Licence 2$^{\text{ème}}$ année,
Physique Mécanique
Semestre 1

Anthony LOUVAT-SEGURA, Vigrile CHEMINOT

November 2022

Table des matières

Première partie

Mat-304 : Calcul matriciel et fonctions de plusieurs variables

Chapitre 1

Repérage dans $\mathbb{R}^3$

Chapitre 2

Fonctions de plusieurs variables

Chapitre 3

Dérivation en plusieurs variables

Chapitre 4

Opérateurs différentielles

Chapitre 5

Intégration en plusieurs variables

Chapitre 6

Calcul matriciel

6.1 Matrices particulières

6.2 Déterminants

Chapitre 7

Diagonalisation

La diagonalisation est le second "problème principal" d'algèbre, le premier étant la résolution de systèmes linéaires. Diagonaliser une matrice revient à la "simplifier".
L'intérêt d'un tel procédé est qu'il simplifie certains calculs tel que la multiplication ou l'exponentiation.
La diagonalisation consiste à chercher une base $\mathscr{B}$ de l'espace, dans laquelle la matrice A est diagonale.
Dans la suite de ce chapitre nous ne considérerons que des matrices carrées.

7.1 Éléments propres

Il convient dans un premier temps de définir les différents objets qui servirons à la diagonalisation, ces objets sont appelés éléments propres.

L'utilisation de la définition d'une valeur propre pour son calcul est une opération assez fastidieuse, c'est pour cela que l'on passe par d'autres moyens pour les déterminer.
On utilise pour cela le polynôme caractéristique de la matrice A.

7.2 Polynôme caractéristique et calcul des éléments propres

Le calcul des éléments propres est plus facile en passant par le polynôme caractéristique.

On constate, assez aisément, que la détermination des valeurs propres à l'aide du polynôme caractéristique est beaucoup plus facile et rapide.

Le polynôme caractéristique nous donne un moyen simple de déterminer les valeurs propres. De ces valeurs propres, on peut déduire le reste des éléments propres de la matrice.

Afin de pouvoir continuer sereinement, nous allons introduire les multiplicités algébriques et géométriques, qui seront utiles pour la suite.

7.3 Diagonalisation

Revenons sur la définition d'une matrice diagonalisable, pour en donner une définition plus mathématique.

Tout l'enjeu sera de déterminer la matrice P.

7.4 Matrices symétriques et formes quadratiques

Chapitre 8

Extremums en plusieurs variables

Deuxième partie

Mat-307 : Courbes paramétrées et équations différentielles pour la physique

Troisième partie

Courbes

Chapitre 1

Courbes paramétrées

La trajectoire d'un corps dans un plan est déterminé par le couple de coordonnées (x, y) dépendant du temps t, c'est une équation paramétrique.

Nous étudierons les propriétés des courbes paramétrées, qui peuvent être de deux natures :
- Cinématique : dépendantes du paramètre t.
  ex : vitesse, accélération, ...
- Géométrique : indépendante du paramètre t.
  ex : tangentes, ...

1.1 Paramétrage et représentation graphique

La paramétrisation d'une courbe n'est jamais unique et il est possible de passer d'un paramétrage a l'autre.

1.2 Étude analytique d'une courbe paramétrée

1.2.1 Domaine de définition et intervalle d'étude

Une fois le domaine de définition déterminée, on cherche à réduire le domaine de définition à un intervalle d'étude afin de simplifier l'étude. Pour ce faire, on utilise les propriétés de périodicité et de parités.

1.2.2 Étude des branches infinies

Une fois l'intervalle d'étude

1.2.3 Étude locale et points singuliers

On commence dans un premier temps par définir le vecteur $\overrightarrow{OM(t)}$ (autrement appelé $\overrightarrow{M(t)}$), qui est défini par $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.
Afin d'amorcer une étude locale d'une courbe paramétrée il convient de dériver ce vecteur, on a donc : $\overrightarrow{M'(t)} = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$, on obtient le vecteur vitesse.
Tout comme l'étude d'une fonction, tout ce qu'il de plus classique, l'essentiel de l'étude déroule au niveau des points d'annulations de ces dérivées.

Tangentes

On peut se convaincre assez facilement de la direction des tangentes à l'aide du petit raisonnement suivant.
En effet, si $x'(t_0) = 0$, la dérivée est entièrement portée par le vecteur unitaire $\overrightarrow{y}$, de ce fait la tangente ne peut être que verticale, et réciproquement.

