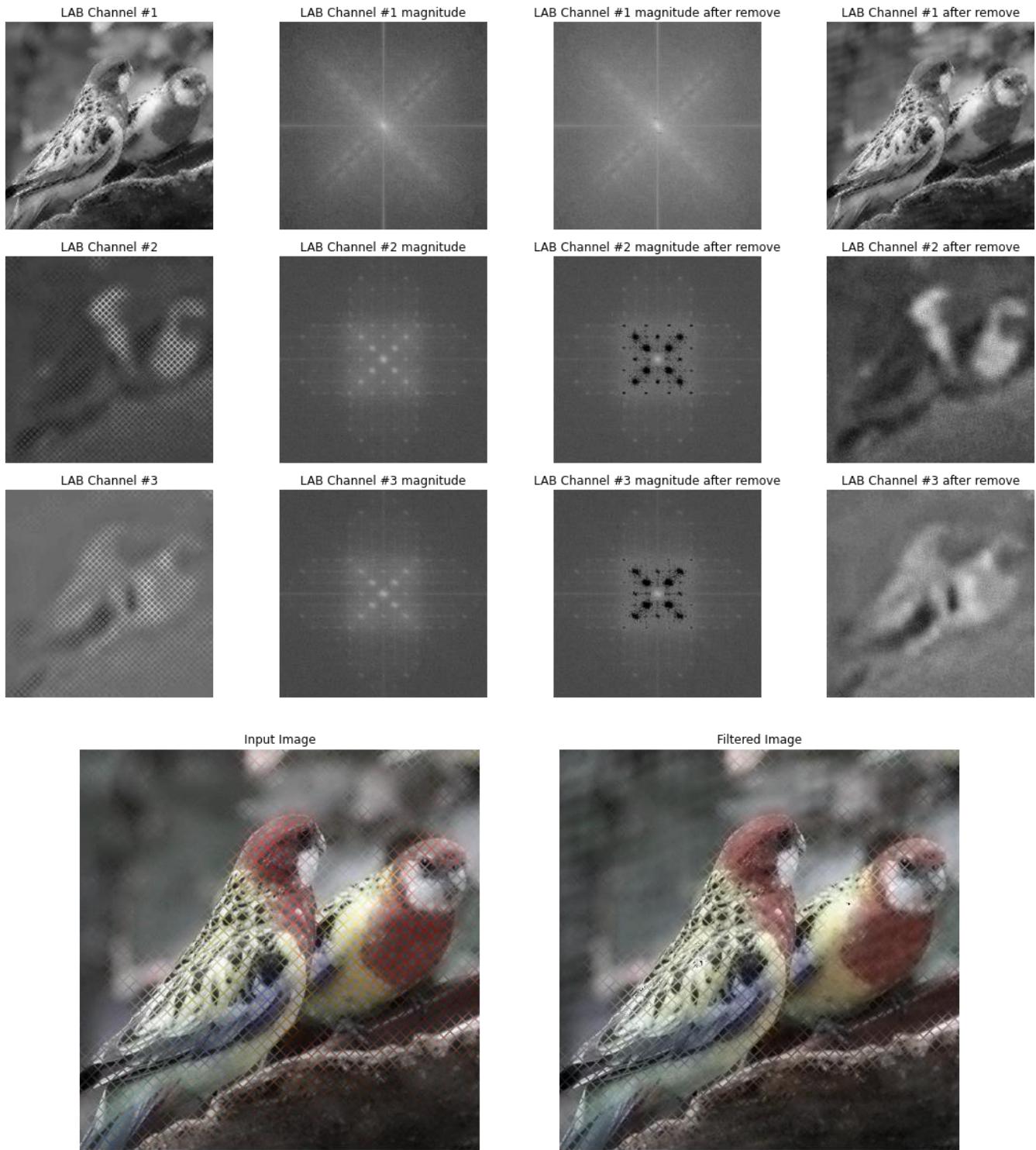


در تلاش برای حذف نویز در فضای رنگی HSV ملاحظه می کنیم که خطوط موجی حذف نشده اند اما تغییر رنگ آنها به یک رنگ شبیه بهم (سبز) باعث شده است که رنگ های خاکستری تصویر محسوس تر و نمایان تر حاصل شده و بتوان گفت که تصویر در اصل خاکستری بوده است. به عبارتی خطای دید به واسطه یک رنگ شدن موج ها از بین رفته است.

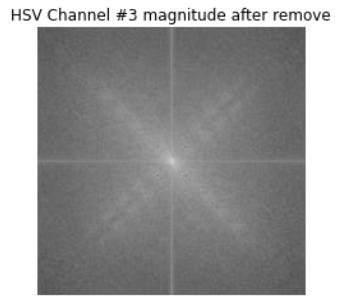
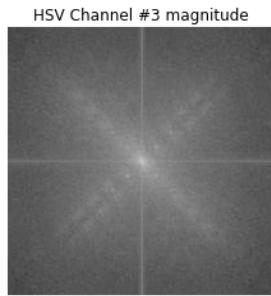
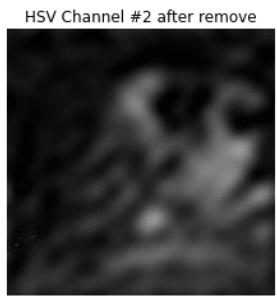
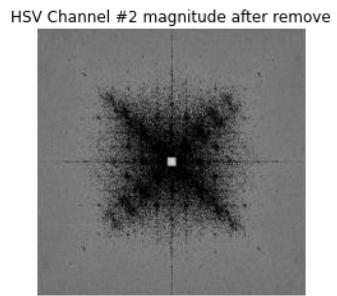
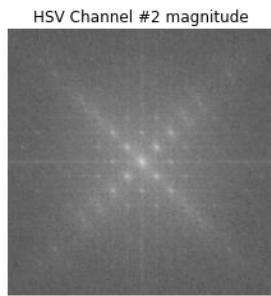
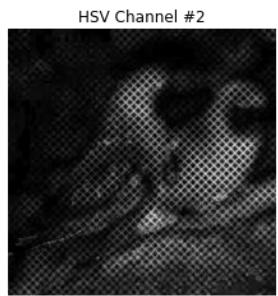
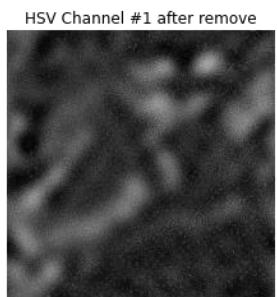
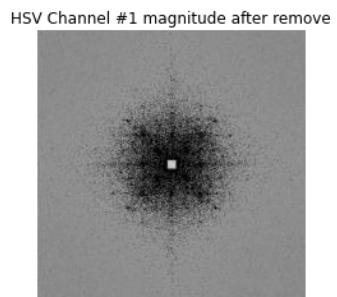
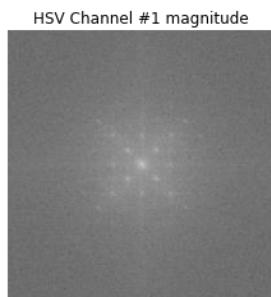
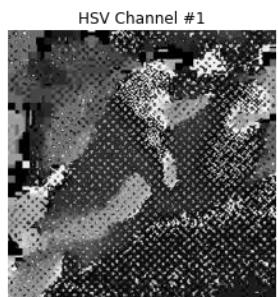
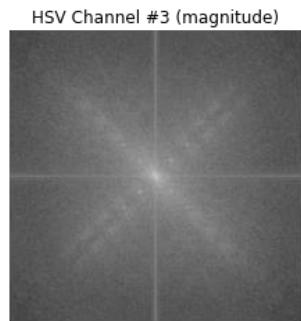
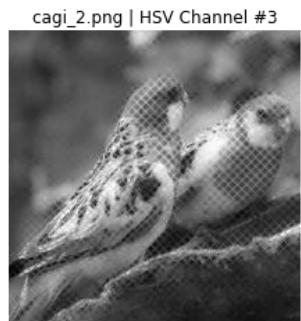
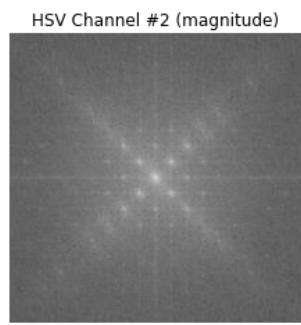
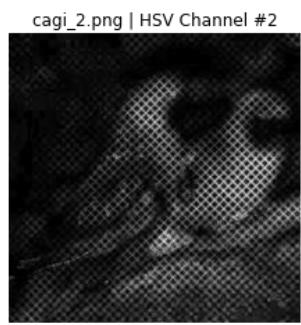
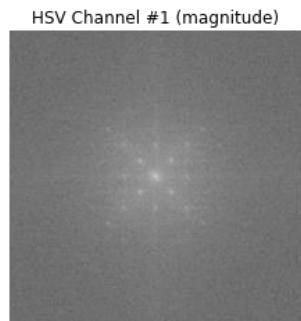
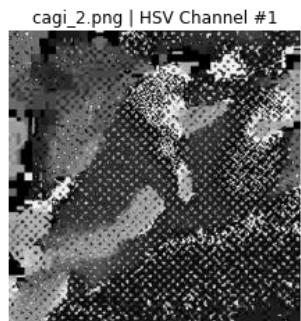
تصویر دوم:

برای تصویر دوم نیز برای آزمایش اول از فضای رنگی LAB استفاده میکنیم که نمایش تصویر را در زیر مشاهده می کنیم و سپس اقدام به حذف الگوهای پریودیک می کنیم که نتیجه آن بصورت صفحه بعد حاصل می شود:





همانند تصویر اول ملاحظه می شود که خطوط موجی تا حد قابل قبولی حذف شده اند اما تصویر حاصل خاکستری نتیجه نشده است و تصویر خروجی نیز به نظر blur شده‌ی تصویر ورودی می باشد که در آن خطوط از بین رفته و خطوط رنگی در تصویر پخش شده است. به نظر میرسد تکنیک گفته شده در صورت سوال را می توان برای رنگ آمیز تصاویر خاکستری استفاده نمود. در آزمایش بعدی از فضای HSV برای حذف موج ها استفاده می کنیم؛ برای کanal V فیلتر را اعمال نمیکنیم زیرا آن کanal توصیفگر روشنایی بوده و اعمال فیلتر در آن میتواند باعث بهم خوردن بافت تصویر شود:

