## Análisis Matemático II

## Lic. en Ciencias de la Computación - 2021

## Práctico II - Sucesiones y Series

(1) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es convergente o no. Si la sucesión converge, calcular su límite.

(a) 
$$a_n = \frac{5-2n}{3n-7}$$

(e) 
$$a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

(a) 
$$a_n = \frac{5 - 2n}{3n - 7}$$
 (b)  $a_n = \frac{5 - 2n}{\ln(n+1)}$  (c)  $a_n = n - \sqrt{n^2 - 4n}$  (d)  $a_n = 20 (-1)^{n+1}$  (e)  $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$  (f)  $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$  (i)  $a_n = \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n$  (j)  $a_n = \pi/4 - \arctan(n)$  (k)  $a_n = \frac{\sin^2(n)}{4^n}$ 

(b) 
$$a_n = \frac{n}{\ln(n+1)}$$

(f) 
$$a_n = n$$
 e  $n$ 

(j) 
$$a_n = \pi/4 - \arctan(n)$$

(c) 
$$a_n = n - \sqrt{n^2 - 4n}$$

(g) 
$$a_n = \cos(n\pi)$$
  
(h)  $a_n = n \sin(6/n\pi)$ 

$$(k) a_n = \frac{\sin^2(n)}{4^n}$$

- (2) Determinar si cada una de las siguientes sucesiones es: (i) acotada superior y/o inferiormente; (ii) positiva o negativa (a partir de cierto  $n_0$ ); (iii) creciente, decreciente o alternante; (iv) convergente, divergente, divergente a  $\infty$  o  $-\infty$ .

(a) 
$$a_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$$

(d) 
$$a_n = \frac{2^n}{n!}$$

(g) 
$$a_n = \frac{n!}{n^n}$$

(b) 
$$a_n = \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

(d) 
$$a_n = \frac{2^n}{n!}$$
 (g)  $a_n = \frac{n!}{n^n}$  (e)  $a_n = \ln\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$  (h)  $a_n = \frac{\ln(n+3)}{n+3}$  (f)  $a_n = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n)!}$  (i)  $\sqrt{3}, \sqrt{\sqrt{3}}, \sqrt{\sqrt{3}}$ 

(h) 
$$a_n = \frac{\ln(n+3)}{n+3}$$

(c) 
$$a_n = \frac{(-1)^n n^n}{e^n}$$

(f) 
$$a_n = \frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n)!}$$

(i) 
$$\sqrt{3}$$
,  $\sqrt{\sqrt{3}}$ ,  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$ , ...

(3) Dadas las siguientes series, calcular su suma o demostrar que divergen.

(a) 
$$4 + \frac{8}{5} + \frac{16}{25} + \frac{32}{125} + \dots$$

(h) 
$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^{k+3}}{e^{k-3}}$$

(b) 
$$\frac{2}{3} - \frac{2}{9} + \frac{2}{27} - \frac{2}{81} + \dots$$

(i) 
$$\sum_{n=1}^{k=2} \frac{1}{n(n+2)}$$

(c) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

(j) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 7n + 12}$$

(d) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{10^{3n}}$$

(k) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{4^n}$$

(e) 
$$\sum_{j=1}^{\infty} \pi^{j/2} \cos(j\pi)$$

(l) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(10^{-n} + 9^{-n}\right)$$

(f) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

(m) 
$$\sum_{\infty}^{n=1} \frac{2^{n+3} + 3^n}{6^n}$$

(g) 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{8^{2n}}$$

(4) Expresar los siguientes números en términos de una serie y luego como una relación entre números enteros.

(a)  $0, \overline{5} = 0, 55555...$  (b)  $0, \overline{307} = 0, 307307307...$  (c)  $6, 123\overline{456}$ 

(5) Usar los tests de convergencia para determinar si las siguientes series convergen o divergen.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 - 2}$  (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}$  (i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$  (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n + 1}$  (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$  (j)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1}}{n^n}$  (c)  $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{\pi^n + 5}$  (g)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$  (k)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$  (d)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{1 + n\sqrt{n}}$  (h)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n \ln n}$  (l)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$ 

(6) Determinar si las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente, o divergen.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \ln n}$ (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2^n}$ (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100 \cos(n\pi)}{2n + 3}$ (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{(n+1)\ln(n+1)}$ (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 - 1)}{n^2 + 1}$ (g)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$ (h)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log(n+2)}$ (i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$ 

(7) Utilizar el criterio de la integral para series numéricas y determinar si las siguientes integrales convergen o no.

(a)  $\int_{1}^{\infty} \frac{e^x}{x^x} dx$  (b)  $\int_{2}^{\infty} \frac{dx}{x(\log x)^x}$