

香港道教聯合會青松中學

二零二一至二零二二年度

下學期考試

中四級 數學 必修部分

試卷一

試題答題簿

日期：2022 年 7 月 11 日

總分：70

姓名：_____

時間：08:30 – 10:00 (90 分鐘)

班別：_____()

頁數：共 13 頁

老師編號(4AB 適用)：13 / 54

考生須知

- (一) 宣布開考後，考生須首先於適當位置填上考生姓名、班別及學號。
- (二) 本試卷分兩部，甲部 (13 分) 和乙部(57 分)。
- (三) 本試卷**各題均須作答**，答案須寫本試題答題簿中預留的空位內。不可在各頁邊界以外位置書寫。寫於邊界以外的答案，將不予評閱。
- (四) 如有需要，可要求派發方格紙及補充答題紙。每張紙均須填寫考生姓名、班別及學號。
- (五) 除特別指明外，須詳細列出所有算式。
- (六) 除特別指明外，數值答案須用真確值，或準確至**三位有效數字**的近似值表示。
- (七) 本試卷的附圖不一定依比例繪成。
- (八) 本試卷必須用中文作答。

甲部(13 分)

1. 化簡 $\frac{(a^4b^{-3})^5}{a^{-4}b^7}$ ，並以正指數表示答案。

(3 分)

2. 令 h 成為公式 $3k = \frac{4-5h}{h+2}$ 的主項。

(3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

3. 因式分解

(a) $3a^2 - 5ab - 2b^2$,

(b) $3a^2 - 5ab - 2b^2 - 3a - b$ 。

(3 分)

4. 某風扇的成本為 \$300。該風扇售出後，盈利百分率為 26%。

(a) 求售價。

(b) 若該風扇以七折出售，求標價。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

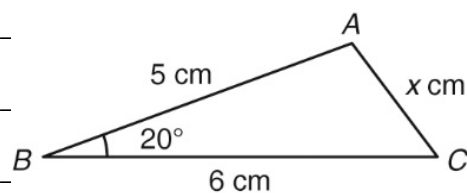
本頁積分

5. 解指數方程 $5^{\frac{x}{2}} = 125$ 。

(3 分)

6. 求下列三角形中的未知量。

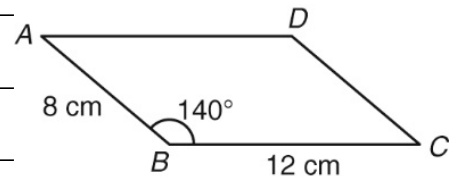
(2 分)



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

7. 求圖中平行四邊形的面積。

(2 分)



8. 求方程 $x^6 + 63x^3 - 64 = 0$ 的實根。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

(a) $\tan x = 1$ (2 分)

(b) $3\sin^2\theta - 7\sin\theta - 6 = 0$ (3 分)

[illegible]

10. 化簡 $\frac{a^{-2}}{(\sqrt{ab})^3} \times \frac{\sqrt[3]{b^4}}{\sqrt{a}}$ ，並以正指數表示答案。(3 分)

[illegible]

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

11. 已知 $\log_3 2 = p$ 及 $\log_3 5 = q$ ，試以 p 和 q 表示下列對數。

(a) $\log_3 10$

(b) $\log_3 \left(\frac{15}{2} \right)$

(4 分)

12. 化簡 $\frac{6}{k-18} + \frac{2}{5k+6}$ 。

(3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

13. 已知 $f(x) = 2x^3 - 19x^2 + kx + 21$ 可被 $x - 3$ 整除。

(a) 求 k 的值。

(b) 由此，因式分解 $f(x)$ 。

(4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

本頁積分

14. 已知聯立方程 $\begin{cases} y = kx^2 - 8x + 2 \\ 10x - y - 7 = 0 \end{cases}$ 只有一個實數解。

(a) 求 k 的值。 (3 分)

