

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

1^η Εργαστηριακή Άσκηση

Ονοματεπώνυμο: Δημήτριος Παντελαίος

A.M.: 03118049

Παράμετροι: $AM = 9$ και $f_m = 4$

ΕΡΩΤΗΜΑ 1:

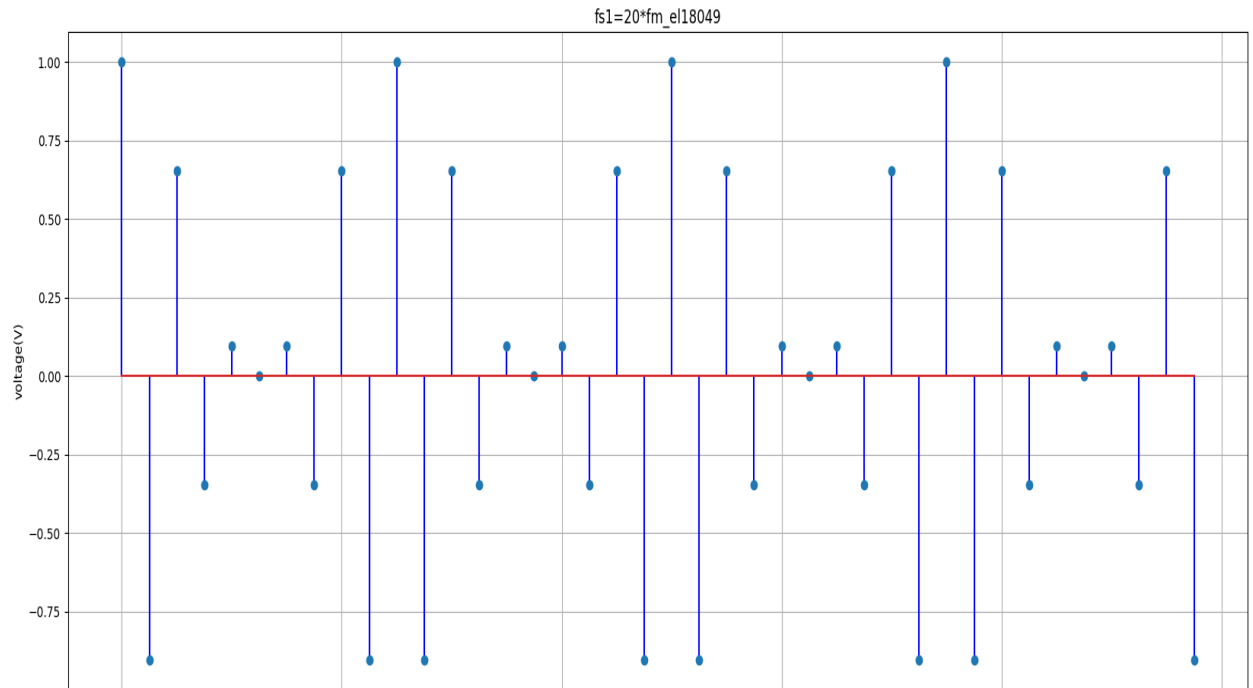
α) Το σήμα που έχουμε είναι το εξής: $y(t) = \cos(2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (9 + 2) \cdot 4 \cdot t) = \cos(8 \cdot \pi \cdot t) \cdot \cos(88 \cdot \pi \cdot t)$

Η συχνότητα του σήματος είναι $f = 2 \cdot f_m \Rightarrow T = \frac{1}{2 \cdot f_m}$

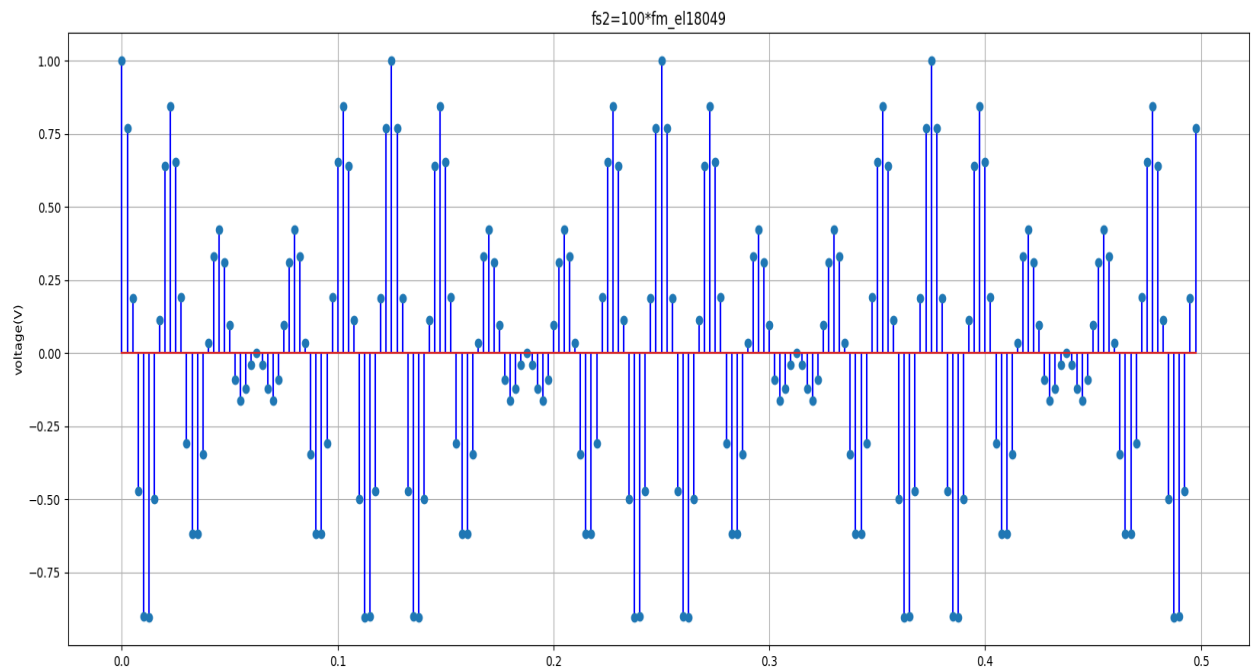
$$\begin{aligned} y(t) &= \cos(8\pi t) \cdot \cos(88\pi t) \\ &= \frac{e^{j18\pi t} + e^{-j18\pi t}}{2} \cdot \frac{e^{j88\pi t} + e^{-j88\pi t}}{2} \\ &= \frac{1}{4} (e^{j96\pi t} + e^{-j80\pi t} + e^{j80\pi t} + e^{-j96\pi t}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{j96\pi t} + e^{-j96\pi t}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{j80\pi t} + e^{-j80\pi t}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \cos(96\pi t) + \frac{1}{2} \cdot \cos(80\pi t) \end{aligned}$$

 ~~$f_1 = \frac{100\pi}{2\pi} = 50$~~ $f_1 = \frac{96\pi}{2\pi} = 48$
 ~~$f_2 = \frac{80\pi}{2\pi} = 40$~~ $f_2 = \frac{80\pi}{2\pi} = 40$
 $f_1 = n_1 \cdot f_0 \Rightarrow 48 = n_1 \cdot f_0$
 $f_2 = n_2 \cdot f_0 \Rightarrow 40 = n_2 \cdot f_0$ $\Rightarrow f_0 = 8$
Άρα η συχνότητα του $y(t)$ θα είναι $f_0 = 8 = 2 \cdot 4 = 2f_m$

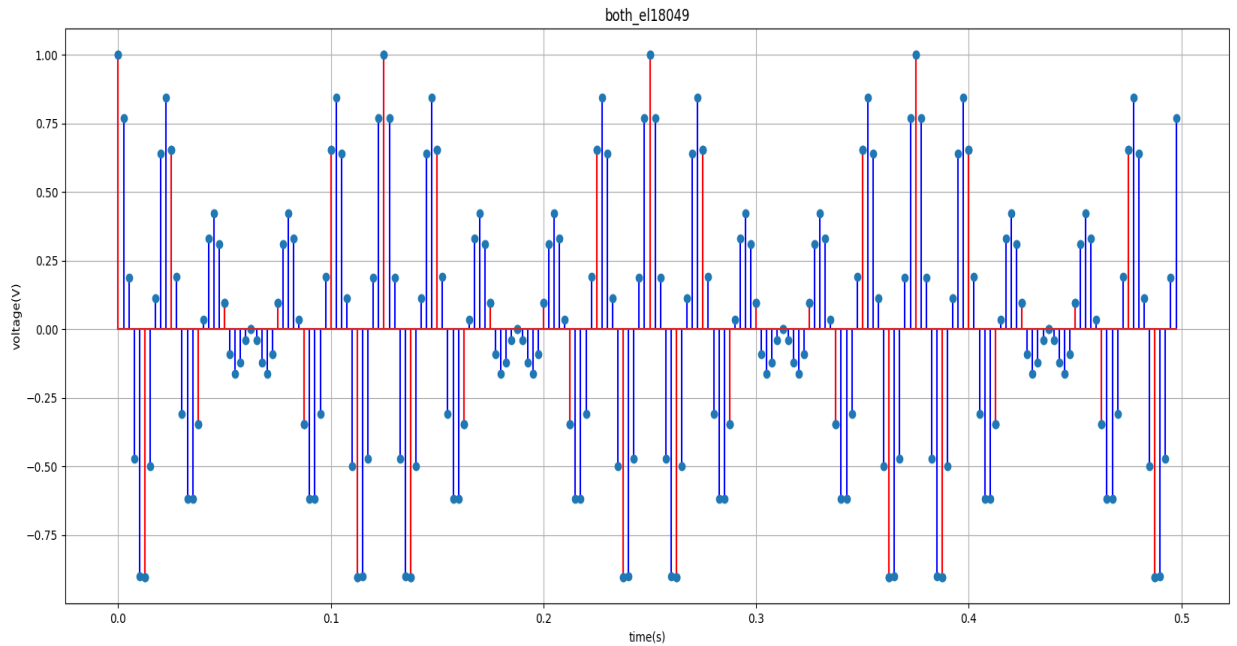
i) Το διάγραμμα που προκύπτει από την δειγματοληψία του παραπάνω σήματος $y(t)$ για συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s1} = 20 \cdot f_m$:



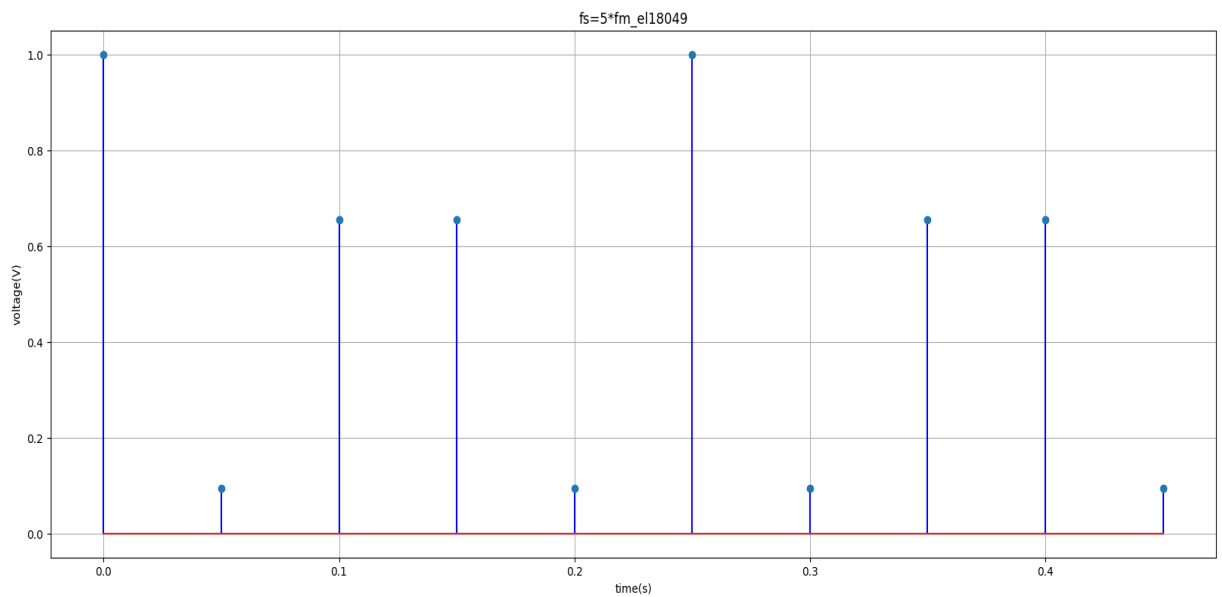
ii) Για $f_{s2} = 100 \cdot f_m$:



iii) Τα δύο σήματα που προκύπτουν από την δειγματοληψία σε κοινό διάγραμμα:



β) Τα δείγματα για $f_s = 5 \cdot f_m$:



Από μετασχηματισμό Fourier το εύρος ζώνης του σήματος $y(t)$ προκύπτει $W = f_m + 11 \cdot f_m = 12 \cdot f_m$ (ως συνέλιξη στο πεδίο της συχνότητας δύο συνημιτόνων με συχνότητες f_m και $11 \cdot f_m$)

Από θεώρημα Nyquist η συχνότητα δειγματοληψίας πρέπει να είναι τουλάχιστον δύο φορές μεγαλύτερη από το εύρος ζώνης του σήματος, δηλαδή $f_{\text{δειγματοληψίας}} \geq 2 \cdot 12 \cdot f_m = 24 \cdot f_m$

$$f_{s,ελαχιστο} = 24 \cdot f_m = 96\text{kHz}$$

Επομένως με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s = 5 \cdot f_m$ δεν μπορώ να ανακατασκευάσω το σήμα, όπως παρατηρώ εύκολα και από το γεγονός ότι έχω λίγα δείγματα ανά περίοδο.

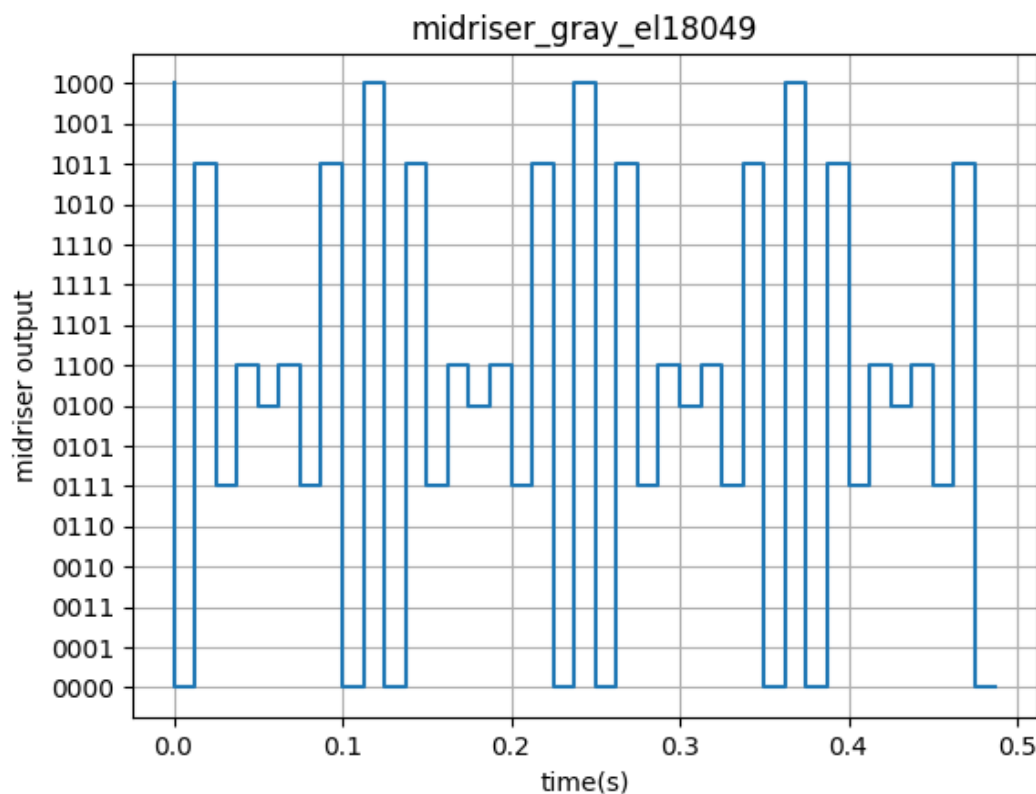
ΕΡΩΤΗΜΑ 2:

Δειγματοληπτούμε και πάλι το σήμα $y(t)$ με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s = 20 \cdot f_m$ και κάνουμε κβάντιση του σήματος με 4 bits, καθώς η συχνότητα $f_m = 4$ είναι άρτια. Δηλαδή μέσω του κβαντιστή 4 bit αντιστοιχίζουμε τις τιμές του σήματος σε κάποιο από τα 2^4 επίπεδα κβάντισης με μέγεθος βήματος $\Delta = \frac{\max(\text{σήματος}) - \min(\text{σήματος})}{2^4}$, σύμφωνα με την συνάρτηση

$$\text{Quantization_level}(x) = \Delta \cdot (\lfloor \frac{x}{\Delta} \rfloor + 1/2).$$

α) Αντιστοιχίζουμε τα 2^4 επίπεδα κβάντισης που προκύπτουν στις 2^4 τιμές της κωδικοποίησης Gray 4 bit.

Η έξοδος του κβαντιστή τεσσάρων bits είναι η εξής:



β)

```
θεωρητικο σq για : 03118049 = 0.03436151542265998
θεωρητικο σq για : 03118081 = 0.014064045021462147
03118049:
σ10= 0.04840490209472875
σ20= 0.04711387204501409
SNR10= 164.1526733528653
SNR10 (dB)= 22.15247959943479
SNR20= 173.27226631691227
SNR20 (dB)= 22.387290557929994
03118081:
σ10= 0.015813377178395004
σ20= 0.015391611112536131
SNR10= 1025.3830483461004
SNR10 (dB)= 30.108861333983125
SNR20= 1082.348773254203
SNR20 (dB)= 30.343672292478303
```

Η τυπική απόκλιση του σφάλματος και το SNR κβάντισης:

Για 10 δείγματα:

$$\sigma_q = 0.0484$$

$$SNR(db) = 22.152dB$$

Για 20 δείγματα:

$$\sigma_q = 0.0471$$

$$SNR(db) = 22.387dB$$

Η θεωρητική τιμή του SNR κβάντισης είναι ίση με $\frac{P}{(\sigma_q)^2}$

$$\sigma_q^2 = 0.0344^2 = 0.0012 \left(= \frac{\Delta^2}{12} = \frac{\max - \min}{2^4} \right)$$

Όπως υπολογίζεται παρακάτω $P = \frac{1}{4}$

$$\text{Επομένως } SNR(dB) = 10 \cdot \log_{10} \frac{P}{(\sigma_q)^2} = 10 \cdot \log_{10} 208.33 = 23.18dB$$

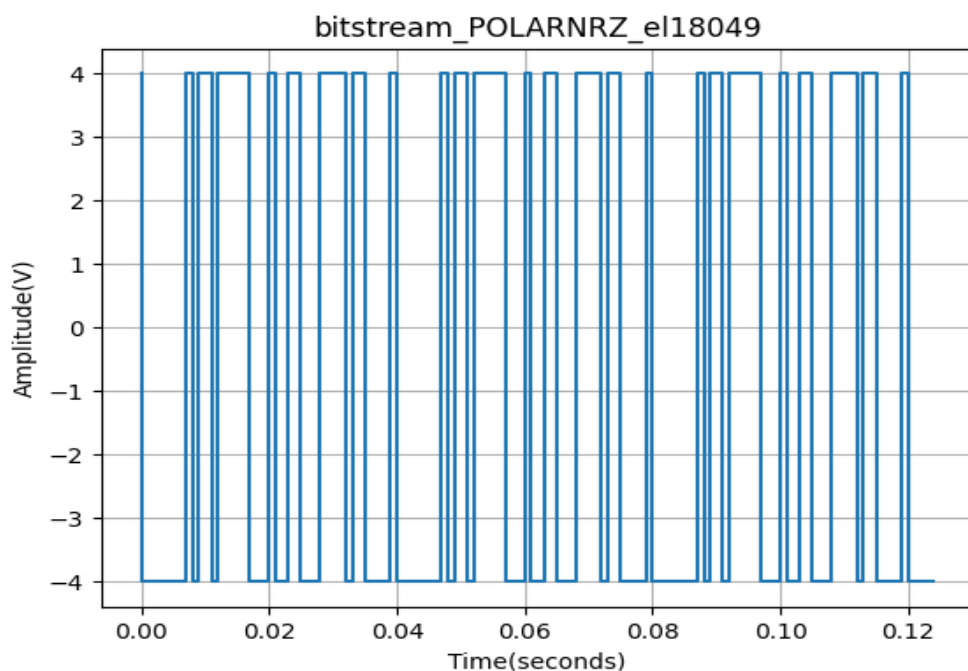
Ο υπολογισμός του \bar{P} γίνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \left(\cos(2\pi f_m t) \cdot \cos(2\pi(Am+1)f_m t) \right)^2 dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos^2(2\pi f_m t) \cdot \cos^2(2\pi(Am+1)f_m t) dt \\
&= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1 + \cos(4\pi f_m t)}{2} \cdot \frac{1 + \cos(4\pi(Am+1)f_m t)}{2} dt \\
&= \frac{1}{4T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 1 + \cos(4\pi f_m t) + \cos(4\pi(Am+1)f_m t) + \cos(4\pi f_m t) \cdot \cos(4\pi(Am+1)f_m t) dt \\
&= \frac{1}{4T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 1 + \cos(4\pi f_m t) + \cos(4\pi(Am+1)f_m t) + \cos(4\pi A m f_m t) + \cos(4\pi(Am+3)f_m t) dt \\
&= \frac{1}{4T} \left[\left[t \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{1}{4\pi f_m} \sin(4\pi f_m t) \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{1}{4\pi(Am+1)f_m} \sin(4\pi(Am+1)f_m t) \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{1}{4\pi A m f_m} \sin(4\pi A m f_m t) \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{1}{4\pi(Am+3)f_m} \sin(4\pi(Am+3)f_m t) \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \right] \\
\end{aligned}$$

$\xrightarrow{T = \frac{1}{2f_m}} P = \frac{1}{4T} (T + 0 + 0 + 0 + 0) = \frac{1}{4}$

Οι διαφορές ανάμεσα στο θεωρητικό SNR και το SNR που υπολογίσαμε οφείλονται στην μικρή συχνότητα δειγματοληψίας, η οποία όπως προαναφέρθηκε δεν είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να ανακατασκευάσει το σήμα, αλλά και στο μικρό πλήθος δειγμάτων από τον οποίο υπολογίστηκε (10 και 20 δείγματα αντίστοιχα).

