DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA

Diferenciación Numérica

Se conoce con este nombre a la aproximación numérica de la derivada primera de una función en un punto dada por la expresión:

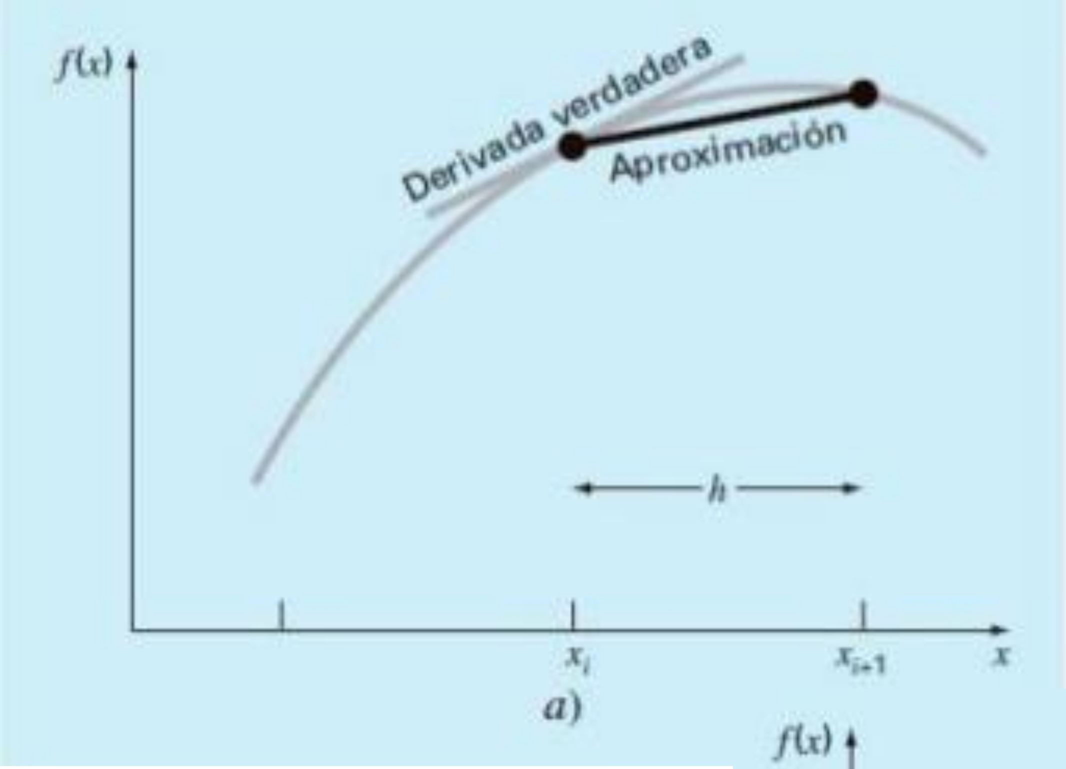
$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(x_{i+1} - x_i)$$

También se puede expresar como:

$$f'(x_i) = \frac{\Delta f_i}{h} + O(h)$$

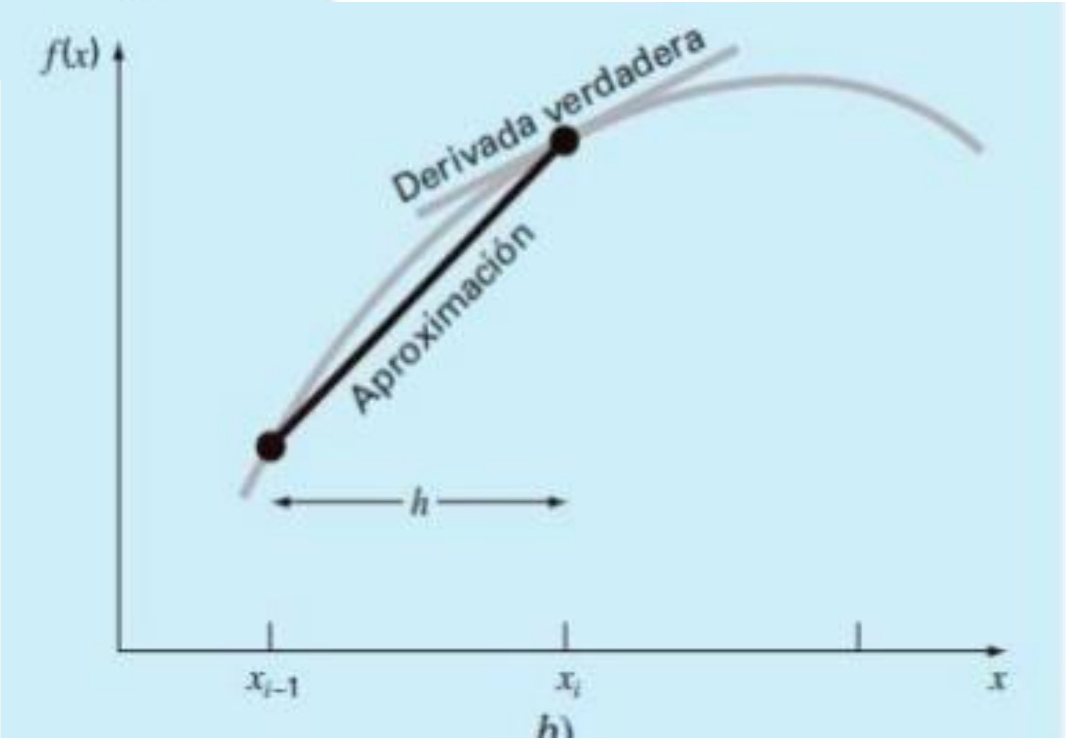
Donde a Δf_i se le conoce como la primera diferencia hacia adelante a h se le llama tamaño del paso o incremento.

