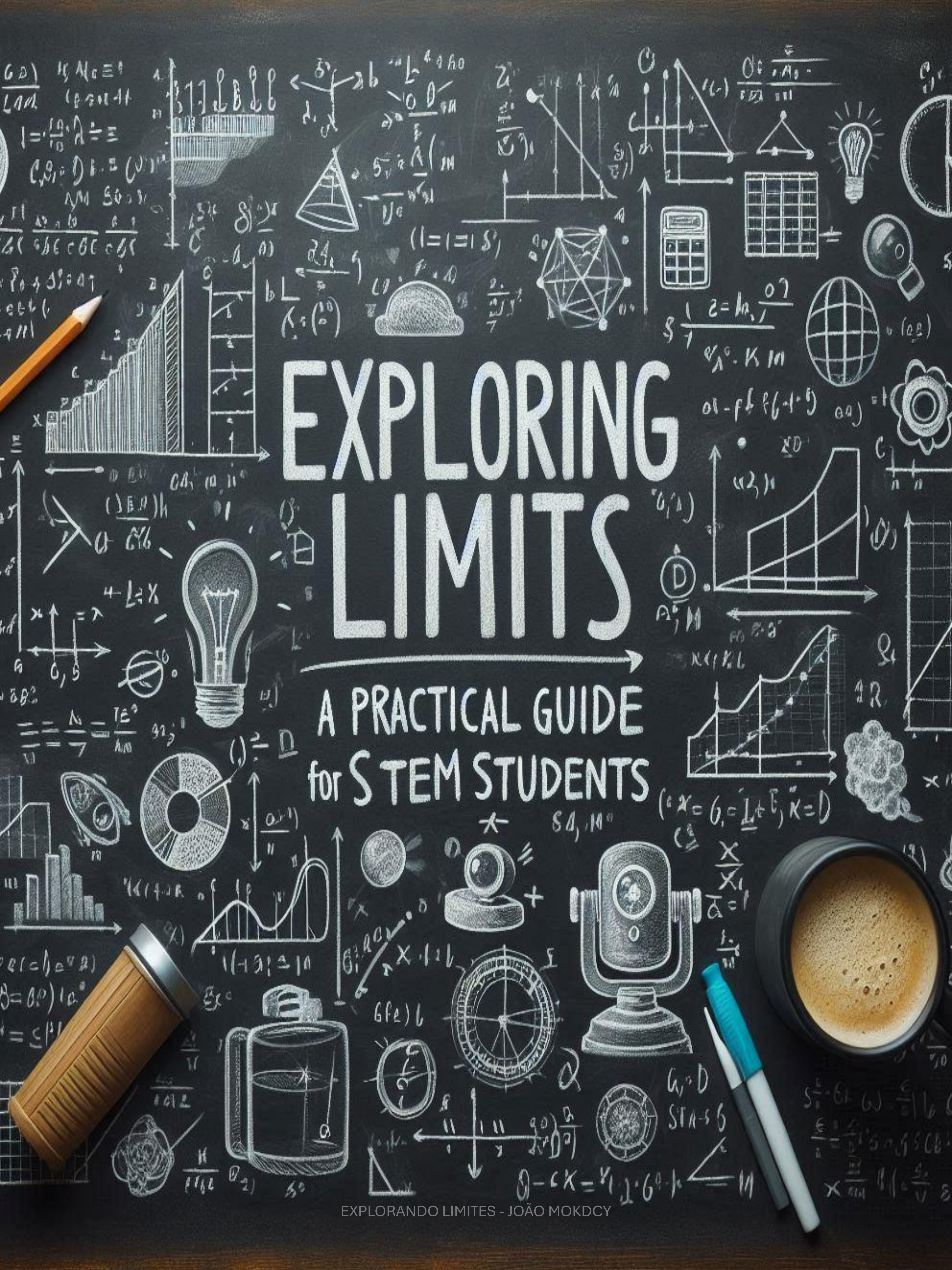
EXPLORING
LIMITS
A PRACTICAL GUIDE
for S TEM STUDENTS

01

CONCEITUANDO LIMITES

O Que é um Limite?