(b) 解該聯立方程。 (3 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

續 後 頁

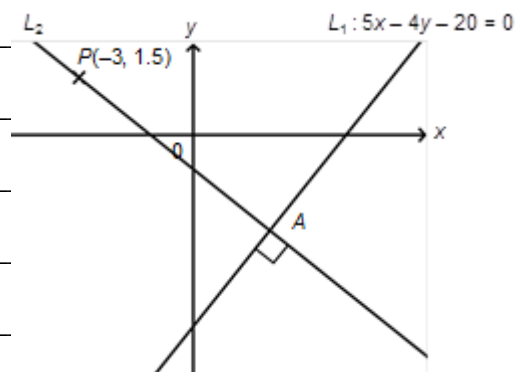
本頁積分

15. 在圖中，直線 L_2 垂直於 $L_1: 5x - 4y - 20 = 0$ ，且通過 $P(-3, 1.5)$ 。 L_1 和 L_2 分別與 x 軸相交於 B 和 C 。

(a) 求 L_1 的斜率。由此，求 L_2 的斜率。 (2 分)

(b) 求 L_2 的方程。 (1 分)

(c) 求 L_1 和 L_2 的交點 A 的坐標。 (2 分)



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

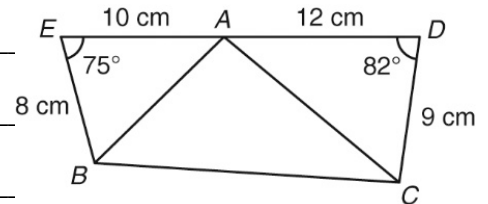
寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

16. 圖中所示為四邊形 $EBCD$ ，而 A 是 ED 上的一點，使 $AE = 10\text{ cm}$ 及 $AD = 12\text{ cm}$ 。
 $EB = 8\text{ cm}$ ， $\angle AEB = 75^\circ$ ， $CD = 9\text{ cm}$ 及 $\angle CDA = 82^\circ$ 。

(a) 求 AB 。 (2 分)

(b) 求 $\angle EAB$ 。 (2 分)

(c) 求 $\triangle ABC$ 的面積。 (4 分)



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

17. 子健用 \$500 購買了若干瓶牛奶，而其中 10 瓶在運送途中損毀了。若他把餘下完好的牛奶每瓶以高於成本 \$4 出售，則可獲得盈利 \$60。問他最初購入多少瓶牛奶？ (4 分)

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

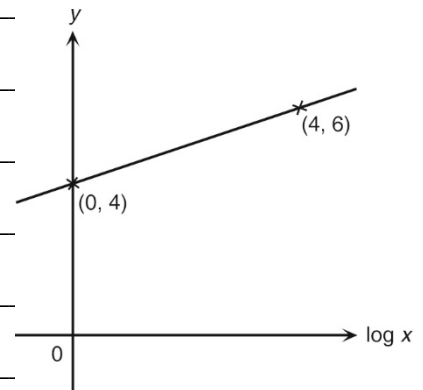
18. y 與 $\log x$ 的關係可用公式 $y = k \log x + n$ 表示，其中 k 和 n 為常數。圖中所示為 y 對 $\log x$ 的圖像，它通過 $(0, 4)$ 和 $(4, 6)$ 。

(a) 求 k 和 n 的值。

(2 分)

(b) 試以 y 表示 x 。

(2 分)



寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

— 試卷完 —

香港道教聯合會青松中學
2021/22 年度 中四級 下學期考試
數學 必修部分 試卷一
評分參考

甲部：

<p>1. $\frac{(a^4b^{-3})^5}{a^{-4}b^7}$</p> $= \frac{a^{20}b^{-15}}{a^{-4}b^7}$ $= a^{20-(-4)}b^{-15-7}$ $= a^{24}b^{-22}$ $= \frac{a^{24}}{b^{22}}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(3)</p>	<p>給 $(ab)^\ell = a^\ell b^\ell$ 或 $(a^h)^k = a^{hk}$</p> <p>給 $\frac{c^p}{c^q} = c^{p-q}$ 或 $\frac{c^p}{c^q} = \frac{1}{c^{q-p}}$</p>
<p>2</p> $3k = \frac{4-5h}{h+2}$ $3k(h+2) = 4-5h$ $3kh+6k = 4-5h$ $3kh+5h = 4-6k$ $h(3k+5) = 4-6k$ $h = \frac{4-6k}{3k+5}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(3)</p>	<p>展開</p> <p>給將 h 放在一邊</p> <p>或等價</p>
<p>3. (a) $3a^2 - 5ab - 2b^2$</p> $= \underline{\underline{(3a+b)(a-2b)}}$ <p>(b) $3a^2 - 5ab - 2b^2 - 3a - b$</p> $= (3a+b)(a-2b) - (3a+b)$ $= \underline{\underline{(3a+b)(a-2b-1)}}$	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(3)</p>	<p>或等價</p> <p>給利用 (a) 的結果</p> <p>或等價</p>

