Molina Franco
44192153

Tarea 7 Algebra

W es subespacio de $\mathbb{R}^4$ generado por
$S = \{(1,4,0,0),(0,0,1,1),(1,4,1,1)\}$

1) • $(1,4,0,0)+(0,0,1,1)=(1,4,1,1)$

$\langle S \rangle = \langle \{(1,4,0,0),(0,0,1,1)\} \rangle = \langle S' \rangle$

• $\forall w \in W,\ w = \lambda(1,4,0,0) + \lambda(0,0,1,1)$

w sub esp. $\mathbb{R}$

$\rightarrow w = (V_1, V_2, V_3, V_4) \longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 + 0\lambda_2 = V_1 \\ 4\lambda_1 + 0\lambda_2 = V_2 \\ 0\lambda_1 + \lambda_2 = V_3 \\ 0\lambda_1 + \lambda_2 = V_4 \end{cases}$

• Hacemos la matriz ampliada y trabajamos

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & V_1 \\ 4 & 0 & V_2 \\ 0 & 1 & V_3 \\ 0 & 1 & V_4 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - 4F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & V_1 \\ 0 & 0 & V_2 - 4V_1 \\ 0 & 1 & V_3 \\ 0 & 1 & V_4 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 - F_4} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & V_1 \\ 0 & 0 & V_2 - 4V_1 \\ 0 & 0 & V_3 - V_4 \\ 0 & 1 & V_4 \end{array}\right)$$

Como • $V_2 - 4V_1 = 0$ • $V_3 - V_4 = 0$ $\quad W = \{(V_1, V_2, V_3, V_4) \in \mathbb{R}^4 \mid V_2 - 4V_1 = 0 \wedge V_3 - V_4 = 0\}$

• tmb $V_3 = V_4 \xrightarrow{\text{tmb puede ser}} W = \{(V_1, V_2, V_3, V_4) \in \mathbb{R}^4 \mid V_2 - 4V_1 = 0 \wedge V_3 = V_4\}$

2) Una base que sea ~~del~~ subconjunto de S

$\langle S' \rangle = \langle (1,4,0,0),(0,0,1,1) \rangle$

• Es LI ya q en ambos primeros valores tenemo 1 y 0 por lo que para dar 0, $\lambda = 0$

• Y por el ej. 1 vimos que genera a W

$\langle S' \rangle$ es base de W

• La dimension de W es el cardinal del conjunto S'

• $\text{Dim } W = |S'| = 2$

3) Extender $\langle S' \rangle$ a $\mathbb{R}^4$

- Bases $\mathbb{R}^4 \rightarrow$ 4 elementos
- Por lema 3.3.7 $\rightarrow$ agregamos dos elem de $\mathbb{R}^4$ q sean LI y que $\notin W$, entonces el nuevo conjunto genera $\mathbb{R}^4$ y es LI
- Sean dos vectores canonicos v_1 y v_2
- $v_1, v_2 \notin W$
- $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^4$

$\rightarrow \langle S' \cup \{v_1, v_2\} \rangle = \mathbb{R}^4$

- Notemos q el lema al agregar dos vectores no asegura q sea LI pero por logica:

$\rightarrow \{(1,4,0,0), (0,0,1,1), (0,1,0,0), (0,0,1,0)\}$ es base de $\mathbb{R}^4$

Y ademas es LI ya que en sus primeras posiciones tienen 1, 0, 0, 0 y por esto su suma por escalares obliga que $\lambda = 0$ y esta base es LI.