# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

# Laboratorio de Biomecanica

# Práctica 2 Diseño del marco de una bicicleta

Semestre: Agosto – diciembre 2022

Brigada: 214 salón: 12BMC

M.A. Yadira Moreno Vera

20/09/2022

| Nombre                       | Matricula |
|------------------------------|-----------|
| Edwin Israel Ramírez Aguilar | 1670113   |
| Moisés Pablo Moreno García   | 1991915   |
| Valeria Rosales García       | 1894544   |
| Fernando Trujillo Ibarra     | 1991949   |
| Oscar Hernández Chávez       | 1992049   |
| Alan Alexis Arzate Gómez     | 1908801   |

#### Práctica 2

## **Objetivo**

Aprender a utilizar la lógica del código de Matlab para la colocación de cargas, apoyos y fuerzas dentro de un espacio de diseño propuesto.

## Nombre y definición de la forma Geometría

La geometría es la rama de las matemáticas que se centra en el estudio de las propiedades de las líneas, planos, ángulos, formas y las distancias y relaciones entre ellos.

La geometría de una bici mide las longitudes de los tubos que la conforman, así como los ángulos que forman dichos tubos en la dirección y en el tubo de sillín principalmente. Los tubos se miden desde centro a centro y evidentemente no es necesario que la forma de los tubos sea convencional para medirlos. Lo que se mide es la longitud. La geometría es básica para que la bicicleta se comporte de una manera u otra dependiendo del conjunto de medidas y ángulos.

Uno de los parámetros importantes de una bici son los ángulos de dirección. El parámetro de dirección va a hacer que la bici sea más estable, o que gire más rápido y que tenga una mayor viveza de reacciones.

#### Estado del Arte

La bicicleta es un medio de transporte que utiliza como insumo energético el trabajo que puede ser suministrado por un ser humano. La bicicleta, en su forma actual, es el producto de largos años de intentos de proveer al ser humano de un medio de locomoción. Los componentes básicos de una bicicleta son: dos ruedas dispuestas en línea, un sistema de transmisión a pedales, un cuadro como estructura donde se integran los componentes, un manillar sujeto a la horquilla para controlar la dirección y un sillín. La paternidad de la bicicleta se atribuye al barón Karl Drais, un inventor alemán que nació en 1785. Su rudimentario artefacto, llamado "hobby-horse" (caballito de madera), creado alrededor de 1817, se impulsaba apoyando los pies alternativamente sobre el suelo. Siguieron las innovaciones, un herrero escocés, en 1839, Kirkpatrick Macmillan, construyó la primera bicicleta a pedales. La usó para realizar un viaje de ida y vuelta hasta Glasgow de 226 km, cubriendo un tramo de 65 km a una velocidad media de 13 km/h. Pero fue Francia quien más impulsó la fabricación de bicicletas. Un constructor de carrozas, Pierre Michaux, acopló bielas y pedales a la rueda delantera de un "hobby-horse" y llamó a su máquina, velocípedo. En 1866-67 presentó un modelo con una rueda delantera de mayor diámetro que la trasera, entre otras innovaciones.

En 1869 se produjeron varios inventos cruciales, como el buje de rodamientos, las ruedas con radios metálicos, los neumáticos de goma sólidos, la rueda libre, el guardabarros y un cambio de cuatro marchas. Dado que los pedales y las bielas del velocípedo estaban acoplados a la rueda delantera, cuanto más grande fuera ésta, más rápido podía ir. A principios de los años 70 del pasado siglo, el velocípedo se había convertido en un alto biciclo, con una rueda delantera casi tan alta como un hombre, el mayor inconveniente estaba en la falta de estabilidad cuando la rueda tropezaba con un pequeño obstáculo.

En 1885, John Kemp Starley crea "la bicicleta de seguridad", donde la rueda delantera es más pequeña y gracias al uso de los rodamientos, es propulsada por una cadena, se le acopló frenos, para una mayor seguridad. Añadiendo poco después, en 1888, los neumáticos desarrollados por John Boyd Dunlop, donde en su tubo interior se rellenan de aire, amortiguando parte del golpeteo contra los caminos. La bicicleta de seguridad se extendió rápidamente por todo el mundo industrializado.

