Mohsin Ali Mirza

①

Dated: Ex 1.3

Q1

a) BA

$\underset{}{}$ 4×5   4×5

| Not Defined | The number of columns of B doesn't matches rows of A

b) AB^T

4×5 5×4 = | 4×4 |

c) AC+D

(4×5)(5×2) + (4×2)

(4×2)+(4×2)

| Defined 4×2 |

d) E(AC)

~~(4×2)~~

(5×4)(4×5)(5×2)

| Defined $\cancel{f}$ 5×2 |

e) $A - 3E^T$

(4×5) - $\cancel{3}$ (4×5)

| Defined 4×5 |

f) $\cancel{5}$ E(5B+A)

(5×4)(4×5+4×5)

| Defined 5×5 |

Q2 a) CD^T

(5×2)(2×4)

| Defined 5×4 |

b) DC

(4×2)(5×2)

| Undefined | the number of columns of D doesn't matches rows of C

c) BC - 3D

(4×5)(5×2) - 4×2

| Defined 4×2 |

d) $D^T(BE)$

(2×4)(4×5)(5×4) :

| Defined 2×4 |

e) $B^TD + ED$

(5×4)(4×2) + (5×4)(4×2)

| 5×2 Defined |

Dated:

f) $BA^T + D$

$(4 \times 5)(5 \times 4) + 4 \times 2$

Undefined $BA^T = 4 \times 4$ doesn't equal to D (4×2) matrix therefore addition cannot occur (should have same size).

Q3 ä $D + E =$ $\begin{bmatrix} 1+6 & 5+1 & 2+3 \\ -1-1 & 0+1 & 1+2 \\ 3+4 & 2+1 & 4+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

b) $D - E =$ $\begin{bmatrix} 1-6 & 5-1 & 2-3 \\ -1+1 & 0-1 & 1-2 \\ 3-4 & 2-1 & 4-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

c) $5A = 5 \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ -5 & 10 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

d) $-7C = -7 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}$

e) $2B - C = 2 \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

Undefined) size of matrix B ≠ size of matrix C

f 4E-2D

$$4\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 24 & 4 & 12 \\ -4 & 4 & 8 \\ 16 & 4 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 10 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & -6 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

g̈ -3(D+2E)

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 7 & 8 \\ -3 & 2 & 5 \\ 11 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ 9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$$

ḧ A-A= $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ï tr(D) = $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ = [5]

"j" $\text{tr}(D-3E):$ $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -17 & 2 & -7 \\ 2 & -3 & -5 \\ -9 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ $= -17-3-5 \boxed{:-25}$

"k" $4\,\text{tr}(7B) = 4(28+14)$
$\boxed{= 128 \quad 168}$

"i" $\text{tr}(A)$ undefined only exists for square matrix

Q4a) $2A^T + C$

$2\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

b) $D^T - E^T$

$D^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ $E^T = \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$D^T - E^T = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

c̃ $(D-E)^T = \begin{bmatrix} 1-6 & 5-1 & 2-3 \\ -1+1 & 0-1 & 1-2 \\ 3-4 & 2-1 & 4-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\therefore (D-E)^T = D^T - E^T$

d̈ $B^T + 6C^T$
$(B+5C)^T$
Un defined

size of   size of
Matrix $B \neq$ '   Matrix $5C$

ë' $\frac{1}{2}\left(C^T - \frac{1}{2}A\right)$

$\frac{1}{2}\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \right\}$

$= \begin{bmatrix} -0.25 & 1.5 \\ 2.25 & 0 \\ 0.75 & 2.25 \end{bmatrix}$

f̈ $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix}$

g) $2E^T = \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ $-3D^T = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -9 \\ -15 & 0 & -6 \\ -6 & -3 & -12 \end{bmatrix}$

$2E^T - 3D^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$ ∴ could also be solved by $(2E-3D)^T$

h) $(2E^T - 3D^T))^T = \begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & -6 \end{bmatrix}$

i) CDE

$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1-4+6 & 5+0+4 & 2+4+8 \\ 3-1+15 & 15+0+10 & 6+1+20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 14 \\ 17 & 25 & 27 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 9 & 14 \\ 17 & 25 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 18-9+56 & 3+9+14 & 9+18+42 \\ 102-25+108 & 17+25+27 & 51+50+81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65 & 26 & 69 \\ 185 & 69 & 182 \end{bmatrix}$

Mohsin Ali Mirza 3E-BSCS

④

∵ C(BA)

(2×3)(2×2)(3×2)

