Ejercicio 2

Molina Franco
44192153

a) Determinar si conv. abs., conv cond. o diverge

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+(n)^{1/2}}$$

- Por la prueba de la razon

$$L = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{1}{1+\sqrt{n+1}}}{\frac{1}{1+\sqrt{n}}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{1+\sqrt{n}}{1+\sqrt{n+1}} \right|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left| n \cdot \left(\frac{1}{n} + \sqrt{1}\right) \right.$$

- Por teorema

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f\left(\lim_{n\to\infty} a_n\right)$$

por lo que podemos tratarlo como un limite de una $f(x)$ y hacer L'Hopital

b) Sea $f(t) = 2\cos(t)$ $\quad n = ?$ $\quad a = 0$

$x = 0{,}1$ $\quad$ error $< 10^{-3}$

$$R = \frac{f^{n+1}(t)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \qquad \cdot\ t \in (0, 0{,}1)$$

$$\rightarrow R = \frac{2\cos^{n+1}(t)\cdot(0{,}1-0)^{n+1}}{(n+1)!} < \frac{1}{1000}$$

· ya que $t \in (a, x)$ por que $(a < x)$

$$= \frac{2\cos^{n+1}(t)}{(n+1)!} \cdot \frac{1}{(10)^{n+1}} < \frac{1}{1000}$$

$f(t) = 2\cos(t)$
$f'(t) = 2 \cdot -\operatorname{sen}(t)$
$f''(t) = 2 \cdot -\cos(t)$
$f^3(t) = 2\operatorname{sen}(t)$

· al determina un $n = 2$, estaremos probando un denominado mayor a 1000
· y calculamos la derivada 3 de $2\cos(t)$

$$= \frac{\cancel{2}\operatorname{Sen}(t)}{3 \cdot \cancel{2} \cdot 1} \cdot \frac{1}{(10)^3} < \frac{1}{1000}$$

· Planteamos t con el maximo error posible donde $t \in (0, 0{,}1)$ y es $\operatorname{sen}(0) = 1$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1000} < \frac{1}{1000}$$

$$= \frac{1}{3000} < \frac{1}{1000}$$

Rta: El orden del polinomio de Taylor de f con $a = 0$ $\quad x = 0{,}1$, necesario para tener un error menor a 10^{-3} es $\boxed{n = 2}$