

測驗1
數學延伸單元
單元1 (微積分與統計學)
試題-答題簿

限時: 1 小時

姓名: _____

得分: _____/20

學校: _____

規則

1. 此試卷必須使用中文回答。
2. 除特別指明外，需詳細列出所有算式。
3. 除特別指明外，數值答案必須用真確值表示。
4. 本試卷只作內部使用。
5. 所有試題取自AL/CE/DSE歷屆試題，來源：<https://www.dse.life/ppindex/m2/>

-此為空白頁-

1. (5分)

- (a) 依 u 的降幂次序展開 $(u + \frac{1}{u})^4$ 。
- (b) 依 x 的升幂次序展開 $(e^{ax} + e^{-ax})^4$ 至含 x^2 的項為止。
- (c) 假設在(b)題的結果中 x^2 的係數為2，求 a 的所有可能值。

[illegible]

[illegible]

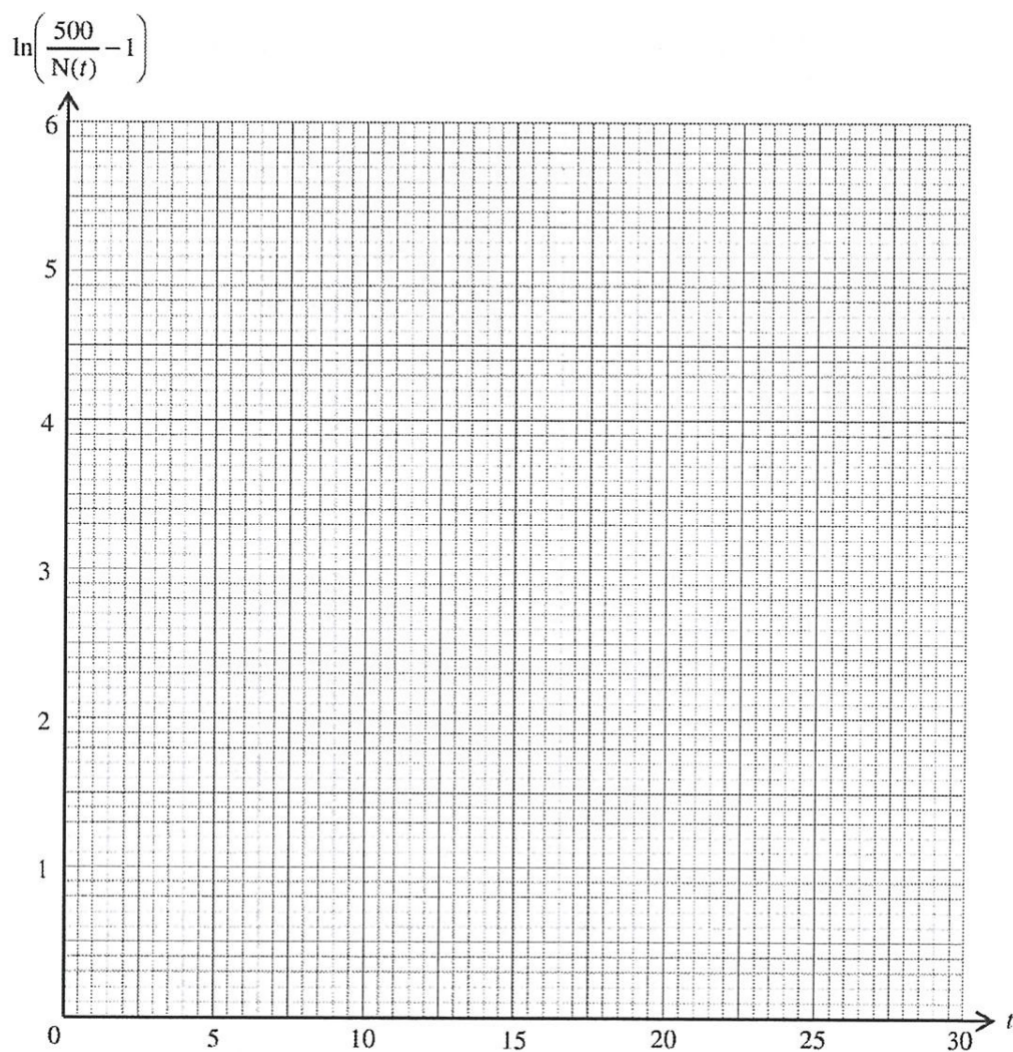
3. (6分) 已知池塘裏受某個疾病影響的魚的數量 $N(t)$ 能以下式模擬：

$$N(t) = \frac{500}{1 + ae^{-kt}}$$

其中 a, k 為正常數，而 t 為由疾病發生起所經歷的日數。

t	5	10	15	20
$N(t)$	13	34	83	175

- (a) 將 $\ln\left(\frac{500}{N(t)} - 1\right)$ 表為 t 的線性函數。
 (b) 利用以下圖表，估算 a 和 k 的值。(請將答案取值至小數點後一個位)



- (c) 請問受疾病影響的魚的數量將在疾病爆發後的多少天到達270？

[illegible]

[illegible]

4. (4分) 設 p 為實數且 $0 < p < 1$ 。設 n 為正整數。對 k 介乎1與 n 之間，定義 $a_k = C_k^n p^k (1-p)^{n-k}$ 。

(a) 證明 $\sum_{k=0}^n a_k = 1$ 。

(b) 證明 $k \cdot C_k^n = n \cdot C_{k-1}^{n-1}$ 。由此證明 $\sum_{k=0}^n k a_k = np$ 。

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