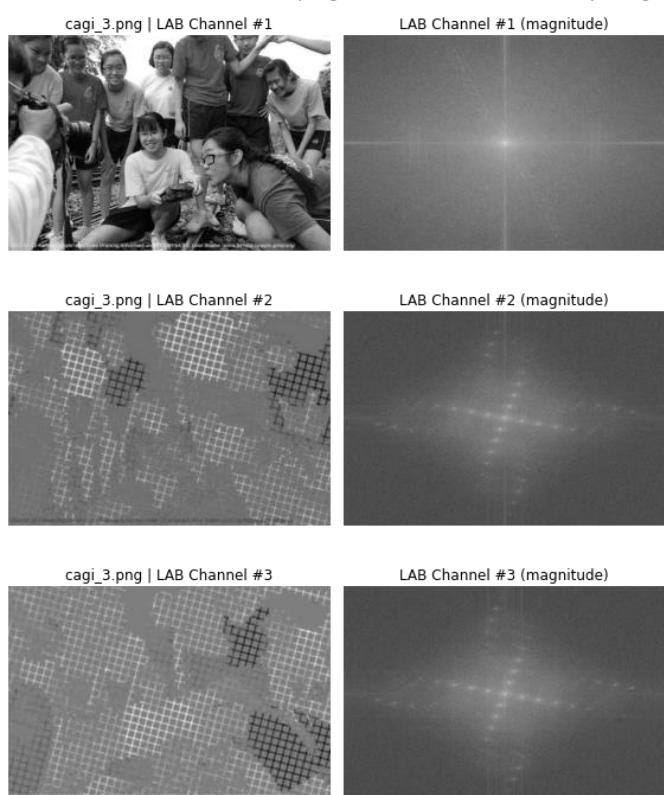


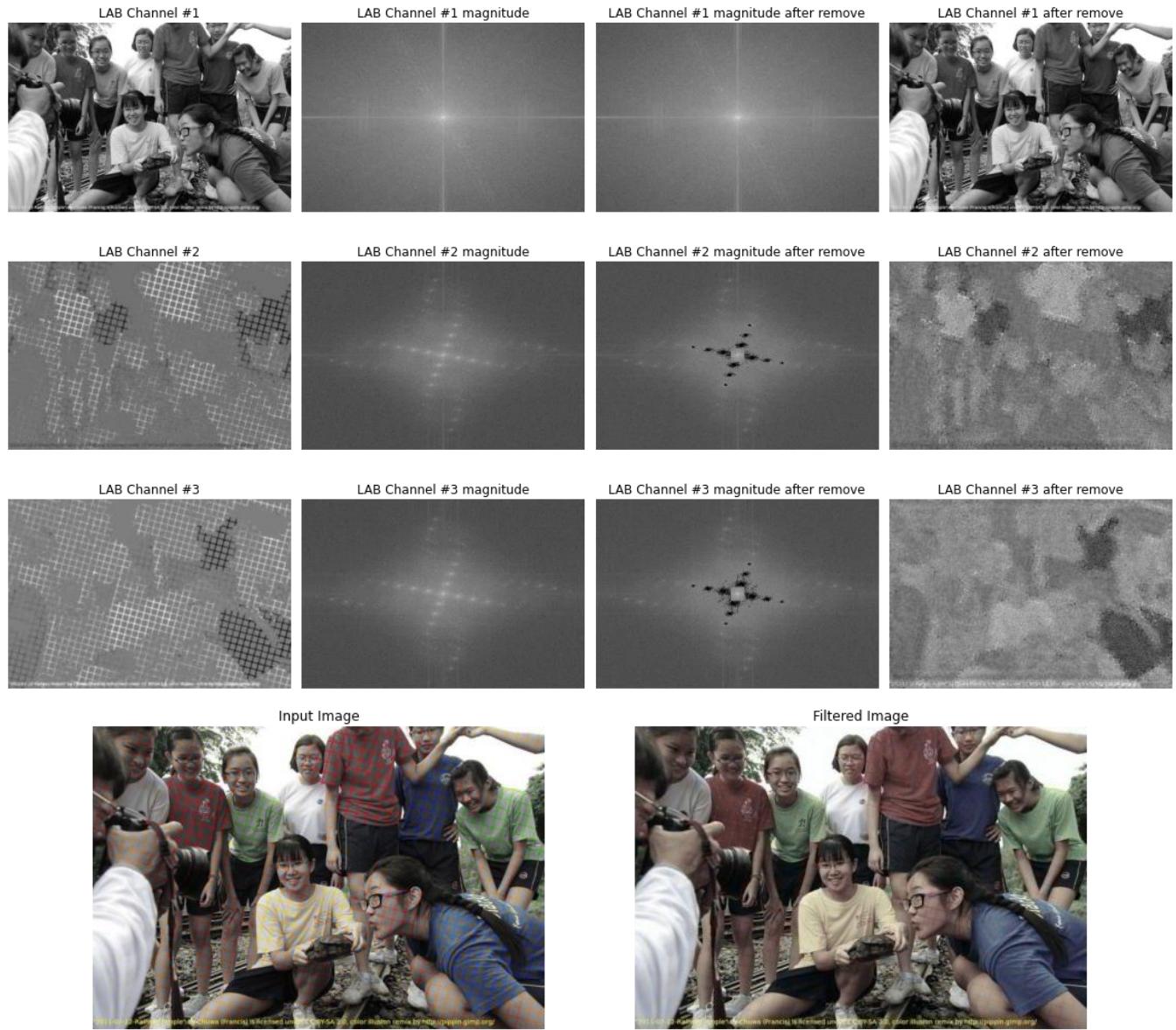


در تلاش برای حذف نویز در فضای رنگی HSV ملاحظه می کنیم که خطوط موجی حذف نشده اند اما تعییر رنگ آنها به یک رنگ شبیه بهم(Sبز) باعث شده است که رنگ های خاکستری تصویر محسوس تر و نمایان تر حاصل شده و بتوان گفت که تصویر در اصل خاکستری بوده است؛ به عبارتی دیگر خطای دید به واسطه یک رنگ شدن موج ها از بین رفته است و نتیجه گیری مبنی بر خاکستری بودن تصویر ملموس تر شده است. در این تصویر بیشتر از تصویر اول میتوانیم بگوییم که تصویر خاکستری بوده است.

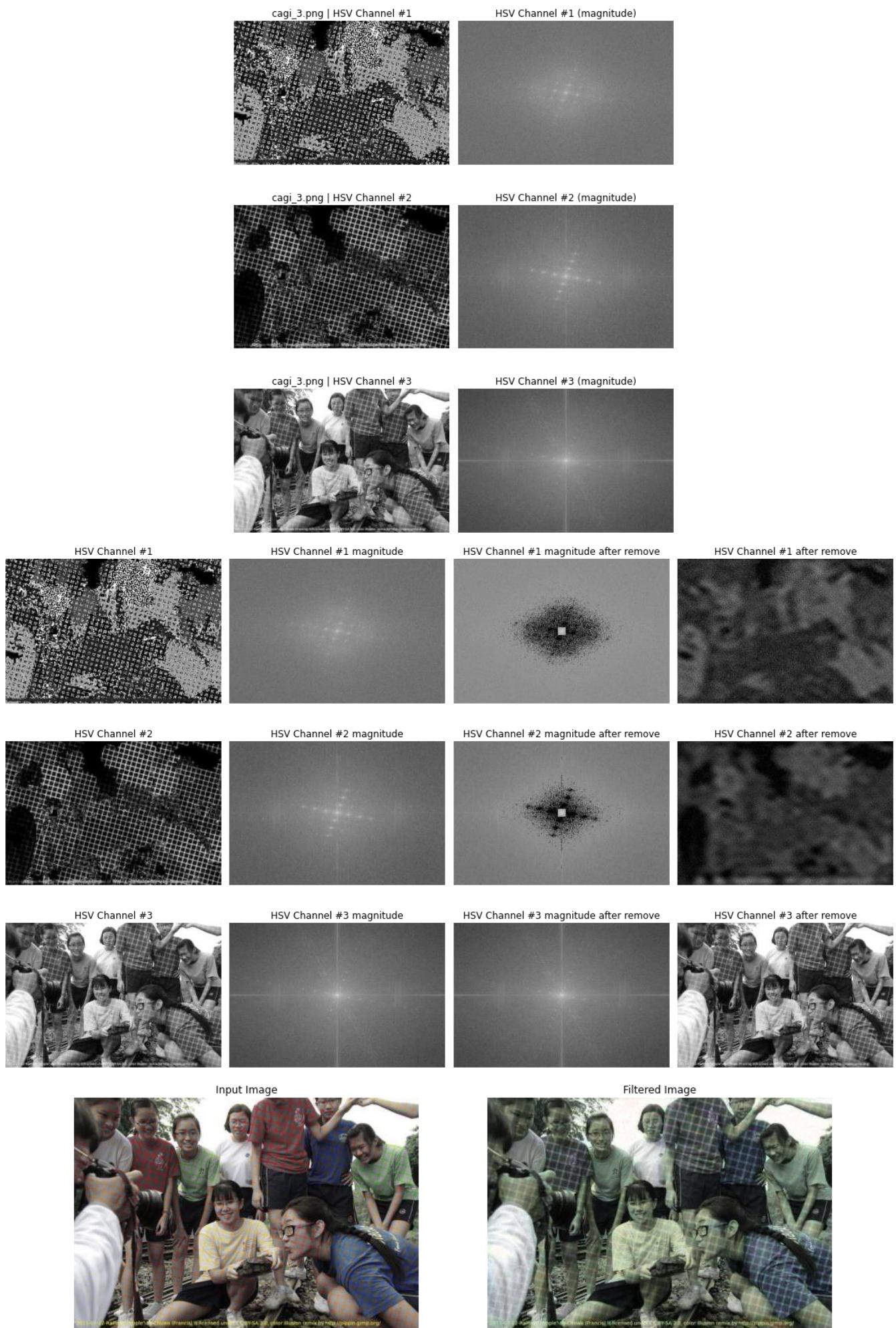
تصویر سوم:

