



روش المان محدود مبتنی بر VOXEL

مقدمه:

امروزه برای پیش‌بینی تغییر شکل اجسام از مدل اجزای محدود استفاده می‌شود. با این حال، دو عامل از کاربرد گسترده مدل‌های اجزا محدود برای ایجاد خواص مواد چند فازی جلوگیری می‌کنند: ۱ - مقدار کار مورد نیاز برای ساخت یک مدل اجزا محدود با مش بندی با کیفیت بالا و ۲ - زمان محاسبات طولانی مورد نیاز برای ساخت مدل و حل معادلات اجزا محدود.

یکی از روش‌ها برای جلوگیری از مش بندی مجدد و زمان بر، روش اجزا محدود مبتنی بر (VFEM) voxel است. تولید مش مبتنی بر voxel امکان تولید سریع، اتوماتیک و قوی مدل‌های چند فازی را بدون دخالت کاربر فراهم می‌کند. در VFEM، دامنه محاسباتی به عناصر آجری یکنواخت تقسیم می‌شود و voxel در مناطق با ماده قوی و مناطق با ماده ضعیف، خواص مکانیکی مختلفی همچون مدول الاستیسیته و ضریب پواسون متفاوت دارند. در این پروژه با ساخت یک مدل اجزا محدود مبتنی بر voxel، به بررسی نتایج حاصل از استفاده از آن برای ماده دو فازی پرداخته شده است.

منظور از این کار، توسعه یک الگوریتم حل عددی برای تحلیل مبتنی بر تصویر است که از مزایای گسسته سازی مبتنی بر voxel بهره می‌برد. هدف این است که به یک روش قوی، اتوماتیک و کارآمد (از نظر زمان محاسبه و حافظه) براساس مدل‌های المان محدود مبتنی بر voxel دست یابیم. این روش دقت قابل قبولی در پیش‌بینی شکل نهایی اجسام نشان می‌دهد و استفاده از این روش امکان پذیر و قابل دسترس می‌باشد.

روش انجام پروژه:

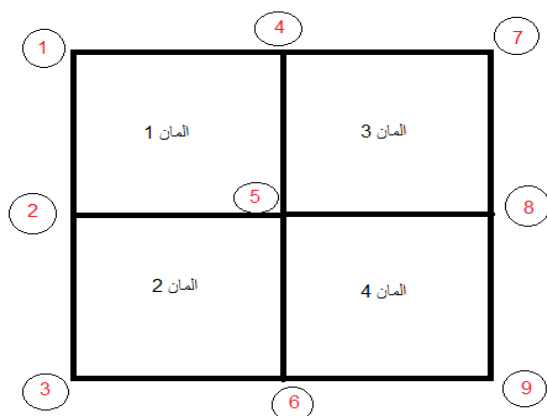
ریز ساختار مواد بر رفتار مواد از طریق ویژگی‌های فیزیکی اجزای سازنده آن و همچنین پیکره بندی‌های هندسی مختلف تاثیر می‌گذارد. داده‌های تصویری دیجیتال بدست آمده از مواد واقعی به عنوان ورودی مدل هندسه ریز ساختار بکار گرفته می‌شوند. ساختار منظم داده‌های تصویر به مدل هندسی انتقال داده می‌شود و یک مدل مبتنی بر voxel ایجاد می‌کند. یک المان متناظر با یک پیکسل است و این بخش شامل گذار از داده‌های تصویر دیجیتال به فایل ورودی برای ابزارهای عددی است. برنامه اجرا کننده این روش به زبان فرترن نوشته شده است و فایل ورودی این برنامه شامل اعداد صفر و یک می‌باشد که مبین ماده ضعیف و ماده قوی در ریز ساختار مواد هستند. در نهایت فایل خروجی برنامه فایل output.inp می‌باشد که برای حل نهایی مسئله صفحه مربعی دو بعدی تحت کشش واحد از لبه بالایی آن بعنوان فایل ورودی برنامه آباکوس بکار گرفته می‌شود.