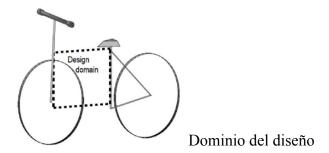
En el mundo del ciclismo se han realizado numerosos estudios relacionados con la biomecánica, dando lugar a una gran dimensión de documentación relacionada con este tema. La biomecánica es la ciencia que estudia el conjunto del mecanismo (la bicicleta, en este caso) y la persona, para estudiar todas las fuerzas que interactúan en el sistema, como las fuerzas que se oponen al desplazamiento o las fuerzas propulsivas, y también, aspectos para aumentar la eficacia mecánica del desplazamiento. Por ello, la biomecánica abarca numerosos aspectos, pero este proyecto se va a centrar en el estudio de las fuerzas propulsivas, y especialmente las aplicadas contra el pedal. Aunque tradicionalmente la ingeniería mecánica ha sido la perspectiva científica que ha dedicado más esfuerzos al estudio de la eficacia en el desplazamiento, resulta insuficiente cuando se trata de vehículos propulsados por una persona. Debido a la interacción entre el hombre y la máquina se requieren incorporar otras perspectivas científicas que tengan en cuenta procesos bioenergéticos y de producción de fuerza en el sistema muscular.

Posiblemente debido a aspectos como la relevancia de la bicicleta en el transporte hoy en día, el uso de la bicicleta como ejercicio o terapia y el ciclismo de competición, hay numerosos estudios de la biomecánica del ciclismo. Entre ellos, se encuentran estudios relacionados con las resistencias al desplazamiento, con la dinámica muscular y los estudios cinemáticos y cinéticos relacionados con las fuerzas sobre el pedal y sus variables interactivas son los aspectos que más interesan, debido a que se necesita conocer las cargas que se deben aplicar al modelo del cuadro.

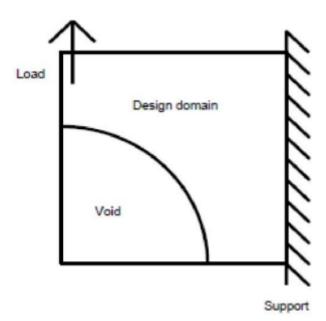
Además, sólo puede considerarse como fuerza propulsiva externa a la acción de la gravedad en el caso de que el sistema se encuentre en una pendiente descendente, el resto de fuerzas propulsivas son interactivas dentro del sistema, como son las ejercidas sobre el sillín, el manillar y, especialmente, sobre los pedales, teniendo en cuenta que dichas fuerzas propulsivas son ejercidas por el ciclista, es decir, por las fuerzas que ejercen sus contracciones musculares y los momentos sobre las articulaciones.

#### Propuesta de diseño de la Geometría alcances y limitaciones

En la siguiente propuesta se diseña el marco de la bicicleta en base a una solución al problema de diseño que consiste en construir la parte frontal del marco lo más rígida posible, dicho problema puede observarse en la siguiente imagen:



Para poder comprender mejor este concepto se realiza un diagrama esquemático del dominio del diseño que se presenta en la siguiente figura:



Esquema del dominio del diseño

En este esquema es necesario dejar un espacio vacío para poder colocar la llanta delantera de la bicicleta y analizar la fuerza de carga que se ejerce sobre el manubrio, así como interpretar que el bastidor trasero funciona como un soporte fijo. La optimización de forma consiste en modificar la geometría del dominio preservando su topología, es decir sin crear huecos o cavidades en su interior.

## Pasos del desarrollo de la programación

La sintaxis de la función principal top(nelx, nely, volfrac, penal, rmin) consiste de:

- nelx: es el número de elementos finitos en la dirección horizontal.
- nely: es el número de elementos finitos en la dirección vertical.

- volfrac: es la fracción de volumen en el dominio del diseño.
- penal: es la penalización de densidades intermedias.
- rmin: es el radio de filtro para un filtro que hace que el diseño de malla independiente.

El Primer paso será la consideración de carga y apoyo, para esto, en nuestro código de MATLAB editaremos las siguientes líneas.

```
function [U]=FE(nelx,nely,x,penal)
[KE] = lk;
K = sparse(2*(nelx+1)*(nely+1), 2*(nelx+1)*(nely+1));
F = sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),1); U = zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
```

Una vez que definimos dichos datos procedemos a ejecutar en la consola lo siguiente, se usaron 3 diseños para ver cuál se representaba de una mejor manera:

```
- top(12, 12, 0.33, 3.0, 0.9)
```

- top(16, 16, 0.33, 3.0, 1.2)
- top(20, 20, 0.33, 3.0, 1.5)

Para un mejor resultado se puede modificar el módulo de Young (El valor promedio es de  $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ) en las siguientes líneas:

```
100 E = 2*10e11;
```

De esta manera podemos obtener nuestra optimización que se encuentra en el siguiente apartado de resultados.

