Molina Franco
44192153

5)

Considerar la funcion f que calcula el k-esimo iteme de la n-esima fila

$f.n.0 = 1$
$f.n.(k+1) = (f.n.k \cdot (n-k))/(k+1)$

Cons N, k : Int
Var r : Int;
$\{N>0 \land 0 \leq k \leq N\}$
S
$\{r = f.N.k\}$

- tengo la funcion recursiva en f por lo q. necesito un ciclo.
- uso la formula dada para plantear el invariante y
- ademas lo fortalezco para poder usar el remplazo de const.
- ademas planteo la guarda con el caso base de la funcion dada

$I \equiv \{r = (f.n.k \cdot (N-k))/(k+1) \land 0 \leq k \leq N\}$

$B \equiv (k \neq 0)$

- De esta manera queda garantizado $INV \land \neg B \rightarrow Q$

$\{r = (f.n.k \cdot (N-k))/(k+1) \land 0 \leq k \leq N\} \land k=0 \Rightarrow \{r = f.n.k\}$

$\{r = (f.n.0 \cdot (N-k))/(k+1) \land 0 \leq 0 \leq N\} \Rightarrow \{r = f.N.k\}$

$\{r = ((N-k)/(k+1) \land 0 \leq N\} \rightarrow \{r = f.N.k\}$

El programa queda

Const N,k : INT;
Var r : Int
$\{N>0 \land 0 \leq k \leq N\}$
S0;
$\{INV\}$
do $(k<0) \rightarrow$
$\{INV \land B\}$
S1
$\{INV\}$
od
$\{r = f.N.k\}$

Molina Franco
44192153

6)

Considerando 2^i no es una expresion, derivar

Const N: Int, A: Array [0,N) of Int
Var r: Bool
$\{N \geq 0\}$
S
$\{r = \langle \forall i : 0 \leq i < N : A.(N-(i+1)) \leq 2^i \rangle\}$

- Como tengo a recorrer el array planteo un ciclo
- Usamos la tecnica de remplazo de const. por variable para plantear el sig inv.

$I = \{r = \langle \forall i : 0 \leq i < n : A.(n-i-1) \leq 2^i \rangle \wedge 0 \leq n \leq N\}$
$B = n \neq N$

- De esta manera queda garantizado $INV \wedge \neg B \Rightarrow Q$
- El programa sera la sig. forma

$\{N \geq 0\}$
$n := E$
$\{INV\}$
do $(n \neq N) \rightarrow$
$\{INV \wedge B\}$
S_1;
$\{INV\}$
od
$\{r = \langle \forall i : 0 \leq i < n : A.(n-i-1) \leq 2^i \rangle\} \wedge \ominus$

— Cuerpo del ciclo

- Planteo una cota ya que savemos que n va a crecer y $t \geq 0$
cota $= N - n$

- Vamos a probar con una asignacio para S_1: $r, n := E, n+1$
- Suponemos la hipo. $INV \wedge B \wedge t = N-n$

$wp.(r, n := E, n+1).INV$
$\equiv \{$ def. wp $\}$
$E = \langle \forall i : 0 \leq i < n+1 : A.((n+1)-i-1) \leq 2^i \rangle \wedge 0 \leq n+1 \leq N \wedge t < N-n+1$
$\equiv \{$ def. de t en hipo. ; $0 \leq n+1$ ya que $0 \leq n$; $n+1 \leq N$ ya que $n \leq N, n \neq N \}$
$E = \langle \forall i : 0 \leq i < n+1 : A.(n-i) \leq 2^i \rangle \wedge t < t+1$
$\equiv \{ t < t+1$ por logica y particion de rango y rango unitario $\}$
$E = \langle \forall i : 0 \leq i < n : A.(n-i) \leq 2^i \rangle \wedge A.(0) \leq 2^n$

- Aca me trabo por la potencia.
- Aca esta hago fortalecimiento

$INV' = INV \wedge pot = 2^n$

- $INV' \wedge \neg B \Rightarrow Q$ sigue valiendo ya que $INV' \wedge \neg B \Rightarrow INV \wedge \neg B$

- Cuerpo de nuevo

  - S_1 ahora de la forma $r, pot, n := E, PT, n+1$
  - Hipot: $INV' \wedge t = N-n$

$wp(r, pot, n := E, P, n+1)\ INV'$
$\equiv$ {def de wp}
$E = \langle \forall i : 0 \leq i < n+1 : A.((n+1)-i-1) \leq 2^i \rangle \wedge pot = 2^{(n+1)} \wedge 0 \leq n+1 \leq N \wedge t \leq N-n+1$
$\equiv$ {mismos pasos que antes}
$E = \langle \forall i : 0 \leq i < n : A.(n-i) \leq 2^i \rangle \wedge A(0) \leq pot \wedge (pot = 2^{n+1})$
$\equiv$ {hipo nuevo y prop de pot
$E = True \wedge (A(0) < pot) \wedge pot = 2^n \cdot 2$
$\equiv$ {elijo E y pot

Inicialización

- S_0 va a ser de la forma $r, pot, n := E, P, 0$
- Suponemos la hip. P y vemos wp

$wp(r, pot, n) := E, POT, 0.\ INV$
$\equiv$ {def de wp}
$E = 1$
$\equiv n := 0 \rightarrow r = True.$