همانند دو تصویر اول برای تصویر سوم نیز برای آزمایش اول از فضای رنگی LAB استفاده میکنیم که نمایش تصویر را در زیر مشاهده می کنیم و سپس اقدام به حذف الگوهای پریودیک می کنیم که نتیجه آن بصورت صفحه بعد حاصل می شود:





همانند دو تصویر قبل ملاحظه می شود که خطوط موجی تا حد قابل قبولی حذف شده اند اما تصویر حاصل خاکستری نتیجه نشده است و تصویر خروجی نیز به نظر blur شدهی تصویر ورودی می باشد که در آن خطوط از بین رفته و خطوط رنگی در تصویر پخش شده است. به نظر میرسد تکنیک گفته شده در صورت سوال را می توان برای رنگ آمیز تصاویر خاکستری استفاده نمود. در آزمایش بعدی از فضای HSV برای حذف موج ها استفاده می کنیم؛ برای کanal V فیلتر را اعمال نمیکنیم زیرا آن کanal توصیفگر روشنایی بوده و اعمال فیلتر در آن میتواند باعث بهم خوردن بافت تصویر شود. در تلاش برای حذف نویز در فضای رنگی HSV در صفحه بعد ملاحظه می کنیم که خطوط موجی حذف نشده اند اما تعییر رنگ آنها به یک رنگ شبیه بهم(سبز) باعث شده است که رنگ های خاکستری تصویر محسوس تر و نمایان تر حاصل شده و بتوان گفت که تصویر در اصل خاکستری بوده است؛ به عبارتی دیگر خطای دید به واسطه یک رنگ شدن موج ها از بین رفته است و نتیجه گیری مبنی بر خاکستری بودن تصویر ملموس تر شده است. در این تصویر بیشتر از تصویر اول میتوانیم بگوییم که تصویر خاکستری بوده است.

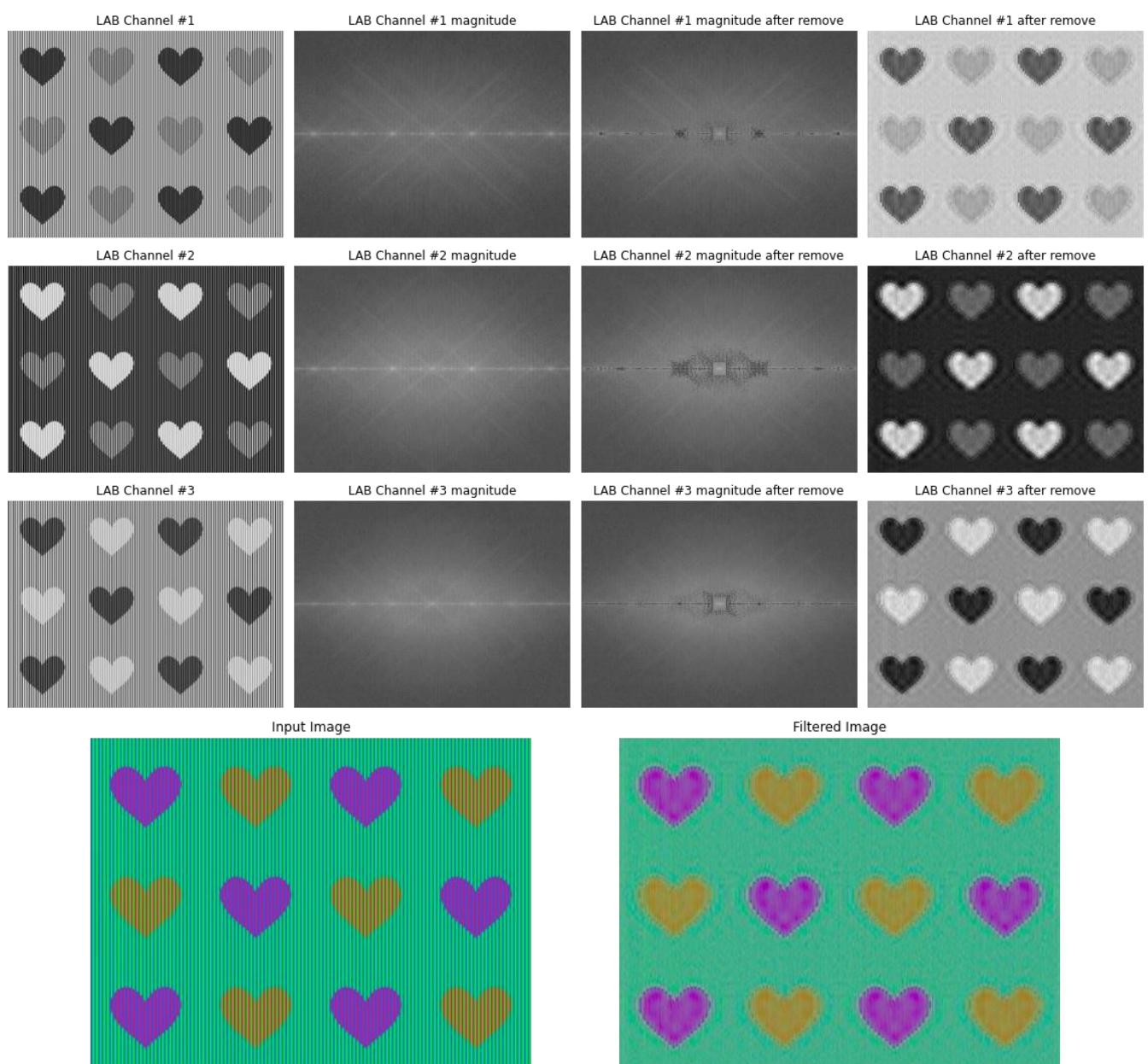


مسئله چهارم قسمت (c)

همانند توضیحات ارائه شده برای قسمت قبل برای هر کدام از تصاویر، ابتدا فضاهای رنگی مختلف و magnitude تبدیل فوریه شان را رسم می‌کنیم تا فضای رنگی مناسب برای حذف الگو را بیابیم. سپس تصاویر را به فضای رنگی مقصد انتقال داده و magnitude تبدیل فوریه را محاسبه و الگوی مربوطه را حذف می‌کنیم.(با همان مراحل ذکر شده در قسمت)

تصویر اول:

برای تصویر اول از فضای رنگی LAB برای حذف استفاده می‌کنیم و نتیجه بصورت زیر حاصل می‌شود؛ قابل ملاحظه است که با وجود حذف خطوط پریودیک عمودی، قلب‌ها بصورت شبیه به هم حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده‌اند و رنگ خطوط موجی در زمان حذف پخش شده است.

