

$$1) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & -13 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = ?$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -9 & -13 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2/7 \leftrightarrow F_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1/7 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & -13 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{F_3 + F_2 \cdot 3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1/7 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_3 \cdot (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1/7 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{F_2 - F_3 \cdot 4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1/7 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & | & 13 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2/3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1/7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 13/3 & 0 & 4/3 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1/7 & 0 \\ 13/3 & 0 & 4/3 \\ -3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad Ax = y$$

$$A^{-1} \cdot Ax = A^{-1} \cdot y$$

$$Id \cdot x = A^{-1} \cdot y$$

$$x = A^{-1} \cdot y$$

$$A^{-1} \cdot y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = x = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 11 \\ 11 \\ 12 \\ 19 \end{bmatrix}$$

$$3) \quad B = EC$$

$$B^{-1} \cdot B \cdot C^{-1} = B^{-1} \cdot E \cdot C \cdot C^{-1}$$

$$Id \cdot C^{-1} = B^{-1} \cdot E \cdot Id$$

$$C^{-1} = B^{-1} \cdot E$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -10 & 3 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \\ -1 & -7 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{E = F_2 \leftrightarrow F_4} \begin{bmatrix} 0 & -2 & -10 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -7 & 0 & 1 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \end{bmatrix} = B$$

$$E = F_2 \leftrightarrow F_4$$

$$B^{-1} = \frac{1}{434} \begin{bmatrix} 49 & 693 & 56 & -29 \\ -7 & -161 & -70 & 13 \\ -42 & -98 & 14 & 16 \\ 0 & -434 & 0 & 62 \end{bmatrix} \xrightarrow{E} \frac{1}{434} \begin{bmatrix} 49 & 693 & 56 & -29 \\ 0 & -434 & 0 & 62 \\ -42 & -98 & 14 & 16 \\ -7 & -161 & -70 & 13 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{434} \begin{bmatrix} 49 & 693 & 56 & -29 \\ 0 & -434 & 0 & 62 \\ -42 & -98 & 14 & 16 \\ -7 & -161 & -70 & 13 \end{bmatrix}$$