Undefined no of columns of C ≠ no of rows of B

AND no of columns of B ≠ no of rows of A

iic' $tr\begin{bmatrix} DE^T \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 6+5+6 & -1+5+4 & 4+5+6 \\ -6+0+3 & 1+0+2 & -4+0+3 \\ 18+2+12 & -3+2+8 & 12+2+12 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 17 & 8 & 15 \\ -3 & 3 & -1 \\ 32 & 7 & 26 \end{bmatrix}$

$\boxed{tr(DE^T) = 17+3+26 = 46}$

$\boxed{① tr(BC) \text{ only exists for square Matrix}}$

Q5ü   AB

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12+0 & -3+0 \\ -4+0 & 1+4 \\ 4+0 & -1+2 \end{bmatrix}$$

$3 \times 2 \quad 2 \times 2 = 3 \times 2$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

b) BA

$2 \times 2 \quad 3 \times 2$ Undefined no of columns of B ≠ no of rows of A

c) 3ED)

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-1+9 & 30+0+6 & 12+1+1? \\ -1-1+6 & -5+0+4 & -2+1+ \\ 4-1+9 & 20+0+6 & 8+1+ \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} 14 & 36 & 25 \\ 4 & -1 & 7 \\ 12 & 26 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$$

d) (AB)C $3 \times 2 \quad 2 \times 3 = 3 \times 3$

$$AB = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12-9 & 48-3 & 24-15 \\ -4+15 & -16+5 & -8+25 \\ 4+3 & 16+1 & 8+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 47 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

f' CC^T

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2\times 3 \quad 3\times 2 = 2\times 2$$

$$\begin{bmatrix} 1+16+4 & 3+4+10 \\ 3+4+10 & 9+1+25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix}$$

g $(DA)^T$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3\times 3 \quad 3\times 2 = 3\times 2$$

$$\begin{bmatrix} 3-5+2 & 0+10+2 \\ -3+0+1 & 0+0+1 \\ 9+-2+4 & 0+4+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

e $A(BC) = AB: \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 5 & r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ + & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$

ii $C^T B A^T$

$$\underset{3\times2}{} \underset{2\times2}{} \underset{2\times3}{} = \boxed{3\times3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4+0 & -1+6 \\ 16+0 & -4+2 \\ 8+0 & -2+10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 16 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12+0 & -4+10 & 4+5 \\ 48+0 & -16-4 & 16-2 \\ 24+0 & -8+16 & 8+8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{matrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 2 & 16 \end{matrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 8 & 16 \end{bmatrix}}$$

i $tr(DD^T)$: $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 30 & 1 & 21 \\ 1 & 2 & 1 \\ 21 & 1 & 29 \end{bmatrix} \boxed{= 30+2+29 = 61}$$

$j \ t(4E^{\top} - D)$

$$4 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^{\top} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 23 & -1 & 10 \\ 5 & 4 & 1 \\ 13 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 23 & -9 & 14 \\ 5 & 4 & 3 \\ 9 & 6 & 8 \end{bmatrix} = \boxed{23 + 4 + 8 = 35}$$

$k \ tr(C^{\top}A^{\top} + 2E^{\top})$

$(CA + 2E)^{\top}$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$2\times3 \ 3\times2 = 2\times2$

$$3 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$3\times2 \ 2\times3 = 3\times3$

$=$

$$\begin{bmatrix} 15 & 3 & 12 \\ 34 & 0 & 7 \\ 12 & 12 & 13 \end{bmatrix} : \underline{15 + 13} = 28$$

i tr$\left((EC^T)^T A \right)$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 34 \\ 7 & 8 \\ 14 & 28 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16 & 7 & 14 \\ 34 & 8 & 28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55 & 28 \\ 122 & 44 \end{bmatrix} : \boxed{99}$$

Q6ä $(2D^T - E)A$

$$\begin{bmatrix} 2 & 10 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 11 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 \\ 10 & 0 & 4 \\ 4 & 28 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & -3 & 3 \\ 11 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 36 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

b $(4B)C + 2B$ | Undefined) size of Matrix $BC \neq$ Size of
$2B(2C +$ | Matrix second B (Added)

$$\begin{bmatrix} 16 & -4 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$\quad\quad 2\times 2 \quad\quad 2\times 3$

$\quad 0$

c $(-AC)^T + SD^T$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -12 & -6 \\ -5 & 2 & -8 \\ -4 & -S & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & -5 & -4 \\ -12 & 2 & -5 \\ -6 & -8 & -7 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -10 & 11 \\ 13 & 2 & S \\ 4 & -3 & +13 \end{bmatrix}$$

d $(BA^1 - 2C)^T$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\quad 2\times2 \quad 2\times3 : 2\times3$$

$$= \left[\begin{bmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -8 & -4 \\ -6 & -2 & -10 \end{bmatrix}\right]^T$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -14 & 2 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$$

e $B^1(CC^T - A^TA)$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10 & 18 \\ 18 & 30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 40 & 72 \\ .26 & 42 \end{bmatrix}$$