#### El código utilizado en MATLAB fue el siguiente:

%%%% A 99 LINE TOPOLOGY OPTIMIZATION CODE BY OLE SIGMUND, JANUARY 2000 %%%

%%%% CODE MODIFIED FOR INCREASED SPEED, September 2002, BY OLE SIGMUND %%%

function top(nelx,nely,volfrac,penal,rmin);

```
% INITIALIZE

x(1:nely,1:nelx) = volfrac;

for ely = 1:nely

for elx = 1:nelx

if ((elx)^2+(ely-nely)^2) < (0.65*nelx)^2

passive(ely,elx) = 1;

else
```

```
passive(ely,elx) = 0;
    end
  end
end
x(find(passive))=0.001;
loop = 0;
change = 1.;
% START ITERATION
while change > 0.01
loop = loop + 1;
xold = x;
% FE-ANALYSIS
 [U]=FE(nelx,nely,x,penal);
% OBJECTIVE FUNCTION AND SENSITIVITY ANALYSIS
 [KE] = lk;
 c = 0.;
 for ely = 1:nely
  for elx = 1:nelx
   n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely;
   n2 = (nely+1)* elx +ely;
   Ue = U([2*n1-1;2*n1; 2*n2-1;2*n2; 2*n2+1;2*n2+2; 2*n1+1;2*n1+2],1);
   c = c + x(ely,elx)^penal*Ue'*KE*Ue;
   dc(ely,elx) = -penal*x(ely,elx)^(penal-1)*Ue'*KE*Ue;
  end
 end
% FILTERING OF SENSITIVITIES
 [dc] = check(nelx,nely,rmin,x,dc);
```

```
% DESIGN UPDATE BY THE OPTIMALITY CRITERIA METHOD
[x] = OC(nelx,nely,x,volfrac,dc,passive);
% PRINT RESULTS
change = max(max(abs(x-xold)));
disp(['It.: 'sprintf('%4i',loop) 'Obj.: 'sprintf('%10.4f',c) ...
   ' Vol.: 'sprintf('%6.3f',sum(sum(x))/(nelx*nely)) ...
   'ch.: 'sprintf('%6.3f',change)])
% PLOT DENSITIES
colormap(gray); imagesc(-x); axis equal; axis tight; axis off;pause(1e-6);
end
OPTIMALITY
                                             CRITERIA
                                                               UPDATE
function [xnew]=OC(nelx,nely,x,volfrac,dc,passive)
11 = 0; 12 = 100000; move = 0.2;
while ((12-11)/12 > 1e-4)
lmid = 0.5*(12+11);
xnew(find(passive)) = 0.001;
xnew = max(0.001, max(x-move, min(1., min(x+move, x.*sqrt(-dc./lmid)))));
if sum(sum(xnew)) - volfrac*nelx*nely > 0;
 11 = lmid;
else
 12 = 1mid;
end
end
MESH-INDEPENDENCY
                                                                 FILTER
function [dcn]=check(nelx,nely,rmin,x,dc)
dcn=zeros(nely,nelx);
```

```
for i = 1:nelx
 for j = 1:nely
  sum=0.0;
  for k = max(i-floor(rmin), 1):min(i+floor(rmin), nelx)
   for l = max(j-floor(rmin), 1):min(j+floor(rmin), nely)
    fac = rmin-sqrt((i-k)^2+(j-1)^2);
    sum = sum + max(0, fac);
    den(j,i) = den(j,i) + max(0,fac)*x(l,k)*de(l,k);
   end
  end
  dcn(j,i) = dcn(j,i)/(x(j,i)*sum);
 end
end
FE-ANALYSIS
%%%%%%%%%%%%%%
function [U]=FE(nelx,nely,x,penal)
[KE] = lk;
K = \text{sparse}(2*(\text{nelx}+1)*(\text{nely}+1), 2*(\text{nelx}+1)*(\text{nely}+1));
F = sparse(2*(nely+1)*(nelx+1),1); U = zeros(2*(nely+1)*(nelx+1),1);
for elx = 1:nelx
 for ely = 1:nely
  n1 = (nely+1)*(elx-1)+ely;
  n2 = (nely+1)*elx +ely;
  edof = [2*n1-1; 2*n1; 2*n2-1; 2*n2; 2*n2+1; 2*n2+2; 2*n1+1; 2*n1+2];
  K(edof,edof) = K(edof,edof) + x(ely,elx)^penal*KE;
 end
end
```

