Analisis numérico

Extrapolación de Richardson

Esté método sirve para mejorar la diferenciación numérica. El método de Richardson combina dos aproximaciones de diferenciación numérica por diferencias divididas, para obtener un tercer valor más exácto.- $D(h_1)$ y $D(h_2)$.-

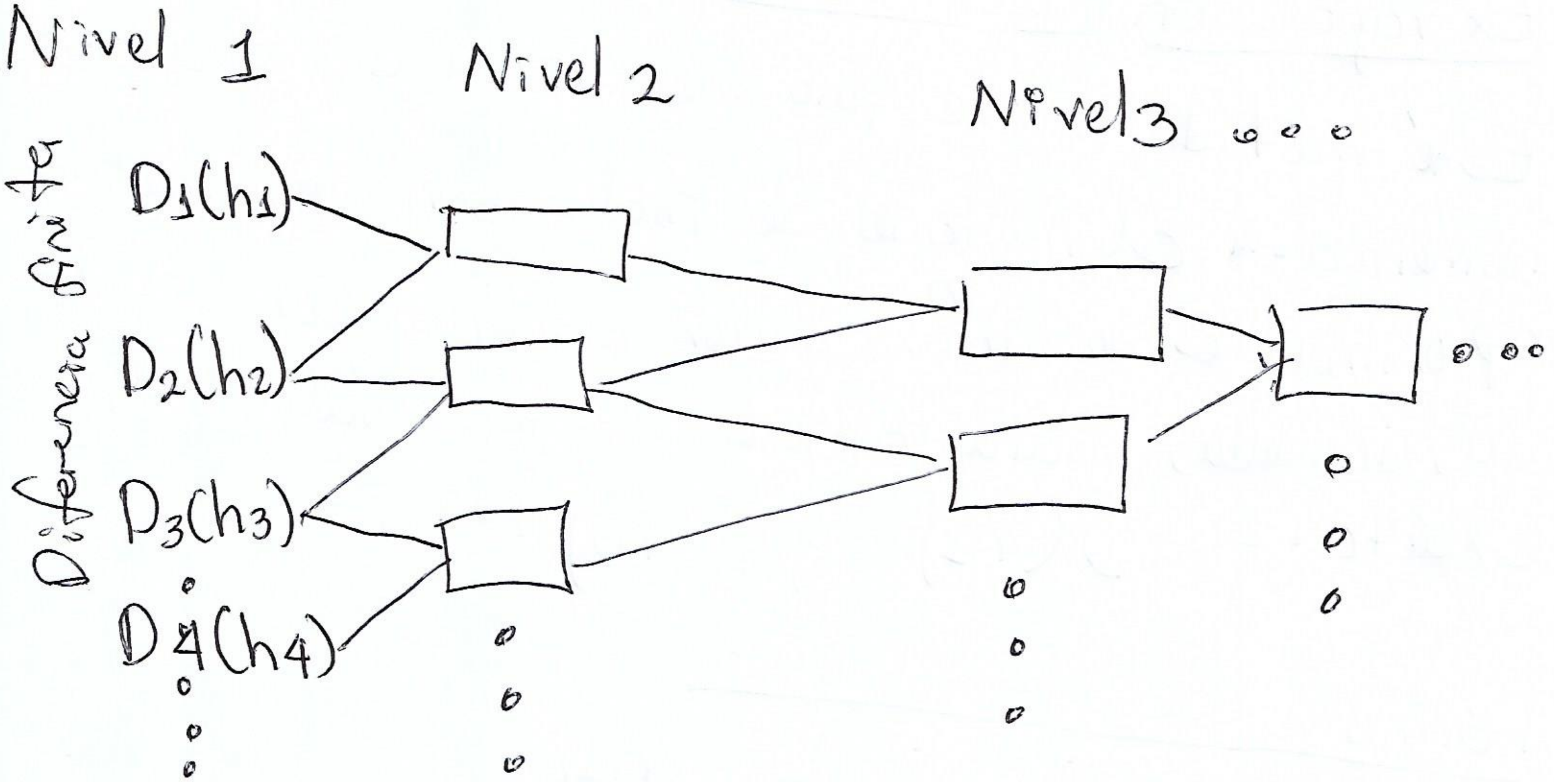
Fórmula de nivel dos

$$D_{(2,i)} = \frac{4}{3} D(h_2) - \frac{1}{3} D(h_1)$$

- Tener claro que se trabaja con niveles de aproximación.- Eso indica que se deben de duplicar los números de subintervalos, de esta manera se inicia con dos, cuatro, ocho, etc.-

Conociendo "h_1" se puede determinar el siguiente como $h_2 = \frac{h_1}{2}$

Cuando digo de niveles me refiero:



① Hay que determinar los valores de h: $h_2 = \frac{h_1}{2}$, $h_3 = \frac{h_2}{2}$, $h_4 = \frac{h_3}{2}$, ...