4.(a) 售價 = $300 \times (1 + 26\%)$ = <u>\$378</u> (b) 標價 = $378 \div 70\%$ = \$540	1M	售價 = 成本 \times (1 + 盈利%)
	1A	
	1M 1A	
(4)		$\div 70\%$

5. $5^{\frac{x}{2}} = 125$ $5^{\frac{x}{2}} = 5^3$ $\frac{x}{2} = 3$ $\therefore x = \underline{6}$	1M	底數相同
	1M 1A	
	(3)	
		去底

6. $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC)\cos \angle ABC$ $x = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2(5)(6)\cos 20^\circ}$ $= \underline{2.15} \text{ (}\square\square\square\square\square\square\square\square\square\text{)}$	1M	使用餘弦公式
	1A	
	(2)	

7. 平行四邊形 $ABCD$ 的面積 $= 2 \times \square ABC \square\square\square$ $= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 140^\circ \right) \text{cm}^2$ $= \underline{61.7 \text{ cm}^2} (\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$	1M	使用正弦公式
	1A	
	(2)	

<p>8.</p> $x^6 + 63x^3 - 64 = 0$ $(x^3)^2 + 63x^3 - 64 = 0$ <p>把 $x^3 = u$ 代入以上方程，可得：</p> $u^2 + 63u - 64 = 0$ $(u + 64)(u - 1) = 0$ $u = -64 \text{ 或 } u = 1$ <p>由於 $x^3 = u$，可得：</p> $x^3 = -64 \text{ 或 } x^3 = 1$ $x = \underline{\underline{-4}} \text{ 或 } x = \underline{\underline{1}}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>給代換</p> <p>給解二次方程</p> <p>給代入</p>
	(4)	

<p>9.</p> <p>(a)</p> $\tan x = 1$ $\tan x = \tan 45^\circ$ <p>□ $x = 45^\circ$ 或 $180^\circ + 45^\circ$</p> <p>$= \underline{\underline{45^\circ}}$ 或 $\underline{\underline{225^\circ}}$</p>	<p>1A+1A</p>	
	(2)	
<p>(b)</p> $3\sin^2 \theta - 7\sin \theta - 6 = 0$ $(3\sin \theta + 2)(\sin \theta - 3) = 0$ $3\sin \theta + 2 = 0 \text{ 或 } \sin \theta - 3 = 0$ $\sin \theta = -\frac{2}{3} \text{ 或 } \sin \theta = 3 \text{ (捨去)}$ <p>∴</p> $\theta \approx 180^\circ + 41.8103^\circ \text{ 或 } 360^\circ - 41.8103^\circ$ $= \underline{\underline{221.8^\circ}} (\square \square \square \square \square \square \square) \text{ 或 } \underline{\underline{318.2^\circ}} (\square \square \square \square \square \square \square)$	<p>1M</p> <p>1A+1A</p>	<p>解二次方程</p>
	(3)	

<p>10.</p> $\frac{a^{-2}}{(\sqrt{ab})^3} \times \frac{\sqrt[3]{b^4}}{\sqrt{a}} = \frac{a^{-2}}{(a^{\frac{1}{2}}b)^3} \times \frac{b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}}$ $= \frac{a^{-2}}{a^{\frac{3}{2}}b^3} \times \frac{b^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}}$ $= a^{-2-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \times b^{\frac{4}{3}-3}$ $= a^{-4} \times b^{-\frac{5}{3}}$ $= \frac{1}{a^4 b^{\frac{5}{3}}}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>給 $(ab)^\ell = a^\ell b^\ell$ 或 $(a^h)^k = a^{hk}$</p> <p>給 $\frac{c^p}{c^q} = c^{p-q}$ 或 $\frac{c^p}{c^q} = \frac{1}{c^{q-p}}$</p>
(3)		