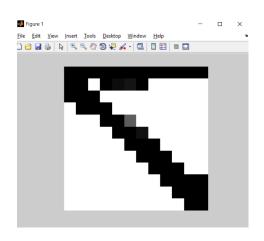
```
% DEFINE LOADS AND SUPPORTS (HALF MBB-BEAM)
F(2,1) = 1;
fixeddofs = 2*nelx*(nely + 1) + 1:2*(nelx + 1)*(nely + 1);
       = [1:2*(nely+1)*(nelx+1)];
alldofs
freedofs = setdiff(alldofs,fixeddofs);
% SOLVING
U(freedofs,:) = K(freedofs, freedofs) \setminus F(freedofs,:);
U(fixeddofs,:)=0;
ELEMENT
                                                  STIFFNESS
                                                                       MATRIX
function [KE]=lk
E = 2*10e11;
nu = 0.3;
k=[1/2-nu/6 1/8+nu/8 -1/4-nu/12 -1/8+3*nu/8 ...
 -1/4+nu/12 -1/8-nu/8 nu/6
                           1/8-3*nu/8];
KE = E/(1-nu^2)*[k(1)k(2)k(3)k(4)k(5)k(6)k(7)k(8)
         k(2) k(1) k(8) k(7) k(6) k(5) k(4) k(3)
         k(3) k(8) k(1) k(6) k(7) k(4) k(5) k(2)
         k(4) k(7) k(6) k(1) k(8) k(3) k(2) k(5)
         k(5) k(6) k(7) k(8) k(1) k(2) k(3) k(4)
         k(6) k(5) k(4) k(3) k(2) k(1) k(8) k(7)
         k(7) k(4) k(5) k(2) k(3) k(8) k(1) k(6)
         k(8) k(3) k(2) k(5) k(4) k(7) k(6) k(1);
```

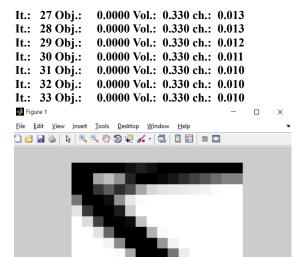
#### Resultados de optimización

```
top(12,12,0.33,3.0,0.9);
It.: 1 Obj.: 0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 2 Obj.:
              0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
              0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 3 Obj.:
It.: 4 Obj.:
              0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 5 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 6 Obj.:
              0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 7 Obj.:
              0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 8 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.142
It.: 9 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.111
It.: 10 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.148
It.: 11 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.159
It.: 12 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.128
It.: 13 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.055
It.: 14 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.016
It.: 15 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.002
```

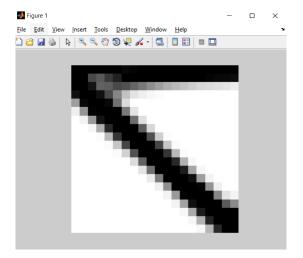
#### >> top(16,16,0.33,3.0,1.2);

```
It.: 1 Obj.: 0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 2 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 3 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 4 Obj.:
It.: 5 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
It.: 6 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.173
It.: 7 Obj.:
It.: 8 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.136
It.: 9 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.093
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.106
It.: 10 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.106
It.: 11 Obj.:
It.: 12 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.091
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.070
It.: 13 Obj.:
It.: 14 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.062
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.053
It.: 15 Obj.:
It.: 16 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.047
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.038
It.: 17 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.031
It.: 18 Obj.:
It.: 19 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.028
It.: 20 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.024
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.021
It.: 21 Obj.:
It.: 22 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.020
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.018
It.: 23 Obj.:
It.: 24 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.017
It.: 25 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.015
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.014
It.: 26 Obj.:
```





```
It.: 15 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.059
> top(20,20,0.33,3.0,1.5);
It.: 1 Obj.: 0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                               It.: 16 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.053
It.: 2 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                               It.: 17 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.049
It.: 3 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                               It.: 18 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.044
It.: 4 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                               It.: 19 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.039
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.033
It.: 5 Obj.:
                                                               It.: 20 Obj.:
It.: 6 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.200
                                                               It.: 21 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.028
It.: 7 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.162
                                                               It.: 22 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.023
It.: 8 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.134
                                                               It.: 23 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.020
It.: 9 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.113
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.016
                                                               It.: 24 Obj.:
It.: 10 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.116
                                                               It.: 25 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.014
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.012
It.: 11 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.133
                                                               It.: 26 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.129
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.011
It.: 12 Obj.:
                                                               It.: 27 Obj.:
It.: 13 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.071
                                                               It.: 28 Obj.:
                                                                               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.010
It.: 14 Obj.:
               0.0000 Vol.: 0.330 ch.: 0.066
```



