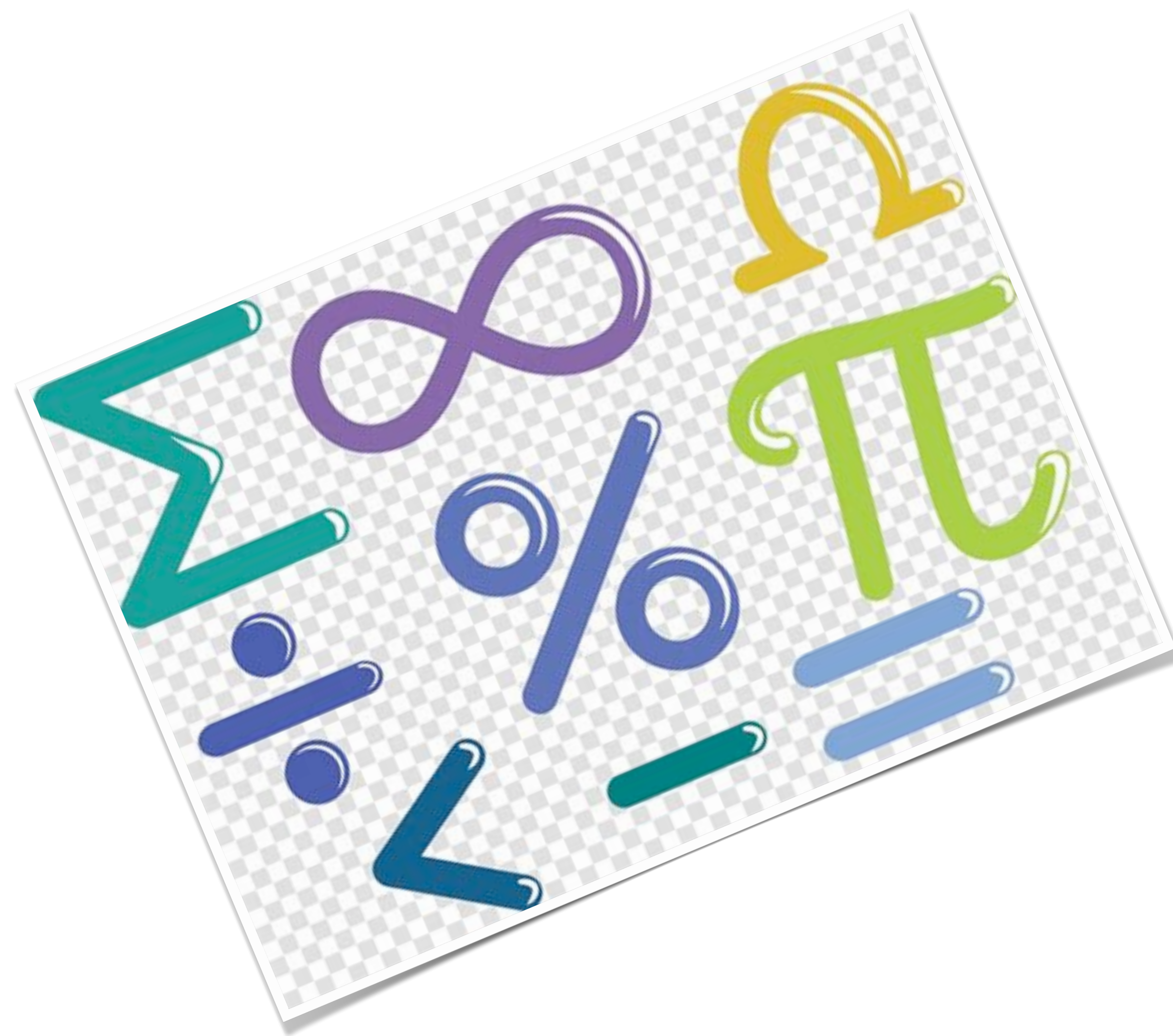


# Conceitos Básicos Matemáticos

**Preparatório para o curso**

- Notações matemáticas para entender o conteúdo do curso
- Não se intimide pelas equações, leia quantas vezes forem necessárias
- Lembre-se: ninguém nasce sabendo!
- Pergunte quantas vezes forem necessárias!



