無窮小量與無窮大量

在高等數學，對於無窮的討論，一般從無窮小量開始。何爲無窮小量？即一個非常接近0的變量不斷向零靠近，而永遠無法到達0，即爲無窮小量。

我們可以考慮數列$\{a_n\}$, 其中對於任意整數n，$a_n = \frac{1}{10^n}$。則當n越大時，a_n越靠近0。對此，記

$$a_n \to 0$$

考慮對任意n，均有$\varepsilon > 0$使得$0 < \varepsilon < a_n$，則稱變量ε為無窮小量。記$\varepsilon \to 0$。

相對的，考慮數列$\{A_n\}$, 其中對於任意整數n，$A_n = 10^n$。則當n越大時，A_n越靠近∞。對此，記

$$A_n \to \infty$$

考慮對任意n，均有$N > 0$使得$A_n < N$，則稱變量N為無窮大量。記$N \to \infty$。

由此發現，無窮小量與無窮大量互相關聯：

公設. *若*$a_n = \frac{1}{A_n}$，*則*

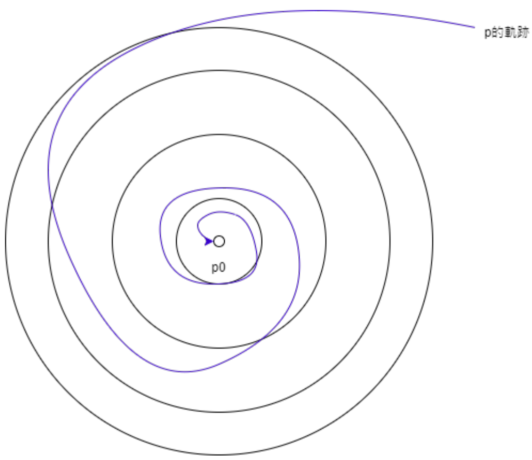
$$\lim_{A_n \to \infty} a_n = 0$$

以上亦可簡記為$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0.$

極限的幾何概念

想象一個漩渦，然後有一個點p在漩渦裏漂浮，其結果就是p**會不斷沿著漩渦中心繞圈，無限接近漩渦中心，但永遠不會到達中心**。此刻，我們稱p所走的路綫為p的**軌跡**，記$p(t)$並以$t > 0$作時間變數，而漩渦中心p_0則爲p的軌跡的極限，記

$$p_0 = \lim_{t \to \infty} p(t)$$



留意上圖，p的軌跡從外圍開始，不斷趨近於p_0。可見對於任何圓心為p_0且半徑爲$r > 0$的圓形，均有$p(t)$位於圓形内。

定義 1 (極限)**.** *設$p(t)$為趨向於q的軌跡,*

$\varepsilon - \delta$定義-於無窮小的極限

極限的性質

特殊的極限

於無窮大的極限

連續函數

連續函數的性質

介值定理

單調函數與逆函數