شرح کد فرترن:

برای سادگی این کار فرض می‌شود ابعاد فایل ورودی ۲ در ۲ و بصورت روبرو باشد:

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

شکل ۱- فایل متن ورودی برنامه



شکل ۲- شماره المان‌ها و گره‌ها براساس فایل ورودی

در این صورت هندسه نهایی باید ۴ المان و ۹ گره داشته باشد که شماره

گره‌ها و المان‌ها بصورت روبرو خواهد بود:

در واقع برای هر عدد صفر یا یک در فایل ورودی یک المان و ۴ گره که

ممکن است با المان‌های مجاور مشترک باشند، تشکیل می‌شود.

المان ۱ و ۴ از نوع ماده ضعیف و المان ۲ و ۳ ماده قوی می‌باشند.

(اعداد قرمز رنگ نشان دهنده شماره گره‌ها است)

تعریف متغیرها: از عبارت IMPLICIT NONE برای جلوگیری از تعریف ضمنی متغیرها استفاده می شود، هم چنین آرایه ها بدلیل اینکه وابسته به ابعاد فایل ورودی هستند بصورت allocatable تعریف می شوند. بدیهی است که هنگام استفاده، به تمامی آرایه ها براساس n وارد شده توسط کاربر، حافظه اختصاص داده می شود.

دریافت ورودی ها از کاربر: با دستور print و read، ابتدا نام فایل ورودی و سپس ابعاد فایل ورودی از کاربر گرفته می شود و در دو متغیر به نام های char1 و n قرار می گیرند.

باز کردن فایل ورودی و خواندن آن: با دستور open فایل ورودی باز می شود و با اختصاص حافظه $n \times n$ برای آرایه element، درایه های موجود در هر ستون فایل ورودی توسط حلقه های do و دستور read در آن جای می گیرند و این کار تا ستون آخر ادامه پیدا کرده و در نهایت فایل ورودی بسته می شود. سپس با ساختار حلقه مطمئن می شویم که درایه غیر از صفر و یک در فایل ورودی وجود نداشته باشد در غیر اینصورت برنامه متوقف و پیغام خطای مربوطه چاپ می شود.

تمامی اعداد موجود در آرایه element که در واقع یک ماتریس $n \times n$ است را با استفاده از دو حلقه do برای سطرها و ستون ها در آرایه یک بعدی element1 نیز قرار داده می شوند. این کار باعث می شود. شماره المان ها بصورت ستونی و همانند شکل (۲) باشد.

تعیین مختصات گره ها: تعداد گره ها $(N+1) \times (N+1)$ می باشد. با اختصاص حافظه به X و Y متناسب با تعداد گره ها و انتخاب مبدا مختصات در گوشه سمت چپ پایین هندسه (گره ۳ در تصویر صفحه قبل)، اقدام به مختصات دهی به گره ها با استفاده از حلقه های DO می شود. در اینصورت هر گره دارای یک مولفه X و یک مولفه Y خواهد بود که بیانگر جایگاه گره در هندسه مسئله است.

ایجاد فایل خروجی: با دستور OPEN فایل خروجی بنام OUTPUT.INP ساخته و برای چاپ خروجی باز می شود.

نوشتن در فایل خروجی: برخی عبارات لازم در ابتدای فایل INP همانند KEYWORD های *HEADING, *PART, *NODE که برای سربرگ مسئله، ساخت پارت و نوشتن گره های هندسه بکار می روند، با استفاده از دستور WRITE در فایل خروجی نوشته می شوند.

-گره ها: شماره هر گره را به همراه مختصه X و Y آن در هر خط با استفاده از تعریف حلقه و دستور WRITE نوشته می شود.

