Final algoritmos 5/7/21

Derivar:

$F.xs = \langle \sum i,j : 0 \leq i \leq j < \#xs : xs.i \cdot xs.j \rangle$

Uso inducción sobre xs

Caso base: $xs = []$ $\qquad \#[] = 0$

$F.xs = \langle \sum i,j : 0 \leq i \leq j < 0 : [].i \cdot [].j \rangle$

= {El rango es False (vacío)}

0

Caso inductivo: $xs = k:ks$

$F.(k:ks)$

= {esp}

$\langle \sum i,j : 0 \leq i \leq j < \#(x:xs) : (x:xs).i \cdot (x:xs).j \rangle$

= {Parto el rango + def de cardinal}

$\langle \sum i,j : 0 = i \wedge 0 \leq j < \#xs+1 : (x:xs).i \cdot (x:xs).j \rangle$ +

$\langle \sum i,j : 1 \leq i \leq j < \#xs+1 : (x:xs).i \cdot (x:xs).j \rangle$

= {Eliminación de variable + indexación + Cambio de variable}

$\langle \sum j : 0 \leq j < \#xs+1 : x \cdot (x:xs).j \rangle +$

$\langle \sum i,j : 0 \leq i \leq j < \#xs : (x:xs).i+1 \cdot (x:xs).j+1 \rangle$

= {Hipótesis ind. + indexación}

$\langle \sum j : 0 \leq j < \#xs+1 : x \cdot (x:xs).j \rangle + F.xs$

= {Parto el rango $j=0$ y $1 \leq j < \#xs+1$ + Cambio de variable $j \to j+1$}

$\langle \sum j : j = 0 : x \cdot (x:xs).j \rangle + \langle \sum j : 1 \leq j+1 < \#xs+1 : x \cdot (x:xs).j+1 \rangle + F.xs$

= {Rango unitario + suma y orden + indexación}

$x \cdot x + \underbrace{\langle \sum j : 0 \leq j < \#xs : x \cdot (xs.j) \rangle}_{\text{Modularizo}} + F.xs$

$g.a.xs = \langle \sum j : 0 \leq j < \#xs : a.xs.j \rangle$

Caso base: $xs = []$. Notemos que el rango $0 \leq j < 0$ es vacío.

$g.x.[] = 0$

Caso inductivo

$g.x.(x:xs) = \langle \sum j : 0 \leq j < \#xs+1 : a.(x:xs).j \rangle$

$= \{$ Parto el rango + r. unitario + Cambio de variab $j \to j+1 \}$

$a.x + \langle \sum j : 1 \leq j+1 < \#xs+1 : a.(x:xs).j+1 \rangle$

$= \{$ Suma y orden + indexación $\}$

$a.x + \langle \sum j : 0 \leq j < \#xs : a.xs.j \rangle$

$= \{$ Hipótesis $\}$

$a.x + g.a.xs$

RTA: $f.[] = 0$

$f.(x:xs) = x.x + g.x.xs + f.xs$

$g.a.[] = 0$

$g.a.(x:xs) = a.x + g.a.xs$