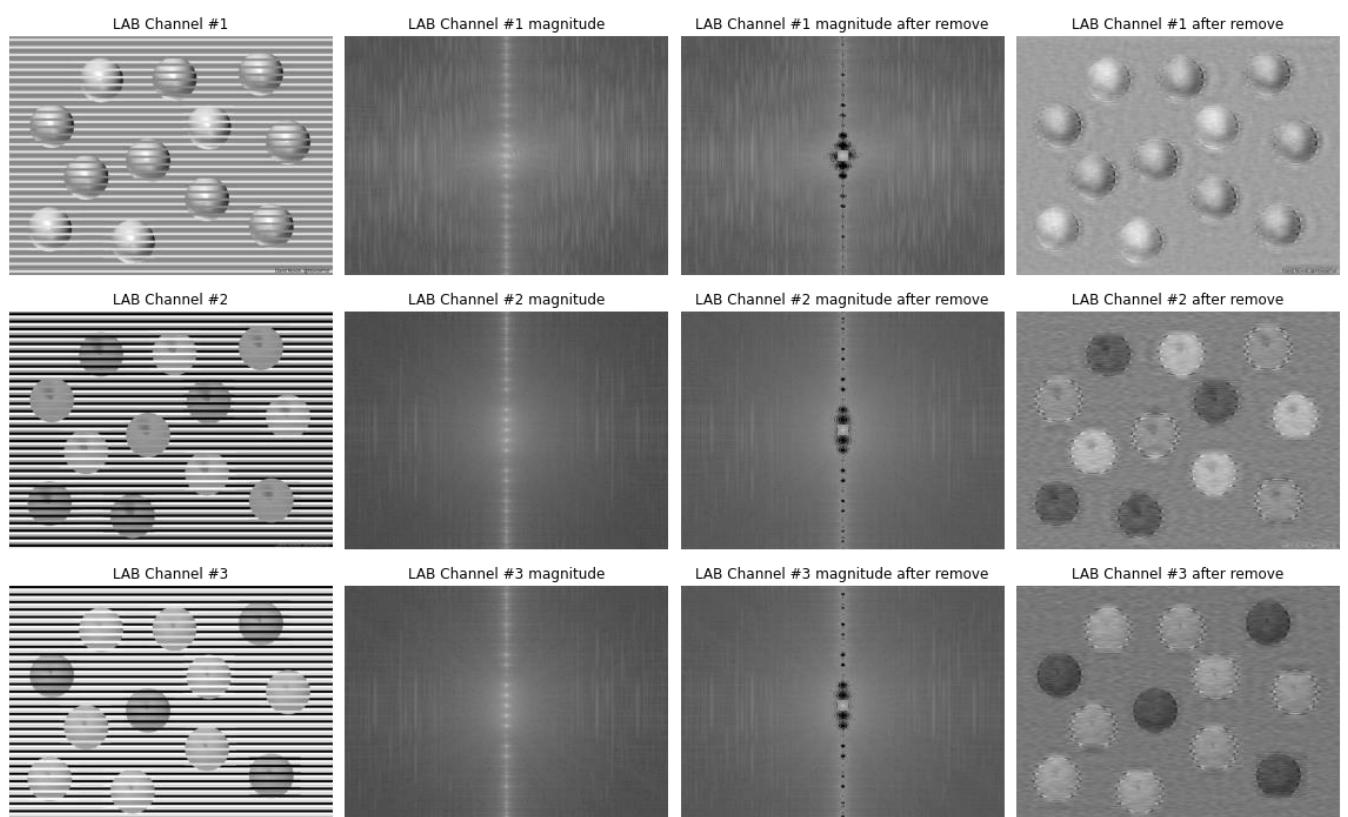


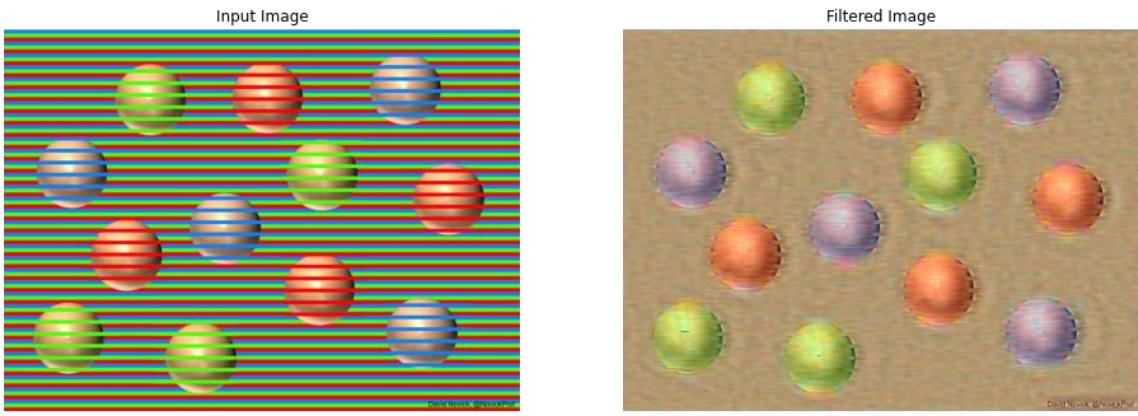
در آزمایش دیگری و در فضای رنگی HSV بروی کانال های notch SV اعمال می کنیم تا تناظر رنگی حفظ و شدت های روشنایی و رنگی و بافت شامل اعمال فیلتر شود تا بدین صورت ضمن حفظ خطوط پریودیک شاید بتوان نشان داد که قلب ها یک رنگ هستند که خروجی آن بصورت زیر حاصل می شود، ملاحظه می شود که در این حالت بصورت تقریبی رنگ قلب ها یکی حاصل شده است اما همچنان با قطعیت نمی توان گفت قلب ها دقیقاً یکی بوده است(فرکانس بالای نویز):



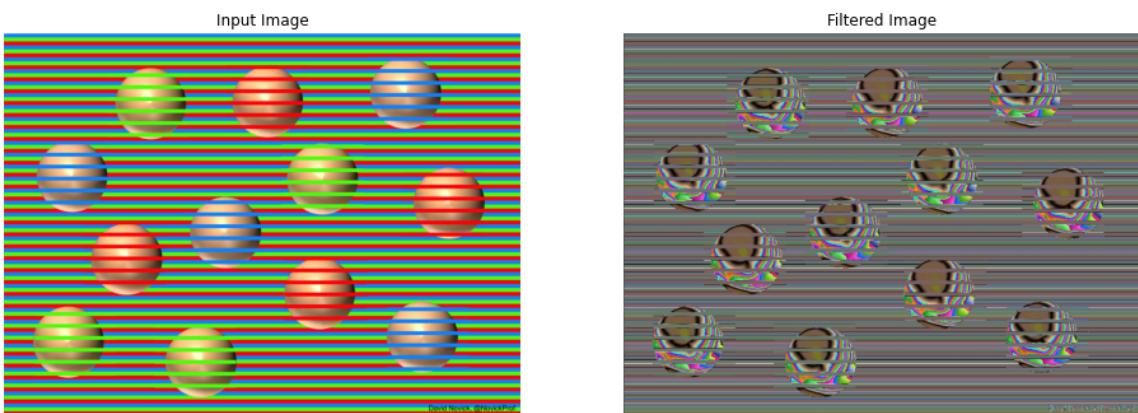
تصویر دوم:

برای تصویر دوم از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی LAB و دومی فضای رنگی HSV (مشابه با قسمت b) می باشد.
همانند تصویر قبلی، قابل ملاحظه است که با وجود حذف خطوط پریودیک افقی، گوی ها بصورت شبیه به هم حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ خطوط موجی در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است.



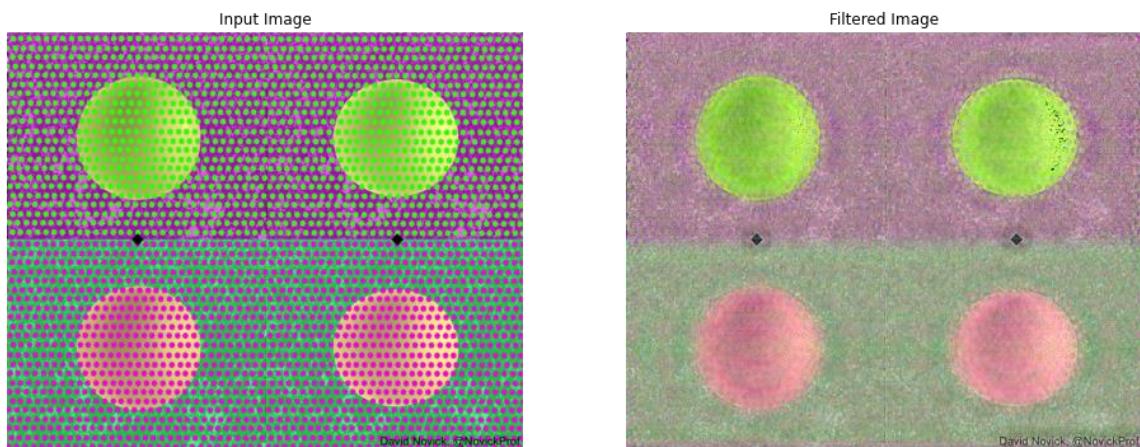
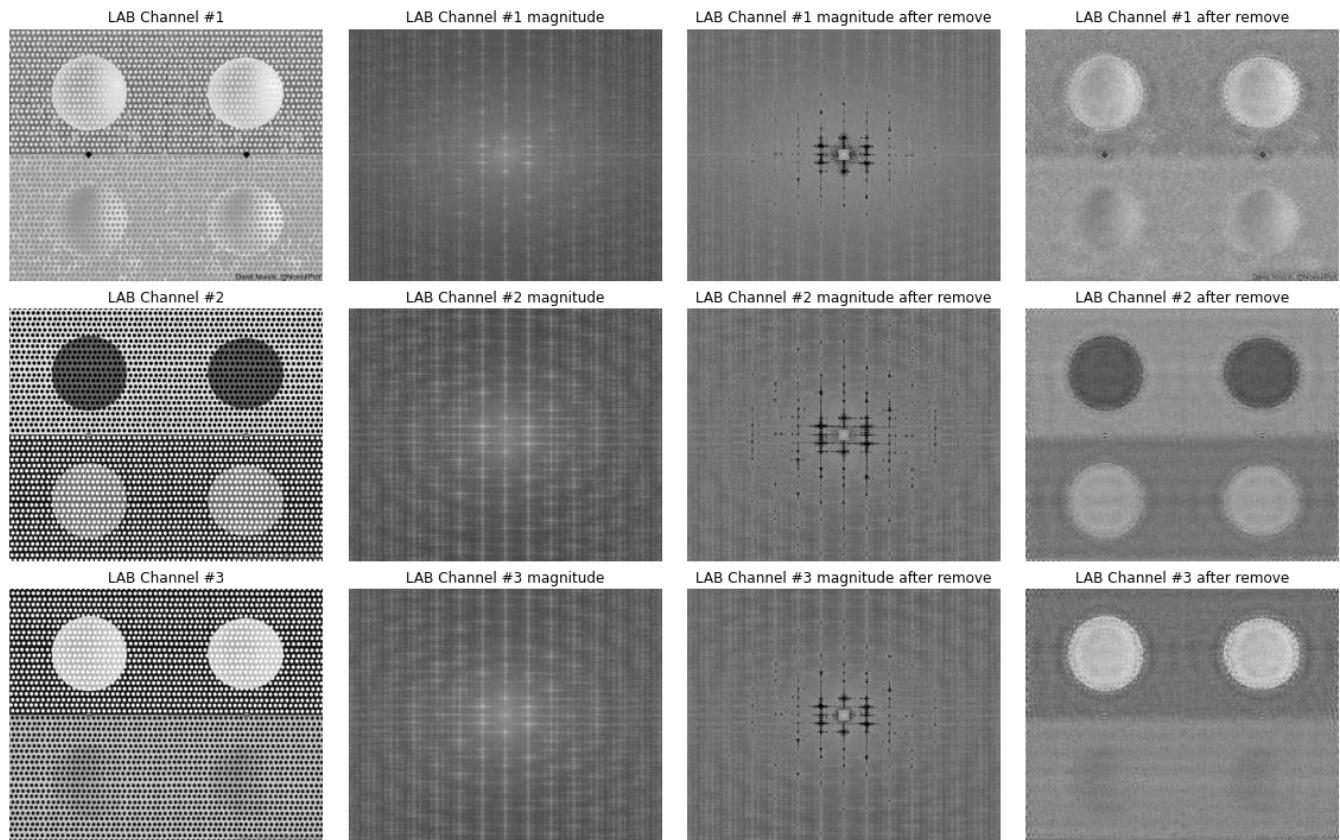


حال مانند تصویر قلب، در آزمایش دیگری و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن گوی ها را خمن حفظ الگوی پریودیک نشان دهیم که تصویر زیر حاصل می شود؛ قابل مشاهده است که میتوان نتیجه گرفت گوی ها همگی یک رنگ بوده اند که تحت اعمال فیلتر به یک صورت حاصل شده اند. (درست است که بدین صورت میتوان نشان داد که گوی ها در اصل یکی بوده اند ولی طبق راهنمایی و راه حل ارائه شده در صورت سوال، نمیتوان یکی بودن گوی ها را نشان داد؛ آزمایش فوق)

