Nombre: ...... Condición: ......

## JUSTIFIQUE TODAS SUS AFIRMACIONES

NOTA: El examen se aprueba sumando 60 puntos como mínimo.

Los alumnos regulares cuentan con los 10 pts del Ejercicio 1 (no deben resolverlo).

## 1. (10 puntos, SÓLO PARA LIBRES)

Dadas las funciones f(x) = 5x - 2 y  $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ .

- (a) Obtener  $f \circ g$ .
- (b) Decidir si f es biyectiva y, en caso de ser posible, obtener su inversa.
- 2. (10 puntos) Resolver la siguiente inecuación; escribir el conjunto solución como un intervalo o unión de intervalos y representarlo en la recta real:

$$\frac{1}{|3x+1|} < 2.$$

**3.** (15 puntos) Sea 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2x - 4} & x \neq 2 \\ -1 & x = 2. \end{cases}$$

- (a) Determinar los puntos de discontinuidad de f, indicando de qué tipo de discontinuidades se tratan.
- (b) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto (0,1).
- 4. (14 puntos) Calcular los siguientes límites:

(a) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{4x^2 + xe^{2x}}{\text{sen}(x)}$$

(b) 
$$\lim_{x \to -2} \frac{x(x+2)}{\ln(x+3)}$$

## **5.** (9 puntos)

- (a) Enunciar el Teorema del Valor Intermedio.
- (b) Demostrar que existe una solución de la ecuación

$$\cos(x) + x^3 = 0$$

en el intervalo  $[-\pi/2, 0]$ .

- **6.** (28 puntos) Dada la función  $f(x) = \frac{2x^2}{(x-1)^2}$ :
  - (a) Determinar su dominio.
  - (b) Obtener las rectas asíntotas verticales y horizontales, en caso de existir.
  - (c) Calcular los puntos críticos de la función.
  - (d) Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.
  - (e) Determinar, si los hay, máximos y mínimos locales de f.
  - (f) Determinar intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo.
  - (g) Obtener, si los hay, los puntos de inflexión de f.
  - (h) Esbozar el gráfico de la función f.

## **7.** (14 puntos)

- (a) Calcular el área de la región encerrada por la gráfica de  $f(x) = \frac{1}{x}$ , el eje x y las rectas verticales x = e y  $x = e^2$ .
- (b) Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int x\sqrt{x^2+3}\ dx.$$

1a	1b	2	3a	3b	4a	4b	5a	5b	6a	6b	6c	6d	6e	6f	6g	6h	7a	7b	Tot	NOTA