

## 甲部

- 設  $\frac{(2x-a)^6}{e^{kx}}$  的  $x$  變量展開式中  $x^2$  及  $x$  的係數分別為 38 及 10，求  $a$  及  $k$  的值。
- 假設  $X \sim Po(r)$ ，其中  $r > 0$  為實變數。
  - 以  $r$  表示  $P(X = x)$ 。
  - 求  $\frac{dP}{dr}$  及  $\frac{d^2P}{dr^2}$ 。
  - 若以梯形法則估算  $\int_0^t P(X = x)dr$  的值，其結果為過高估算還是過低估算？試解釋。
- 已知在一場射箭比賽中，A 選手在  $\ell$  米射程的命中率 ( $10 \leq \ell \leq 50$ ) 如下

命中得分區	靶外 (0分)	5分	6分	7分	8分	9分	10分
過往概率	$0.001\ell$	0.1	$3p$	0.4	$p$	$0.00005(1000 - 2\ell)$	$0.05 - 0.0009\ell$

其中  $p(\ell)$  為  $\ell$  的函數。而 B 選手的命中率從靶外到 10 分區呈二項分佈。現記 A 選手的命中概率分佈為  $Z_A$ ，B 選手的命中概率分佈為  $Z_B$ 。

- 求  $p$  的值。
  - 以  $\ell$  表示  $E[Z_A]$  及  $E[Z_B]$  的值。
  - 根據香港射箭總會本地賽事守則（戶外定距靶）2017 年 11 月修訂版內容 1.13 新秀組計分賽的描述，每個選手需要在 25 米及 18 米各射程射出 36 箭以完成比賽，得分較高者獲勝。
    - 求選手 A 射出的箭全部命中靶面的概率。
    - 求選手 B 的箭無法全部命中靶面的概率。
    - 已知選手 A 及 B 在經歷 70 箭後暫時平分，而兩人均未嘗射出靶外。兩人現餘下最後兩回 18 米射程的機會，並且按照兩人的狀態而言，可知選手 A 在餘下兩箭不會射出靶外，而選手 B 至少會失手一箭。求 A 獲勝的概率。
- 假設某人的作畫速度為平均每小時 4 頁原稿，其作畫頁數跟從泊松分佈。記連續整點（例如 12:00-13:00、14:00-15:00）為一個時段。該人每個工作天作畫 4 個時段。
    - 求該人於一個時段內作出多於 6 頁原稿的概率。
    - 求該人於一個工作天內最多僅有一個時段作出多於 6 頁原稿的概率。
    - 若該人能於一個時段內作出多於 6 頁原稿，便稱之為心流時段。若該人能於一個工作天內達成兩個或以上心流時段，便稱之為高效率工作天，否則為一般工作天。目前距離截稿日尚餘 4 個工作天。

- i. 求這四個工作天中至少有一天為高效率工作天的概率。
- ii. 已知四天中至少有一天為高效率工作天，求四天均為高效率工作天的概率。
- iii. 求一般工作天的產出期望值，由此求高效工作天的產出期望值。