# Método de Leitura de uma Equação

1. **Respire**
2. Isole as constantes
3. Observe as variáveis
4. Observe os operandos
5. **Não entendeu?** Volte para o passo 1

$$L(\theta_{t+1}) = L(\theta_t) - \frac{1}{|K|} \sum_{i=1}^{|K|} [R_i + \gamma \hat{q}(S'_i, A'_i | \theta_{targ}) - \hat{q}(S_i, A_i | \theta_t)]^2$$

# Vetor

- Para RL um vetor representa um dado:
  - Coordenadas do personagem no jogo
  - Torque e angulação de cada junta de um robô
- Em programação, geralmente se pensa em listas e *arrays*
- Representação:  $u$  ou  $\vec{u}$
- $n$  linhas, 1 coluna e vice versa
- Palavra chave: *feature*

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & e & f \end{bmatrix}$$



# Matrizes

- Matrizes representam um conjunto do mesmo tipo de dados
- Agregado de vetores
- Em RL focaremos em matrizes de 2 dimensões: linhas e colunas
- Representado por uma letra maiúscula:  $A, B, H$
- Palavra chave: *features*

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$$

# Notação de Índices

- Em vetores e matrizes, números subscritos representam:
  - O  $n$  elemento do vetor
  - O elemento que se encontra na linha  $i$  e coluna  $j$  na Matriz