<p>11.</p> <p>(a) $\log_3 10 = \log_3 (2 \times 5)$</p> $= \log_3 (2 \times 5)$ $= (\log_3 2 + \log_3 5)$ $= \underline{\underline{p + q}}$ <p>(b) $\log_3 \left(\frac{15}{2} \right) = \log_3 \left(\frac{3 \times 5}{2} \right)$</p> $= \log_3 3 + \log_3 5 - \log_3 2$ $= \underline{\underline{1 + q - p}}$	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>$\log(a \times b) = \log a + \log b$</p> <p>$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$</p>
(4)		

<p>12.</p> $\frac{6}{k-18} + \frac{2}{5k+6}$ $= \frac{6(5k+6)}{(k-18)(5k+6)} + \frac{2(k-18)}{(5k+6)(k-18)}$ $= \frac{6(5k+6) + 2(k-18)}{(k-18)(5k+6)}$ $= \frac{30k+36+2k-36}{(k-18)(5k+6)}$ $= \frac{32k}{(k-18)(5k+6)}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>通分母</p> <p>展開</p>
(3)		

<p>13.</p> <p>(a) $\because f(x)$ 可被 $x-3$ 整除。</p> <p>$\therefore f(3) = 0$</p> $2(3)^3 - 19(3)^2 + k(3) + 21 = 0$ $54 - 171 + 3k + 21 = 0$ $3k - 96 = 0$ $k = \underline{\underline{32}}$ <p>(b) $f(x) = 2x^3 - 19x^2 + 32x + 21$</p> <p>利用長除法，</p> $ \begin{array}{r} 2x^2 - 13x - 7 \\ x-3 \overline{) 2x^3 - 19x^2 + 32x + 21} \\ \underline{2x^3 - 6x^2} \\ -13x^2 + 32x + 21 \\ \underline{-13x^2 + 39x} \\ -7x + 21 \\ \underline{-7x + 21} \\ 0 \end{array} $ <p>$\therefore f(x) = (x-3)(2x^2 - 13x - 7)$</p> $= \underline{\underline{(x-3)(x-7)(2x+1)}}$	<p>1M</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <p>(4)</p>	<p>因式定理</p> <p>利用(x-3)進行因式分解</p>
<p>14.</p> <p>(a) $\begin{cases} y = kx^2 - 8x + 2 & \dots\dots(1) \\ 10x - y - 7 = 0 & \dots\dots(2) \end{cases}$</p> <p>從 (2) 可得：</p> $y = 10x - 7 \quad \dots\dots(3)$ <p>把 (3) 代入 (1)，可得：</p> $10x - 7 = kx^2 - 8x + 2$ $kx^2 - 18x + 9 = 0 \quad \dots\dots(4)$ <p>\because 該聯立方程只有一個實數解。</p> <p>\therefore (4) 的 $\Delta = 0$</p> $(-18)^2 - 4(k)(9) = 0$ $324 - 36k = 0$ $324 = 36k$ $k = \underline{\underline{9}}$	<p>1M</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	<p>給 代入法從而消去 y</p> <p>$\Delta = 0$ 並成功代入數字</p>

(b) 把 $k=9$ 代入 (4), 可得: $9x^2 - 18x + 9 = 0$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x-1)^2 = 0$ $x = 1$ 把 $x=1$ 代入 (3), 可得: $y = 10(1) - 7 = 3$ 該聯立方程的解是 $x=1, y=3$	1M	利用(a)
	1A	
	1A	
	(6)	

15. (a) L_1 的斜率 $= -\left(\frac{5}{-4}\right) = \frac{5}{4}$ $\therefore L_2 \perp L_1$ $\therefore L_2$ 的斜率 $\times L_1$ 的斜率 $= -1$ L_2 的斜率 $\times \left[-\left(\frac{5}{-4}\right)\right] = -1$ L_2 的斜率 $= -\frac{4}{5}$ (b) L_2 的方程是 $y - 1.5 = -\frac{4}{5}[x - (-3)]$ $10y - 15 = -8(x + 3)$ $\therefore 8x + 10y + 9 = 0$ (c) $L_1: 5x - 4y - 20 = 0 \quad \dots\dots (1)$ $L_2: 8x + 10y + 9 = 0 \quad \dots\dots (2)$ $(1) \times 5 + (2) \times 2:$ $5(5x - 4y - 20) + 2(8x + 10y + 9) = 0$ $41x - 82 = 0$ $x = 2$ 把 $x=2$ 代入 (1), 可得: $5(2) - 4y - 20 = 0$ $4y = -10$ $y = -2.5$ $\therefore A$ 的坐標 $= \underline{\underline{(2, -2.5)}}$	1A	代入
	1A	
	1A	消去其中一個未知數
	1M	
	1A	
	(5)	