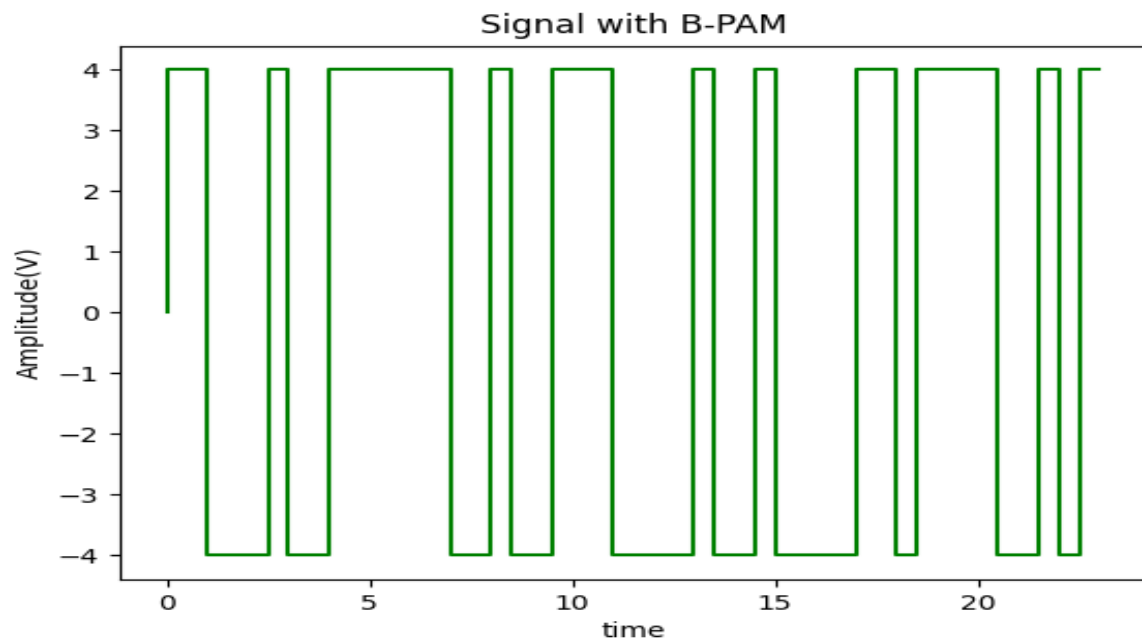
γ) Το διάγραμμα για μια περίοδο της ροής μετάδοσης από bits θεωρώντας κωδικοποίηση POLAR NRZ (αντιστοιχίζουμε τα bit 1 σε πλάτος $A = 4$ και τα bit 0 σε πλάτος $-A = -4$) είναι το εξής:



ΕΡΩΤΗΜΑ 3:

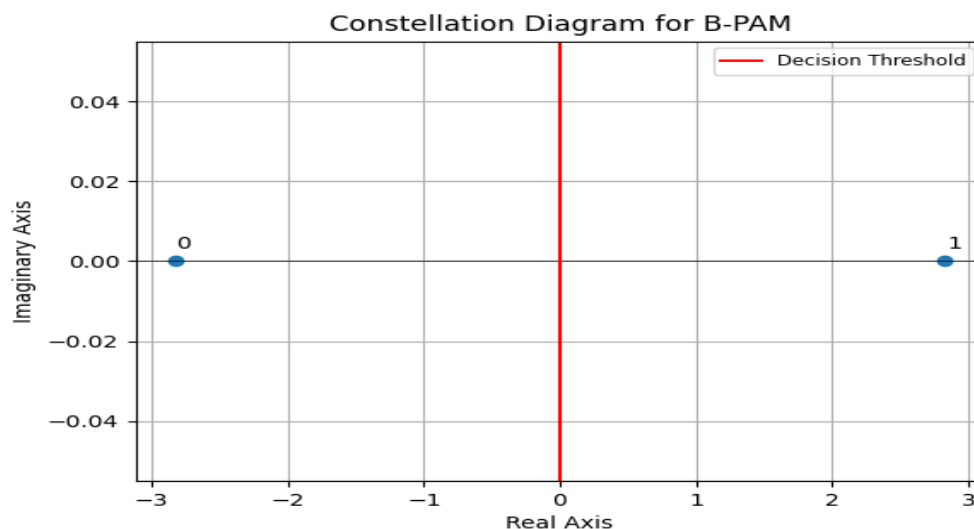
α) Παράγουμε μια τυχαία ακολουθία 46 bits με ίση πιθανότητα εμφάνισης 0 και 1. Διαμορφώνουμε αυτήν την τυχαία ακολουθία κατά BPAM, αντιστοιχίζοντας τα bits 1 σε τετραγωνικό παλμό περιόδου $T_b = 0.5$ και πλάτος $A=4V$, ενώ αντίστοιχα τα bits 0 σε τετραγωνικό παλμό περιόδου $T_b = 0.5$ και πλάτος $A=-4V$.

Το διάγραμμα που προκύπτει είναι το εξής :



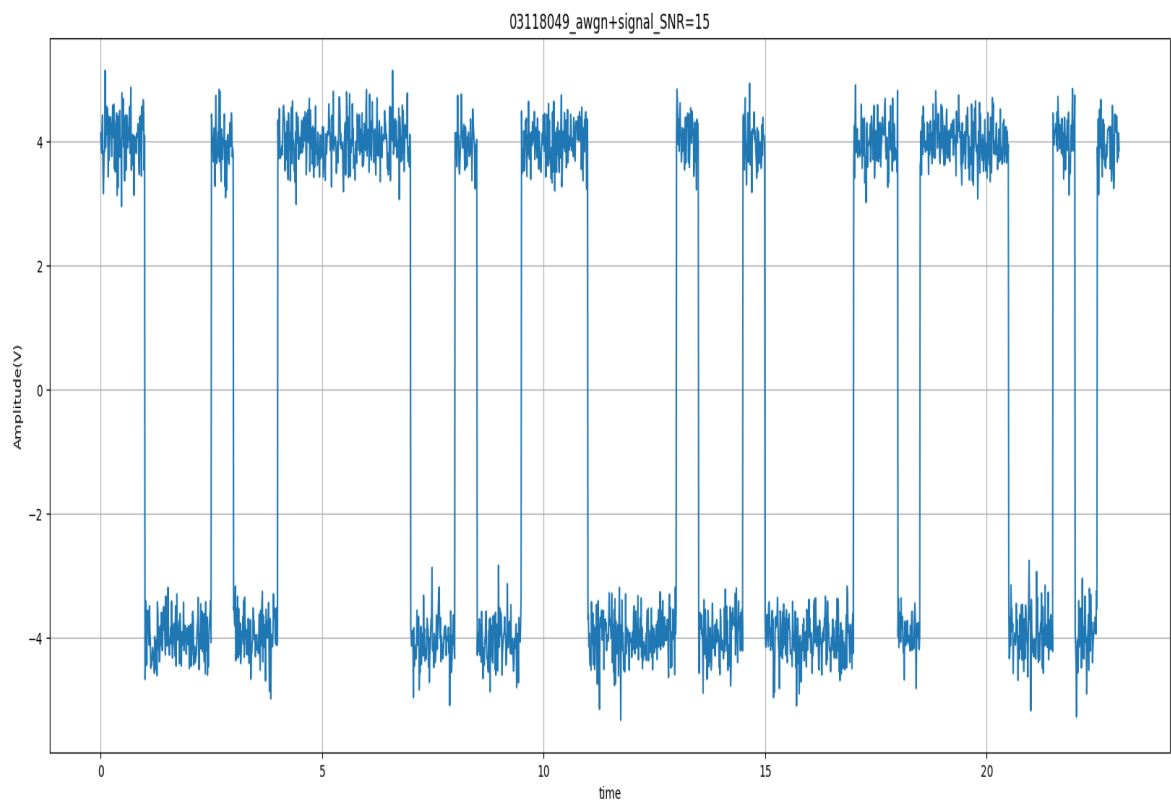
β) Λόγω της διαμόρφωσης BPAM θα έχουμε δύο σημεία στο διάγραμμα αστερισμού, το $s_0 = -\sqrt{E_b}$ και $s_1 = \sqrt{E_b}$, όπου E_b είναι η μέση ενέργεια του κάθε ψηφίου και είναι ίση με $A^2 * T_b = 4^2 \cdot 0.5 = 8J$

Το διάγραμμα αστερισμού είναι το παρακάτω:

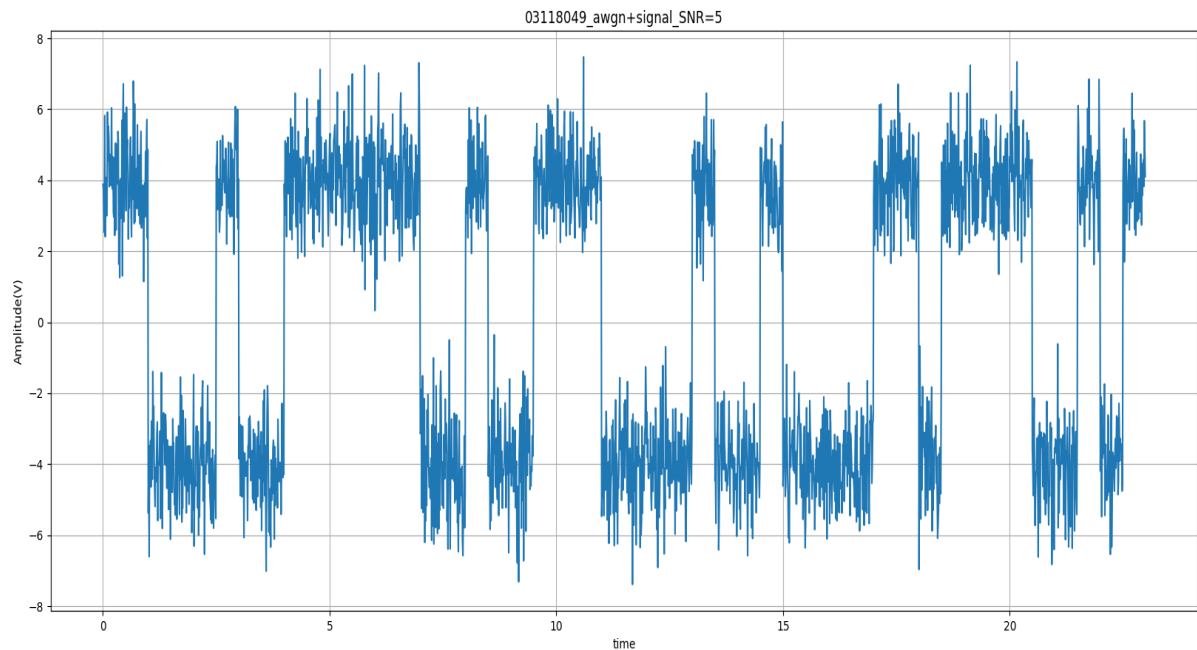


γ) Χωρίζουμε τον κάθε παλμό σε 50 μέρη, προκειμένου να φαίνεται καλύτερα η επίδραση του θορύβου. Για την προσθήκη του θορύβου μετατρέπουμε το SNR από την λογαριθμική κλίμακα στην οποία μας δίνεται και το χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό του N_0 , μέσω του τύπου $N_0 = \frac{E_b}{SNR}$. Παράγουμε τον Additive White Gaussian noise μέσω μια τυχαίας μεταβλητής $Z = X + j \cdot Y$, όπου X και Y είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση $\sqrt{\frac{N_0}{2}}$, έτσι ώστε η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου να είναι $N_0/2$. Στην συνέχεια προσθέτουμε το πραγματικό μέρος του θορύβου στο σήμα μας για διαφορετικές τιμές SNR και προκύπτουν τα εξής διαγράμματα:

Για SNR=15 dB:



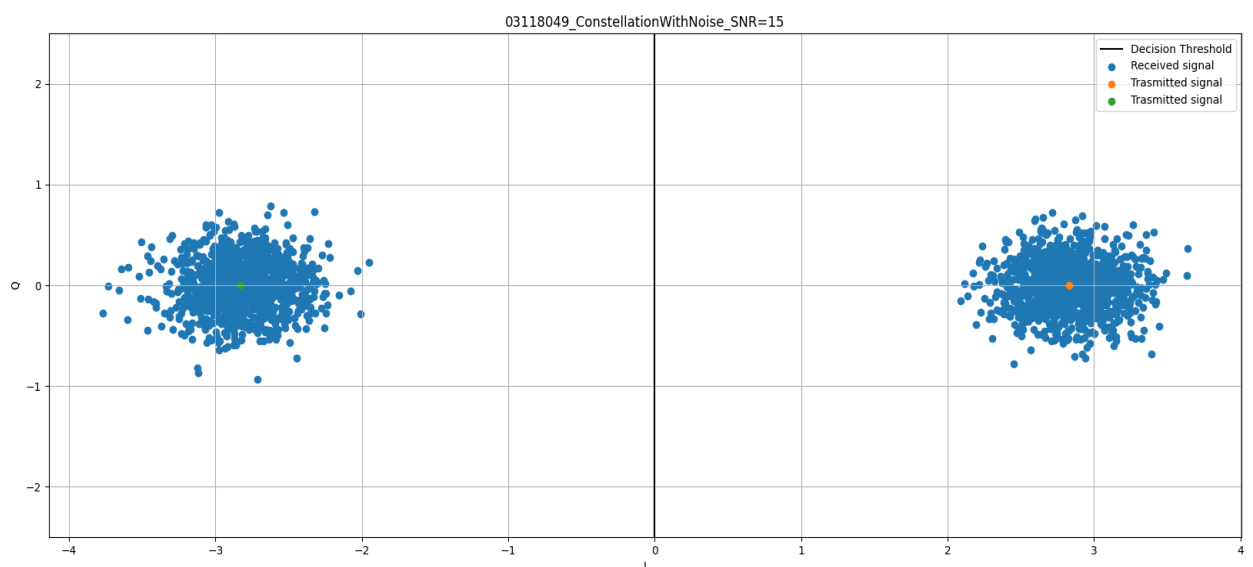
Για SNR=5 dB:



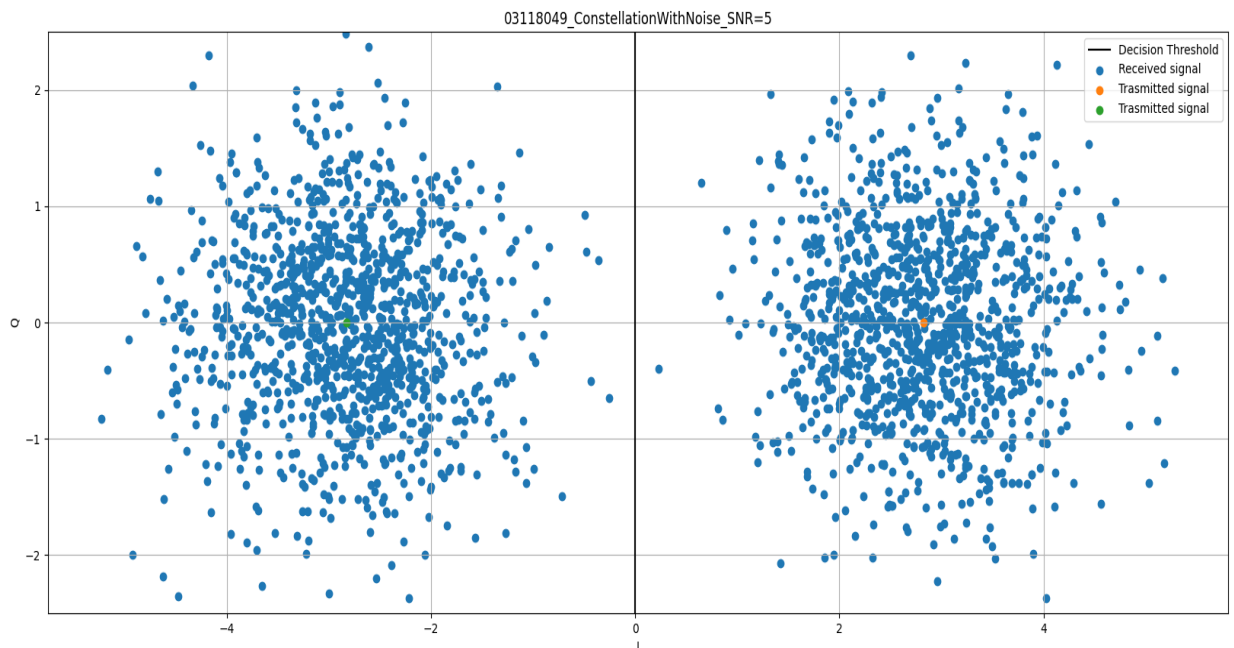
Παρατηρούμε ότι όσο μικραίνει το SNR, τόσο περισσότερο ταλαντώνονται οι τιμές του ληφθέντος σήματος με την προσθήκη του θορύβου γύρω από τις τιμές που είχε πραγματικά το σήμα. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς όσο μικραίνει το SNR μεγαλώνει η ισχύς του θορύβου σε σχέση με του σήματος.

δ) Τα διαγράμματα αστερισμού που προκύπτουν μετά την προσθήκη του θορύβου είναι τα εξής (προστέθηκε η μιγαδική τυχαία μεταβλητή του θορύβου στα σημεία του διαγράμματος αστερισμού) :

Για SNR=15 dB:



Για SNR=5 dB:

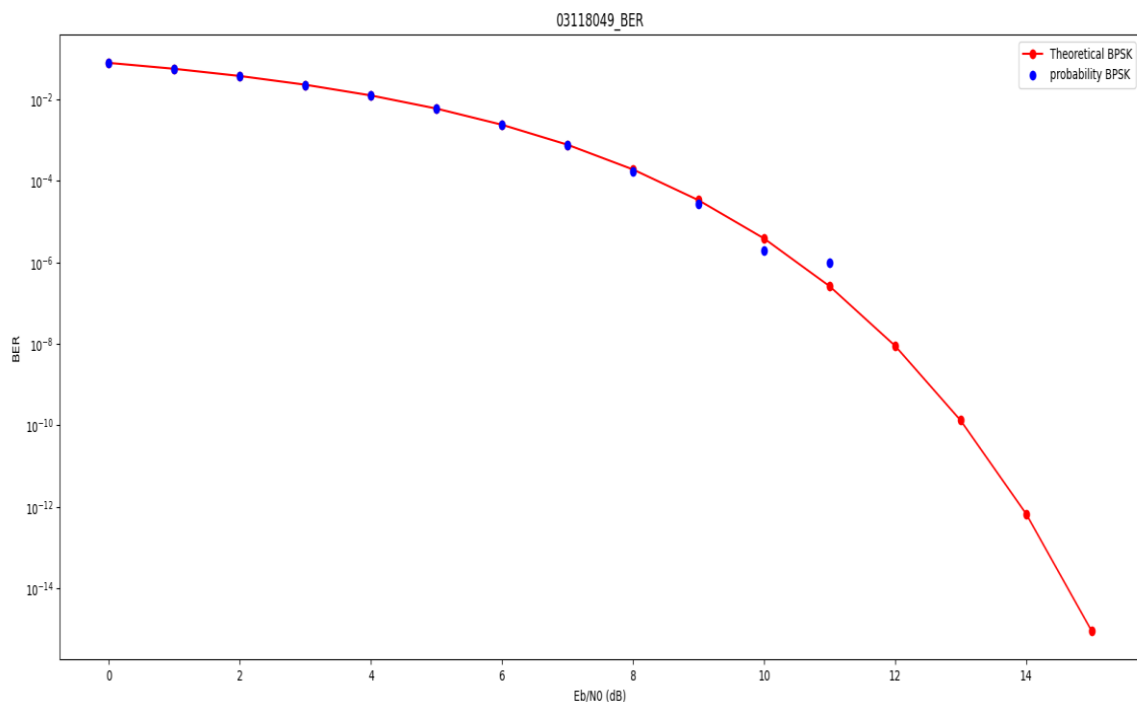


ε) Χρησιμοποιούμε σήμα με 10^6 bits διαμορφώνοντας το κατά BPAM και προσθέτοντας στα αντίστοιχα σημεία του διαγράμματος αστερισμού (s_0 αν το bit είναι 0 και s_1 αν το bit είναι 1) τον κατάλληλο θόρυβο AWGN με την παραπάνω διαδικασία (τώρα προσθέτω και το πραγματικό και το φανταστικό μέρος του θορύβου). Θα ήταν ιδανικό να είχαμε ακόμα περισσότερα bits, αλλά υπάρχει περιορισμός στο λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε. Στην συνέχεια υπολογίζουμε τα ψηφία που μεταδόθηκαν λάθος ως τα ψηφία που βρίσκονταν σε διαφορετικό ημιεπίπεδο του διαγράμματος αστερισμού (από τα 2 που δημιουργεί το threshold $y=0$) πριν και μετά την προσθήκη του θορύβου. Η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου είναι ο αριθμός των λαθών προς τα συνολικά bits που μεταδόθηκαν.