Definição Intuitiva

O limite de uma função descreve o comportamento dessa função à medida que a variável independente se aproxima de um determinado valor. Por exemplo, considere a função $f(x)$=2x. À medida que x se aproxima de 3, $f(x)$ se aproxima de 6. Dizemos, então, que o limite de $f(x)$ quando *x* tende a 3 é 6, notado como:

$$\lim_{x \to 3} 2x = 6$$

Outro exemplo seria a função $f(x)$=1x*f*(*x*)=*x*1. À medida que xx se aproxima de 0, $f(x)$*f*(*x*) cresce indefinidamente, e dizemos que:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$$

Definição Intuitiva

A definição formal de limite, baseada em δ (delta) e ε (epsilon), estabelece um rigor matemático ao conceito de aproximação:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

significa que, para todo ε > 0, existe um δ > 0 tal que, se 0 < |x - a| < δ, então |f(x) - L| < ε.

Exemplo:

Considere e $f(x) = x^2$ queremos mostrar que $\lim_{x \to 2} x^2 = 4$.

Para qualquer ε > 0, precisamos encontrar um δ > 0 tal que, se 0 < |x - 2| < δ, então |x^2 - 4| < ε.

Observe que |x^2 - 4| = |(x - 2)(x + 2)|. Se escolhermos δ tal que |x - 2| < 1, então 1 < x < 3 e, portanto, 3 < x + 2 < 5. Assim, |x^2 - 4| = |x - 2| |x + 2| < δ * 5. Escolhendo δ = ε/5, temos o resultado desejado.

02

PROPRIEDADES DE LIMITES

Propriedades dos Limites

Limites de Funções Lineares

Para qualquer função linear $f(x)=mx+b$:

$$\lim_{x \to a}(mx + b) = ma + b$$

Exemplo:

$$\lim_{x \to 3}(4x - 5) = 4.3 - 5 = 12 - 5 = 7$$

Limites de Funções Racionais

Para uma função racional $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, onde P e Q são polinômios e Q(a) ≠ 0:

$$\lim_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)}$$

Exemplo:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{2^2 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

03

TECNICAS DE CALCULO DE LIMITE

Técnicas de Cálculo de Limites

Substituição Direta

A técnica mais simples, usada quando $f(x)$ é contínua em x=a:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Exemplo:

$$\lim_{x \to 5}(3x + 2) = 3.5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

Fatoração e Simplificação

Usada quando a substituição direta resulta em uma indeterminação do tipo 0/0. Por exemplo:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

Fatorando:

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = x + 2 = 4$$

Racionalização

Usada quando a função envolve raízes quadradas:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[2]{x+1} - 1}{x}$$

Multiplicando pelo conjugado:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(\sqrt[2]{x+1}-1)(\sqrt[2]{x+1}+1)}{x(\sqrt[2]{x+1}+1)} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{x(\sqrt[2]{x+1}+1)} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{(\sqrt[2]{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$$

04

LIMITES INFINITOS E LIMITES NO INFINITO

Limites Infinitos e Limites no Infinito

Limites Infinitos

Quando $f(x)$ aumenta sem limite à medida que xx se aproxima de a:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

Exemplo:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

Limites no Infinito

Quando analisamos o comportamento de $f(x)$ à medida que x tende ao infinito:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

Exemplo:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 + 3x - 2}{2x^2 + 7} = \frac{5}{2}$$

05

AGRADECIMENTOS

OBRIGADO POR LER

Esse ebook foi feito por IA e diagramado por humano. As informações dadas aqui foram parcialmente verificadas

Esse conteúdo foi elaborado para fins didáticos de construção.

Deixo meus agradecimentos a equipe da DIO e para Santader que proporcionou o conhecimento para fazer esse material

[MokdcyVictor (João V. Mokdcy) · GitHub]

[João Victor Mokdcy | LinkedIn]