-المان ها: در ابتدا عبارات *ELEMENT نوشته می شود که در مقابل آن نوع المان مورد استفاده شده در مسئله، المان کرنش صفحه ای با چهار گره نوشته می شود. سپس با استفاده از دو حلقه DO که در هر کدام از عبارت شرطی IF استفاده شده است، المان های موجود در ELEMENT خوانده می شود. چنانچه عدد متناظر با المان در فایل ورودی صفر باشد، شماره المان و سپس گره های تشکیل دهنده آن که بصورت عباراتی جبری برحسب شماره المان، شماره ستون متناظر با المان و عدد N وارد شده توسط کاربر است، به ترتیب بخصوص برای المان های ماده ضعیف نوشته شده و در نهایت در آرایه SIMPLE1 قرار داده می شود. در صورتیکه عدد متناظر با المان در فایل ورودی یک باشد، شماره المان و سپس گره های تشکیل دهنده آن که بصورت عباراتی جبری برحسب شماره المان، شماره ستون المان و عدد N وارد شده توسط کاربر است نیز به ترتیب بخصوص برای المان های ماده قوی نوشته شده و در نهایت در آرایه SIMPLE2 قرار داده می شوند.

-المان ها و گره های ست 1-SET: این قسمت مربوط به المان های ماده قوی می باشد. با نوشتن *NSET، شماره گره های موجود در آرایه SIMPLE2 در صورت تکراری نبودن در آرایه unique قرار گرفته و در فایل خروجی با استفاده از دستور WRITE نوشته می شوند و در ادامه ضمن نوشتن *ELSET، می بایست شماره المان های ماده قوی نوشته شوند که این کار با تعریف یک حلقه به همراه عبارت شرطی IF برای تشخیص عدد یک درون آرایه ELEMENT1 امکان پذیر است و شماره این المان ها در نهایت در آرایه ELEMENT11 قرار می گیرند، سپس با دستور WRITE نوشته می شوند.

-المان ها و گره های ست 2-SET: این قسمت مربوط به المان های ماده ضعیف می باشد. با نوشتن *NSET، شماره گره های موجود در آرایه SIMPLE1 در صورت تکراری نبودن در آرایه unique قرار گرفته و در فایل خروجی با استفاده از دستور WRITE نوشته می شوند و در ادامه ضمن نوشتن *ELSET، می بایست شماره المان های ماده ضعیف نوشته شوند که این کار با تعریف یک حلقه به همراه عبارت شرطی IF برای تشخیص عدد صفر درون آرایه ELEMENT1 امکان پذیر است و شماره این المان ها در نهایت در آرایه ELEMENT00 قرار می گیرند، سپس با دستور WRITE نوشته می شوند.

-اختصاص خواص مکانیکی ماده به ست ها و ساخت نمونه: با دستور WRITE، KEYWORD های مربوط به تعریف دو سکشن 1 و 2 یعنی SOLID SECTION نوشته می شوند و ضمن تعیین ضخامت 1، در انتها با نوشتن *ASSEMBLY و *INSTANCE اقدام به ساخت یک INSTANCE و اسمبلی کردن می شود. ماده MATERIAL-1 به سکشن SET-1 و ماده MATERIAL-2 به سکشن SET-2 اختصاص دارند.

-المان ها و گره های ست 5-SET: این قسمت مربوط به المان های لبه مرزی پایین برای مقید کردن هندسه مسئله می باشد. با نوشتن *NSET، شماره گره های لبه پایین که در مثال شکل (۲)، ۳ و ۶ و ۹ هستند در فایل خروجی با استفاده از دستور WRITE نوشته می شوند. این امر به واسطه اختصاص حافظه به آرایه A12 و استفاده از حلقه

میسر است. در ادامه با نوشتن *ELSET ، می بایست شماره المان های لبه پایین که در این مثال ۲ و ۴ هستند، نوشته شوند که این کار با تعریف یک حلقه به همراه اختصاص حافظه به آرایه A22 امکان پذیر می باشد.