Θεωρητικά υπολογίζουμε το σφάλμα εσφαλμένου ψηφίου μέσω του

$$\begin{aligned} \text{τύπου } P[\text{bit}_{\text{error}}] &= Q\left(\sqrt{2 \cdot \frac{E_{BPAM}}{N_0}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2 \cdot \frac{E_{BPAM}}{N_0}}}{\sqrt{2}}\right) = \\ &= 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_{BPAM}}{N_0}}\right) \end{aligned}$$

Παρουσιάζουμε το διάγραμμα της θεωρητικής (κόκκινο) και πειραματικής (μπλε) πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου για SNR από 0 έως 15 dB με βήμα 1 dB:

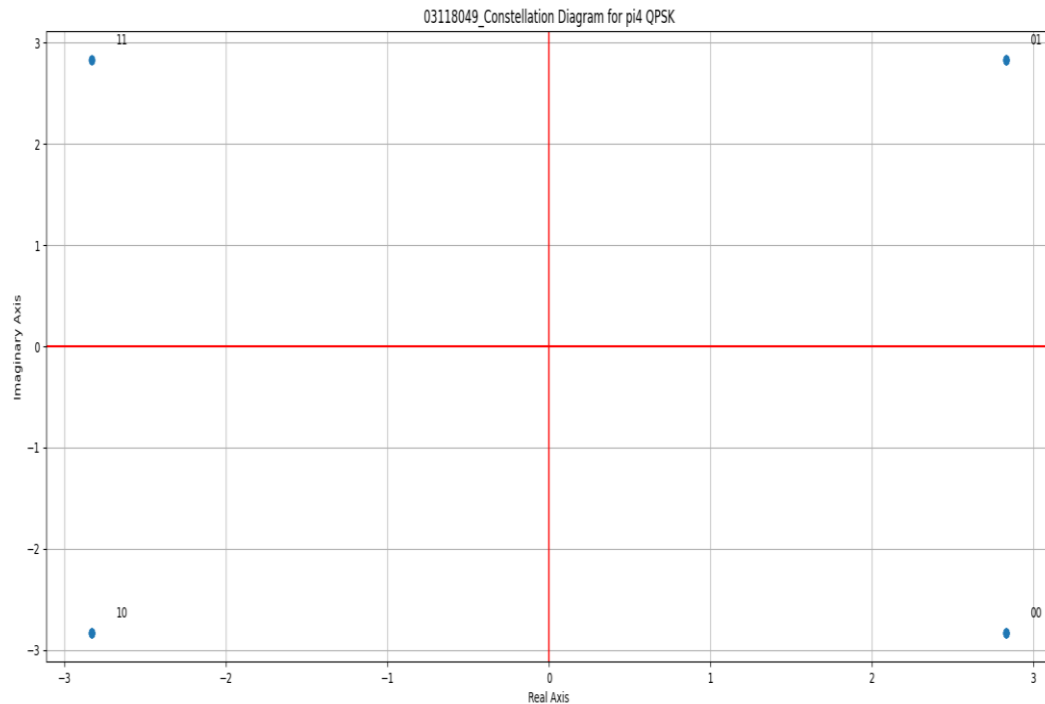


Για $SNR \geq 12$ η πειραματική τιμή βγαίνει 0 και οφείλεται στο ότι δεν έχουμε το απαραίτητο πλήθος bits που απαιτείται. Στον ίδιο παράγοντα οφείλεται και η μικρή απόκλιση της θεωρητικής με την πειραματική τιμή για $SNR = 10$ και 11 . Για μικρότερες τιμές SNR , οι γραφικές ταυτίζονται.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

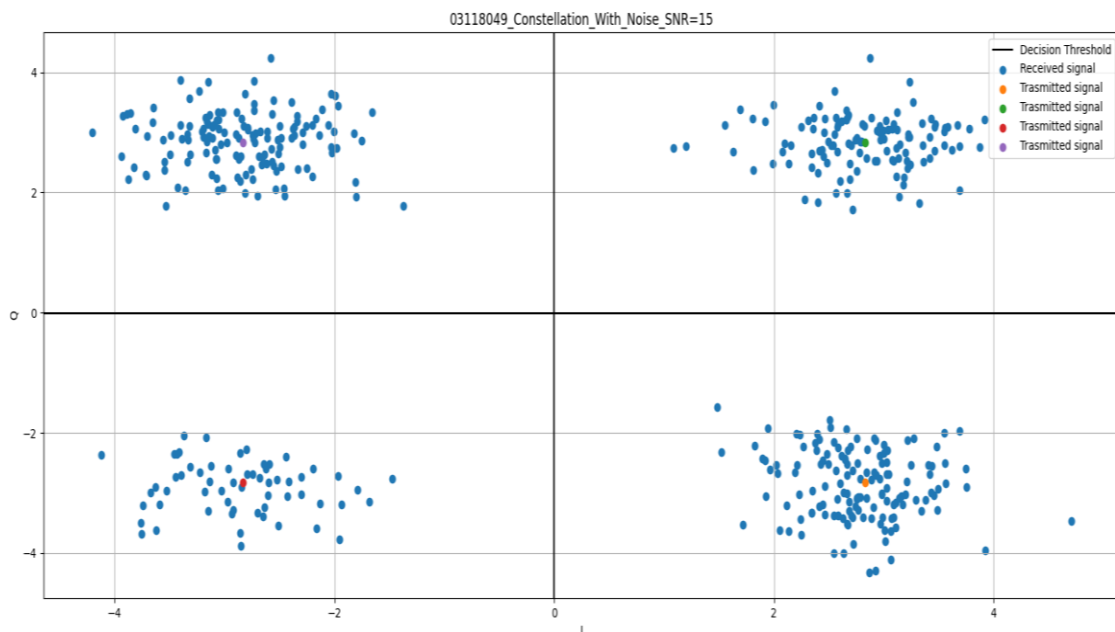
α) Σύμφωνα με την διαμόρφωση QPSK, τα 4 σύμβολα (2 bits) αντιστοιχίζονται σε συνημίτονα που έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους. (κάθε συνημίτονο έχει διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$ με τα άλλα 2 και π με το τρίτο). Τα σημεία αυτά, αφού έχουμε απεικόνιση με κωδικοποίηση ($\frac{\pi}{4}$) Gray, θα αντιστοιχίζονται στα σημεία $(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}, \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}) \rightarrow (s_{01})$, $(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}) \rightarrow (s_{00})$, $(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}, \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}) \rightarrow (s_{11})$ και $(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{E_s}) \rightarrow (s_{10})$.

Το διάγραμμα αστερισμού που προκύπτει είναι το εξής:



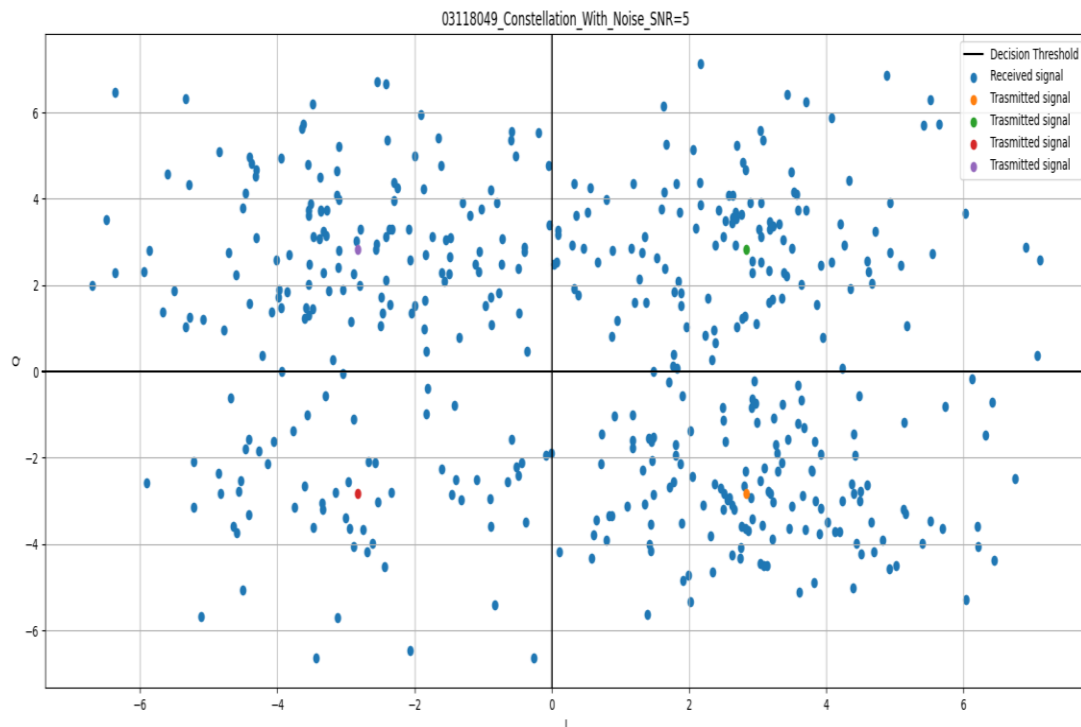
β) Παράγουμε θόρυβο με αντίστοιχο τρόπο με το ερώτημα 3γ' για $SNR=15$ και $SNR=5$ και τον προσθέτουμε στα διαγράμματα αστερισμού. Τα νέα διαγράμματα αστερισμού που προκύπτουν είναι τα εξής:

Για $SNR=15$ dB:



Η ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΜΑΥΡΗ ΓΡΑΜΜΗ $Y=0$ ΠΡΟΣΤΕΘΗΚΕ ΣΤΟ WORD, ΚΑΘΩΣ ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΣΑΜΕ ΝΑ ΤΗΝ ΔΩΣΟΥΜΕ ΤΟ ΙΔΙΟ LABEL "DECISION THRESHOLD ΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ, ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΡΥΤΗΘΝ

Για SNR=5 dB:

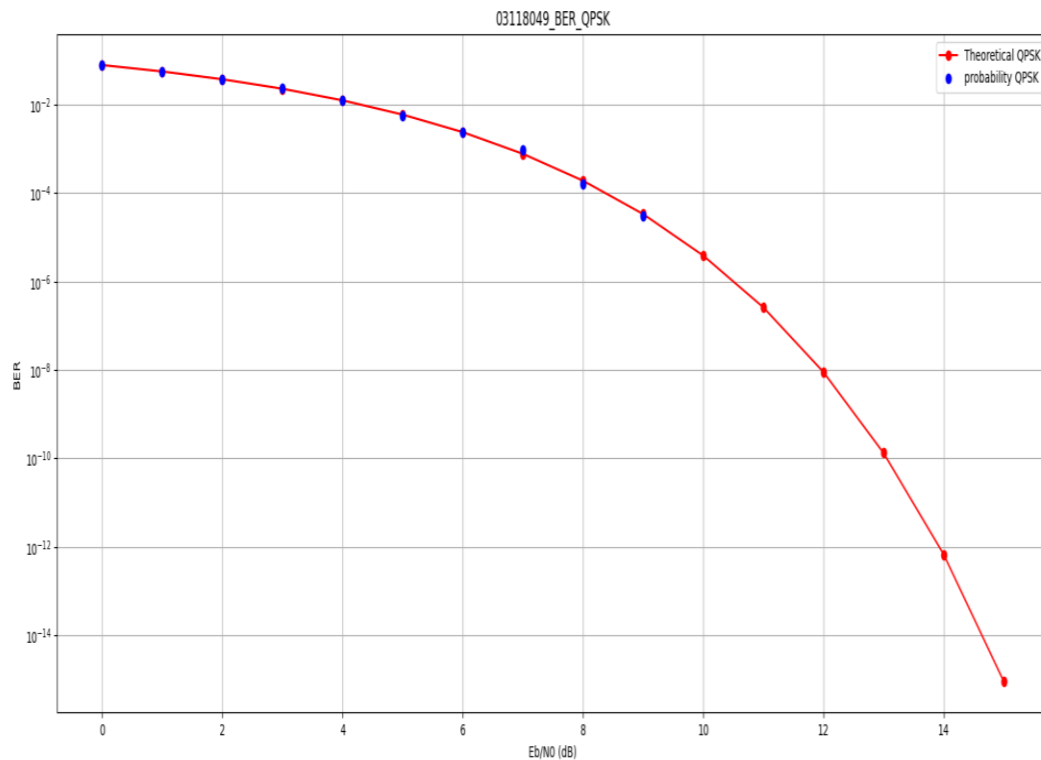


γ) Για τον πειραματικό υπολογισμό χρησιμοποιούμε και πάλι 10^6 τυχαία bits, διαμορφώνουμε την ακολουθία κατά QPSK, την απεικονίζουμε κατά $\frac{\pi}{4}$ Gray και προσθέτουμε τον Additive White Gaussian Noise. Τα decision Thresholds στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι οι ευθείες $y=0$ και $x=0$. Τα ψηφία που μεταδόθηκαν λάθος είναι αυτά που η απεικόνιση τους πριν και μετά την προσθήκη του θορύβου βρίσκονται σε διαφορετικό ημιεπίπεδο από τα 2 που χωρίζει το επίπεδο xy κάθε decision Threshold. Στην περίπτωση που αλλάξουν ημιεπίπεδο και ως προς τις δύο ευθείες υπολογίζουμε δύο λάθη, καθώς σημαίνει ότι και τα 2 ψηφία του συμβόλου μεταδόθηκαν λανθασμένα (αφού έχουμε απεικόνιση Gray). Η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου προκύπτει ως ο λόγος των λαθών προς τα συνολικά ψηφία

Η θεωρητική τιμή της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P[bit_{error}] = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2 \cdot \frac{E_b}{N_0}}}{\sqrt{2}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Το διάγραμμα για SNR από 0-15 με βήμα 1dB που προκύπτει είναι τα εξής :



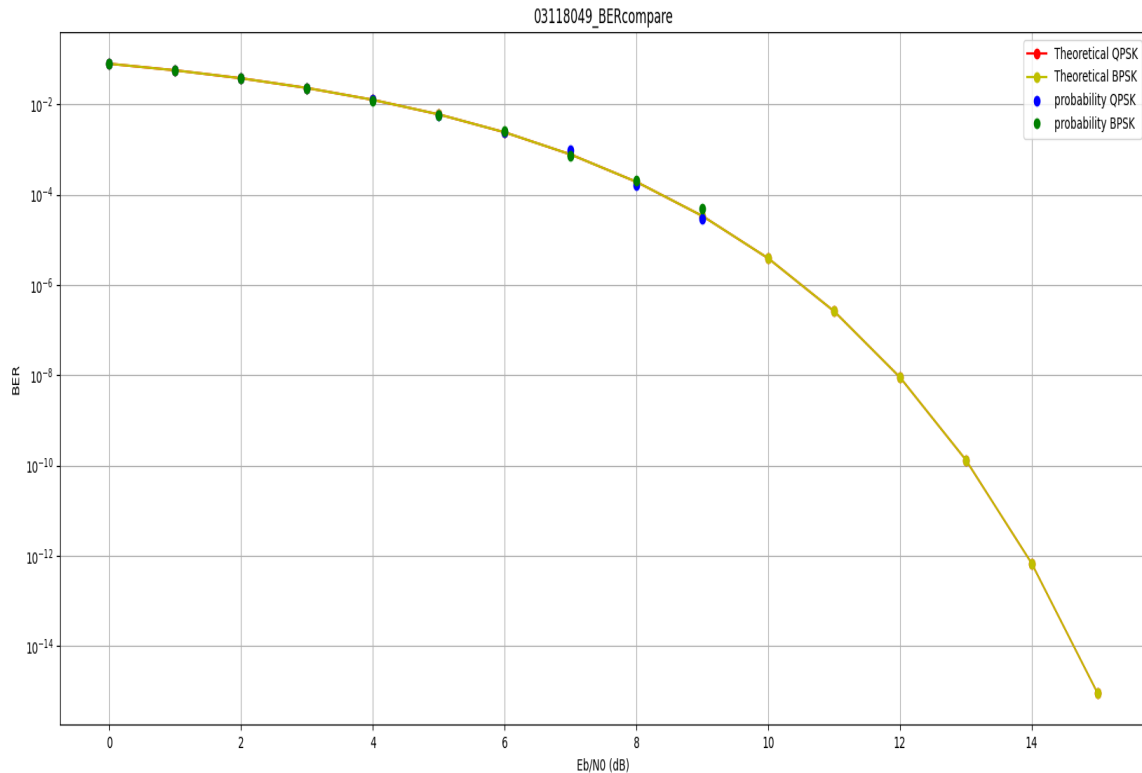
Παρόμοια με το ερώτημα 3)ε για $SNR \geq 10$ η πειραματική τιμή βγαίνει 0 και οφείλεται στο ότι δεν έχουμε το απαραίτητο πλήθος bits που απαιτείται. Για μικρότερες τιμές SNR, οι γραφικές ταυτίζονται.

Κάνουμε την ανάλογη διαδικασία με διαμόρφωση BPSK και συγκρίνουμε την επίδοση των δύο διαμορφώσεων μέσω των γραφικών τους απεικονίσεων.

Η θεωρητική τιμή της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου με διαμόρφωση BPSK υπολογίζεται από τον τύπο :

$$P[bit_{error}] = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_b}{N_0}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{2 \cdot \frac{E_b}{N_0}}}{\sqrt{2}}\right) = 0.5 \cdot \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Το κοινό διάγραμμα που προκύπτει είναι το εξής:



Παρατηρούμε ότι η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου είναι η ίδια και για τις 2 διαμορφώσεις. Με την διαμόρφωση QPSK πετυχαίνουμε διπλάσιο ρυθμό μετάδοσης, χωρίς να απαιτείται επιπλέον εύρος ζώνης, καθώς μεταφέρουμε 2 bits την ίδια χρονική στιγμή, στην ίδια μπάνα συχνοτήτων και χωρίς να αυξάνεται η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου.

Άρα η διαμόρφωση QPSK είναι αποδοτικότερη από την BPSK.

δ)Θα χρησιμοποιηθεί το αρχείο shannon_odd.txt, καθώς
αθροισμα_τελευταίων_ψηφίων=0+4+9=13 = περιττός.

i)Διαβάζουμε το αρχείο κειμένου και μετατρέπουμε την κωδικοσειρά
ascii σε bits.

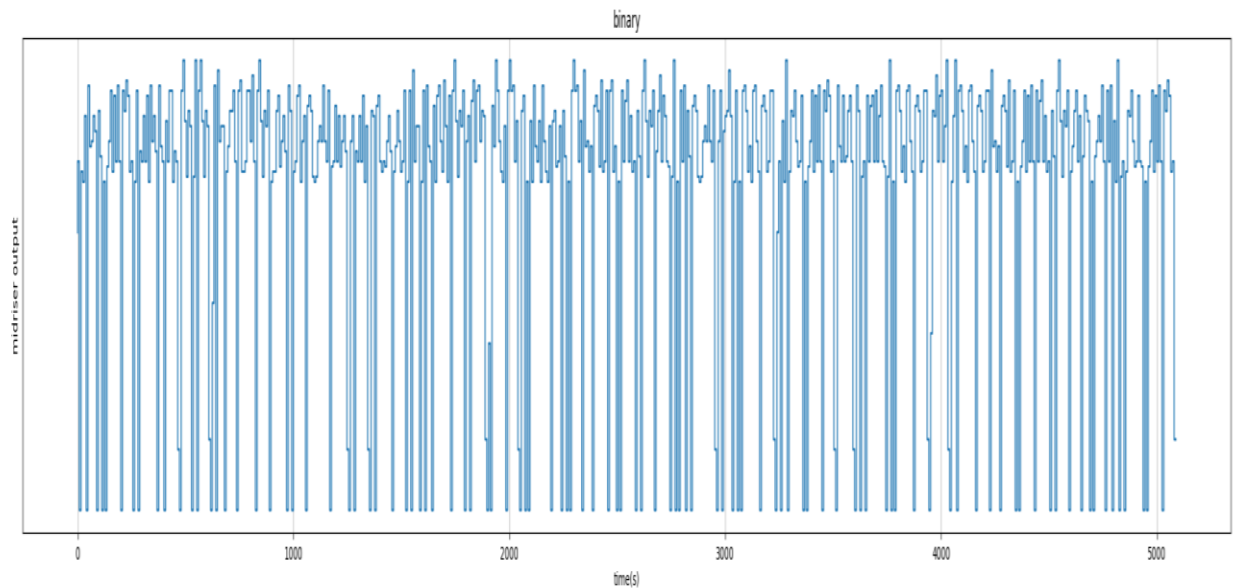
ii)Χωρίζουμε την ακολουθία των bits σε μικρότερες ακολουθίες
μεγέθους 8 bit μετατρέπουμε κάθε μια από αυτές σε δεκαδικό αριθμό.

