Ejemplos de Newton Raphson.

1) Aproximar la raiz real de $x^3+x-1=0$ con valor inicial de $x_0=-0.7$ con 3 cifras significativas.

$$f(x)=0 \rightarrow f(x)=x^3+x-1$$

$$f'(x)=3x^2+1$$

$$f''(x)=6x$$

Convergencia.

$$\left|\frac{f(x_0)f''(x_0)}{(f'(x_0))^2}\right|<1$$

$$f(0.7)=(0.7)^3+0.7-1=0.043$$

$$f'(0.7)=3(0.7)^2+1=2.47$$

$$f''(0.7)=6(0.7)=4.2$$

$$\left|\frac{(0.043)(4.2)}{(2.47)^2}\right|=0.029602189<1$$

Converge.

$\varepsilon s = 0.5 \times 10^{2-3} = 0.05\%$. $X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$

$n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Iteración	X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$	X_{n+1}	$\|Ea\|\%$
1	0.7	0.043	2.47	0.682591093	2.55041184
2	0.682591093	0.00063117	2.3977910801	0.682327863	0.038578183

R// raíz 0.682327863.

error 0.038578183%.

Utilizar Newton Mejorado o modificado para $f(x) = e^{-x} - x$ con $X_0 = 0$. con 3 cifras significativas.

$f(0) = e^{-0} - 0 = 1$

$f'(x) = -e^{-x} - 1 \rightarrow f'(0) = -e^{-0} - 1 = -2$.

$f''(x) = e^{-x} \rightarrow f''(0) = 1$

Convergencia.

$$\left|\frac{1(1)}{(-2)^2}\right| = \left|\frac{1}{4}\right| < 1 \text{ converge}$$

$$\varepsilon_s = 0.5 \times 10^{2-3} = 0.05\,\%$$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)\,f'(X_n)}{(f'(X_n))^2 - f(X_n)\,f''(X_n)}$$

Iteración	X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$	$f''(X_n)$	X_{n+1}	$\lvert E_a \rvert \%$
1	0	1	-2	1	$0.66\bar{6}$	100
2	$0.6\bar{6}$	-0.153249477	-1.513417119	0.513417122	0.568769076	17.2212185 71
3	0.568769076	-0.002547089	-1.566221986	0.566221986	0.567143768	0.286577634
4	0.567143768	-0.0000000748	-1.56714302	0.567143019	0.56714329	0.000084142

R// Raíz: 0.56714329.

error 0.000084142%.

Practica de excel y matlab.

Método de la secante

1) Se inicia con 2 valores.
2) Si $f(X_1)f(X_2) < 0$ existe raíz.
3) Determinar el nivel de tolerancia.
4) Se determina la primera aproximación

$$X_{n+1} = X_n - f(X_n)\frac{X_n - X_{n-1}}{f(X_n) - f(X_{n-1})}$$

5) Se determina E_a a partir de la segunda iteración.
6) Si $|E_a| \leq E_s$ fin X_{n+1} es la raíz sino regrese al paso 4, donde $X_{n-1} = X_n$
$X_n = X_{n+1}$

Calcular usando el método de la secante la primera intersección de $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) - 5e^{-x}$ con $X_0 = 1$, $X_1 = 2$, con 3 cifras significativas

$f(1) \cdot f(2) = -(1.35997167)(0.164794568) < 0$.

existe raíz

$e_s = 0.5 \times 10^{2-3} = 0.05\%$

Iteración	X_{n-1}	X_n	$f(X_{n-1})$	$f(X_n)$	X_{n+1}	Ea %
1	1	2	-1.359971667	0.164794568	1.891921421	—
2	2	1.891921421	0.164794568	0.057150214	1.834540684	3.127798575
3	1.891921421	1.834540684	0.057150214	-0.004489181	1.838719708	0.227279015
4	1.834540684	1.838719708	-0.004489181	0.000109198	1.838620468	0.0053975
5	1.838719708	1.83862 0468	0.000109198	0.000000201	1.838620285	0.0000009953%

R/ raiz 1.838620285.

error 0.0000009953%

Práctica excel y matlab.

Pags