Método de la bisección

Es un método de búsqueda incremental, donde el intervalo se divide en dos.- Si la función cambia de signo sobre un intervalo, se evalua el valor de la función en el punto medio.- La posición de la raíz se determina situándola en el punto medio del subintervalo dentro del cual ocurre el cambio de signo.-

El proceso se repite hasta obtener una mejor aproximación.-

Pasos

1) Escoger valores iniciales X_1, X_2 de tal manera que la función cambie de signo sobre el intervalo.-
2) Se halla el valor (al trabajar con errores de tolerancia).
3) La primera aproximación se determina con la fórmula

$$X_r = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

4) Se evalúa el producto de $f(X_1)\, f(X_r)$

a) Si $f(X_1)f(X_r) < 0 \rightarrow$ la raíz está en el 1er subintervalo $\rightarrow X_2 = X_r$.

b) Si $f(X_1)f(X_r) > 0 \rightarrow$ la raíz está en el segundo intervalo $\rightarrow X_1 = X_r$

c) Si $f(X_1)f(X_r) = 0 \rightarrow$ la raíz es X_r.- Fin.

5) Se determina el εa, εv, desde la segunda iteración.

6) Se evalua el error acumulado aproximado.- Si es menor o igual al error de tolerancia, fin.- Si es ~~menor~~ mayor, volver al paso 3.-

Ejemplo práctico

Use el método de bisección para hallar la raíz de la ecuación $f(x) = e^{-x} - x$.- El valor real es del 0.56714329. Tome como valor inicial de 0 y un valor final de 1.- Con 3 cifras significativas.

$e_s = (0.5 \times 10^{2-3}) = 0.05\%$

$X_1 = 0$

$X_2 = 1$

$f(0) = e^{-0} - 0 = 1$

$f(1) = e^{-1} - 1 = -0.62120558$

$f(0)f(1) < 0$ Por lo tanto existe raíz

Iteración	X_1	X_2	X_r	$f(X_1)$	$f(X_r)$	$f(Xr)f(Xr)$	Ea
1	0	1	0.5	1	0.10653	0.10653	—
2	0.5	1	0.75	0.10653	-0.2776	-0.0296	33.333
3	0.5	0.75	0.625	0.10653	-0.0897	-0.0096	20
4	0.5	0.625	0.5625	0.10653	0.00728	0.00078	11.1111
5	0.5625	0.625	0.59375	0.000728	-0.0415	-0.0003	5.26316
6	0.5625	0.59375	0.57813	0.000728	-0.0172	-0.0001	2.7027
7	0.5625	0.57813	0.57031	0.000728	-0.005	-4×10^{-5}	1.36986
8	0.5625	0.57031	0.56641	0.000728	0.00116	8.4×10^{-6}	0.68966
9	0.56641	0.57031	0.56836	0.00116	-0.0019	-2×10^{-6}	0.34364
10	0.56641	0.56836	0.56738	0.00116	-0.0004	-4×10^{-7}	0.17212
11	0.56641	0.56738	0.56689	0.00116	0.00039	4.5×10^{-7}	0.08613
12	0.56689	0.56738	0.56714	0.00039	7.2×10^{-6}	2.8×10^{-9}	0.04305

Se realiza en excel.

Iteración X_1 X_2 X_r $f(X_1)$ $f(X_r)$ $f(X_1)f(X_r)$ Ea.

en excel la función de la exponencial es la.

EXP. Practica !!!

Método de la falsa posición

Es una versión mejorada del método de bisección. Este método une los puntos extremos del intervalo con una linea recta y la intersección de la misma con el eje X proporciona una mejor estimación de la raíz. -

Al reemplazar la curva de la función, por una recta, da una posición falsa de la raíz

Pasos.

1) Escoger valores iniciales X_1, X_2 de tal manera que la función cambie de signo sobre el intervalo.

2) Se halla el valor real (al trabajar con errores de tolerancia).

3) La primera aproximación se determina con la fórmula:

$$X_r = X_1 - \frac{f(X_1)(X_1 - X_2)}{f(X_1) - f(X_2)}$$

4) Se evalua el producto de $f(X_1) f(X_r)$

Si $f(X_1) \cdot f(X_r) < 0 \rightarrow$ la raiz está en el primer subintervalo $X_2 = X_r$.

Si $f(X_1) f(X_r) > 0$ la raiz está en el segundo subintervalo $\rightarrow X_1 = X_r$.

Si $f(X_1) f(X_r) = 0$ la raiz es X_r. fin.

5) Se determina el error aproximado (a partir de la 2da iteración.

6) Se evalua el error aproximado. - Si es menor o igual al error de tolerancia fin. - Si es mayor volver al paso 3.

Usar la regla de la falsa posición de la raíz.
$f(x) = e^{-x} - x$. tomando $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.
con 3 cifras significativas

Iteración	x_1	x_2	$f(x_1)$	$f(x_2)$	x_r	$f(x_r)$	$f(x_1)f(x_r)$	Ea
1	0	1	1	-0.63212	0.6127	-0.07081	-0.07081	
2	0	0.6127	1	-0.070	0.57218	-0.007	-0.007	7.08
3	0	0.57218	1	-0.007	0.5677	-0.0008	-0.0008	0.788
4	0	0.5677	1	-0.0008	0.56721	-9.8×10^{-5}	-9.8×10^{-5}	0.087
5.	0	0.56721	1	-9.8×10^{-5}	0.56715	-1.1×10^{-5}	-1.1×10^{-5}	0.009

Comparación de métodos.

	raíz	error	iteracion
Grafico	0.57	—	—
biseccion	0.5671308	0.043	12.
Falsaposicion	0.567205	0.009	5.

Practica