# Métodos multipaso

Los métodos de Euler y Runge-Kutta que se han expuesto, son métodos de un paso.- Se puede mejorar la aproximación $Y_{i+1}$, utilizando otras aproximaciones, $Y_i, y_{i-1}, \ldots, y_{i-k}$ calculadas previamente.- A esto se le llaman métodos multipaso.-

Dichos métodos son:

Método de Adams - Bashforth de dos pasos

$$y_0 = \alpha_0 \quad Y_1 = \alpha_1$$

$$y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{2}\left(3f(t_i, y_i) - f(t_{i-1}, y_{i-1})\right)$$

Método de Adams - Bashforth de tres pasos

$$y_0 = \alpha_0, \quad y_1 = \alpha_1, \quad y_2 = \alpha_2.$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{12}\left(23f(t_i, y_i) - 16f(t_{i-1}, y_{i-1}) + 5f(t_{i-2}, y_{i-2})\right)$$

Método de Adams - Bashforth de cuatro pasos

$y_0 = \alpha_0, \; y_1 = \alpha_1, \; y_2 = \alpha_2, \; y_3 = \alpha_3.$

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{24}\left(55f(t_i, y_i) - 59f(t_{i-1}, Y_{i-1}) + 37f(t_{i-2}, Y_{i-2}) - 9f(t_{i-3}, Y_{i-3})\right)$$

Método de Adams - Moulton de un paso.

$Y_0 = \alpha_0.$

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{2}\left(f(t_{i+1}, Y_{i+1}) + f(t_i, Y_i)\right)$$

Método de Adams - Moulton de tres pasos.

$y_0 = \alpha_0, \; y_1 = \alpha_1, \; y_2 = \alpha_2.$

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{24}\left(9f(t_{i+1}, Y_{i+1}) + 19f(t_i, Y_i) - 5f(t_{i-1}, Y_{i-1}) + f(t_{i-2}, Y_{i-2})\right)$$

Nota Predictor: Adams - Bashforth

Corrector: Adams - Moulton.

Método de Adams Moulton de cuatro pasos

$y_0 = \alpha_0, \quad y_1 = \alpha_1, \quad Y_2 = \alpha_2, \quad Y_3 = \alpha_3.$

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{720}\left(251 f(t_{i+1}, Y_{i+1}) + 646 f(t_i, Y_i) - 264 f(t_{i-1}, y_{i-1}) + 106 f(t_{i-2}, Y_{i-2}) - 19 f(t_{i-3}, y_{i-3})\right)$$

Ejercicios

Utilizar el método de Adams-Bashforth de cuatro Pasos con un tamaño de paso $h=0.2$. Para aproximar $Y(0.8)$ de la solución de $Y' = X + Y - 1$, $Y(0) = 1$

Inicializador: Runge-Kutta de cuarto orden

Segundo Predictor: Adams-Bashforth.

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{24}\left(55 f(t_i, Y_i) - 59 f(t_{i-1}, Y_{i-1}) + 37 f(t_{i-2}, Y_{i-2}) - 9 f(t_{i-3}, Y_{i-3})\right)$$

③ Corrector - Adams-Moulton para tres pasos.

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{h}{24}\left(9f(t_{i+1}, Y_{i+1}) + 19f(t_i, Y_i)\right.$$

$$\left. - 5f(t_{i-1}, Y_{i-1}) + f(t_{i-2}, Y_{i-2})\right)$$

Valor del predictor.

$$Y'_{n+1} = f(X_{n+1}, Y^*_{n+1})$$

Luego para determinar el valor del predictor.

tenemos. $Y' = X + Y - 1$ $\quad Y(0) = 1$

$h = 0.2$ $\quad X_0 = 0$ $\quad X_1 = 0.2$ $\quad X_2 = 0.4$

$X_1 = X_0 + h$ $\quad X_2 = X_1 + h$

$Y(0.8)??$

$X_3 = 0.6$

$X_3 = X_2 + h$

Luego se necesita los valores de la componente Y, que para nuestro caso quedaría:

$Y_1$
$Y_2$ } Valores que se aplica Runge-Kutta de cuarto orden
$Y_3$

$Y_1 = 1.0214000$

$Y_2 = 1.09181716$

$Y_3 = 1.22210646$

Luego con los pares ordenados determinados $(X_0, Y_0), (X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$ se sustituye en la ecuación diferencial para determinar.

$f'(x,y) = X + Y - 1$

$f'(x_0, y_0) = 0 \quad f'(X_1, Y_1) = f(X_1, Y_1)$
$= 0.2214000$

$f'(X_2, Y_2) = f(X_2, Y_2) = 0.49181796$

$f'(X_3, Y_3) = f(X_3, Y_3) = 0.82210646$

Luego vamos al calculo de la Predicción

$$Y_4^* = Y_3 + \frac{0.2}{24}\left(55(0.82210646) - 59(0.49181796) + 37(0.2214) - 9(0)\right)$$

$$= 1.42535975$$

$$X_4 = X_3 + h = 0.6 + 0.2 \qquad \boxed{X_4 = 0.8}$$

$$Y_4' = f(X_4, Y_4^*) = f(0.8, 1.42535975) = 1.22535975$$

Luego lo aplicamos en la corrección de Adams-Moulton de 3 pasos

$Y_0' = 0$ $\quad Y_1' = 0.2214$ $\quad Y_2' = 0.49181796$

$Y_3' = 0.82210646$ $\quad Y_4' = 1.22535975$

$$Y_4 = Y_3 + \frac{0.2}{24}\left(9Y_4' + 19Y_3' - 5Y_2' + Y_1'\right)$$

$$= 1.42555288 \quad R//$$

Recomiendo tomar EDO y hacerlo con estos métodos