Por la presente declaro que la resolucion de este examen es obra de mi exclusiva autoria y respetando las pautas y criterios fijados en los enunciados. Asimismo, declaro conocer el regimen de infracción de los estudiantes cuyo texto ordenado se encuentra en el apéndice de la Res. Rec 1554/2018

Molina
Franco

Molina Franco
44192153

1) a divide a b :

dado a y b dos numeros enteros y a no nulo

determinamos que $b = a \cdot q$ y así $a | b$

- por el algoritmo de la divicion $b = a \cdot q + r$, pero para que $a | b$, r debe ser 0

•) $a|b \wedge a|c \longrightarrow a | b+c$

$b = a \cdot q \quad c = a \cdot q$

$b+c = (a \cdot q) + (a \cdot q)$

$b+c = a \cdot (q+q)$

$b+c = a \cdot q \longrightarrow a | b+c$ queda demostrado

Fin del des.

---

2) $x_1 \equiv x_2 \ (m) \quad y_1 \equiv y_2 \ (m) \longrightarrow x_1 \cdot y_1 \equiv x_2 \cdot y_2 \ (m)$

$m | x_1 - x_2 \qquad m | y_1 - y_2 \qquad m | (x_1 \cdot y_1) - (x_2 \cdot y_2)$

- $x_1 - x_2 = m \cdot q$ • $y_1 - y_2 = m \cdot q$

$x_1 = m \cdot q + x_2 \qquad y_1 = m \cdot q + y_2$

por esto

$(x_1 \cdot y_1) - (x_2 \cdot y_2) = (x_1 \cdot y_1) + \underbrace{(x_2 y_1) - (x_2 y_1)} - (x_2 y_2)$

$x_1 \cdot y_1 = \ldots \quad = (x_1 - x_2) \cdot y_1 + (y_1 - y_2) \cdot x_2$

$= (m \cdot q) \cdot y_1 + (m \cdot q) \cdot x_2$

Fin del des $(x_1 y_1) - (x_2 - y_2) = m \cdot (q \cdot y_1 + h \cdot x_2) \longrightarrow \boxed{x_1 y_1 \equiv x_2 y_2 \ (m)}$ Queda demostrado

3) • La valencia de un vertice, tambien llamado grado, es la cantidad de aristas las cuales estan unidas/conectadas a dicho vertice y se representa así: $\delta_v = x$

- Una caminata en un grafo es una sucecion de vertices los cuales deven estar unidos, dando una cantidad de vertices mayor a 2

Fin del desarrollo

Molina Franco
44 192 153

4) a) $n \in \mathbb{Z}$ $\quad (n^4 + 7n - 1, 7n^5 - n^4) = 1$?

$d \mid n^4 + 7n - 1 \qquad d \mid 7n^5 - n^4$

$d \mid [n^4 + 7n - 1] \cdot n^4$

$d \mid n^8 + 7n^5 - n^4$

$d \mid [n^8 + 7n^5 - n^4] - [7n^5 - n^4]$

$d \mid n^8$

$d \mid n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n$

$d \mid n \vee d \mid n \vee \dots$

$\boxed{d \mid n} \longrightarrow d \mid n^4$

$\longrightarrow d \mid n \cdot 7$

$d \mid [n^4 + 7n - 1] - [n^4] - [7n]$

$d \mid -1 = d \mid 1$ (por propiedad)

Si $d \mid 1$ por regla del divide, $d = 1$ ya que su unico divisor es si mismo

Rta: queda comprobado que son coprimos ya que su $d = 1$ Fin del dos

---

b) $3 \cdot 11^{361} + 19 \cdot 52^{2591} - 6 \cdot 16^{107} \equiv x \ (13)$

$\cdot\ x^{13} \equiv 13 \ (m)$
$\cdot\ x^{12} \equiv 1 \ (m)$

13	12
26	24
39	48
52	60
65	72

$3 \cdot 11^{12 \cdot 30} \cdot 11^1 + 19 \cdot 0^{2591} - 6 \cdot 16^{12 \cdot 8} \cdot 16^{11} \equiv x \ (13)$

