## 練習試卷 數學延伸單元 單元2 (代數與微積分) 試題-答題簿

限時: 1.5 小時

姓名:	 得分:	/	100
學校:			

## 規則

- 1. 此試卷必須使用中文回答。
- 2. 除特別指明外,需詳細列出所有算式。
- 3. 除特別指明外,數值答案必須用真確值表示。
- 4. 本試卷只作内部使用。
- 5. 所有試題取自AL/CE/DSE歷届試題,來源: https://www.dse.life/ppindex/m2/

(13分)

- 1. (1990-HL-GEN MATHS #05)
  - (a) 運用數學歸納法,證明對於所有正整數n,

$$\sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

(b) 求 
$$1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + (-1)^{r+1}r^3 + \dots - (2n)^3$$
的值。

$(2010\text{-CE-A MATH }\#05)$ 若在 $(1+4x)^n$ 的展開式中 $x$ 及 $x^2$ 的係數是其中 $n$ 是正整數。求 $n$ 與 $x^3$ 的係數的值。	
六   11/2 正正数。 八 11/六 11   小 数 11   但。	(105)

為 $1$ 。	
(a) 求n的值。	
(b) 求 $x^2$ 的係數的值。	
	(9分
	(9))

3. (2014-DSE-MATH-EP(M2) #01) 在  $(1-4x)^2(1+x)^n$ 的展開式中,x的係數

4. (2015-DSE-MATH-EP(M2) #07)

- (a) 證明  $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1 \cos 4x}{8}$ .
- - i. 試以  $A\cos Bx + C$ 的形式表示f(x), 其中A, B和C為常數。
  - ii. 解方程8f(x) = 7,其中 $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ 。

(12分)

- 5. (2015-DSE-MATH-EP(M2) #08)
  - (a) 運用數學歸納法,證明對於所有正整數n,

$$\sin\frac{x}{2}\sum_{k=1}^{n}\cos kx = \sin\frac{nx}{2}\cos\frac{(n+1)x}{2}$$

(b) 利用 (a), 計算 
$$\sum_{k=1}^{567} \cos \frac{k\pi}{7}$$
.

	(13分)

1	1	$h$ $\pi $ $\psi $	(10
$\sqrt{x}$	$-\frac{1}{\sqrt{x+h}} =$	$= \frac{h}{(x+h)\sqrt{x} + x\sqrt{x+h}}$ 再從基本原理求 $\frac{d}{dx}\sqrt{\frac{3}{x}}$ 。	(10)

- - (a) 證明  $x^2 \frac{dy}{dx} + (y^2 + 1) = 0$ 。
  - (b) 證明 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2(x+y)}{x^2}\frac{dy}{dx} = 0$ 。

(11分)

- 8. (2004-CE-A MATH #09(Modified)) 設P(a,b)為曲綫 $C:y=x^3$ 上的一點使得C在P的切綫穿過(0,2)。
  - (a) 證明 $b = 3a^3 + 2$ 。
  - (b) 求a和b的值。

(11分)

9.	(199	2-CE-A MATH 1 #05) 曲綫 $(x-2)(y^2+3) = -8$ 與y軸相交於兩點。	求
	(a)	相交點的坐標。	
	(b)	穿過該兩點的切綫方程。	
		(1	11分)