

Ejercicio 4

Molina Franco
44192153

a) • Ecuación del plano tangente al gráfico

$$z = \sin(xy) \quad \text{si } x = \pi/3, y = -1$$

• Vector normal al plano

$$z_x = \cos(xy) \cdot y \quad z_y = \cos(xy) \cdot x$$

• ecu. plano tang

$$Z_t = (x-a) \cdot f_x(a,b) + (y-b) \cdot f_y(a,b) + f(a,b)$$

$$= (x - \pi/3) \cdot (\cos(-\pi/3) \cdot (-1)) + (y+1) \cdot (\cos(-\pi/3) \cdot \pi/3) + \sin(-\pi/3)$$

$$= (x - \pi/3) \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot (-1)\right) + (y+1) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3}\right) + \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$Z_t = (x - \pi/3) \cdot \frac{1}{2} + (y+1) \cdot \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• vector normal al plano

$$V_n = P_0 + t \cdot (-f_x(a,b), -f_y(a,b), 1)$$

$$V_n = \left(\frac{\pi}{3}, -1, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + t \cdot \left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{6}, 1\right)$$

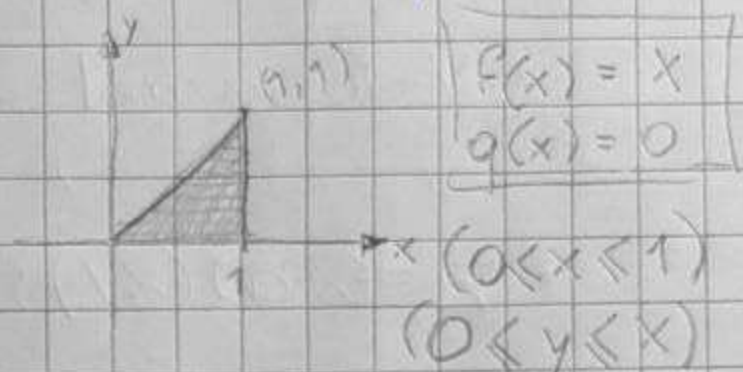
0	30	45	60	90
$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
0	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
\sin				\cos

b) Calcular

$$\iint_T xy \, dA$$

donde $T = \text{triángulo } (0,0), (1,0) \text{ y } (1,1)$

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$$



• por teorema planteo la integral doble con T

$$\int_0^1 \left(\int_0^x xy \, dy \right) dx = \int_0^1 \left(\frac{xy^2}{2} \Big|_0^x \right) dx$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{x \cdot x^2}{2} - \frac{x \cdot 0}{2} \right) dx = \int_0^1 \frac{x^3}{2} dx$$

$$= \frac{x^4}{8} \Big|_0^1 = \frac{1^4}{8} - \frac{0^4}{8} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

• con esta info
puedo plantear
 T dando $0 \leq y \leq x$

• El resultado de la integral doble es $1/8$