Cuadratura gaussiana

Para este método vamos a considerar de la forma

$$I = \int_{z_a}^{z_b} w(z) f(z)\, dz$$

$w(z)$: Son los coeficientes ponderados.-

$f(z)$ es la función que se transforma $f(x)$

Al realizar con el proceso del polinomio de Legendre se obtiene:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{(b-a)}{2} \sum_{k=0}^{n} W_k\, f\left(\frac{(b-a)t_k + (b+a)}{2}\right)$$

t_k: Se le conocen comos los puntos base.-

donde W_k y t_k se pueden determinar mediante la tabla 01

Puntos	W_k	t_k
2	1	± 0.577350269189626
3	$W_2 = 0.88888888$ $W_1 = W_3 = 0.55555555$	$-t_1 = t_3 = 0.774593669$ $t_2 = 0$
4	$W_1 = W_4 = 0.347854845$ $W_2 = W_3 = 0.652451155$	$-t_1 = t_4 = 0.861136312$ $-t_2 = t_3 = 0.339981044$
5	$W_1 = W_5 = 0.236926885$ $W_2 = W_4 = 0.478628671$ $W_3 = 0.56888888$	$-t_1 = t_5 = 0.906179846$ $-t_2 = t_4 = 0.538469310$ $t_3 = 0$
6	$W_1 = W_6 = 0.171324492$ $W_2 = W_5 = 0.360761573$ $W_3 = W_4 = 0.467913935$	$-t_1 = t_6 = 0.932469514$ $-t_2 = t_5 = 0.661269386$ $-t_3 = t_4 = 0.238619186$

variable t

Evalue la siguiente integral, utilizando las fórmulas de cuadratura de Gauss, con dos y tres puntos

$$\int_0^3 \frac{e^x \operatorname{sen} x}{1+x^2}\,dx$$

La formula

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{(b-a)}{2} \sum_{k=0}^{n} W_k\, f\left(\frac{(b-a)t_k + (b+a)}{2}\right)$$

$$I = \frac{(3-0)}{2}\left[1 f\left(\frac{(3-0)(0.57735026189626 + (3+0)}{2}\right)\right.$$

$$\left. + 1 f\left(\frac{(3-0)(-0.57735026989626) + (3+0)}{2}\right)\right]$$

16

$$I = \frac{3}{2}\left(f(2.366025404) + f(0.633974595 2)\right)$$

$$I = \frac{3}{2}(1.130596636 + 0.7965020297)$$

$$I = 2.890647999$$

Para tres puntos

$$I = \frac{(3-0)}{2}\left[f\left(\frac{(3-0)(-0.774593669)+(3+0)}{2}\right)(0.55555555)\right.$$

$$+0.88888888 f\left(\frac{3-0)(0)+(3+0)}{2}\right) +$$

$$\left. 0.55555555 f\left(\frac{(3-0)(0.774593669)+(3+0)}{2}\right)\right]$$

$$I = \frac{3}{2}\left[f(0.3381094965)(0.55555555 + 0.88888888\right.$$

$$\left. f\left(\frac{3}{2}\right) + 0.55555555 f(2.661890504)\right]$$

$$\boxed{I \simeq 2.863184115}$$