Contents

1　二項式定理

1. (a) i. 展開$(x+y+z)^2$。
   ii. 求$(x+y+z)^4$的展開式中x^3y，x^3z，xy^3，y^3z，xz^3，yz^3的係數。

   (b) 若從一個裝有紅色杯子、藍色杯子及綠色杯子的箱子中隨機抽取一個杯子，則抽到紅色杯子、藍色杯子及綠色杯子的概率分別爲p, q及r。若從中抽取4個杯子，每次抽取後均可把杯子放回箱子內，試以p, q, r表示
   i. 抽到至少2個不同顏色的杯子的概率；
   ii. 抽到剛好3個相同顏色的杯子的概率。

2. 假設$(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + ax + bx^2 + cx^3 +$更高次冪的項。
   (a) 藉考慮$(1+x) = [(1+x)^{\frac{1}{2}}]^2$，求$a$及$b$的值。
   (b) 按x的升冪展開e^{-2x}至x^3的項。
   (c) 由此，按x的升冪展開$\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{2}}}{e^{2x}}$至$x^3$的項。

3. 設$(1+ax)^8 = \sum_{k=0}^{8} \lambda_k x^k$及$(b+x)^9 = \sum_{k=0}^{9} \mu_k x^k$，其中$a, b$為實常數。已知$\lambda_2 : \mu_7 = 7 : 4$及$\lambda_1 + \mu_8 + 6 = 0$。求$a$的值。

2　指數函數與對數函數

1. 按x的升冪展開e^{e^x}至x^2的項。

2. 設$y = \dfrac{1-e^{4x}}{1+e^{8x}}$。
   (a) 求$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}$的值。
   (b) 設$(z^2+1)e^{3z} = e^{\alpha+\beta x}$，其中$\alpha, \beta$為常數。
   i. 試表$\ln(z^2+1) + 3z$為x的綫性函數。
   ii. 已知(b)(i)的函數圖像通過原點并且斜率為2。求α和β的值。
   iii. 利用(b)(ii)所得的α和β的值，求$\left.\dfrac{dy}{dz}\right|_{z=0}$。