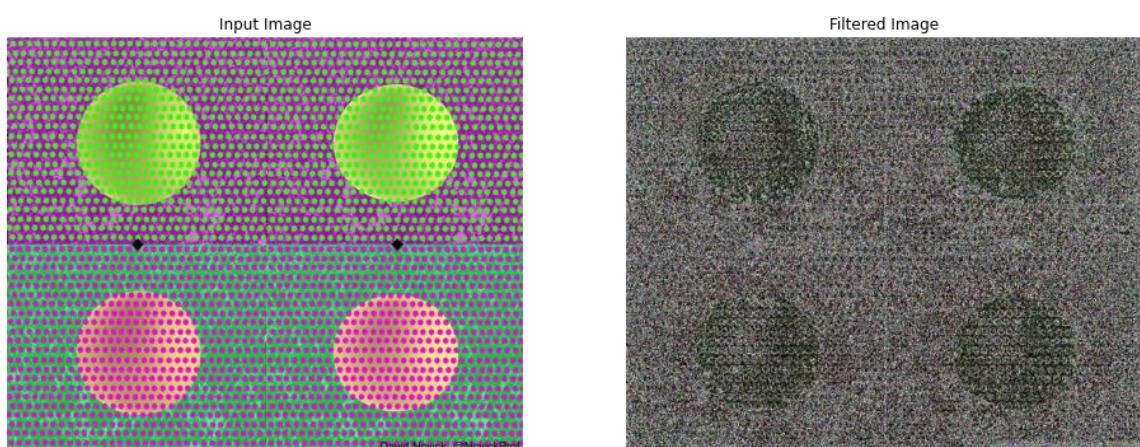


تصویر سوم:

برای تصویر سوم نیز از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی LAB و دومی فضای رنگی HSV می باشد. همانند تصویر قبلی، قابل ملاحظه است که با وجود حذف نقاط پریودیک، گوی های بزرگ بصورت شبیه به هم حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ الگوی پریودیکی در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است.

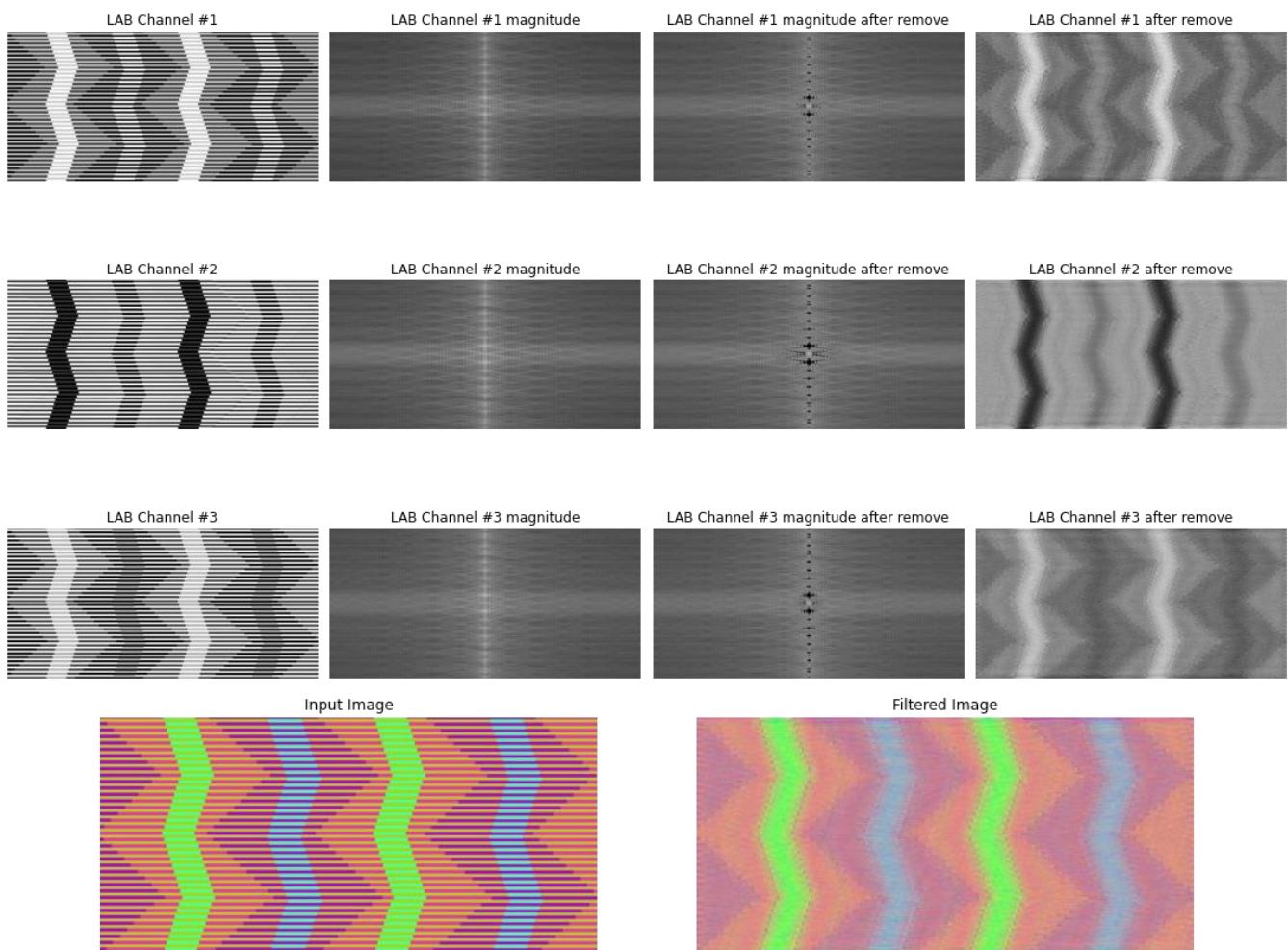


حال مانند دو شکل قبل، در آزمایش دیگری و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن / نبودن گوی ها را ضمن حفظ الگوی پریویدیک نشان دهیم؛ قابل مشاهده است گوی ها با خلاف بسیار اندک یک رنگ حاصل شده اند و میتوان گفت که در اصل نیز یکی بوده اند.



تصویر چهارم:

برای تصویر چهارم نیز از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی LAB و دومی فضای رنگی HSV می باشد. همانند تصاویر قبلی، قابل ملاحظه است که با وجود حذف خطوط پریودیک، اشکال بصورت شبیه به هم به جهت رنگی حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ الگوی پریودیکی در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است.



حال مانند اشکال قبلی، در آزمایش دیگری و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن / نبودن اشکال را ضمن حفظ الگوی پریودیک نشان دهیم؛ قابل مشاهده است اشکال موجود یک رنگ حاصل شده و میتوان گفت که در شکل اصلی نیز اشکال یکی بوده اند.

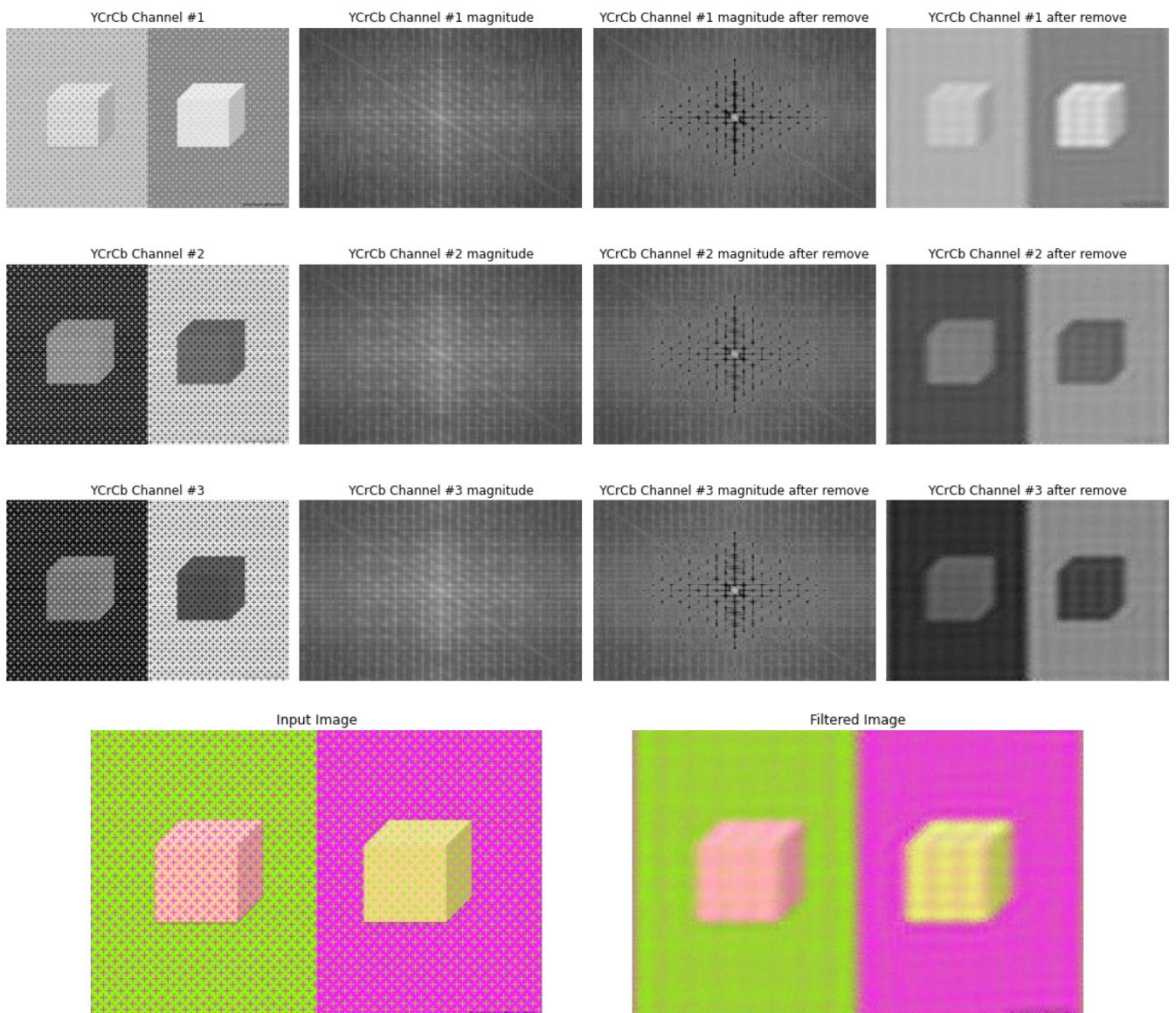


مسئله چهارم قسمت (d)

