

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca  
Facultatea de Automatică și Calculatoare Secția de  
Automatică și Informatică Aplicată



## Proiect Identificarea Sistemelor

Profesor coordonator:  
Prof.univ.dr.ing. Petru Dobra

Student:  
Molnár Zsolt  
Grupa: 30133

Anul universitar  
2023-2024

# Cuprins

<b>1. Generarea și vizualizarea semnalelor .....</b>	<b>2.</b>
1.1 Achiziția datelor experimentale .....	2.
1.2 Procesarea datelor.....	2.
<b>2. Identificarea neparametrice .....</b>	<b>3.</b>
2.1 Identificarea sistemului de ordinul 2 .....	3.
2.2 Validare și simulare .....	6.
2.3 Codul din matlab: .....	7.
<b>3. Identificarea parametrice a sistemului.....</b>	<b>8.</b>
3.1 Metoda Celor Mai Mici Pătrate Extinsă (ARMAX).....	8.
3.2 Metoda erorii de ieșire (OE).....	10.
<b>4. Concluzie .....</b>	<b>12.</b>

# Capitolul 1

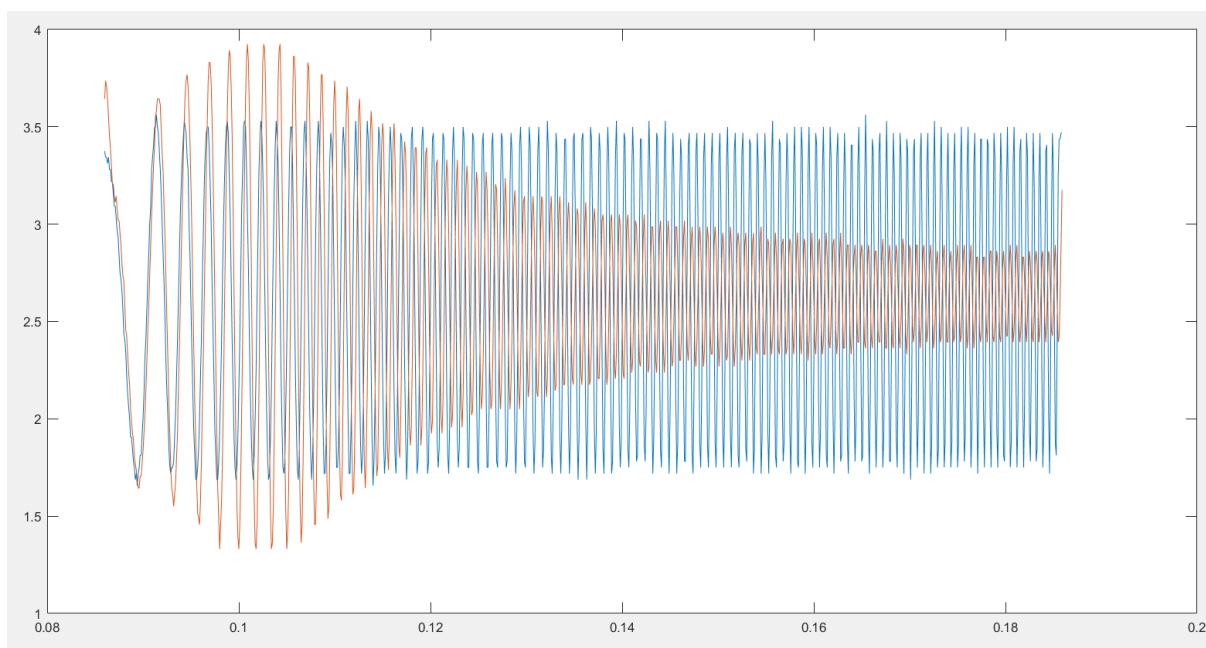
## Generarea și vizualizarea semnalelor

### 1.1 Achiziția datelor experimentale

Folosim un circuit electric pentru a genera semnalele. Cu ajutorul unui osciloscop se vizualizează semnalul de intrare și de ieșire al sistemului; se salvează datele la pendrive.

### 1.2 Procesarea datelor

În Matlab vom importa fișierul cu date experimentale de pe pendrive (Molnar.csv), pentru a identifica un sistem de ordin II utilizând metode parametrice și neparametrice.