$$u_2 = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

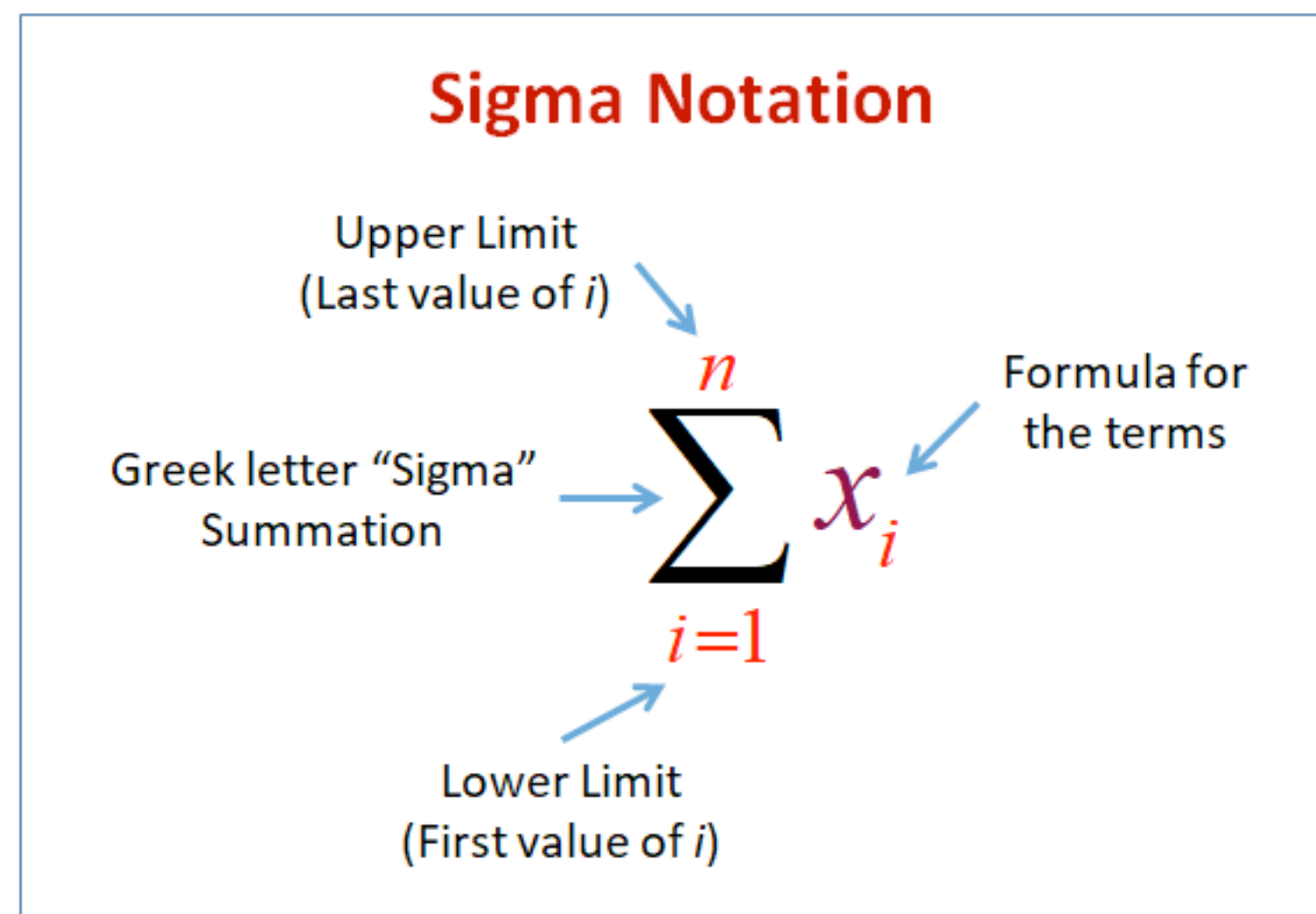
# Multiplicação de vetores e Matrizes

- Não se resume a apenas simples operações de multiplicação
- Exemplos:
  - Escalar e vetor: vetor
  - Escalar e matriz: matriz
  - Vetor e vetor: matriz
  - Vetor e matriz: vetor
  - Matriz e vetor: vetor
  - Vetor, matriz, vetor: escalar

Extra: pesquisar sobre produto cartesiano, produto de *Hadamard*, produto de *Kronecker* e produto vetorial

# Somatório e Produtório

- Representado pela letra grega  $\Sigma$  e  $\Pi$  respectivamente
- Soma/multiplica todos os elementos através de varias iterações
- Equivalente a um *for loop* na programação





# Somatório e Produtório

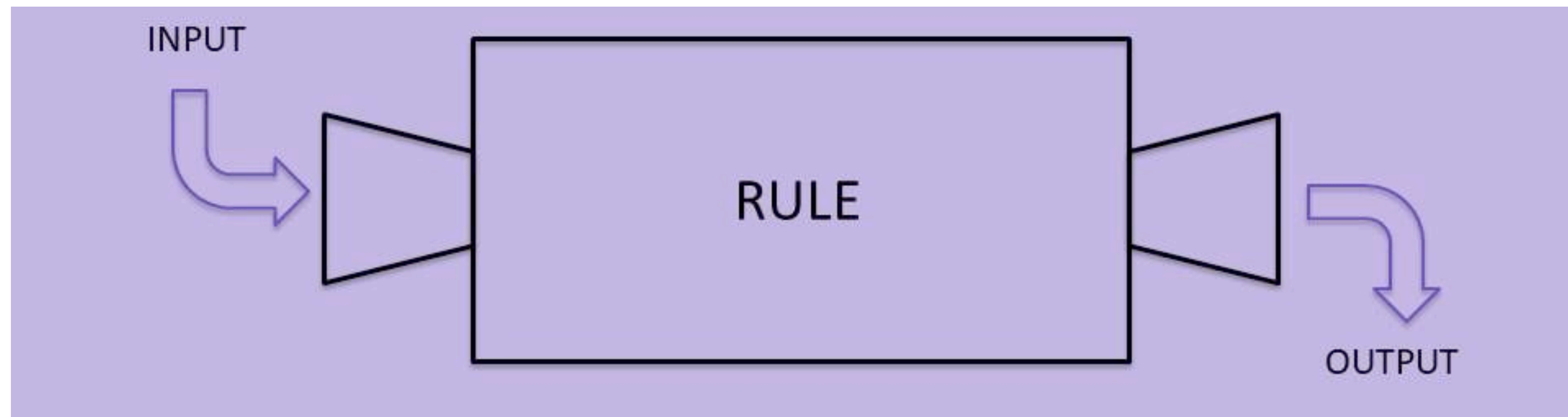
- Exemplos:

$$\sum_{i=1}^3 x + 2 = 12$$

$$\prod_{i=2}^4 x - 1 = 6$$

# Funções

- Como na computação, uma função aceita entrada(s), realiza processamento e retorna uma(s) saída(s)



# Funções

- Representado por uma letra maiúscula/minúscula ou uma letra grega maiúscula seguida de parênteses
- O que fica entre parênteses representa parâmetros
  - $F(x)$
  - $G(x, y, \theta)$
  - $\Gamma(A, x, \mu)$