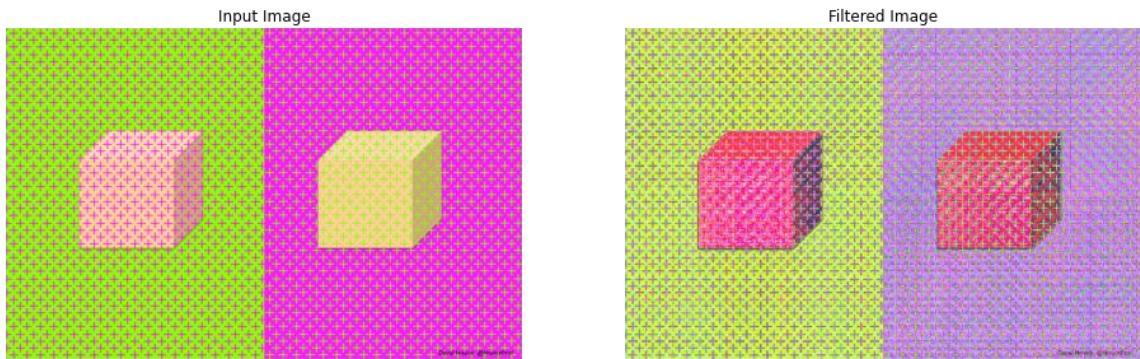
مراحل انجام شده در قسمت c را مجدد و با اعمال کمی تغییرات مجدد اعمال می کنیم:

تصویر اول:

برای تصویر اول از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی YCrCB و دومی فضای رنگی HSV می باشد. قابل ملاحظه است که با وجود حذف الگوی پریودیک، مربع ها به یک رنگ حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ الگوی پریودیک در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است:

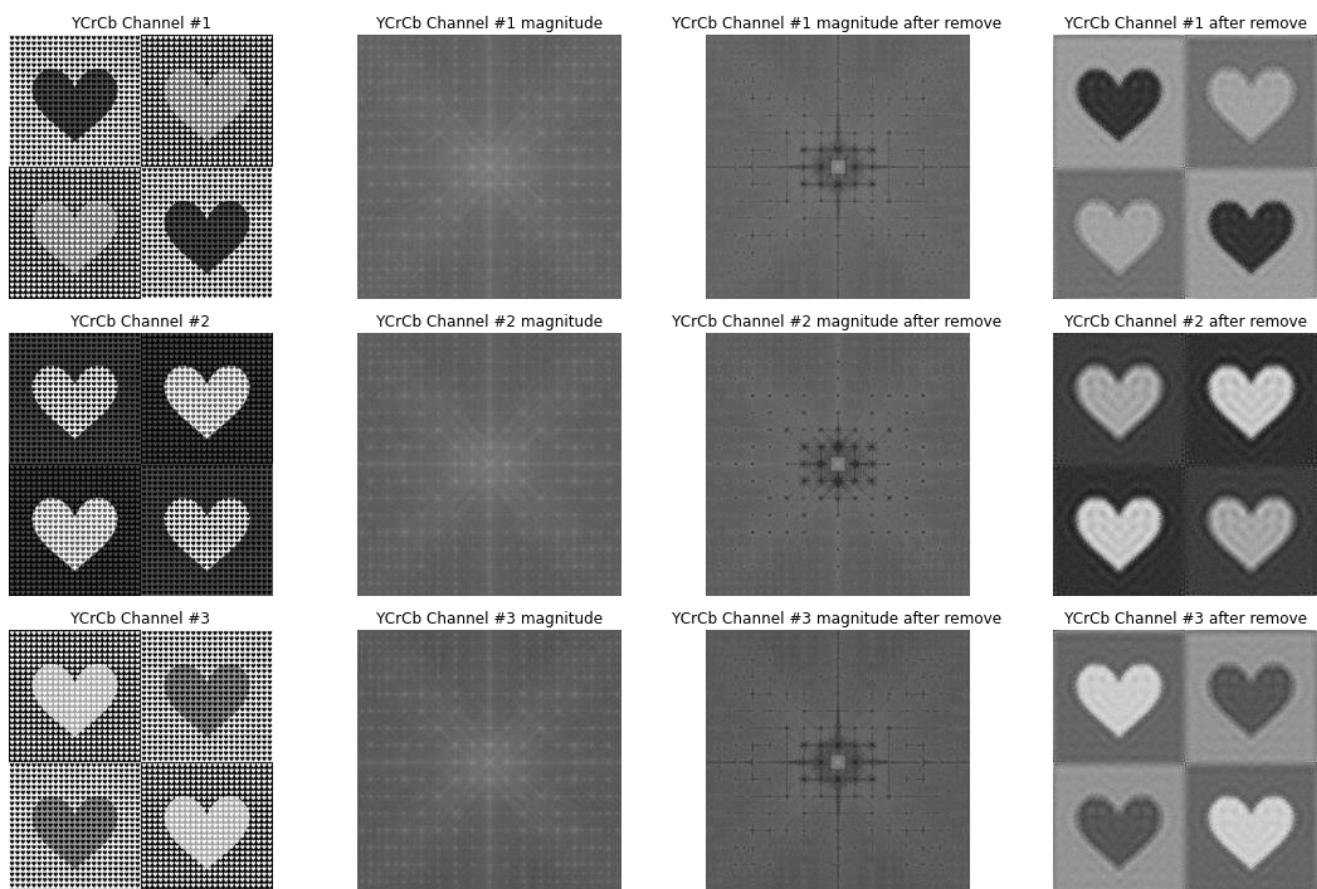


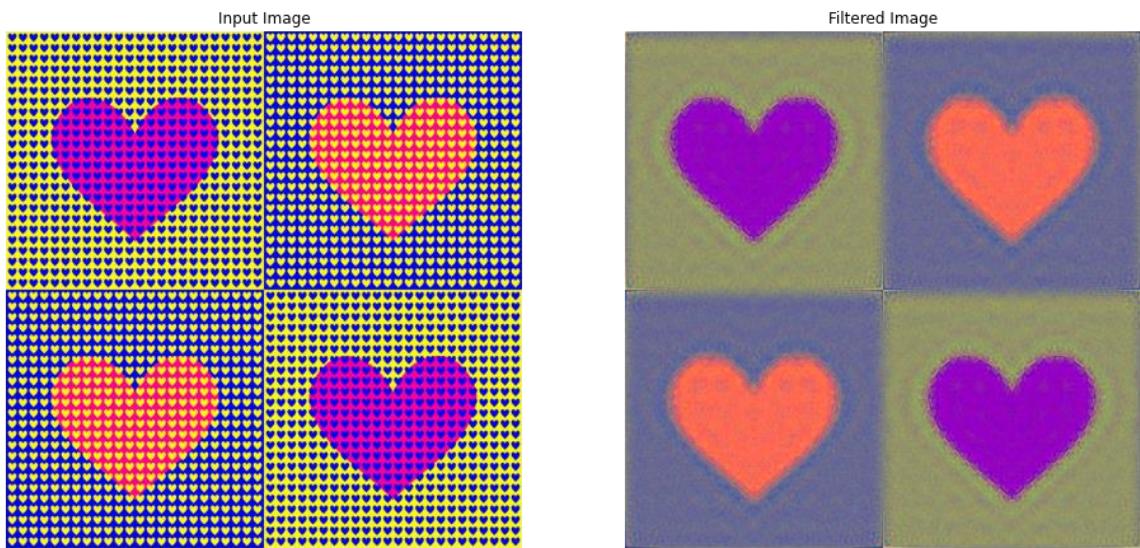
حال در آزمایش دوم و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن/نبودن مربع ها را ضمن حفظ الگوی پریودیک نشان دهیم؛ قابل مشاهده است مربع های موجود یک رنگ حاصل شده و میتوان گفت که در شکل اصلی نیز اشکال یکی بوده اند.



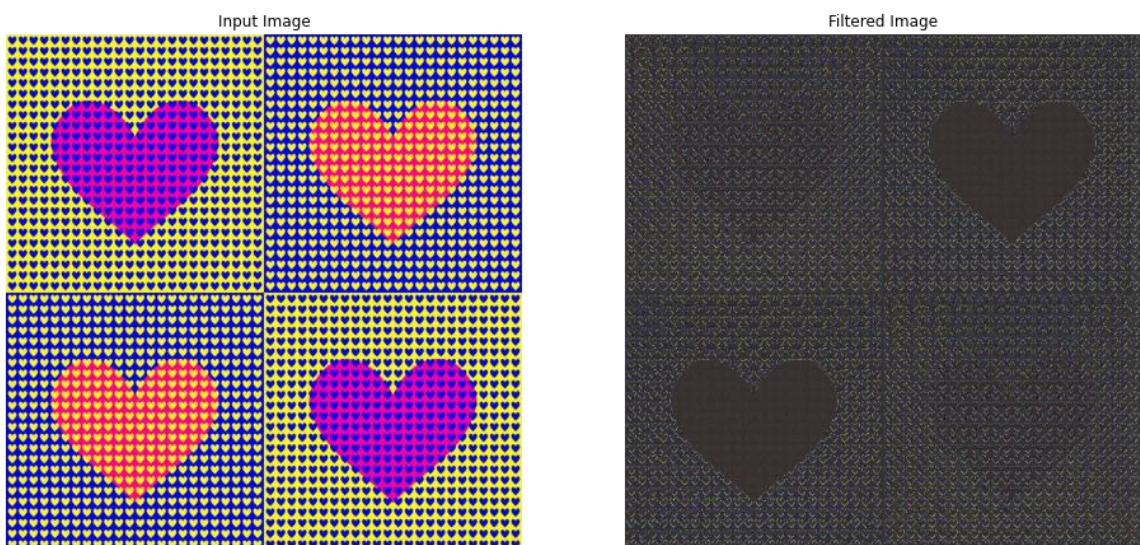
تصویر دوم:

