Molina Franco
44192153

Tarea 6

1) $W = \left\{ p(x) \in \mathbb{R}[x] \;\middle|\; \left(\frac{d}{dx} p\right)(0) = 0 \right\}$

$V = \mathbb{R}[x]$

- $W_1 = x^2 \longrightarrow \left(\frac{d}{dx} W_1\right)(0) = 0$

  $W_1 \in W$

$\therefore$ W no es vacio

- $(W_1 + W_2)' = W_1' + W_2'$ $\quad w_1, w_2 \in W$

  $(W_1' + W_2')(0) = W_1'(0) + W_2'(0) \underbrace{=}_{\text{def de } W} 0 + 0 = 0$

  $\therefore$ W es cerrado en la suma

- $\lambda \cdot W = \lambda \cdot w'_{(0)} = \lambda \cdot 0 = 0$ $\quad \boxed{(\lambda w)' = \lambda \cdot w'}$

  $\therefore$ W es cerrado por el producto con un escalar

Rta W es sub espacio vectorial de V

2) $W = \left\{ A \in \mathbb{R}^{2\times2} : A\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

$V = \mathbb{R}^{2\times2}$

- $A\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{cases} a - 2b = 0 \\ c - 2d = 0 \end{cases}$

  $\longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in W \longrightarrow$ ~~[illegible]~~ $w = \left\{ s\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R} \right\}$

  $\therefore$ W no es vacio

- $w_1, w_2 \in W$

  $W_1 + W_2 = \left[a\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right] + \left[c\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$

  $= \begin{pmatrix} 2a & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2b & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2c & c \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2d & d \end{pmatrix}$

  $= \begin{pmatrix} 2a + 2c & a+c \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2b+2d & b+d \end{pmatrix} \downarrow$

$$= \underbrace{(a+c)}_{\in \mathbb{R}} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \underbrace{(d+b)}_{\in \mathbb{R}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$ Def de W

$\therefore$ es cerrado a la suma $\boxed{W_1 + W_2 \in W}$

- $W_1 \in W$

$$W_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda \cdot \left(W_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}\right) = 0$$

$$\lambda \cdot W_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$(\lambda \cdot W_1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 0$$ Def de W

$\therefore$ W es cerrado en la multiplicacion por escalar

Rta: W es un subconjunto de V

3) $W = \{ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : f^2 = f \}$

$V = \{ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \}$

- $f_{(x)} = 1$ planteo una $f(x) = 1$

$f^2_{(x)} = 1^2 = 1$

$f^2_{(x)} = 1 \longrightarrow f \in W$

$\therefore$ W no es vacio

- $\lambda \cdot f_{(x)} = \lambda \cdot 1$

$-1 \cdot f_{(x)} = -1 \cdot 1$

$-f(x) = -1$

$\downarrow$

$(-f(x))^2 = (-1)^2$

$(-f(x))^2 = 1$

$\lambda f \neq \lambda f^2 \longrightarrow -f(x) \notin W$

$\therefore$ W **no** es cerrado en la multiplicacion por un escalar

Rta W no es un subespacio de V