$3 \cdot 1^{30} \cdot 11 + 19 \cdot 0 - 6 \cdot 1^8 \cdot 3^{11} \equiv x \ (13)$

$33 + 0 - 2 \cdot 3 \cdot 3^{11} \equiv x \ (13)$

$33 - 2 \cdot 3^{12} \equiv x \ (13)$

$33 - 2 \cdot 1 \equiv x \ (13)$

$7 - 2 \equiv x \ (13)$

$5 \equiv x \ (13)$

$3 \cdot 11^{361} + 19 \cdot 52^{2591} - 6 \cdot 16^{107} \equiv 5 \ (13)$

Rta: El resto de la division es de 5

Fin del dos.

Molina Franco
44192153

4)

c) $\{a_n\}$

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = -2 \\ a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2} + 3n - 10 \ ; \quad n \geq 3 \end{cases}$$

Hipotesis $\quad a_n = n^2 - 5n + 4$

Caso Base $\quad a_1 = 1^2 - 5 \cdot 1 + 4 \qquad a_2 = (2)^2 - 5 \cdot 2 + 4$

$0 = 1 - 5 + 4 \qquad -2 = 4 - 10 + 4$

$0 = 0 \qquad -2 = -2$

Paso Inductivo

$$a_{(n+1)} = (n+1)^2 - 5(n+1) + 4$$

$$\frac{a_{(n+1)-1} + a_{(n+1)-2}}{2} + 3(n+1) - 10 = n^2 + 2n + 1 - 5n - 5 + 4$$

$$\frac{a_n + a_{n-1}}{2} + 3n + 3 - 10 = n^2 - 3n$$

$$\frac{n^2 - 5n + 4 + (n-1)^2 - 5 \cdot (n-1) + 4}{2} + 3n - 7 = n^2 - 3n$$

$$\frac{n^2 - 5n + 4 + n^2 - 2n + 1 - 5n + 5 + 4}{2} + 3n - 7 = n^2 - 3n$$

$$\frac{2n^2 - 12n + 14}{2} + 3n - 7 = n^2 - 3n$$

$$n^2 - 6n + 7 + 3n - 7 = n^2 - 3n$$

$$n^2 - 3n = n^2 - 3n$$

Queda demostrado

Fin de la resolucion

Molina Franco
44192153

5) Mazo 52 cartas

4 palos $\longrightarrow$ 1-13

a) $\binom{52}{6} = \frac{52!}{(52-6)!\,6!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot \cancel{46!}}{\cancel{46!}\,6!}$

$= \boxed{\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 40 \cdot 48}{720}}$ formas

b) $\binom{13}{4} \cdot \binom{13}{5} = \frac{13!}{9!\,4!} \cdot \frac{13!}{8!\,5!}$

$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9!}}{\cancel{9!}\,4!} \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{\cancel{8!}\,5!}$

$= \frac{13 \cdot \cancel{12} \cdot 11 \cdot \cancel{10}}{\cancel{12} \cdot \cancel{2} \cdot 1} \cdot \frac{13 \cdot \cancel{12} \cdot 11 \cdot \cancel{10} \cdot 9}{\cancel{5} \cdot \cancel{12} \cdot \cancel{2} \cdot 1}$

$= (13 \cdot 11 \cdot 5) \cdot (13 \cdot 11 \cdot 9)$

$= \boxed{715 \cdot 1287}$ formas

c) $\binom{52}{4} \cdot \binom{48}{4} \cdot \binom{44}{4} \cdot \binom{40}{4} \cdot \binom{36}{4} \cdot \binom{32}{4}$

$= \frac{52!}{\cancel{48!}\,4!} \cdot \frac{\cancel{48!}}{\cancel{44!}\,4!} \cdot \frac{\cancel{44!}}{\cancel{40!}\,4!} \cdot \frac{\cancel{40!}}{\cancel{36!}\,4!} \cdot \frac{\cancel{36!}}{\cancel{32!}\,4!} \cdot \frac{\cancel{32!}}{28!\,4!}$