<p>16.</p> <p>(a)</p> $AB^2 = AE^2 + BE^2 - 2(AE)(BE)\cos \angle AEB$ $AB = \sqrt{10^2 + 8^2 - 2(10)(8)\cos 75^\circ} \text{ cm}$ $\approx 11.0720 \text{ cm}$ <p>(b)</p> $\frac{\sin \angle BAE}{BE} = \frac{\sin \angle AEB}{AB}$ $\frac{\sin \angle BAE}{8 \text{ cm}} \approx \frac{\sin 75^\circ}{11.0720 \text{ cm}}$ $\angle BAE \approx 44.2606^\circ \quad \text{或} \quad 180^\circ - 44.2606^\circ$ $= 44.2606^\circ \quad \text{或} \quad 135.7394^\circ (\text{捨去})$ <p>(c)</p> $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2(AD)(CD)\cos \angle ADC$ $AC = \sqrt{12^2 + 9^2 - 2(12)(9)\cos 82^\circ} \text{ cm}$ $\approx 13.9620 \text{ cm}$ $\frac{\sin \angle CAD}{CD} = \frac{\sin \angle ADC}{AC}$ $\frac{\sin \angle CAD}{9 \text{ cm}} \approx \frac{\sin 82^\circ}{13.9620 \text{ cm}}$ $\angle CAD \approx 39.6677^\circ \quad \text{或} \quad 180^\circ - 39.6677^\circ$ $= 39.6677^\circ \quad \text{或} \quad 140.3323^\circ (\text{捨去})$ $\angle BAE + \angle BAC + \angle CAD = 180^\circ \quad (\square \square \square \square \square \square)$ $44.2606^\circ + \angle BAC + 39.6677^\circ \approx 180^\circ$ $\angle BAC \approx 96.0717^\circ$ $\square ABC \square \square \square = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \angle BAC$ $\approx \left(\frac{1}{2} \times 11.0720 \times 13.9620 \times \sin 96.0717^\circ \right) \text{ cm}^2$ $= \underline{\underline{76.9 \text{ cm}^2}} \quad (\square \square \square \square \square \square \square \square)$	1M	使用餘弦公式
	1A	
	1M	
	1A	
	1A	
	1A	使用正弦公式
	1A	
	1A	
	(8)	

<p>17. 設子健最初購入了 N 瓶牛奶。</p> <p>$\therefore \left(\frac{500}{N} + 4\right)(N - 10) = 500 + 60$</p> <p>$N\left(\frac{500}{N} + 4\right)(N - 10) = 560N$</p> <p>$(500 + 4N)(N - 10) = 560N$</p> <p>$500N + 4N^2 - 5000 - 40N = 560N$</p> <p>$4N^2 - 100N - 5000 = 0$</p> <p>$N^2 - 25N - 1250 = 0$</p> <p>$(N - 50)(N + 25) = 0$</p> <p>$N = 50$ 或 $N = -25$ (捨去)</p> <p>\therefore 他最初購入了 50 瓶牛奶。</p>	1A	
	1M	
	1M	
	(4)	

<p>18.</p> <p>(a)</p> <p>把 $\log x = 0$ 及 $y = 4$ 代入 $y = k \log x + n$, 可得 :</p> $4 = k(0) + n$ $n = \underline{\underline{4}}$ <p>把 $\log x = 4$, $y = 6$ 及 $n = 4$ 代入 $y = k \log x + n$, 可得 :</p> $6 = 4k + 4$ $k = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$ <p>(b)</p> $y = \frac{1}{2} \log x + 4$ $y - 4 = \frac{1}{2} \log x$ $2(y - 4) = \log x$ $x = 10^{2y-8}$	1A	
	1A	
	(4)	logx 做主項