Points réguliers et singuliers

Il est nécessaire de bien comprendre ce que sont ces deux points. Un point régulier est "un point normal de la courbe", c'est à dire que la courbe est tangente au vecteur vitesse $\overrightarrow{v(t)}$.
Un point singuliers quant à lui est un point très particulier qui peut être de plusieurs natures. Néanmoins, son étude locale est, par définition, impossible en se cantonnant uniquement au vecteur vitesse.

Pour remédier à cela, on va faire un développement limité en t_0, au minimum à l'ordre 3. On rappel la formule de Taylor, pour une fonction f en un point x_0 à l'ordre n :

$$P_n(x) = \sum_{i=1}^{n} f^{(i)}(x_0)\frac{(x-x_0)^i}{i!}$$

On calcul les développements limités des deux coordonnées.

$$x(t) = x(t_0) + v_x(t_0)(t-t_0) + x''(t_0)\frac{(t-t_0)^2}{2!} + x^{(3)}(t_0)\frac{(t-t_0)^3}{3!} + ... + o((t-t_0)^n)$$

et

$$y(t) = y(t_0) + v_y(t_0)(t - t_0) + y''(t_0)\frac{(t - t_0)^2}{2!} + y^{(3)}(t_0)\frac{(t - t_0)^3}{3!} + ... + o((t - t_0)^n)$$

Puis on rassemble ces deux développement limités en un vecteur :

$$\overrightarrow{M(t)} = \begin{pmatrix} x(t_0) \\ y(t_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_x(t_0) \\ v_y(t_0) \end{pmatrix}(t - t_0) + \begin{pmatrix} x''(t_0) \\ y''(t_0) \end{pmatrix}\frac{(t - t_0)^2}{2} + \begin{pmatrix} x^{(3)}(t_0) \\ y^{(3)}(t_0) \end{pmatrix}\frac{(t - t_0)^3}{6} + ... + o(\|\overrightarrow{M(t)}\|^n)$$

Or par définition d'un point singulier ($\overrightarrow{v(t_0)} = \overrightarrow{0}$), on a :

$$\overrightarrow{M(t)} = \begin{pmatrix} x(t_0) \\ y(t_0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x''(t_0) \\ y''(t_0) \end{pmatrix}\frac{(t - t_0)^2}{2} + \begin{pmatrix} x^{(3)}(t_0) \\ y^{(3)}(t_0) \end{pmatrix}\frac{(t - t_0)^3}{6} + ... + o(\|\overrightarrow{M(t)}\|^n)$$

Une fois cela fait nous cherchons les deux premiers vecteurs (associées a des degrés supérieurs à 2 dans le développement limité), non colinéaires. Ces deux vecteurs nous permettrons de définir la nature du point singulier, ainsi que le sens de parcours de la courbe à travers celui-ci.

propriétés sur le sens de parcours demander à la prof

Images à faires

Convexité

Dans le cas d'un point d'inflexion, il peut-être utile de chercher si avant et après lui la courbe est convexe ou concave.

1.2.4 Tableau de variation

1.2.5 Applications

1.3 Courbes en polaire

Cette section se concentrera sur l'étude des fonctions défini

Le fait que $r(\theta)$ soit une distance algébrique traduit le fait que ...
Le point $M(\theta)$ est donc bien à une distance $|r(\theta)|$ mais dans la direction $-\overrightarrow{u_r(\theta)}$.

1.3.1 Domaine de définition et intervalle d'étude

Périodicité : Si la période n'est pas multiple de 2π, alors il faut faire des rotations pour déterminer la courbe dans son ensemble. Symétries :

1.3.2 Étude des branches infinies

1.3.3 Étude locale

1.3.4 Tableau de variation

1.3.5 Applications

1.4 Coniques

Chapitre 2

Propriétés métrique des courbes

Chapitre 3

Intégrales curvilignes

Quatrième partie

Équations différentielles

Chapitre 1

1

Chapitre 2

Méthodes numérique pour les équations différentielles

Chapitre 3

Méthodes explicite pour les équations différentielles

Cinquième partie

Mec-301 : Mécanique du solide indéformable

Chapitre 1

Torseurs

Le torseur est un objet français (Cocorico !), permettant de représenter toutes les actions que subit un solide.
C'est un outils qui facilite les calculs et la formulation des lois. En effet, il faudrait diviser les lois en plusieurs théorème pour complètement inclure les informations contenues dans un torseur.

