

به نام یگانه برنامه نویس عالم

الگوریتم های پیشرفته

استاد فراهانی

تمرین ۱

سرکار خانم چرمچی

دستیار آموزشی:

401422193 / معین ورکیانی

کد / نام دانشجو:

۱. توضیح الگوریتم و شبه کد

بله، برای اینکار بنا به فلسفه کلی متد تقسیم و غلبه، باید سوال را به دو بخش یکسان و کوچکتر برای حل تقسیم کنیم.

فرض کنیم ورودی ما دو عدد $X=1234$ و $Y=5678$ است.

هر عددی بزرگتر از ۱۰ را به صورت $a*10^{(n/2)} + b$ میتوان نوشت که در آن n تعداد ارقام عدد ست. پس داریم.

$$\begin{aligned} X &= 1234 = 12*10^2 + 34 ; & a=12, b=34 \\ Y &= 5678 = 56*10^2 + 78 ; & c=56, d=78 \end{aligned}$$

در این حالت ضرب XY برابر ست با:

$$XY = (a*10^{n/2} + b)(c*10^{n/2} + d) = ac*10^n + (ad + bc)*10^{n/2} + bd$$

یعنی برای محاسبه به چهار مرحله انجام ضرب نیاز داریم؛ اما میتوان از این بهینه تر نیز عمل کرد و مجموع این ۴ ضرب را به مجموع ۳ ضرب تبدیل کنیم:

$$\begin{aligned} z_0 &= bd \\ z_1 &= (a+b)(c+d) \\ z_2 &= ac \\ XY &= z_2*10^n + (z_1 - z_2 - z_0)*10^{n/2} + z_0 \end{aligned}$$

پس به صورت کلی برای حل سوال داریم:

```
multiplyxy(x,y):
    if len(str(x)) == 1 or len(str(y)) == 1:
        return x*y
    else:
        m = max(len(str(x)),len(str(y)))
        m2 = m // 2

        a = x // 10**(m2)
        b = x % 10**(m2)
        c = y // 10**(m2)
        d = y % 10**(m2)

        z0 = multiplyxy(b,d)
        z1 = multiplyxy((a+b),(c+d))
        z2 = multiplyxy(a,c)

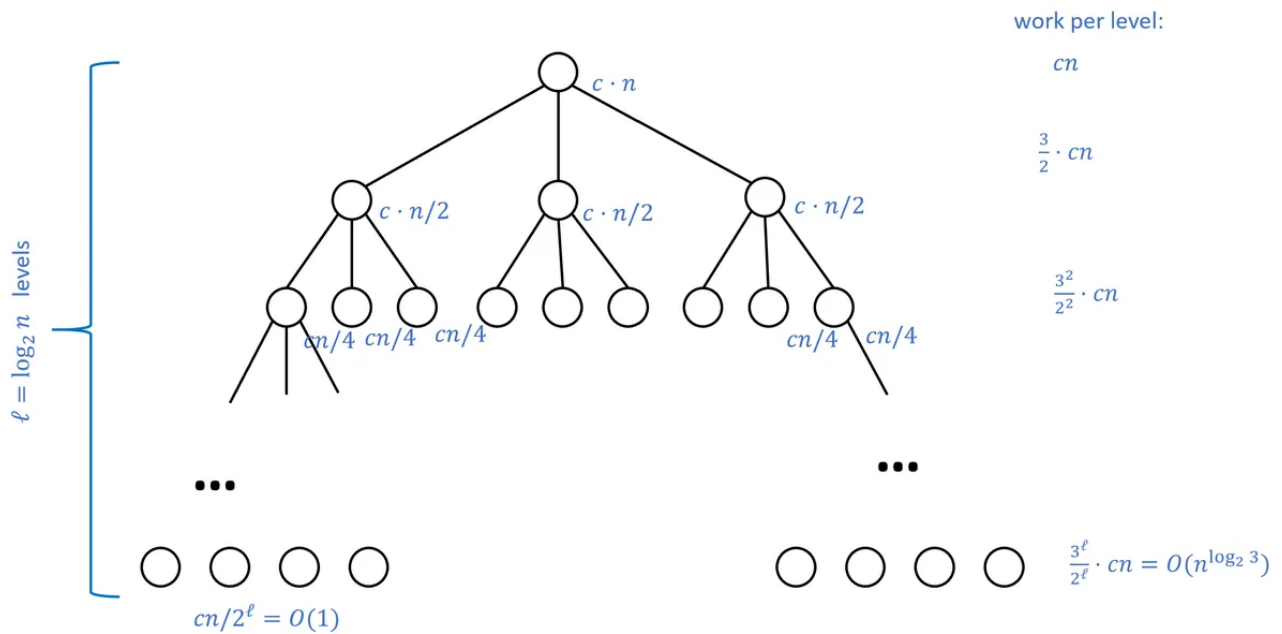
        return (z2 * 10**(2*m2)) + ((z1 - z2 - z0) * 10**(m2)) + (z0)
```

۲. کوچکترین زیر مسئله

کوچکترین زیرمسئله در این روش، ضرب دو عدد که حداقل یکی از آن ها تک رقمی باشد.

۴. تحلیل پیچیدگی زمانی

در هر مرحله نیاز به محاسبه ۳ ضرب داریم پس در واقع در هر گره درخت، ۳ شاخه خواهیم داشت:



$$T(n) = 3T(n/2) + O(n) ; \quad T(1) = O(1)$$

با جایگذاری $T(n/2) = 3T(n/4) + O(n/2)$ و استفاده از استقرا در نهایت داریم:

$$T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584962}) \approx O(n^{1.59})$$

ارادتمند شما
معین ورکیانی