

**Análisis Matemático II**  
**Licenciatura en Ciencias de la Computación - 2021**  
**Práctico 6 - Integrales sobre rectángulos en  $\mathbb{R}^2$**

(1) Calcular las siguientes integrales sobre regiones rectangulares.

(a)  $\iint_R (x^2 + y^2) dA$ , donde  $R$  es el rectángulo  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 5$ .

(b)  $\iint_R (\sin x + \cos y) dA$ , donde  $R$  es el rectángulo  $0 \leq x \leq \pi/2$ ,  $0 \leq y \leq \pi/2$ .

(c)  $\iint_R x^2 y^2 dA$ , donde  $R$  es el rectángulo  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ .

(2) Calcule las siguientes integrales iteradas.

(a)  $\int_0^2 \int_0^4 y^3 e^{2x} dy dx$ .

(b)  $\int_1^3 \int_1^5 \frac{\ln(y)}{xy} dy dx$ .

(c)  $\int_0^1 \int_0^1 \sqrt{s+t} ds dt$ .

(3) Encuentre el volumen del sólido que está debajo del plano  $4x + 6y - 2z + 15 = 0$  y arriba del rectángulo  $R = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$ .

(4) Determine el volumen del sólido que está debajo del paraboloide hiperbólico  $z = 3y^2 - x^2 + 2$  y arriba del rectángulo  $R = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$ .

(5) Dibujar el dominio de integración y calcular las siguientes integrales.

(a)  $\int_0^1 \int_0^y (xy + y^2) dx dy$

(b)  $\int_0^\pi \int_{-x}^x \cos y dy dx$

(c)  $\int_0^2 dy \int_0^y y^2 e^{xy} dx$

(d)  $\iint_T (x - 3y) dA$ , donde  $T$  es el triángulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(a, 0)$  y  $(0, b)$ .

(e)  $\iint_R xy^2 dA$ , donde  $R$  es la región en el primer cuadrante acotada por  $y = x^2$  y  $x = y^2$ .

(f)  $\iint_D x \cos y dx dy$ , donde  $D$  es la región en el primer cuadrante acotada por  $y = 1 - x^2$  y los ejes.

(g)  $\iint_D \ln x \, dx dy$ , donde  $D$  es la región en el primer cuadrante acotada por  $2x + 2y = 5$  y  $xy = 1$ .

(h)  $\iint_Q y \, dA$ , donde  $Q$  es la región acotada por  $x^2 + y^2 = 4$ .

- (6) Calcular el volumen debajo de  $z = 1 - x^2$  y arriba de la región:  $0 \leq x \leq 1$  y  $0 \leq y \leq x$ .
- (7) Calcular el volumen debajo de  $z = 1 - x^2$  y arriba de la región:  $0 \leq y \leq 1$  y  $0 \leq x \leq y$ .
- (8) Calcular el volumen debajo de  $z = 1 - x^2 - y^2$  y arriba de:  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  y  $x + y \leq 1$ .
- (9) Calcular el volumen comprendido entre el plano  $xy$ , el cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  y el plano  $z = x + y + 4$ .
- (10) Calcular el área de la región del plano dada por,  $0 \leq x \leq y^3$  y  $2 \leq y \leq 4$ .
- (11) Calcular el área de la región del primer cuadrante acotada por las parábolas  $x^2 = 4y$  y  $x^2 = 8 - 4y$ .

*Ayuda: Integre primero con respecto a la variable  $x$ .*