#### **Conclusiones**

#### Edwin Israel Ramírez Aguilar

Para la creación y la investigación de esta práctica se necesitó la búsqueda de la información de la manera en como programar y encontrar la forma del marco y la geometría necesaria por lo cual se buscó manuales que nos dieran la guía para un mejor desarrollo y manejo, siendo así que esta práctica nos muestra como optimizar y el manejo de las piezas y estructuras mediante la forma del marco de bicicleta siendo así que se diferencia de la práctica 1, permitiéndonos adecuarlo para un mejor uso, siendo así que nos permite ser capaces de observar que efectivamente el diseño depende del tamaño del mallado, y aplicarle un filtro podemos suavizar bordes dadnos así una mejor comparación, por lo cual podemos manejar y utilizar lo visto y aprendido para la realización y función.

#### Valeria Rosales García

Para la realización de esta práctica de igual manera que la práctica 1 fue necesaria la utilización del software matlab, pero, primero que nada se investigó en el estado del arte acerca de la geometría actual de lo que es una bicicleta para así poder hacer las mejoras pertinentes al diseño actual, realizando la práctica, es decir, el código, se concluye que para el mallado es lo que hace que el diseño se realice de una manera correcta. Está práctica nos ayuda a optimizar el diseño de una bicicleta la cual fue posible con la ayuda a matlab

# Fernando Trujillo Ibarra

La optimización de este marco de bicicleta se llevó a cabo mediante una optimización de forma, donde no se altera su topología en lo absoluto, sino que se busca un rediseño en la geometría del objeto. El código utilizado en MATLAB nos permite realizar este tipo de optimizaciones de manera más rápida y eficaz, pues por medio de la modificación de algunas líneas de código pudimos cumplir con el objetivo acometido. A pesar de haber sido una optimización de forma, el software también nos permite realizar optimizaciones topológicas que sirven para otro tipo de proyectos.

#### Alan Alexis Arzate Gómez

En esta actividad se volvió a hacer uso del software MATLAB que gracias a él se realizó una optimización de forma en este caso para un marco de bicicleta en el que por medio del código rediseña el objeto de acuerdo a los parámetros dados, es por eso que fueron 3 para observar su comportamiento. Podemos observar que en el último al ser un tamaño más grande se alcanza a notar un mejor detalle.

#### Oscar Hernández Chávez

En la práctica logramos aprender la colocación de cargas, apoyos y fuerzas con la lógica de códigos de MATLAB el cual realiza una buena optimización, para ello se analizó la geometría del cuadro de una bicicleta con el mallado el cual depende mucho del tamaño que se utilice, también logramos aprender que se pueden realizar varios diseños con las diferentes funciones dentro del código.

#### Moises Pablo Moreno Garcia

En esta práctica se empleó Matlab para generar un análisis de elemento finito para objetos de ámbito simple, específicamente un soporte de bicicleta, Los resultados obtenidos son muy parecidos a los de un soporte tradicional, lo que me hace pensar que el diseño que se comercializa tiene un análisis topológico, esto probablemente tenga una razón económica pues les permite ahorrar material y cumplir con la función del objeto.

# Bibliografía

- 99 Line Topology Optimization Code O. Sigmund, Department of Solid Mechanics,
   Building 404, Technical University of Denmark, DK-2800 Lyngby, Denmark
- Lucía C.. (2020). La optimización topológica en la impresión 3D. 03/09/2022, de 3D Natives Sitio web: <a href="https://www.3dnatives.com/es/optimizacion-topologica-10012017/#">https://www.3dnatives.com/es/optimizacion-topologica-10012017/#</a>!
- · (S/f). Uc3m.es. Recuperado el 20 de septiembre de 2022, de <a href="https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/25623/PFC\_MiguelAngel\_Naranjo\_Hipolito.pdf">https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/25623/PFC\_MiguelAngel\_Naranjo\_Hipolito.pdf</a>
- · 3D Natives (2017). La optimización topológica en la impresión 3D. Recuperado de: https://www.3dnatives.com/es/optimizacion-topologica-10012017/