$= \boxed{\frac{52!}{6 \cdot 4! \cdot 28!}}$ formas

d) $\boxed{\frac{52!}{4!(52\text{-}4)}}$ formas

2 personas
52 cartas

$\boxed{\frac{52!}{4!(52-4)!}}$ formas

= todas las formas de que uno de los dos agarre mas de 4 cartas y el resto sobrante las agarra la otra persona

Fin del desarrollo

Molina Franco
44192153

6) $17x \equiv 2\ (37)$

$37 = 17 \cdot 2 + 3 \longrightarrow 3 = 37 - (17 \cdot 2)$

$17 = 3 \cdot 5 + 2 \longrightarrow 2 = 17 - (3 \cdot 5)$

$3 = 2 \cdot 1 + \boxed{1} \longrightarrow 1 = 3 - (2 \cdot 1)$

$2 = 1 \cdot 2 + 0$

$1 = 3 - (2 \cdot 1) =$

$= 37 - 17 \cdot 2 - 17 + (3 \cdot 5)$

$= 1 \cdot 37 - 2 \cdot 17 - 1 \cdot 17 + [37 - 2 \cdot 17] \cdot 5$

$= 1 \cdot 37 - 2 \cdot 17 - 1 \cdot 17 + 5 \cdot 37 - 10 \cdot 17$

$1 = 6 \cdot 37 + (-13) \cdot 17$

$17 \cdot (-13) \equiv 1\ (37)$

$17 \cdot (-26) \equiv 2\ (37)$

$\boxed{x = (-26) + k\,37} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

$[-50, 100]$

-26
37

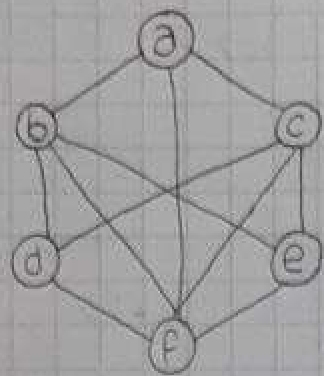
$C = \{-26, 11, 48, 85\}$

Rta: C es el conjunto de soluciones entre -50 y 100.

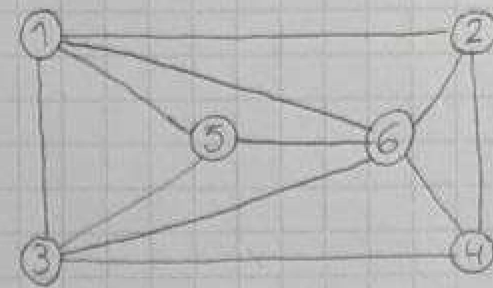
Fin del desarrollo

Molina
Franco 44192153

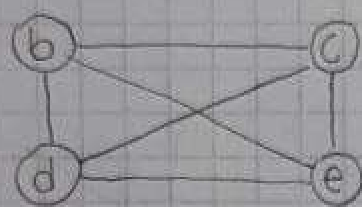
7) a)



G.



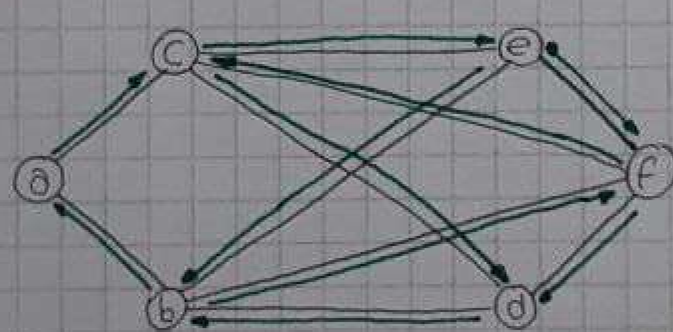
K.



G'. (sub grafo de a)

Rta: los grafos G y K son isomorfos ya que el subgrafo G' no se encuentra dentro de K

7) b)



Caminata Euleriana: {e, f, d, b, a, c, e, b, f, c, d}

Fin de la resolucion