# Funções

- Uma função possui mapeamentos, mostrando o que entra e o que sai:

- $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x^2$

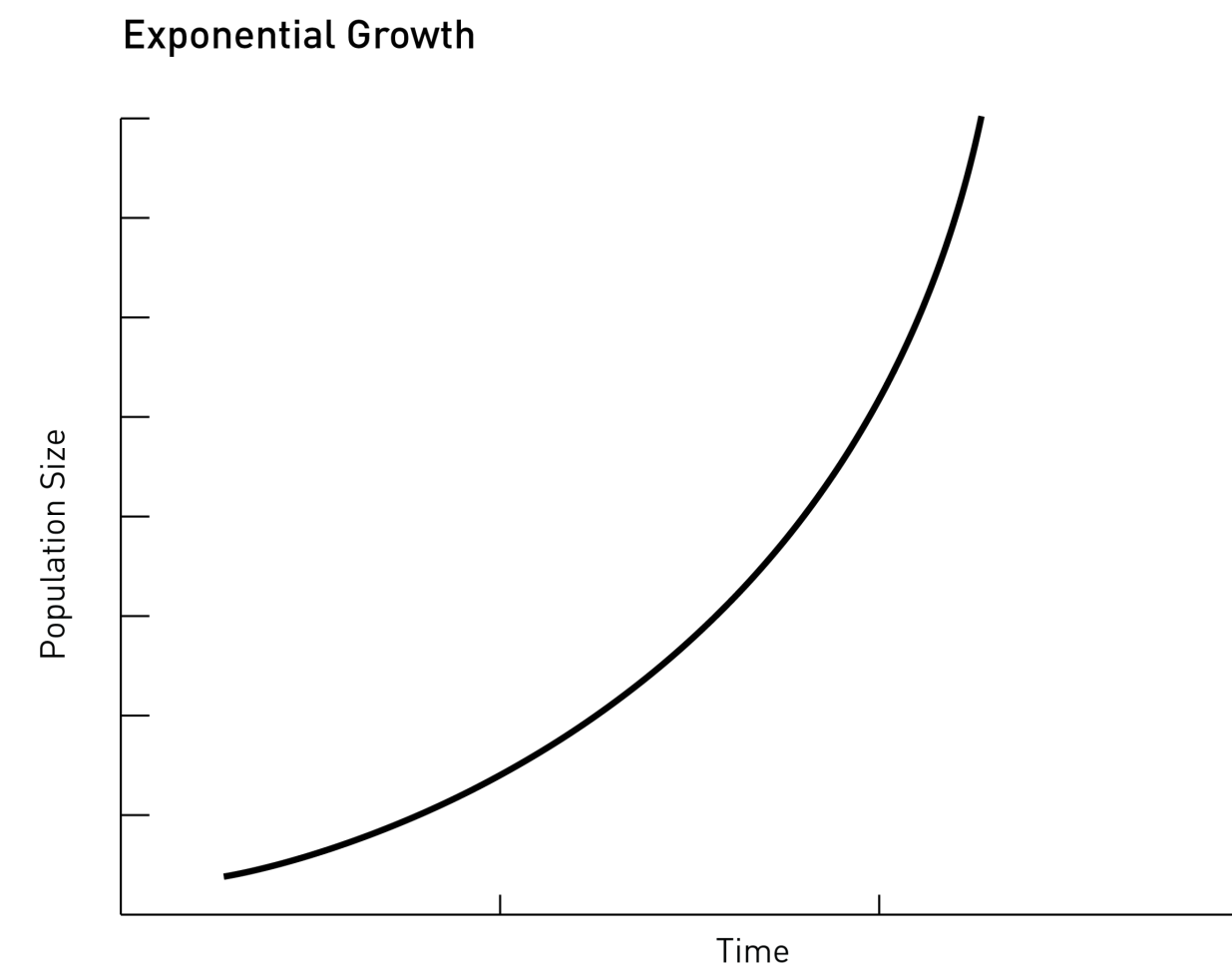
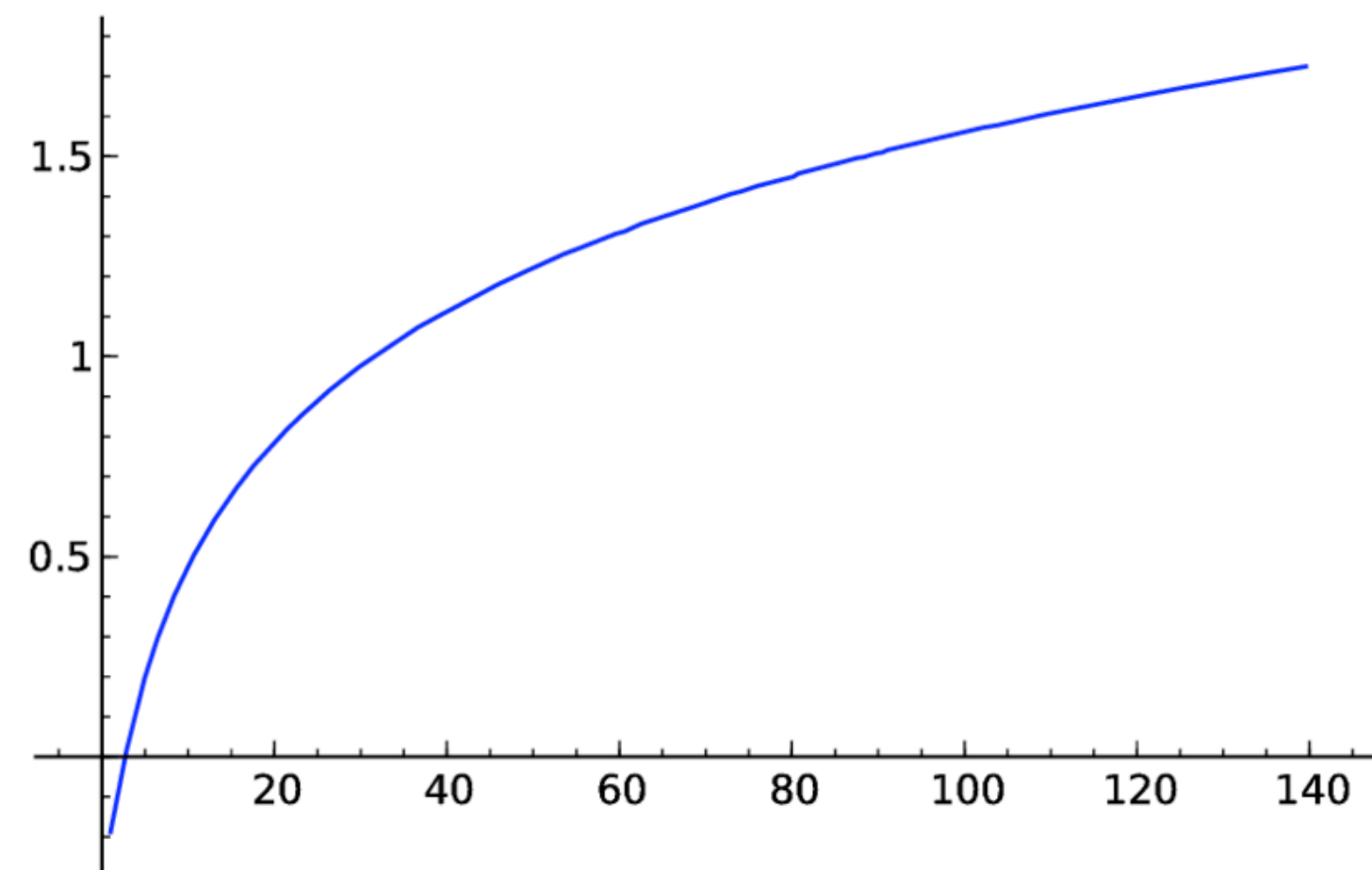
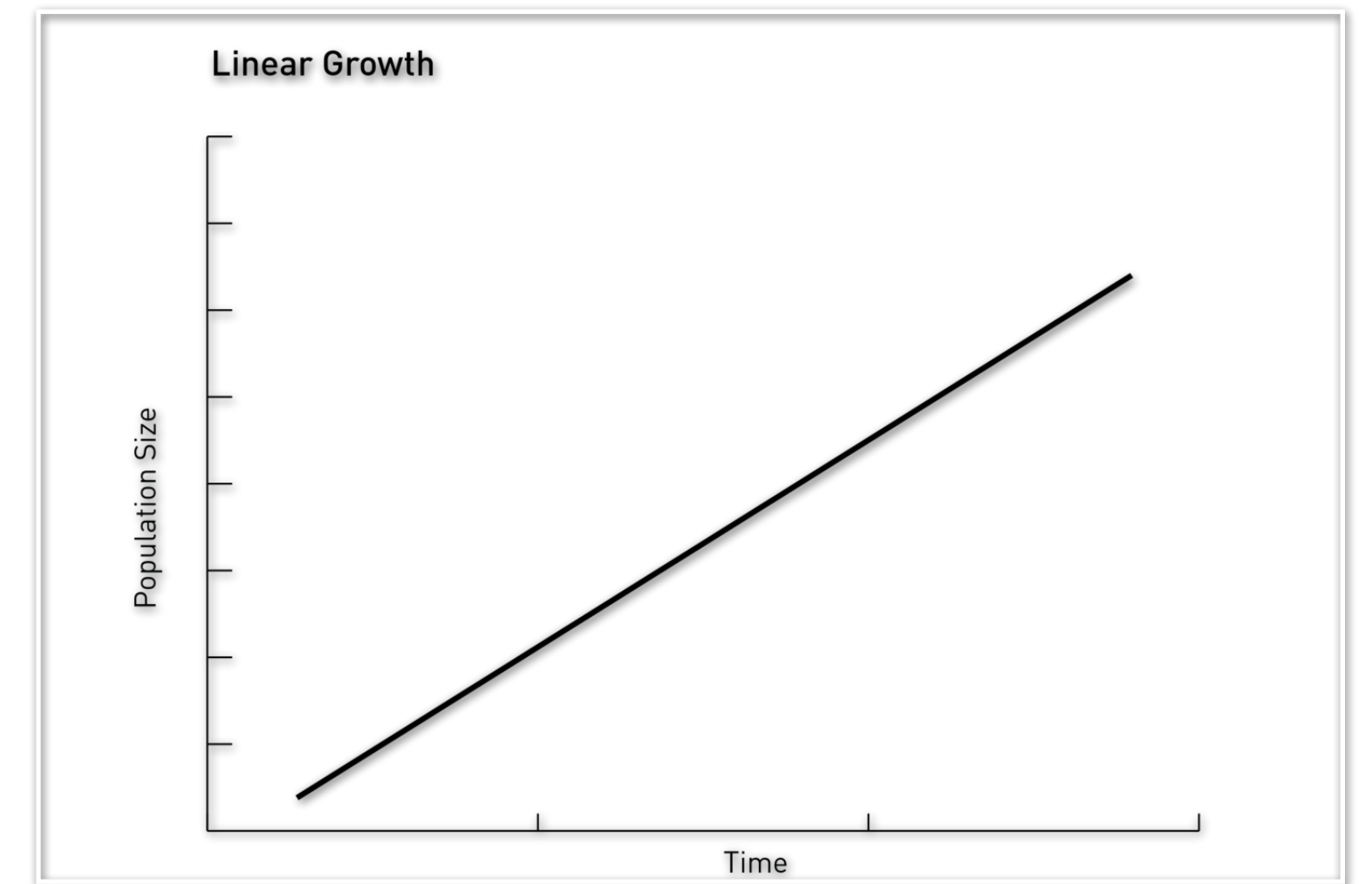
- $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \quad f(x) = \text{round}(|x|)$

- $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x, y) = x^2 + y$

- $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^2 \quad f(x) = x^2 + ix$

# Funções de crescimento

- Crescimento:
  - Linear
  - Logarítmico
  - Exponencial





# Funções max,min e argmax,argmin

- Suponha que  $f(x) = x^2 + 2, x \in [0,2]$ :

$$\max_x f(x) = 6$$

$$\min_x f(x) = 2$$

$$\operatorname{argmax}_x f(x) = 2$$

$$\operatorname{argmin}_x f(x) = 0$$

# Funções max, min e argmax, argmin

- Suponha que  $f(x) = x^2 + 1, x \in [-2, 2]$ :

$$\max_x f(x) = 5$$

$$\min_x f(x) = 1$$

$$\operatorname{argmax}_x f(x) = 2 \text{ ou } -2$$

$$\operatorname{argmin}_x f(x) = 0$$