ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

28 de Julio de 2021

Nombre	Carrera	Condición

PARTE PRÁCTICA

1. Se desea calcular la raíz cúbica de 17 con dos dígitos correctos usando el método de bisección, comenzando con el intervalo $[2, 3]$:

    a) ¿Es posible hacer este cálculo? ¿Por qué?

    b) ¿Cuántas iteraciones seán necesarias para garantizar la precisión deseada?

    c) ¿Podría hacerse en un número menor de iteraciones si se cambiara la función elegida para el método?

2. En el espacio de funciones continuas en $[-1, 1]$ con el producto escalar $\int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$, hallar la mejor aproximación de grado 2 de la función $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, utilizando una base ortonormal de polinomios.

3. Calcular a_1, a_2 y a_3 para que la fórmula

$$\int_0^1 f(x)dx \approx a_1 f(0) + a_2 f(1) + a_3 f(\alpha)$$

sea exacta para el mayor grado posible, siendo α un número dado tal que $0 < \alpha < 1$. Utilizar dicha fórmula para estimar el valor de la integral

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{5x+3}{2}}dx$$

tomando $\alpha = 0{,}1$. Comparar el valor obtenido con el verdadero valor de dicha integral.

PARTE TEÓRICA

En los dos ejercicios siguientes deberá escoger una opción y justificar su elección con claridad y precisión.

1. Una de las ventajas de la factorización LU para resolver sistema de ecuaciones lineales es:

    a) Realiza menos operaciones que la eliminación gaussiana.

    b) Se puede utilizar la misma factorización para resolver sistemas lineales diferentes.

    c) Tiene más precisión que la eliminación gaussiana.

    d) Realiza la misma cantidad de operaciones que se requieren para resolver 2 sistemas triangulares.

2. Las reglas gaussianas para integración numérica son convenientes porque:

    a) Obtienen más precisión que las reglas clásicas con la misma cantidad de puntos.

    b) Realizan menos operaciones que otras reglas compuestas.

    c) Pueden usarse puntos de integración igualmente espaciados en el intervalo de integración.

    d) Porque los coeficientes son simétricos respecto del origen.

    e) Ninguna de las anteriores es correcta.

3. Enunciar y demostrar el teorema de existencia y unicidad del polinomio interpolante.

EJERCICIO PARA ALUMNOS LIBRES

1. Utilizando el polinomio de interpolación de Lagrange, estimar el valor de $f(4)$, sabiendo que $f(-1) = 2$, $f(0) = 0$, $f(3) = 4$ y $f(7) = 7$.