1.1 Actions mécaniques

1.2 Moment d'une force

Un moment représente la capacité d'une force a crée une rotation autour d'un axe.

1.3 Torseur force

1.3.1 Éléments de réduction

1.4 Torseur de force répartie

1.5 Torseur cinématique

1.6 Torseur de liaisons

1.7 Torseur déplacement infinitésimal

1.8 Opérations sur les torseurs

Chapitre 2

Statique du solide

2.1 Principe fondamentale de la statique

2.2 Principe des actions réciproques

2.3 Applications aux cas usuelles

2.4 Frottements secs

Chapitre 3

Cinématique du solide

3.1 Composition des vitesses

3.2 Composition des accélérations

Chapitre 4

Cinétique du solide

En cinématique, les mouvements des corps sont considérés en omettant l'inertie des ces derniers. En réalité, les mouvements des systèmes sont liés aux causes d'une part et à leurs inertie d'autre part.

La notion d'inertie caractérise la propriété du système de changer plus ou moins rapidement sa vitesse sous l'effet des forces qui lui sont appliquées. On simplifie souvent les choses, en réduisant l'inertie à la masse. Or le mouvement d'un solide ne dépend pas que de sa masse et des forces exercées sur ce dernier. En effet il dépend également de sa géométrie, de la distribution de sa masse, ...

L'étude de l'inertie s'effectue dans le cadre de la cinétique.

4.1 Géométrie des masses

4.1.1 Notion de masse

Sachant cela il est possible de définit la masse à partir des distributions de masse :
- Masse volumique ρ (en $kg.m^{-1}$)
- Masse surfacique σ (en $kg.m^{-2}$)
- Masse linéique λ (en $kg.m^{-1}$)

Par définition de ces trois grandeurs, on peut écrire l'élément infinitésimal de masse dm comme :
- $dm = \rho(M)dV$
- $dm = \sigma(M)dS$
- $dm = \lambda(M)dl$

où dV, dS et dl sont respectivement les éléments infinitésimaux de volume, de surface et le déplacement élémentaire autour d'un point M.

En définitive, on peut donc écrire :
- $m = \int \rho(M)dV \rightarrow$ Très utilisée pour les solides en 3 dimensions
- $m = \int \sigma(M)dS \rightarrow$ Utilisée pour les plaques
- $m = \int \lambda(M)dl \rightarrow$ Utilisée pour les tiges

4.1.2 Centre de Gravité et référentiel barycentrique

4.2 Torseur cinétique

4.3 Matrice d'inertie

Sixième partie

Phy-301 : Électromagnétisme 1

Septième partie

Electrostatique

Huitième partie

Magnétisme et Electromgnétisme

Neuvième partie

Phy302 : Thermodynamique

Chapitre 1

Transformations thermodynamiques

1.1 Description d'un système thermodynamique

1.1.1 Systèmes thermodynamiques

Afin d'amorcer une étude thermodynamique (tout comme n'importe quel domaine de la physique), il faut définir le système étudié.

1.1.2 Grandeurs thermodynamiques et variables d'états

On se sert de tels variables pour l'établissement d'équations d'état.

Ces variables peuvent-être qualifier :
- d'extensive, c'est à dire une grandeur qui dépend de la "taille".
  Pour le dire autrement, une grandeur est extensive si pour deux systèmes disjoints, leur réunion est la somme de ces grandeurs.
- d'intensive, c'est a dire une grandeur qui peut être mesuré de manière ponctuelle, elle ne dépend pas de la "taille" du système. Ces grandeurs ne sont pas additives.

A partir de ces grandeurs on définit l'équilibre d'un système thermodynamique.

Pression

Température

1.1.3 Équations d'états

1.1.4 Coefficients thermoélastiques

L'intéret de tels coefficients est qu'il facilement accessible de manière expérimentale, et permettent d'accéder très facilement a une équation d'état de n'importe quel matériau.

1.2 Transformations

1.3 Représentations graphique

Chapitre 2

Premier principe

Chapitre 3

Second principe

Chapitre 4

Machines thermiques

Chapitre 5

Transitions de phase des corps purs

Dixième partie

Annexes