Μέσω του κβαντιστή 8 bit αντιστοιχίζουμε αυτούς τους δεκαδικούς
αριθμούς σε κάποιο από τα 2^8 επίπεδα με μέγεθος βήματος

$$\Delta = \frac{\max(\text{δεκαδικοί}) - \min(\text{δεκαδικοί})}{2^8}, \text{ σύμφωνα με την συνάρτηση}$$

$$\text{Quantization_level}(x) = \Delta \cdot (\lfloor \frac{x}{\Delta} \rfloor + 1/2).$$

Το κβαντισμένο σήμα είναι το εξής :

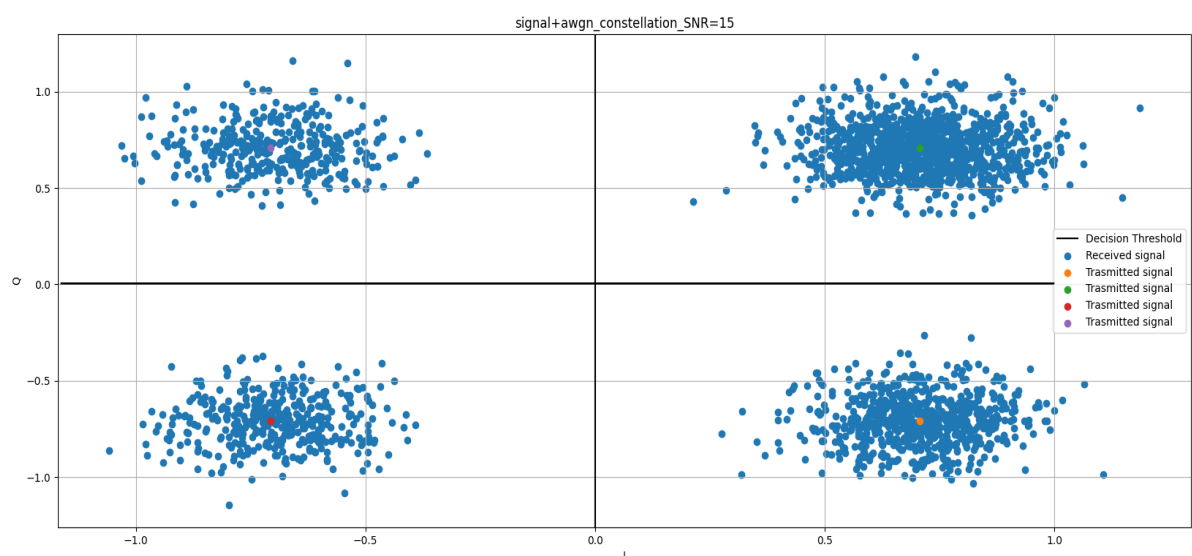


iii) Αντιστοιχίζουμε τα επίπεδα κβαντισμού στις κατάλληλες τιμές της κωδικοποίησης $(\frac{\pi}{4})$ Gray 8 bits. Ομαδοποιούμε τα bits σε σύμβολα ανά 2 και λόγω της διαμόρφωσης QPSK και της κωδικοποίησης $(\frac{\pi}{4})$ Gray που αναφέρθηκε παραπάνω, απεικονίζουμε κατάλληλα τα στοιχεία στο διάγραμμα αστερισμού. $E_s = 2 \cdot E_b = 2 \cdot A^2 \cdot T_b = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1J$, θεωρώντας διάρκεια ψηφίου $T_b = 0.5\text{sec}$.

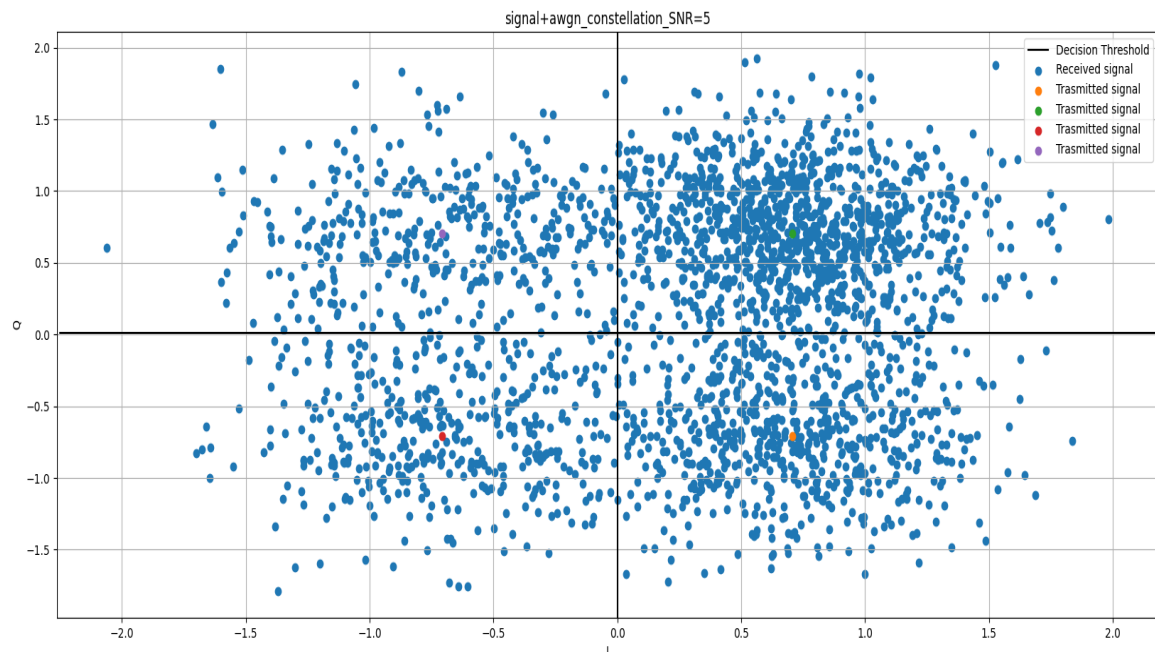
iv)Ο θόρυβος προστίθεται με αντίστοιχο τρόπο με το υποερώτημα 4β'.

v)Τα διαγράμματα αστερισμού που προκύπτουν είναι τα εξής:

Για SNR=15 dB:



Για SNR=5 dB:



Κάνουμε την αποδιαμόρφωση, ελέγχοντας σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται κάθε σημείο στο διάγραμμα αστερισμού και αντιστοιχίζοντας το στο κατάλληλο σύμβολο.

vi) Υπολογίζουμε πειραματικά και θεωρητικά την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου με τον ίδιο τρόπο με το ερώτημα 4γ'. Οι τιμές που προκύπτουν για SNR=15dB και 5dB φαίνονται παρακάτω:

```
probability for SNR=5dB = 0.0380690737833595
Theoretical probability for SNR=5dB = 0.03767898814746339
probability for SNR=15dB = 0.0
Theoretical probability for SNR=15dB = 9.361039990685109e-09
```

Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές που υπολογίσαμε είναι σχεδόν ίσες με τις θεωρητικές και τυχόν αποκλίσεις οφείλονται στο ότι είχαμε μικρό κείμενο και επομένως μικρό δείγμα bits σε σχέση με αυτό που χρειαζόμαστε.

vii) Ομαδοποιούμε σε τετράδες τα σύμβολα που προκύπτουν από την αποδιαμόρφωση, ώστε να σχηματίσουμε οκτάδες bits και να αντιστοιχίσουμε αυτές τις τιμές 8-bit της κωδικοποίησης Gray στα κατάλληλα επίπεδα κβάντισης, τα οποία δίνονται σε δεκαδικούς αριθμούς. Μετατρέπουμε τα επίπεδα αρχικά σε δυαδικούς αριθμούς και στην συνέχεια σε χαρακτήρες ascii, ώστε να εγγραφούν σε ένα νέο αρχείο κειμένου. Τα αρχεία κειμένου ονομάζονται "shannon_odd_SNR=15.txt" και "shannon_odd_SNR=5.txt", αναλόγως

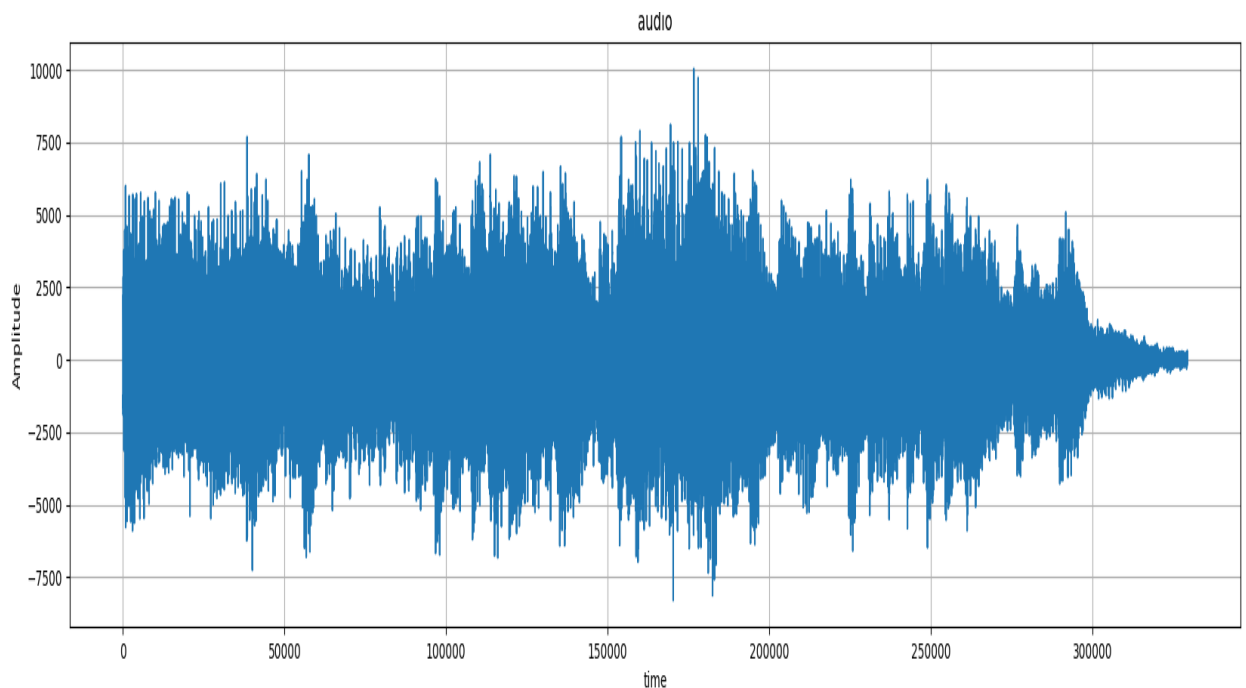
με το SNR που χρησιμοποιήθηκε για την προσθήκη θορύβου σε αυτά και περιλαμβάνονται στο υποβληθέν συμπιεσμένο αρχείο.

ΜΕΡΟΣ 5

Θα χρησιμοποιηθεί το αρχείο `soundfile1_lab2.wav`, καθώς το αθροισμα τελευταίων ψηφίων(=0+4+9=13) είναι περιττός.

