

1. 化簡  $\frac{(ab^{-1})^{64}}{a^{-25}}$  並以正指數表示答案。
2. 因式分解：
  - (a)  $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ .
  - (b)  $a^4 + a^2b^2 + b^4$ .
3. 假設一直角三角形的邊長為  $(6 - x)$ ,  $(13 - x)$  及  $(14 - x)$ .
  - (a) 求  $x$  的值。
  - (b) 求三角形的面積。
4. 在第一學期，中四學員的男女比例為  $3 : 2$ 。若男生的數量增加  $14\%$  而女生數量下降  $18\%$ ，求中四學員總人數的百分改變。
5. 在極坐標系統中， $O$  為原點。設  $A$  和  $B$  的極坐標分別為  $(7, 22.5^\circ)$  及  $(3, 112.5^\circ)$ 。設  $C$  令  $O$  為  $AC$  的中點。
  - (a) 試描述  $OB$  與  $AC$  的幾何關係，並加以解釋。
  - (b) 求  $\triangle ABC$  的面積。
6. 某兩個數字的和與差分別為  $18$  和  $12$ 。試在不求出該兩個數字的情況下，求他們的積。
7. 已知  $h(x) = x^2 + kx + 1$ 。若  $h(-2) = h(5)$ ,
  - (a) 求  $k$  的值。
  - (b) 設  $g(x) = h(x - 1) - 5$ 。考慮  $g(x) = 0$  的根的和，程偉認為  $g(x)$  的對稱軸為  $x = 5$ 。你是否認同？試加以解釋。
8. 中五學生共  $180$  人，以下圓形圖分別顯示參與課外活動的男女人數。已知其中一半的女生只參與一種課外活動，而男生平均每人參與  $1.5$  種課外活動。
  - (a) 求  $x$ 。
  - (b) 隨機選擇一名中五學生，選出參與  $3$  種課外活動的男生的概率相等於選出參與  $3$  種課外活動的男生的概率。求中五女生人數。
9. 正圓錐體的底半徑和高度分別為  $3r$  和  $3r + 15$ .
  - (a) 以  $r$  表示圓錐體的體積。

- (b) 若圓錐體的體積為 $54\pi$ ，求 $r$ 的值。
10. 已知 $h(x)$ 其中一部分為常數，另一部分正變於 $x$ 。假設 $h(721) = 1443$ 及 $h(831) = 1663$ 。
- (a) 求 $h(x)$ 。
- (b) 解方程 $h(x) = x^2$ 。以根號表示答案。
- (c) 若 $g(x) = x^2 - h(x)$ ，利用(b)的結果，求 $g(x)$ 的極小值。
11.  $\alpha$ 和 $\beta$ 為 $x^2 - 2kx - (3 - k) = 0$ 的根。若 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$ ，求
- (a)  $k$ 。
- (b)  $\beta^2 - 2\alpha$ 。
12.  $A$ 點的坐標為 $(2, 3)$ 。 $B$ 點為 $A$ 點逆時針旋轉 $270^\circ$ 的結果。同時，先將 $A$ 點沿 $y$ 軸反射，再向下移動1個單位並向右移動1個單位到達 $C$ 點。
- (a) 寫下 $B$ 和 $C$ 的坐標。
- (b) 求通過 $B$ 和 $C$ 的直線方程。
- (c) 設 $L$ 通過 $A$ 點並垂直於 $BC$ ，求 $L$ 的直線方程。由此，或以其他方法，求 $\triangle ABC$ 的面積。
13. 設 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 4k$ ，其中 $k$ 為常數。當 $f(x)$ 被 $x - k$ 除時，其商為 $g(x)$ 且餘數為 $k$ 。
- (a) 求 $k$ 的值。
- (b) 假設 $k$ 為正整數。解方程 $f(x) = k$ 。
- (c) 設 $0 < k < 1$ 。比利認為 $y = g(x)$ 的圖像與直線 $y = 4$ 相交於兩個相異點。你同意嗎？試加以解釋。
14. (a) 以 $a + bi$ 的形式表示 $\frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{3}i}$ ，其中 $a, b$ 為實數。
- (b) 設 $p, q$ 為實數使得 $\frac{5}{\sqrt{2} + \sqrt{3}i}$ 為 $x^2 - px - q = 0$ 的其中一個解，求 $p$ 與 $q$ 。
15. (a) 若直線 $y = ax + b$ 通過 $(-1, 3)$ 且斜率為3，求 $a$ 和 $b$ 。
- (b) 設 $\log_{\sqrt{2}} y = a \log_2 x + b$ ，其中 $a, b$ 為於(a)的值。試以 $y = Ax^k$ 的形式表述 $x$ 和 $y$ 的關係，其中 $A$ 和 $k$ 為常數。
16. 設 $f(x) = 2x^2 - 4x + 11$ 。

- (a) 解 $f(x) = 0$ 。如有需要，以 $a + bi$ 的形式表達答案。
- (b) 利用配方法，寫出頂點坐標及對稱軸。
17. (a) 解方程 $2u^2 - u - 1 = 0$ 。
- (b) 利用(a)的結果，解以下方程：
- i.  $2(x - 1)^2 - x = 0$ .
  - ii.  $2^{2x+1} - 2^x = 1$ .
  - iii.  $4(\log x)^2 - \log x^2 - \log 100 = 0$ .
18. 假設 $\alpha$ 為以下二次方程組的共解：
- $$\begin{cases} x^2 - 4x \sin \theta - 2 = 0 \\ x^2 - 4x \cos \theta + 2 = 0 \end{cases}$$
- (a) 證明 $\alpha = \frac{1}{\cos \theta - \sin \theta}$
- (b) 由此，證明 $\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$ 。
- (c) 若 $\sin \theta > 0$ ，求 $y = x^2 - 4x \sin \theta - 2$ 的極小值及對應的 $x$ 的值。