-**المان های لبه بالایی هندسه مسئله :** در این قسمت المان های لبه بالایی را به تفکیک المان های ماده ضعیف و قوی در SURF-1_S2 و SURF-1_S4 قرار می دهیم. این کار ابتدا برای SURF-1_S2 به واسطه نوشتن *ELSET مربوط به آن و اختصاص حافظه به آرایه A13 انجام می شود به اینصورت که با تعریف حلقه و بکارگیری عبارت شرطی IF در صورتیکه شماره المان های لبه بالایی مربوط به المان های ماده ضعیف باشند در آرایه A13 قرار می گیرند و SURF-1_S4 که مربوط به المان های قوی لبه بالایی هندسه است، به واسطه نوشتن *ELSET مربوط به آن و اختصاص حافظه به آرایه A33 انجام می شود به اینصورت که با تعریف حلقه و بکارگیری عبارت شرطی IF در صورتیکه شماره المان های لبه بالایی مربوط به المان های ماده قوی باشند در آرایه A33 قرار می گیرند. و در نهایت در خروجی با دستور WRITE نوشته می شوند.

-**تعریف خواص مواد:** با KEYWORD مربوطه خواص دو ماده قوی و ضعیف تعریف می شوند. برای اینکار از دستور WRITE و نوشتن *MATERIAL برای هر کدام استفاده می شود. به ماده ضعیف مدول الاستیسیته ۰,۰۰۰۱ و ضریب پواسون ۰,۳ و به ماده قوی مدول الاستیسیته ۱ و ضریب پواسون ۰,۳ اختصاص داده می شود.

-**تعریف شرط مرزی :** با KEYWORD مربوطه شرط مرزی لبه پایینی تعریف می شود. برای این کار از دستور WRITE و نوشتن *BOUNDARY ، درجات آزادی در جهت ۲ و ۱ برای SET-5 مقید می شوند.

-**تعریف STEP:** برای حل مسئله لازم است حلگر استاتیکی تعریف شود ، از این رو با دستور WRITE ، ابتدا STEP و در ادامه STATIC* نوشته می شوند.

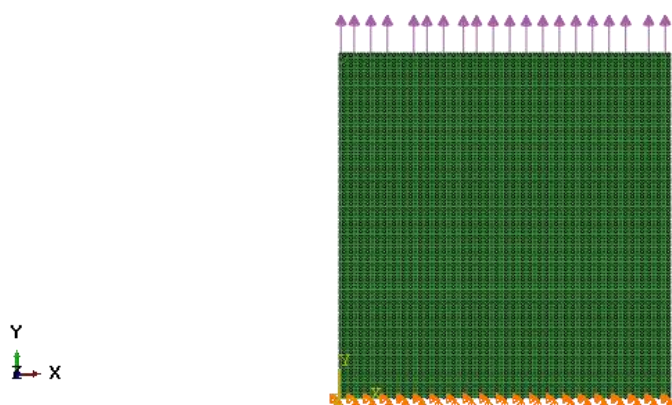
-**تعریف نیرو :** بر روی لبه بالایی نیروی واحد بصورت PRESSURE وارد می شود. این المان ها در SURF-1 جای گرفته بودند که با دستور WRITE ، ضمن نوشتن *DSLOAD به این المان ها ، مقدار نیروی کششی وارد شده به آنها نوشته شده است.

-**تعریف خروجی مدنظر:** با استفاده از دستور WRITE می توان OUTPUT* را نوشت و خرجی های مد نظر را با همین دستور در خواست کرد.

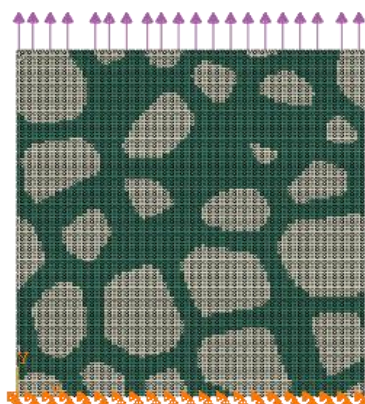
دستور CLOSE برای بستن فایل خروجی بکار گرفته می شود. در انتهای کار با دستور های STOP و END برنامه به پایان می رسد.