El h_1 es el intervalo inicial que le dan.-

② Para el nivel 1 se determinan las derivadas con los valores de "h" respectivos con alguna fórmula del método de diferencias finitas

Para el nivel dos

$$D_{(2,i)} = \frac{4}{3} D(h_2) - \frac{1}{3} D(h_1)$$

Nivel $(1,i)$ Nivel $(2,i)$

$$\begin{tikzcd}[column sep=large]
D_{(1,1)}(h_1) \arrow[dr, dash] & \\
 & \boxed{D} \\
D_{(1,2)}(h_2) \arrow[ur, dash] &
\end{tikzcd}$$

Si deseo un nivel tres se utiliza

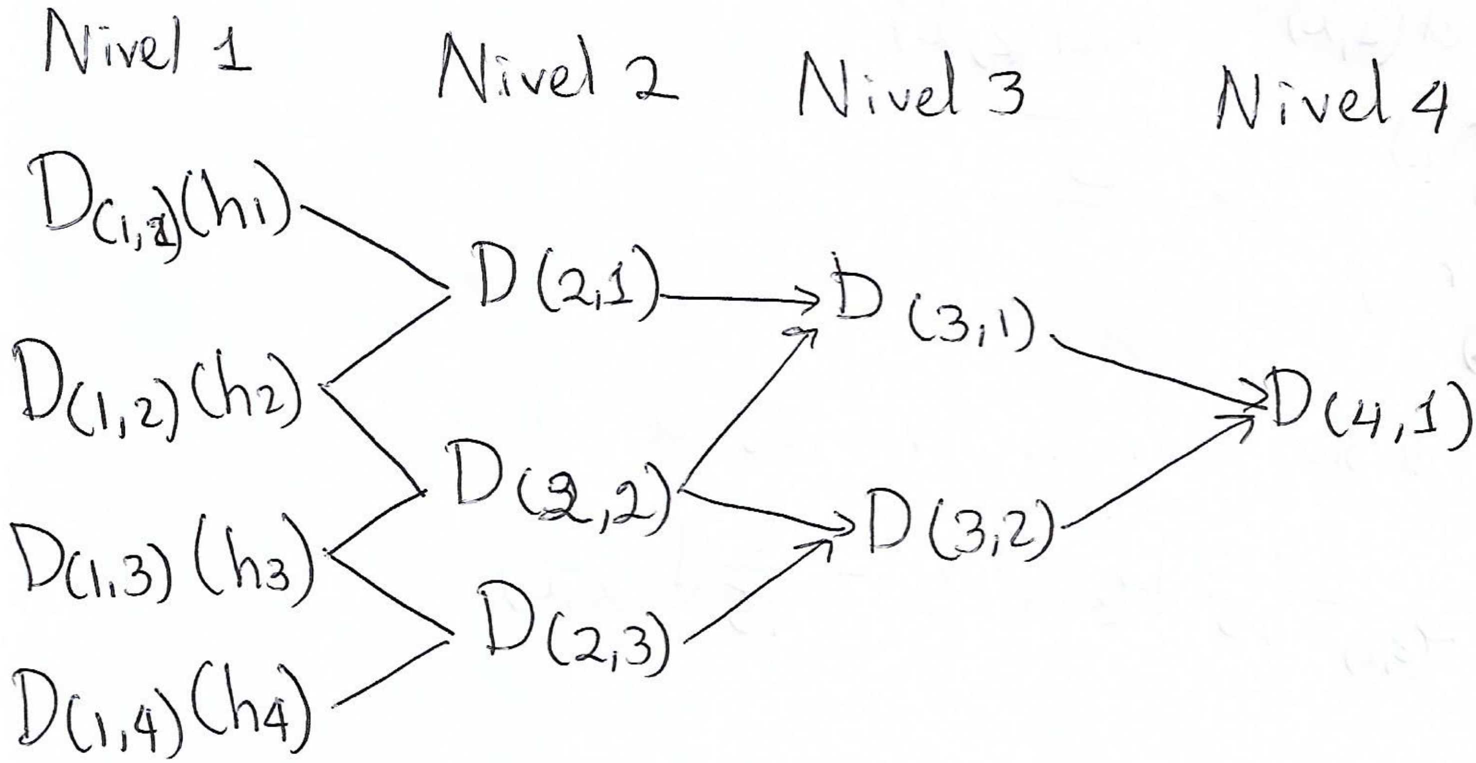
$$D_{(3,i)} = \frac{16}{15}\left(D_{(2,i+1)}\right) - \frac{1}{15}\left(D_{(2,i)}\right)$$

Nivel $(1,i)$ Nivel $(2,i)$ Nivel $(3,i)$

$$\begin{tikzcd}[column sep=large]
D_{(1,1)}(h_1) \arrow[r, dash] & D_{(2,1)} \arrow[dr, dash] & \\
D_{(1,2)}(h_2) \arrow[ur, dash] \arrow[dr, dash] & & D_{(3,1)} \\
D_{(1,3)}(h_3) \arrow[r, dash] & D_{(2,2)} \arrow[ur, dash] &
\end{tikzcd}$$

Para el nivel 4:

$$D_{(4,i)} = \frac{64}{63}\left(D_{(3,i+1)}\right) - \frac{1}{63}\left(D_{(3,i)}\right)$$



Para ir generando las fórmulas de los siguientes niveles se utiliza la fórmula.

$$D_{(k+1,i)} = \frac{4^{k} D_{(k-1,i+1)} - D_{(k-1,i)}}{4^{k}-1}$$

Cuando $k \geq 2$ De aqui se encuentra nivel 3 o mas