

已知HKDSE數學科卷二共有題目45道，每道題目均為4選1的選擇題。下列三道題目均以此為前提。

1. 假設A君是一個學渣，每次考試都是靠純運氣的。假設他在每一題的答對的概率都是 $\frac{1}{4}$ 。
 - (a) 求A君在數學科卷二的期望值以及分數分佈方差。
 - (b) 已知A君答對了至少1道題，求A君答對23道題的概率。
2. 假設B君是一個勤奮書生，有70%的概率發奮圖強。若他發奮圖強，他有能力排除大部分的錯誤答案，使每一道題答對的概率變為 $\frac{1}{2}$ 。若他沒有發奮圖強，則和A君一樣，僅有 $\frac{1}{4}$ 的概率答對。
 - (a) 求B君在數學科卷二的期望值以及分數分佈方差。
 - (b) 已知B君沒拿滿分，求他答對40道題的概率。
3. 假設C君是一名學神，從不溫習。在他看來，45道題中，頭15道比較簡單，有90%的概率想得到解題思路，必然答對，否則仍能去掉必然錯誤的答案，有 $\frac{1}{2}$ 的概率答對；中間15道題比較一般，有70%的概率想得到解題思路，必然答對，否則仍能去掉必然錯誤的答案，有 $\frac{1}{3}$ 的概率答對；最後15道是他的樂子，僅有50%的概率能解成有 $\frac{1}{2}$ 的概率答對；否則僅有 $\frac{1}{4}$ 的概率答對。
 - (a) 求C君的期望值。
 - (b) 若C君改了死性，終於肯溫習，他必然能獲得期望值或以上的分數，求他此時滿分的概率。