

Segundo Parcial de Algoritmos y Estructuras de Datos I

Recordá que el parcial es individual y debés resolverlo en papel con birome o lápiz; es importante que sea legible. La entrega se realizará a través del formulario: <https://forms.gle/JbQDJQXPUjnyBsV9> que estará disponible hasta el miércoles 25/11 a las 9.00. Por favor, en lo posible crea un PDF con las páginas en el orden que corresponde. Para eso, podés usar CamScanner o <https://tools.pdf24.org/es/imagenes-a-pdf>. Recordá comprobar el archivo antes de subirlo.

1. Considerá el siguiente programa imperativo que calcula N^2 usando sólo sumas.

```
Const N : Int;  
Var r, s, i : Int;  
{P}  
ℓ1  r, s, i := 0, 0, 0;  
ℓ2  do i ≠ N →  
ℓ3    r, s, i := r + s + 1, i + i, i + 1  
ℓ4  od  
{Q}
```

- a. (1 pt) Realizá la traza de ejecución para $N = 3$. Podés usar el siguiente formato para ello:

línea(s)	nombre del estado	estado/guardas	aclaración
	σ_0	$r \mapsto?, s \mapsto?, i \mapsto?, N = 3$	estado inicial
ℓ ₁	σ_1	$r \mapsto?, s \mapsto? i \mapsto?$	después de ejecutar la asignación

- b. (1.5 pt) Proponé la especificación del programa dando la pre-condición P y la post-condición Q .

- c. Considerá el siguiente invariante $I \doteq r = i^2 \wedge s = 2i \wedge 0 \leq i \leq N$ para el ciclo del programa, probá que se satisfacen:

1. (1 pt) $\{B \wedge I\} r, s, i := r + s + 1, i + i, i + 1 \{I\}$
2. (0.5 pt) $(\neg B \wedge I) \Rightarrow Q$

- d. (2 pt) Usando ese programa como guía, hacé uno que satisfaga la siguiente especificación:

```
Const N, M : Int;  
Var m, n, r, s, i : Int;  
{M ≥ 0 ∧ N ≥ 0 ∧ m = M ∧ n = N}  
S  
{r = (M + N)2}
```

- e. Si se ejecuta S en el estado inicial σ_0 dado por

$$\sigma_0 = m \mapsto 3, n \mapsto 2, s \mapsto 23, r \mapsto 3, i \mapsto 4, M = 4, N = 2$$

1. (0.5 pt) Decidí si es cierta o falsa la siguiente afirmación: “En el estado final tenemos $r \mapsto 25$.” Justificá tu respuesta.
2. (0.5 pt) Explicá con tus propias palabras cuándo no es correcta una terna de Hoare.

2. Considerá el siguiente programa.

```
Const  $N : Int; A : Array[0, N) of Int;$   
Var  $s, i : Int;$   
 $\{N \geq 0\}$   
 $\ell_1 \quad r, i := 0, 0;$   
 $\{i = 0 \wedge r = 0\}$   
 $\ell_2 \quad \text{do } i \neq N \rightarrow$   
         $\{I : s = \langle \sum k : 0 \leq k < i : |A.k| \rangle \wedge 0 \leq i \leq N\}$   
 $\ell_4 \quad \text{if}(A.i < 0) \rightarrow$   
 $\ell_5 \quad \quad s, i := s + E, i + 1$   
 $\ell_6 \quad \quad \square (A.i \geq 0) \rightarrow$   
 $\ell_7 \quad \quad \quad s, i := s + F, i + 1$   
 $\ell_8 \quad \text{fi}$   
 $\ell_9 \quad \text{od}$   
 $\{s = \langle \sum k : 0 \leq k < N : |A.k| \rangle\}$ 
```

a. (0.5 pt) Describí con tus palabras qué hace el programa de acuerdo a su especificación.

b. (1 pt) Enunciá la corrección del cuerpo del ciclo indicando explícitamente la pre-condición y la post-condición:

```
 $\{P\}$   
 $\text{if}(A.i < 0) \rightarrow$   
         $s, i := s + E, i + 1$   
 $\square (A.i \geq 0) \rightarrow$   
         $s, i := s + F, i + 1$   
 $\text{fi}$   
 $\{Q\}$ 
```

c. (1.5 pt) Calculá E y F .

d. (1 pt) (Alternativa al ítem c.) Proponé, sin calcular, E y F ; luego probá la corrección de la alternativa.