نتایج حاصله :

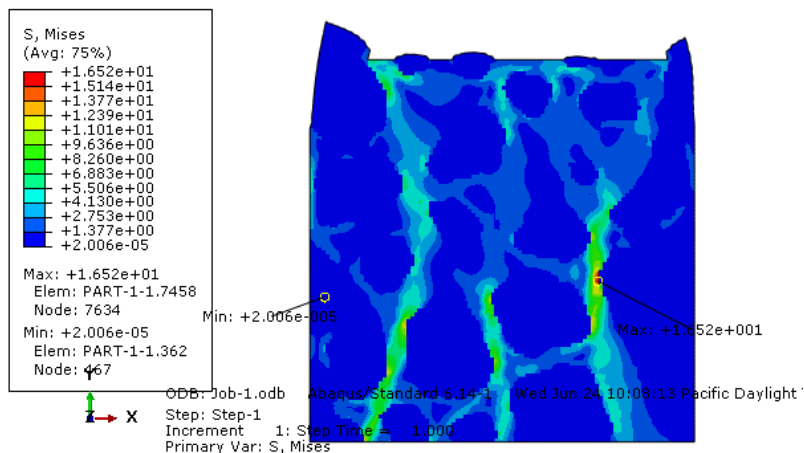
با اجرا کردن برنامه برای فایل ورودی با ابعاد 100x100 و بکارگیری فایل خروجی حاصله در نرم افزار آباکوس و حل مسئله ، هندسه مسئله، توزیع ماده ضعیف و قوی، کانتور تنش و جابجایی بصورت زیر استخراج شد :



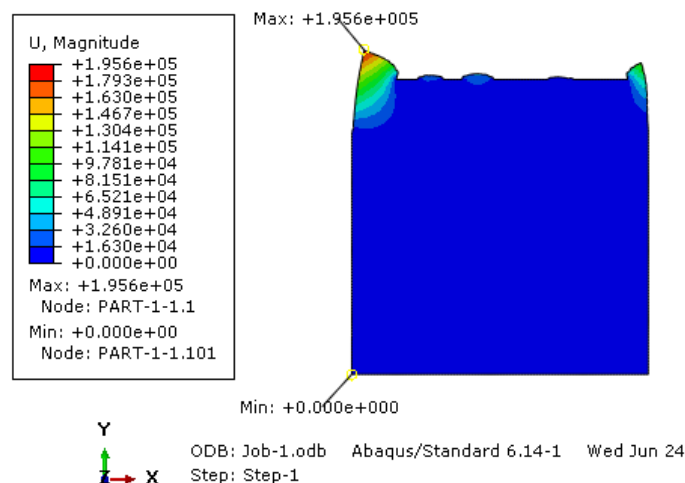
شکل ۳- هندسه مسئله قبل از تغییر شکل :



شکل ۴- توزیع ماده قوی و ضعیف در مسئله :



شکل ۵- کانتور تنش بعد از تغییر شکل :



شکل ۶- کانتور جابجایی بعد از تغییر شکل :

از جمله مزایای روش ارائه شده در این پروژه می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) تولید بسیار سریع مدل از یک ساختار هندسی بسیار پیچیده.
- (۲) استفاده بسیار آسان و نیاز به ورودی های ساده.
- (۳) قابلیت تشخیص چند ناحیه در یک ساختار.
- (۴) ارائه خروجی inp که در آن جنس ساختار و مقطع های مختلف آن تعریف شده است.
- (۵) توانایی تغییر آسان قسمت های مختلف مدل تنها با ایجاد تغییر در تصویر ورودی.

مراجع :

- [1] K. Watanabe, Y. Iijima, K. Kawano, and H. Igarashi, "Voxel based finite element method using homogenization," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 543-546, 2012.
- [2] M. voxelbasierte Finite-Elemente-Methode, "Matrix-free voxel-based finite element method for materials with heterogeneous microstructures."
- [3] T. Sato, K. Watanabe, H. Igarashi, Y. Iijima, and K. Kawano, "Three dimensional optimization using voxel-based finite element method with homogenization," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 39, no. 1-4, pp. 761-768, 2012.
- [4] J. C. Adams, *Fortran 90 Handbook: Complete ANSI/ISO Reference*: Intertext Publications, 1992.
- [5] S. J. Chapman, *Fortran 90/95 for Scientists and Engineers*: McGraw-Hill, 2003.