

Matemática Discreta I
Prefinal - 17 de junio de 2021
Turno Tarde

Importante

- Justifica todas tus respuestas.
- Para aprobar se debe obtener al menos 50 puntos.
- En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido. Si es posible escribí con birome.
- Al finalizar, toma fotos del prefinal por el celular, y subí las fotos en formato pdf en el apartado "Tu Trabajo - Añadir o crear".
- Una vez subido el archivo, presionar "Entregar". Deben verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.

Preguntas

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en "Comentarios privados".
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en "Comentarios privados".

Ejercicios

- (1) (12 pts.) Sea $\{a_n\}_{n \geq 0}$ la sucesión definida recursivamente por

$$a_0 = 6, \quad a_1 = 8, \quad a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}, \quad \text{para } n \geq 2.$$

Probar que $a_n = (3 - n) 2^{n+1}$ para todo $n \geq 0$.

Hacer el procedimiento paso a paso y en forma detallada.

- (2) (8 pts.) Calcular $(2432)_5 - (1325)_5$ y expresar el resultado en base 8.

- (3) (a) (12 pts.) Usando el método de la demostración de la ecuación lineal en congruencia, encontrar todas las soluciones enteras de

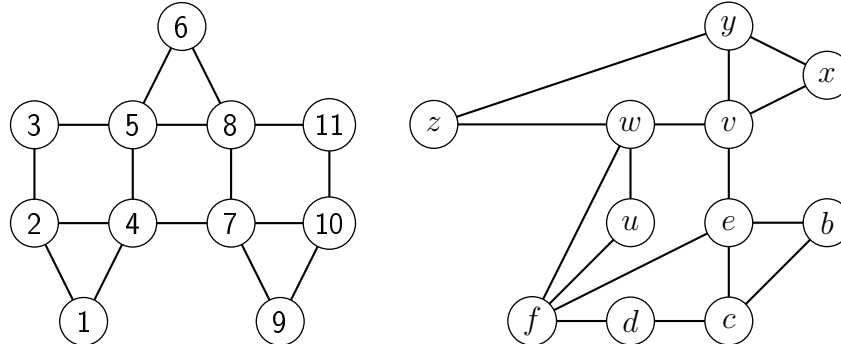
$$76x \equiv 24 \pmod{40}.$$

- (b) (8 pts.) Hallar las soluciones enteras x tales que $0 \leq x \leq 100$.

- (4) En una empresa se requiere formar un grupo de trabajo de 7 personas seleccionadas entre 5 abogados y 9 contadores. ¿De cuántas maneras puede formarse si:
- (a) (3 pts.) no hay restricciones en la selección?
 - (b) (4 pts.) el grupo debe tener exactamente 2 contadores?

- (c) (4 pts.) el grupo debe tener un número impar de abogados?
 (d) (4 pts.) el grupo debe tener a lo sumo 2 abogados?

(5) Dados los grafos



- (a) (8 pts.) Escribir la lista de adyacencia del primer grafo.
 (b) (9 pts.) Encontrar una caminata euleriana en el primer grafo.
 (c) (6 pts.) Demostrar que los grafos son isomorfos.
- (6) Probar las siguientes afirmaciones;
- (a) (10 pts.) El resto de la división de 2^{2467} por 23 es 7. No usar calculadora, deducir el resultado del teorema de Fermat.
- (b) (12 pts.) No existen enteros no nulos a, b tales que $4a^3 = b^3$.