

1. 設 $f$ 為實函數。

(a) 若 $f$ 可寫作 $O+E$ 兩部分，其中 $O$ 為奇函數， $E$ 為偶函數，試以 $f$ 表 $O$ 與 $E$ 。

(b) 考慮 $(O+E)^n$ 。

i. 求 $(f)^n$ 的偶函數部分。

ii. 求 $(f)^n$ 的奇函數部分。

2. 證明當 $x \geq 0$ 時，對於任意整數 $n \geq 0$ ,

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

3. 已知

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

設 $(1+ax+bx^2)^n = 1+S_1x+S_2x^2+\text{更高次冪的項}$ 。其中 $S_k = \sum_{i=1}^n i^k$ 。

(a) 以 $n$ 表述 $a$ 和 $b$ 。

(b) 已知 $n > 0$ 。若 $a:b=3:1$ ，求 $n$ 的值。