Ejercicio 1

Utilizar el método de Hermite para hallar un polinomio $P(x)$ de grado 2 que satisfaga:

$P(1)=0$, $P'(1)=7$, $P''(2)=10$

	b_0	b_1	b_2
1	0		
1	0	7	
2		10	3

$$P(x)=b_0+b_1(x-x_0)+b_2(x-x_0)^2$$

$$=0+7(x-1)+3(x-1)^2$$

$$=7x-7+3(x^2-2x+1)$$

$$=7x-7+3x^2-6x+3$$

$$\boxed{P(x)=3x^2+x-4}$$

Construir el polinomio de Hermite que concuerde con f y f' en los puntos $X_0=-1$, $X_1=2$ si $f(-1)=-11$, $f'(-1)=14$, $f(2)=2$, $f'(2)=5$

	b_0	b_1	b_2	b_3
-1	-11			
-1	-11	14		
2	2	$13/3$	$-29/9$	
2	2	5	$2/9$	$31/27$

$$P(x)=b_0+b_1(x-x_0)+b_2(x-x_0)^2+b_3(x-x_0)^2(x-x_1)$$

$$P(x)=-11+14(x+1)-\frac{29}{9}(x+1)^2+\frac{31}{27}(x+1)^2(x-2)$$

$$=-11+14x+14-\frac{29}{9}(x^2+2x+1)+\frac{31}{27}(x^2+2x+1)(x-2)$$

$$P(x) = 14x + 3 - \frac{29}{9}x^2 - \frac{58}{9}x - \frac{29}{9} + \frac{31}{27}(x^3 - 3x - 2)$$

$$\boxed{P(x) = \frac{31}{27}x^3 + \frac{37}{9}x - \frac{29}{9}x^2 - \frac{68}{27}}$$

Construyase el polinomio de grado menor que interpole a la función f(x) en los siguientes datos.

$f(1) = 2 \quad f'(1) = 3$

$f(2) = 6 \quad f'(2) = 7 \quad f''(2) = 8 \qquad \frac{f''(2)}{2!} = \frac{8}{2} = 4$

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
1	2				
1	2	3			
2	6	4	1		
2	6	7	3	2	
2	6	7	4	1	-1

$$P(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)^2 + b_3(x - x_0)^2(x - x_1) + b_4(x - x_0)^2(x - x_1)^2$$

$$P(x) = 2 + 3(x-1) + 1(x-1)^2 + 2(x-1)^2(x-2) + (-1)(x-1)^2(x-2)^2$$

Se considera la función $f(x) = \ln x$

Calcular el polinomio de Hermite de f en $x_0 = 1$, $x_1 = 2$

$f'(x_0) = 1$ $\quad f'(x_1) = 0.5$.

	b_0	b_1	b_2	b_3
1	0			
1	0	1		
2	0.69	0.69	-0.31	
2	0.69	0.5	-0.19	0.12

$$P(x) = b_0 + b_1(x-x_0) + b_2(x-x_0)^2 + b_3(x-x_0)^2(x-x_1)$$

$$P(x) = 0 + 1(x-1) + (-0.31)(x-1)^2 + 0.12(x-1)^2(x-2)$$

$$P(x) = x - 0.31(x-1)^2 + 0.12(x-1)^2(x-2)$$