

1. 利用 $\epsilon - \delta$ 定義，證明微分的乘積法則：

$$(fg)' = f'g + fg'$$

2. 設 $f(x) = \sin \pi x$ 。設 (g_n) 為函數數列使得 $g_1(x) = f(x)$ 及 $g_n(x) = f(g_{n-1}(x))$ 。
證明對於任意正整數 n ， $g'_n(0) = \pi^n$ 。

3. 設 $E(x)$ 為可微實函數，且 $\forall x \in \mathbb{R}, E'(x) > 0$ 。此稱為嚴格遞增函數。

(a) 證明 $E(x)$ 最多只有一個實根。

(b) 證明嚴格遞升實函數與嚴格遞降實函數只能有最多一個相交點。