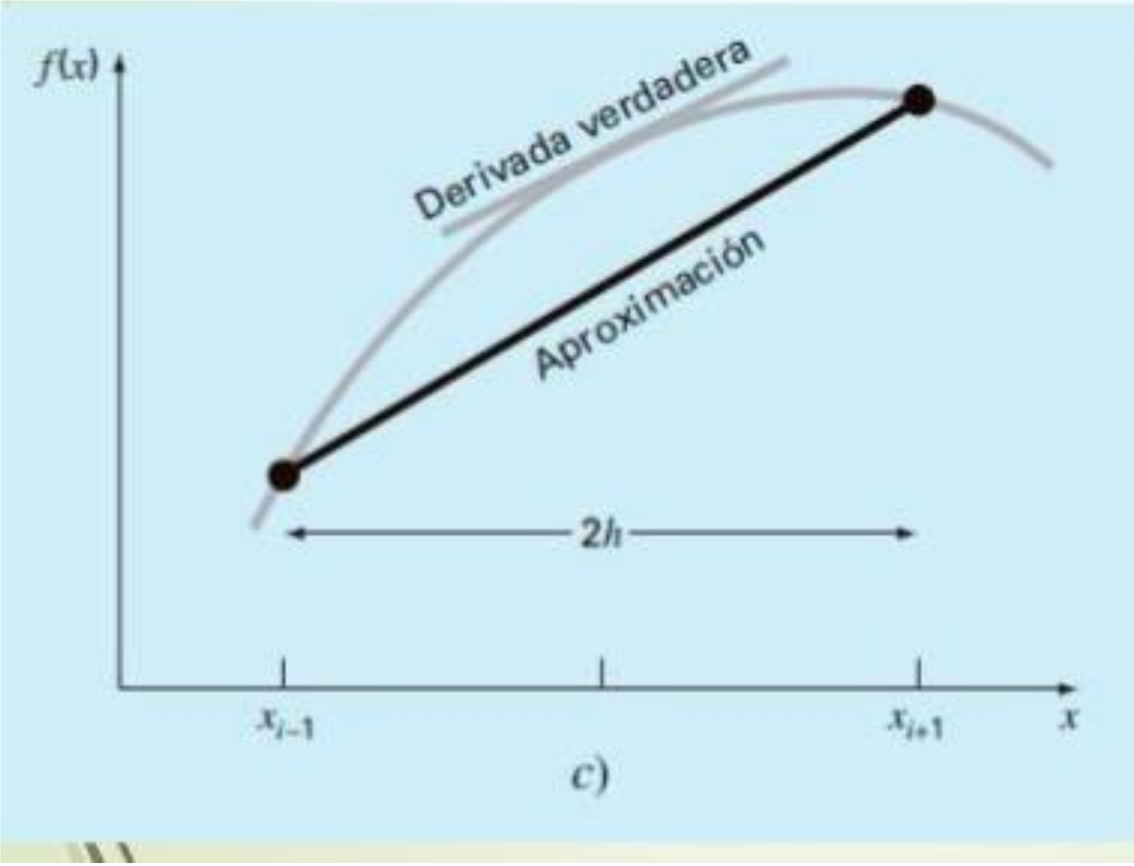
Se llama diferencia "hacia adelante" porque usa los nodos i e i+1 para estimar la derivada como se muestra en la figura a). Al término Δf_i se lo conoce con el nombre de primera diferencia finita dividida.



Gráfica de aproximaciones con diferencias finitas de la primera derivada.

a) Hacia adelante
b) Hacia atrás
c) Centrales




f(x)
Derivada verdadera
Aproximación
2h
x_{i-1}
x_{i+1}
x
c)

Esta diferencia dividida hacia adelante es solo una de las tantas que pueden desarrollarse a partir de la serie de Taylor. Es posible obtener aproximaciones más exactas.
Por ejemplo:

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 - \cdots$$

Truncando la igualdad después de la primer derivada obtenemos:

$$f'(x_i) \cong \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$$

Otra forma es:

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 - \cdots$$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 + \cdots$$