

1	2	3	4(a) 4(b) 4(c)	5(a) 5(b) 5(c) 5(d)	6	7(a) 7(b)

MATEMÁTICA DISCRETA I
Examen Final - 25/07/2019

Apellido y Nombre:

Condición (R o L):

- Justificar todas las respuestas. No se permite el uso de calculadoras ni celulares.
- Para aprobar deberá tener al menos 50 pts. en el total, 12 pts. en la parte teórica y 28 pts. en la parte práctica.

Parte Teórica (30 pts.)

1. (10 pts.) Para $n \geq 0$ y $x \neq 0$, definir en forma recursiva x^n .
2. (10 pts.) Dar la definición de congruencia y probar que es una relación transitiva
3. (10 pts.) Probar que existen infinitos números primos.

Parte Práctica (70 pts.)

4. (24 pts.)
 - a) (7 pts.) Probar que si $n \in \mathbb{Z}$, entonces los números $2n + 1$ y $n(n + 1)/2$ son coprimos.
 - b) (7 pts.) Usando el teorema de Fermat encontrar a entero con $0 \leq a < 13$ tal que $7^{633} \equiv a \pmod{13}$.
 - c) (10 pts.) Probar por inducción que

$$\sum_{k=0}^n (2k + 1) = (n + 1)^2,$$

para $n \in \mathbb{N}_0$.

5. (16 pts.) Consideremos que hay 26 letras en el alfabeto. Cuando hablamos de *palabra*, nos referimos a una sucesión finita de letras y dígitos.

- a) (4 pts.) ¿De cuántas formas podemos elegir 4 letras entre las 26?
 b) (4 pts.) ¿Cuántas palabras de 9 letras podemos formar?
 c) (4 pts.) ¿Cuántas palabras de 9 letras sin repetición de letras podemos formar?
 d) (4 pts.) ¿Cuántas palabras se pueden formar de 12 caracteres que tengan 3 dígitos y 9 letras?

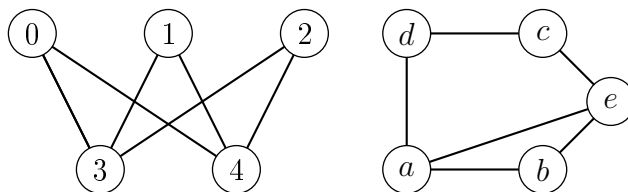
6. (16 pts.) Dada la ecuación de congruencia

$$15x \equiv 6 \pmod{21},$$

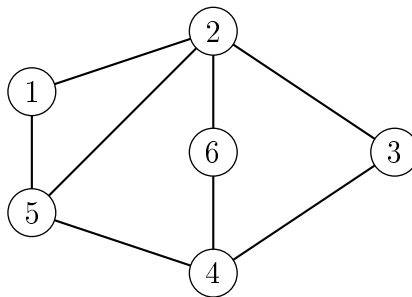
hallar todas las soluciones en el intervalo $[20, 55]$. Hacerlo con el método usado en la teórica. No usar resultados del práctico.

7. (14 pts.)

- a) Probar que los siguientes grafos no son isomorfos.



- b) Encontrar una caminata euleriana en el siguiente grafo.



Ejercicios para alumnos libres

(Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts.)

- Calcular el máximo común divisor $(46, 60)$ y encontrar enteros $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que, $(46, 60) = s46 + t60$
- Expresar el número 123123 en base 7.