برای تصویر دوم از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی YCrCB و دومی فضای رنگی HSV می باشد. قابل ملاحظه است که با وجود حذف الگوی پریودیک، مربع ها به یک رنگ حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ الگوی پریودیکی در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است:



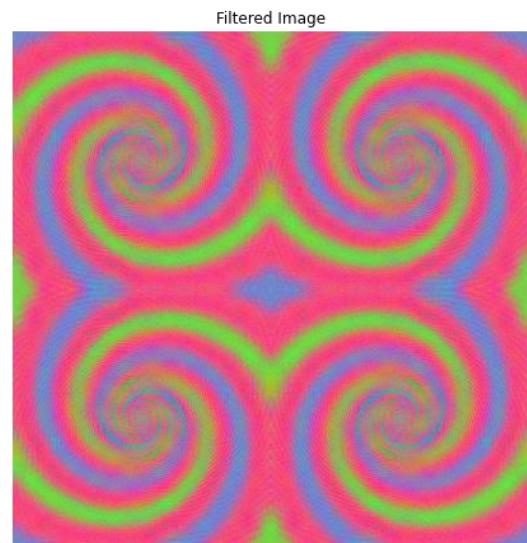
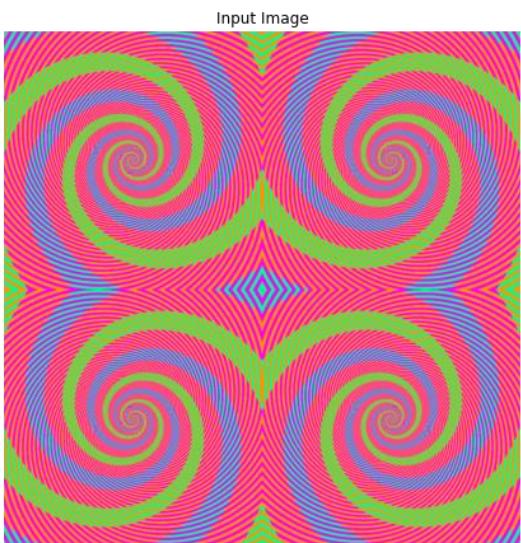
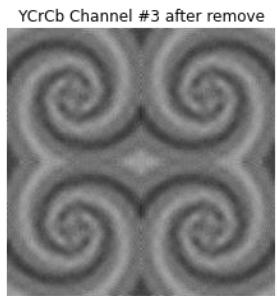
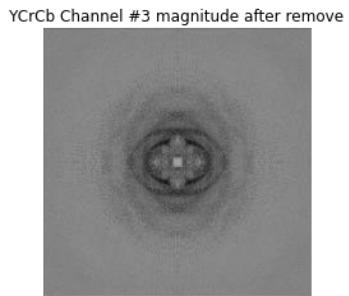
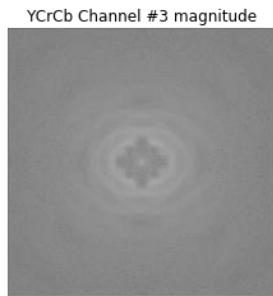
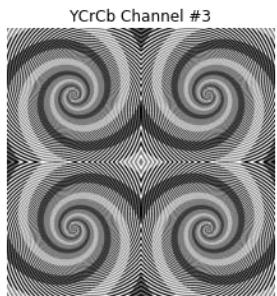
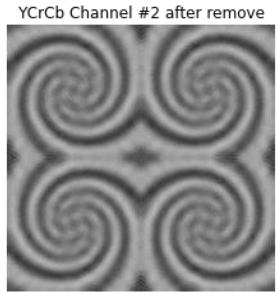
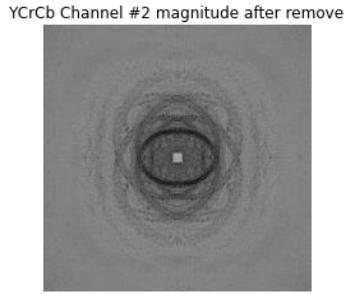
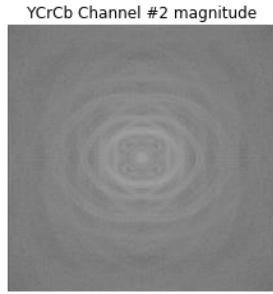
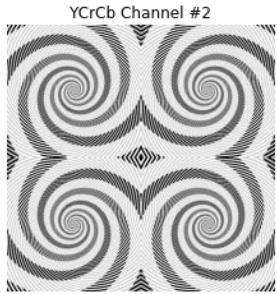
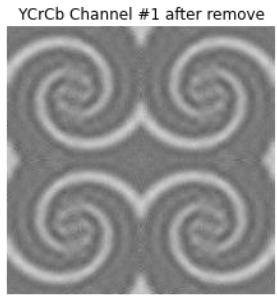
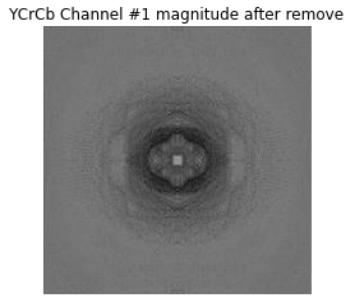
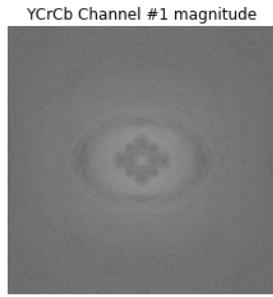
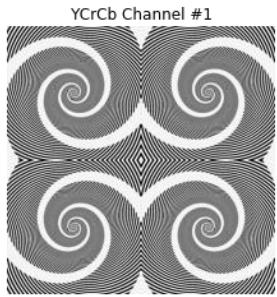


حال در آزمایش دوم و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن / نبودن قلب ها را ضمن حفظ الگوی پریودیک نشان دهیم؛ قابل مشاهده است با کمی تعلل میتوان نتیجه گرفت قلب ها در تصویر ورودی یکی بوده اند اما دو مورد آنها در زیر الگو قرار گرفته است و دو مورد دیگر در روی الگو ولی آنچه مسلم است، یکی بودن رنگ قلب ها میباشد.



تصویر سوم:

برای تصویر سوم نیز از دو فضای رنگی استفاده می کنیم؛ اولی فضای رنگی YCrCB و دومی فضای رنگی HSV می باشد. قابل ملاحظه است که با وجود حذف الگوی پریودیک، مربع ها به یک رنگ حاصل نشده است بلکه به نظر نواحی blur شده اند و رنگ الگوی پریودیکی در زمان حذف بین همسایگی پخش شده است:



حال در آزمایش سوم و در فضای HSV تلاش می کنیم یکی بودن / نبودن اشکال منحنی طور را ضمن حفظ الگوی پریودیک نشان دهیم؛ پس از اعمال فیلتر قابل مشاهده است که انحنا های موجود در تصویر ورودی از دو رنگ ساخته شده و دیگری رنگ ها خطای حاصل بوده است.



مسئله پنجم

مسئله پنجم قسم (a)

در متن سوال گفته شده بود که تابع align در اختیار ما قرار گرفته است که چنین نبود. بنده برای align کردن تصاویر از سورس آماده موجود در گیتهاب به [این آدرس](#) استفاده کرده ام. سپس برای تبدیل فوریه و محاسبه amplitude از open-cv و برای شیفت از استفاده کرده ام. در تابع استفاده شده بصورت دستی بایستی دو نقطه از تصویر انتخاب می شد، بنده در آزمایش ها موقعیت نوک دماغ و بین دو ابرو افراد را برای align کردن انتخاب کرده ام. نتایج بصورت زیر حاصل می شود:

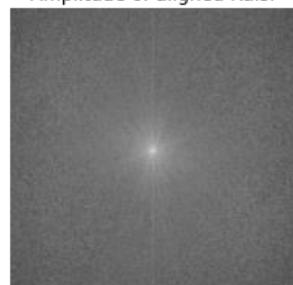
Source of Raisi



Align of Raisi



Amplitude of aligned Raisi



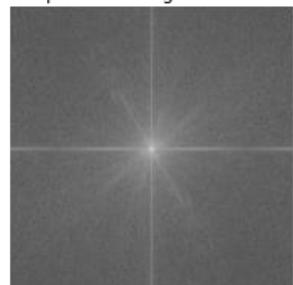
Source of Rouhani



Align of Rouhani



Amplitude of aligned Rouhani



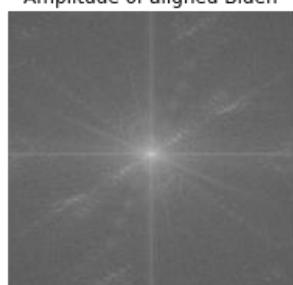
Source of Biden



Align of Biden



Amplitude of aligned Biden



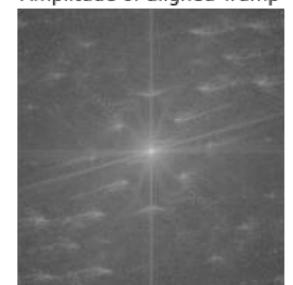
Source of Trump



Align of Trump



Amplitude of aligned Trump



مسئله پنجم قسمت b)

برای اعمال فیلتر های پایین گذر از کتابخانه gaussian_filter و تابع scipy استفاده کرده و برای بدست آوردن فیلتر های بالا گذر نیز تفاضل آن را با خود عکس محاسبه کرده و مانند قسمت قبل amplitude تبدیل فوریه را محاسبه و نمایش می دهیم که نتایج بصورت زیر حاصل می شود؛ برای cut-off اعمال فیلتر به ازای سیگما های ۳.۵ الی ۶ ترکیب نتایج بهتر بوده و تصاویر hybrid تر حاصل شده و تشخیص عکس چالشی تر نتیجه می شود. لذا نتایج زیر به ازای اعمال فیلتر گوسین با سیگما مقدار ۴ خروجی گرفته شده است:

Image of Rouhani To filter Gaussian blur



Image of Rouhani after filter Gaussian blur



Amplitude of Rouhani filtered

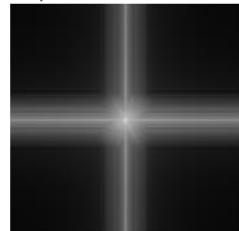


Image of Raisi To Highpass filter



Image of Raisi after Highpass filter



Amplitude of Raisi filtered

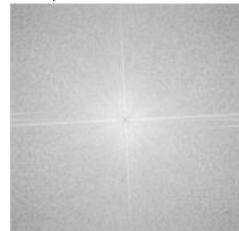
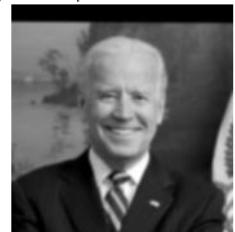


Image of Trump To filter Gaussian blur



Image of Trump after filter Gaussian blur



Amplitude of Trump filtered

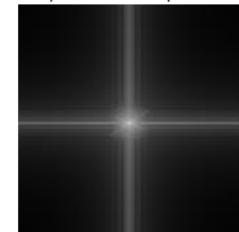


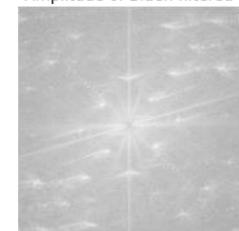
Image of Biden To Highpass filter



Image of Biden after Highpass filter



Amplitude of Biden filtered



مسئله پنجم قسمت (c)

در این قسمت و برای ادغام تصاویر کافی است خروجی تصاویر پس از اعمال فیلتر های پایین و بالا گذر را با هم جمع جبری کرده و تصاویر hybrid را بدست آورد که نتایج بصورت زیر حاصل می شود (در این مرحله و بر اساس سعی و خطأ مقدار cut-off فیلتر بالاگذر و پایین گذر را برابر با سیگمای ۵ قرار داده و خروجی زیر را حاصل شده است؛ قسمت اضافی مشکی بالایی تصاویر ترکیبی را کراپ کرده ام تا تصاویر همپوشانی کامل داشته باشند):

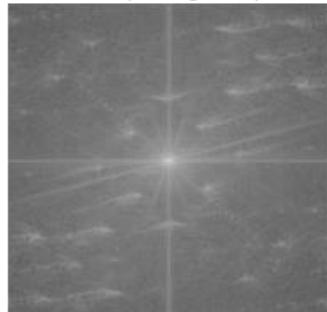
Biden-Trump merge



Rouhani-Raisi merge



Biden-Trump merge Amplitude



Rouhani-Raisi Amplitude



مسئله پنجم قسمت (d)

در این قسمت به ازای سیگمای ۱ الی ۲۱ با گام های ۴ به تعداد ۶ عکس از انتقال تصویر افراد به یکدیگر خروجی گرفته شده و در زیر قابل مشاهده است؛ همچنین از فریم های این انتقال ها برای هر جفت یک ویدیو خروجی گرفته شده است که در فolder outputs قابل مشاهده می باشد:

Biden-Trump Transformation



Rouhani-Raisi Transformation



مسئله ششم

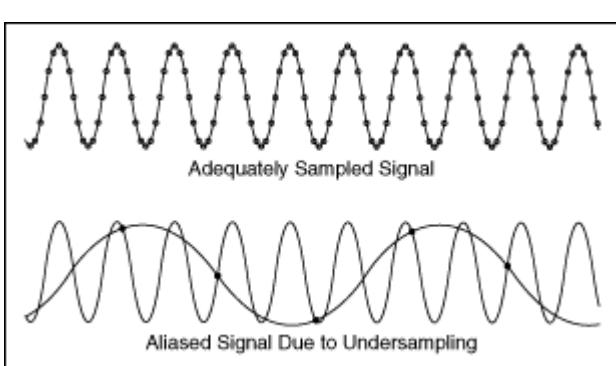
مسئله ششم قسمت (a)

نتیجه کانولوشن یک سینگال فرد(odd) و یک سینگال زوج(even) همواره یک سینگال فرد(odd) است زیرا:

$$\begin{aligned}
 & \text{even function} \rightarrow f(x) = f(-x) \\
 & \text{odd Function} \rightarrow -f(x) = F(-x) \\
 & Z(+)=\mathcal{F}[y]_+ = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(+\tau) d\tau \quad \left\{ \begin{array}{l} x \text{ is even} \\ y \text{ is odd} \end{array} \right. \\
 & = - \int_{-\infty}^{+\infty} x(-\lambda) x - 1 y(+\lambda) d\lambda = - \int_{-\infty}^{+\infty} u(\lambda) y(-\lambda) d\lambda = Z(-) \\
 & \Rightarrow \text{نتیجه } Z(+) \text{ مطابق با } Z(-) \text{ است}
 \end{aligned}$$

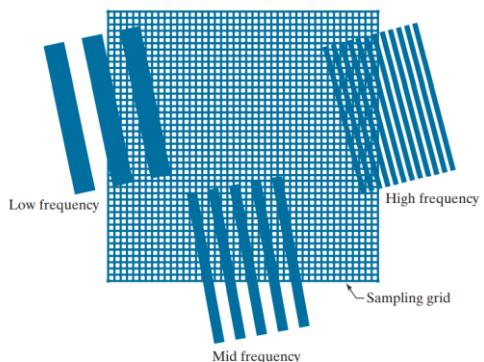
مسئله ششم قسمت (b)

پدیده Aliasing در تصاویر به صورت هاله های خطوط گرد(کانتور مانند) و یا مورب مشاهده می شود که ناشی از نرخ نمونه برداری پایین است و میتواند بازساز سینگال دیگری شود؛ منظور از نرخ پایین نمونه برداری کمتر از دو برابر بیشترین فرکانس سینگال می باشد. اگر غیر این حالت باشد، فرکانس های بالا اشتباه نمونه برداری شده و در زمان بازیابی تصویر یک فرکانس دیگر را حاصل خواهد شد که همان خطوط غیر عادی مذکور می باشند؛ در تصویر سمت راست اثر Aliasing قابل ملاحظه است و در تصویر سمت چپ نیز تاثیر نرخ پایین نمونه برداری در بازساخت سینگال مشخص شده است:



طبق تصویر اسلاید درسی، این پدیده بر حسب میزان کم بودن نرخ نمونه برداری، میتوان باعث کم شدن فاصله خطوط و همچنین تغییر جهت خطوط شود که در تصویر زیر آمده است(نمونه برداری با نرخ کم باعث تغییر فرکانس سینگال و در نتیجه تغییر جهت آن می شود):

FIGURE 4.17
Various aliasing effects resulting from the interaction between the frequency of 2-D signals and the sampling rate used to digitize them. The regions outside the sampling grid are continuous and free of aliasing.



مسئله ششم قسمت (c)

انجام padding صفر به دو صورت گفته شده برای تصویر و اعمال فیلتر در حوزه فرکانس با هم دیگر متفاوت می باشد؛ زیرا در حالتی که padding صفر به انتهای سطر و ستون اعمال می شود، محل low frequency در گوشه های تصویر حاصل شده و پس از شیفت، کل low frequency ها در مرکز متتمرکز می شود و اعمال فیلتر های low/high pass با مد نظر گرفتن مرکز تصویر بدرستی انجام می شود. حال اگر padding صفر به دور(مرز) تصویر اضافه شود؛ پس اعمال تبدیل فوریه و انتقال به حوزه فرکانس، محل low frequency در گوشه های تصویر قرار نداشته و اندکی به جهت مرکز انتقال یافته است و حال پس از اعمال شیفت، مرکز تصویر دیگر محل تجمعی low frequency ها نبوده و در صورت اعمال فیلتر های low/high pass نتیجه با حالت قبل متفاوت خواهد بود.

مسئله ششم قسمت (d)

ضرب کردن منفی در فاز تبدیل فوریه یک تصویر و بازساختن تصویر توسط آن و magnitude تصویر اصلی، تصویر ورودی را به صورت flip شده باز می سازد چرا که طبق این [لينك](#) و رابطه زیر می دانیم فاز تصویر برابر است با زاویه قسمت موهمی(عمود) نسبت به قسمت حقیقی(افقی). اگر این مقدار را در منفی یک ضرب کنیم راستا قرینه شده و تصویر بصورت فلیپ شده حاصل می شود.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{Im(Y)}{Re(Y)}$$



۲) روش سینیاک (Sineyak) یعنی نسیم با افتد و در دوی این scale که مسود است.

عزم نسیم $= f(x)$ باشد آنرا با یک تغییر متغیر $u = ax$ به رابطه زیر را

$$c_a(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot e^{-j\omega_a x} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(ax) \cdot e^{-j\omega_a ax} dx$$

$$= \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} f(g) e^{-j\omega_a (\frac{x}{a})} dx = \frac{1}{|a|} F(\frac{\omega}{a})$$

به این ترتیب خارجینی سر دلیل آن، طور مبتدا هی نیز این است که وقتی

گردان α بزرگتر از ۱ باشد در نظر مبتدا سینیاک (Sineyak) را فرموده تریمی نشود.

وباعث تغییر $f(x)$ میشود و خاصیت های بالاترین فرآنشی های پاسین سینیاک

در محیط روتیشن rotation $A = A(\theta)$ (عبارت سودمند) می تواند

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

حال همیل موری (Hamil) نسبت بزرگ است.

$$F\left\{ g(R\alpha) \right\} = \int g(\alpha) e^{-j\omega_a \alpha} dx = \cos(\omega_a)$$

پس از تبدیل موری (Hamil) نسبت در این داشته باشی طبعی را داشته خواهیم

در این سیری نشود.