α) Διαβάζουμε το αρχείο ήχου και κρατάμε μόνο τον πρώτο πίνακα από αυτούς που παίρνουμε, ο οποίος περιέχει τις τιμές του σήματος.

Η κυματομορφή του σήματος είναι:

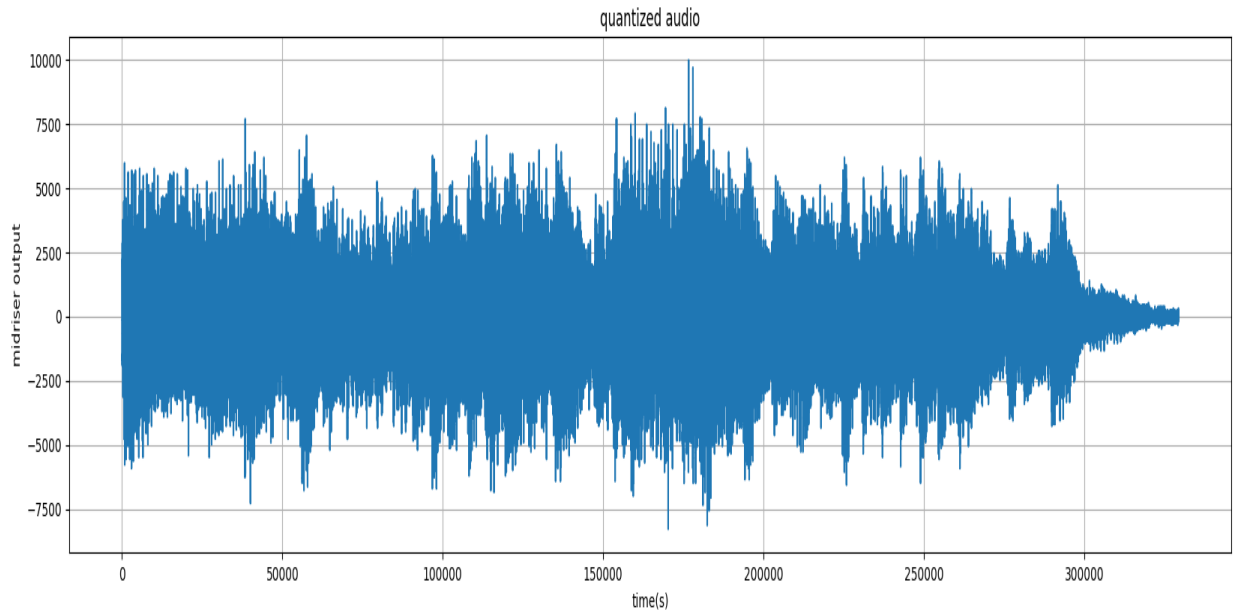


β) Μέσω του κβαντιστή 8 bit αντιστοιχίζουμε τις τιμές του αναλογικού σήματος σε κάποιο από τα 2^8 επίπεδα κβάντισης με μέγεθος βήματος

$$\Delta = \frac{\max(\text{audio}) - \min(\text{audio})}{2^8}, \text{ σύμφωνα με την συνάρτηση}$$

$$\text{Quantization_level}(x) = \Delta \cdot (\lfloor \frac{x}{\Delta} \rfloor + 1/2).$$

Το κβαντισμένο σήμα είναι το εξής :

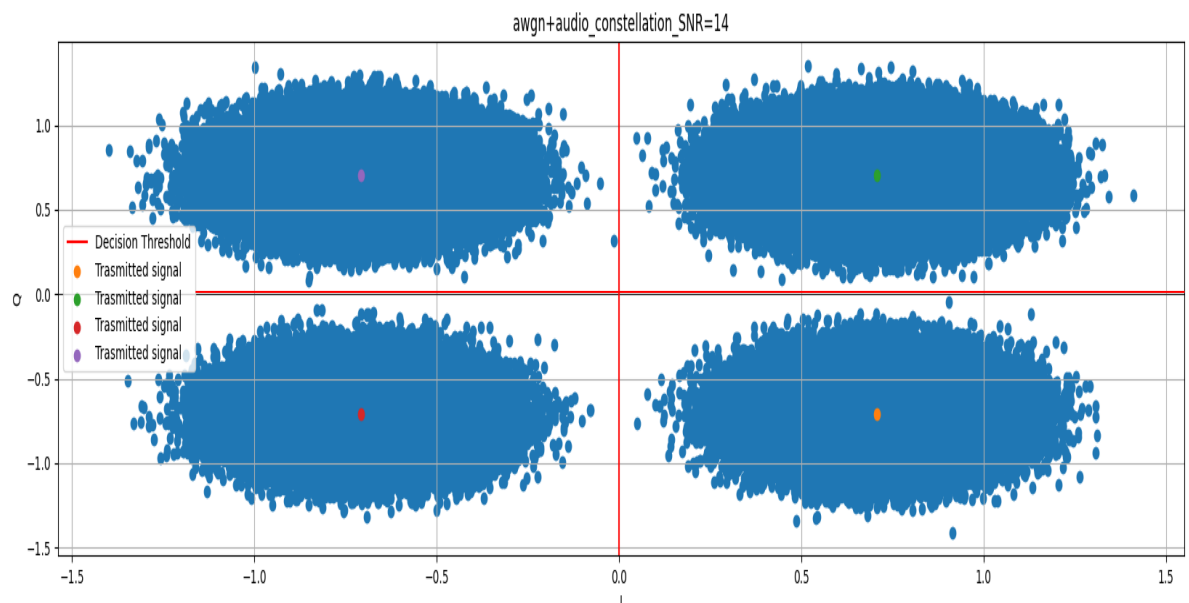


γ) Αντιστοιχίζουμε τα επίπεδα κβαντισμού στις κατάλληλες τιμές της κωδικοποίησης $(\frac{\pi}{4})$ Gray 8 bits. Ομαδοποιούμε τα bits σε σύμβολα ανά 2 και λόγω της διαμόρφωσης QPSK και της κωδικοποίησης $(\frac{\pi}{4})$ Gray που αναφέρθηκε παραπάνω, απεικονίζουμε κατάλληλα τα στοιχεία στο διάγραμμα αστερισμού. $E_s = 2 \cdot E_b = 2 \cdot A^2 \cdot T_b = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1J$, θεωρώντας διάρκεια ψηφίου $T_b = 0.5$.

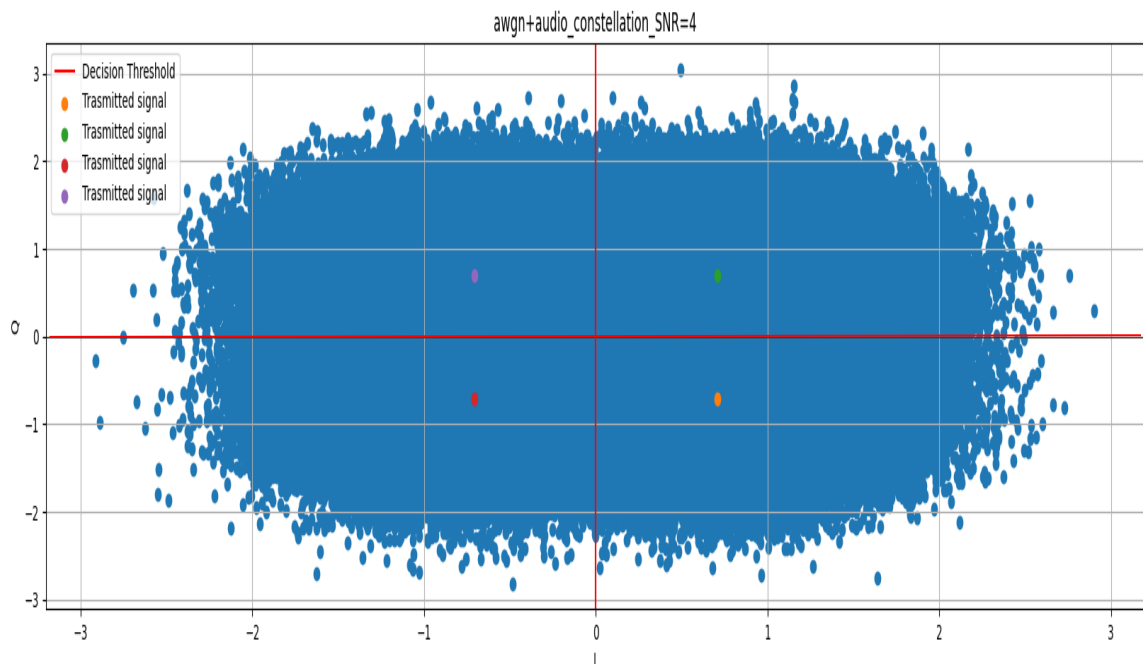
δ) Ο θόρυβος προστίθεται με αντίστοιχο τρόπο με το υποερώτημα 4β' για τις κατάλληλες τιμές SNR.

ε) Τα διαγράμματα αστερισμού που προκύπτουν είναι τα εξής:

Για SNR=14 dB:



Για SNR=4 dB:



Κάνουμε την αποδιαμόρφωση, ελέγχοντας σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται κάθε σημείο στο διάγραμμα αστερισμού και αντιστοιχίζοντας το στο κατάλληλο σύμβολο.

στ) Υπολογίζουμε πειραματικά και θεωρητικά την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου με τον ίδιο τρόπο με το ερώτημα 4γ'. Οι τιμές που προκύπτουν για SNR=14dB και 4dB φαίνονται παρακάτω:

```
propability for SNR:4 = 0.056757398766897484
theoretical_propability for SNR:4 = 0.05649530174936167
propability for SNR:14 = 3.794628627285505e-07
theoretical_propability for SNR:14 = 2.6951481173667145e-07
```

Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές που υπολογίσαμε είναι σχεδόν ίσες με τις θεωρητικές και τυχόν αποκλίσεις οφείλονται στο ότι είχαμε μικρό ηχητικό σήμα και επομένως μικρό δείγμα bits σε σχέση με αυτό που χρειαζόμαστε.

ζ) Ομαδοποιούμε σε τετράδες τα σύμβολα που προκύπτουν από την αποδιαμόρφωση, ώστε να σχηματίσουμε οκτάδες bits και να αντιστοιχίσουμε αυτές τις τιμές 8-bit της κωδικοποίησης Gray στα κατάλληλα επίπεδα κβάντισης. Με αυτόν τον τρόπο παράγεται η τελική κυματομορφή του ήχου μετά την μετάδοση, την οποία εγγράφουμε στα αρχεία ήχου "soundfile_result_SNR=4.wav" και "soundfile_result_SNR=14.wav", αναλόγως με το SNR που χρησιμοποιήθηκε για την προσθήκη θορύβου. Τα 2 αυτά αρχεία περιλαμβάνονται στο υποβληθέν συμπιεσμένο αρχείο.