P $D^T E^T - (ED)^T$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - \left(\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 4 & 12 \\ 36 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 4 & 12 \\ 36 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 14 & 4 & 12 \\ 36 & -1 & 26 \\ 25 & 7 & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ $D^T E^T = (ED)^T$

Q1ä $(AB)_{1,} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 18+49 & -6-2+49 & 12-6+35 \end{bmatrix} =$

$= \begin{bmatrix} 67 & 41 & 41 \end{bmatrix}$

b) $AB = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 63 & 67 & 57 \end{bmatrix}$

c) $AB = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix}$

d) $BA = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$

ë AA = $\begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 56 & 97 \end{bmatrix}$

f AA = $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76 \\ 98 \\ 97 \end{bmatrix}$

28ä AB = $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67 \\ 64 \\ 63 \end{bmatrix}$

b BB = $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 \\ 18 \\ 74 \end{bmatrix}$

c BB = $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 22 & 18 \end{bmatrix}$

d AA = $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 48 \\ 24 \end{bmatrix}$

Mohsin Ali Mirza

$\underline{15}$

& c̈ AB = 3rd column of AB = $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix}$

f 1st Row of BA = $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

$$\boxed{= \begin{bmatrix} 6 & -6 & 70 \end{bmatrix}}$$

Q9a $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

1st row column
$3\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 6\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 48 \\ 24 \end{bmatrix}$

2nd column = $-2\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 29 \\ 56 \end{bmatrix}$

3rd column = $7\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 9\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 76 \\ 98 \\ 97 \end{bmatrix}$

b) $BB = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

1st column = $6\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 \\ 21 \\ 77 \end{bmatrix}$

2nd column $= -2\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 22 \\ 28 \end{bmatrix}$

3rd column $= 4\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38 \\ 18 \\ 74 \end{bmatrix}$

Q'10 a) $AB = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

1st column =

$6\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 67 \\ 64 \\ 63 \end{bmatrix}$

2nd column $= -2\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 7\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 41 \\ 21 \\ 67 \end{bmatrix}$$

3rd column $= 4\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 59 \\ 57 \end{bmatrix}$

b) $BA = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{bmatrix}$

1st column $= 3\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 6\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 63 \end{bmatrix}$

2nd column $= -2\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 37 \\ 41 \end{bmatrix}$
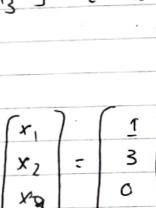
3id column:

$$7 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 70 \\ 31 \\ 122 \end{bmatrix}$$

8.1.1 ä

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b̄ 4 + 0 + -3 + 1

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & -8 \\ 2 & -5 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

8/2 b̄
a'

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

4×3   3×1 = 4×1

Q:12 b
$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -5 & -2 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Q:13 a
$$5x_1 + 6x_2 - 7x_3 = 2$$
$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0$$
$$4x_2 - x_3 = 3$$

b
$$x + y + z = 2$$
$$2x + 3y = 2$$
$$5x - 3y - 6z = -9$$

Q:14 a
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$$
$$4x_1 + 3x_2 + 7x_3 = -1$$
$$-2x_1 + x_2 + 5x_3 = 4$$

b
$$3w - 2x + z = 0$$
$$5w + 2y - 2z = 0$$
$$3w + x + 4y + 7z = 0$$
$$-2w + 5x + y + 6z = 0$$

Q:5

1×3 3×3 $3 \times 1 = 1 \times 1$

$$\begin{bmatrix} k & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} k+1 & k+2 & 2-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$k^2 + k + k + 2 + -1 = 0$$

$$\underline{k^2 + 2k + 1 = 0}$$

$$\boxed{k = -1}$$

Q:6

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ k \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2+4 & 4+3k & 6+k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ k \end{bmatrix} = 0$$

$$\underline{12 + 8 + 6k + 6k + k^2 = 0}$$

$$k^2 + 12k + 20 = 0$$

$$\boxed{k = -2} \text{ or } \boxed{k = -10}$$

Q17 $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underset{2\times1}{} \quad 1\times3 = 2\times3$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & -9 & -3 \\ +2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \boxed{\begin{bmatrix} 6 & -5 & 5 \\ +2 & -1 & 3 \end{bmatrix}}$$

Q18 $AB = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 9 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \boxed{\begin{bmatrix} 6 & 0 & -4 \\ 13 & 16 & -2 \end{bmatrix}}$$

Q19 $AB = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix}$

$$\boxed{AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 15 & 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 30 & 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \end{bmatrix}}$$

㉒

Q20 $AB: \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 18 & -2 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$