

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

## Filtragem Ótima com Aplicações Aeroespaciais

### Exercício Computacional 3

Prof. Davi Antônio dos Santos

September 15, 2017

Seja um sistema dinâmico de segunda ordem modelado em tempo discreto, considerando um período de amostragem  $T = 0.1$  s, por:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}u_k + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$y_{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} + v_k \quad (2)$$

onde  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^2$  é o vetor de estados,  $y_k \in \mathbb{R}$  é a saída medida,  $\{\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^2\}$  é uma realização do PE  $\{\mathbf{W}_k\}$ , com  $\mathbf{W}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$  e  $\mathbf{Q} = \text{diag}(1 \times 10^{-2}, 4 \times 10^{-2})$ ,  $\{v_k \in \mathbb{R}\}$  é uma realização do PE  $\{V_k\}$ , com  $V_k \sim \mathcal{N}(0, R)$  e  $R = 1 \times 10^{-2}$ ,  $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^2$  é uma realização do VA  $\mathbf{X}_1 \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{P}})$ , com  $\bar{\mathbf{x}} = [1 \ 0]^T$  e  $\bar{\mathbf{P}} = \text{diag}(1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-8})$ , a sequência  $\{\{V_k\}, \{\mathbf{w}_k\}, \mathbf{X}_1\}$  é descorrelacionada,  $u_k \in \mathbb{R}$  é uma entrada de controle<sup>1</sup>

$$u_k = 10 \left( \bar{y}_k - \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_k \right) - 2\mathbf{e}_2^T \mathbf{x}_k,$$

em que  $\bar{y}_k \in \mathbb{R}$  é a entrada de comando, considere  $\bar{y}_k = 5$ ,  $\forall k$ , e por fim,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.005 \\ 0.1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Simule o sistema descrito acima no período de tempo de 0 a 20 s. Plote um gráfico com 10 realizações  $\{y_k\}$  da saída medida e o comando  $\{\bar{y}_k\}$ .
- Usando os parâmetros verdadeiros (do modelo dado acima), implemente um filtro de Kalman convencional para esse sistema. Simule esse filtro nas 10 realizações  $\{y_k\}$  obtidas em *a*. Plote, em dois gráficos separados, um para  $i = 1$  e outro para  $i = 2$ , as 10 realizações  $\mathbf{e}_i^T \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}$  do erro (verdadeiro) de estimação e as respectivas médias e erros RMS amostrais, bem como os desvios padrões teóricos (obtidos a partir de  $\mathbf{P}_{k|k}$ ).
- Escreva um relatório sucinto com as respostas dos itens *a–b*. Comente os resultados gerados.

---

<sup>1</sup> $\mathbf{e}_1 \triangleq [1 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{e}_2 \triangleq [0 \ 1]^T$ .