Tarea 4 Algebra

Molina Franco
44192153

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

A es triangular superior y por lo tanto su determinante es el producto de los elementos de la diagonal

$$\det(A) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$
$$\det(A) = 16$$

b) $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Es la identidad
Id

$E_1 = F_1 \leftrightarrow F_4$

$E_2 = F_2 \leftrightarrow F_3$

$\det(E_1 \, E_2 \, B) = \det(Id)$ · Planteo lo que llegamos arriba

$(-1) \cdot (-1) \cdot (\det B) = \det(Id)$ • El cambio de fila cambia el signo del determinante

$\boxed{\det(B) = 1}$

• El determinante de la matriz Id es 1 por regla

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 - (F_2 \cdot \frac{1}{2})]{F_4 - (F_1 \cdot \frac{1}{2})} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x - 1/2 \end{pmatrix} = Id$

Ya que Id es una matriz triangular superior, sabemos que

$$\det(Id) = [2 \cdot 2 \cdot 3/2 \cdot (x - \tfrac{1}{2}) = 6(x - \tfrac{1}{2}) = 6x - 3$$

Se sigue por teorema $\det(C) = \det(Id)$

$\boxed{\det(C) = 6x - 3}$

• C es inversible si y solo si $\det(C) \neq 0$ por lo que es inversible para todo $x \neq 1/2$, $\rightarrow \boxed{x \in \mathbb{K} \mid x \neq 1/2}$