**Figura 1.1:** Semnalele intrare și ieșire

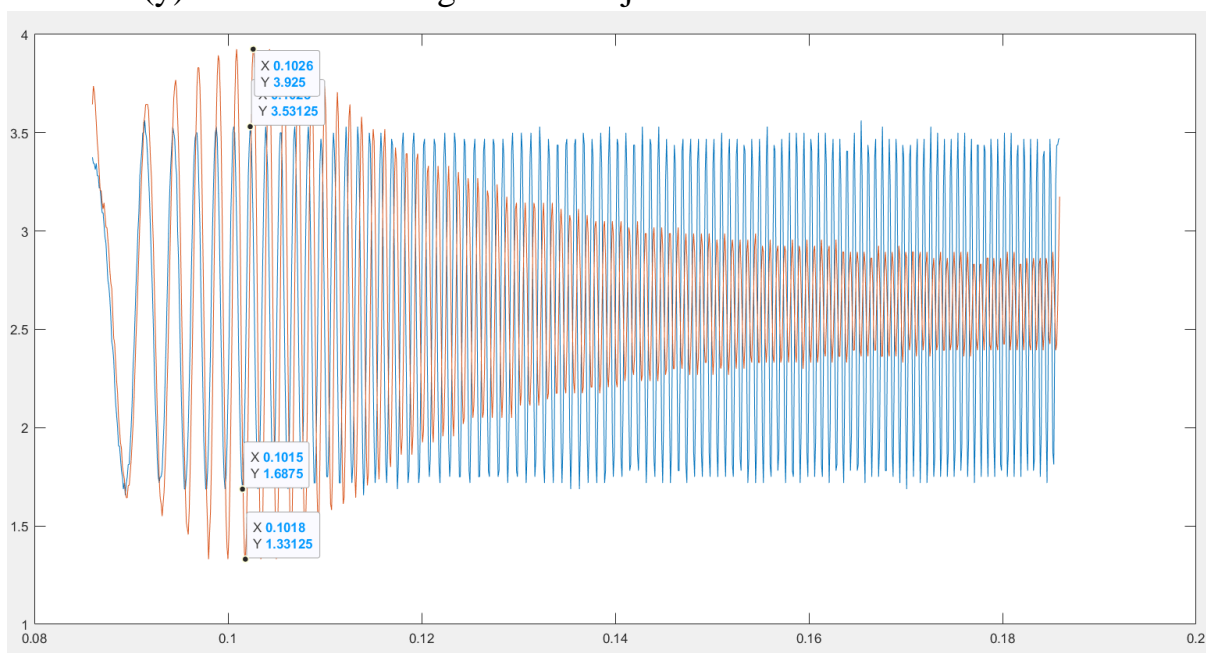
Din **Figura 1** se vede, că avem semnal sinusoidal la intrare, și un sistem de ordinul 2. Astfel încât folosim metoda de identificare cu poli complex-conjugați pentru identificarea prin metoda neparametrică.

## Capitolul 2

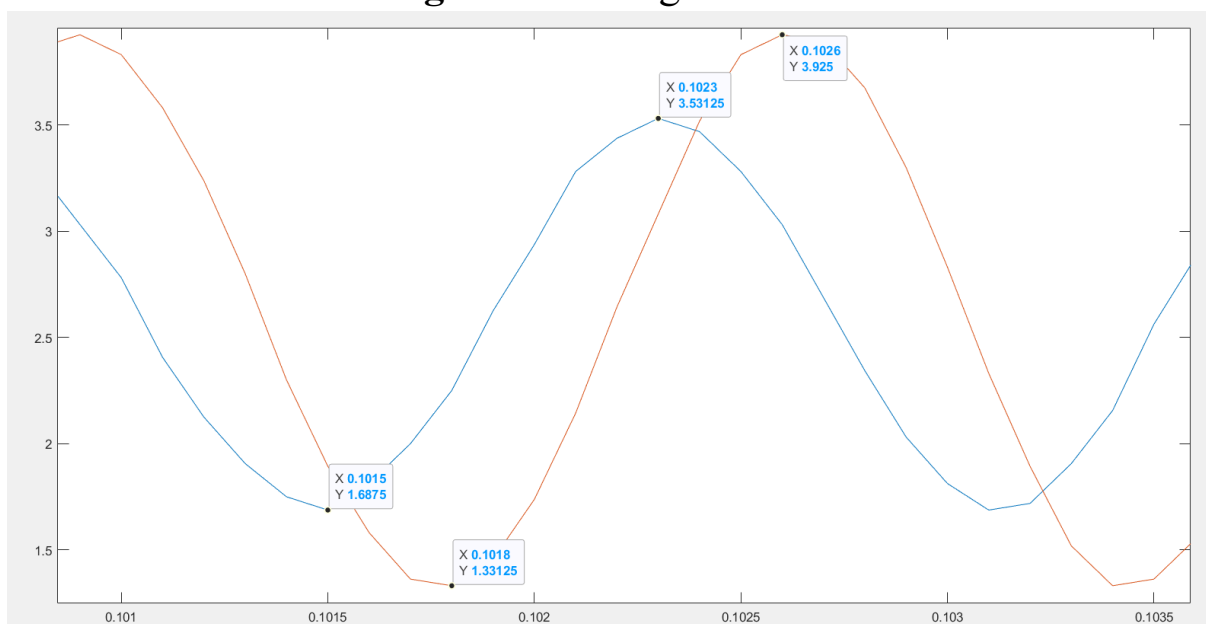
### Identificarea neparametrice

#### 2.1 Identificarea sistemului de ordinul 2 cu poli complex-conjugati

Vom selecta indicii, o parte din semnalul de intrare ( $u$ ) și o parte de pe semnalul de ieșire ( $y$ ). Se observa în figura de mai jos:



**Figura 2.1: Alegerea indicii**



**Figura 2.1a**

Vom avea nevoie de indicii care reprezintă momentele de timp asociate semnalului de ieșire, respectiv semnalului de intrare la rezonanță. Alegem din zona cu cel mai mare amplitudine al ieșirii. După exportarea datelor, vom avea  $i1=156$  și  $i2=164$  pentru semnalul de intrare,  $i3=159$  și  $i4=167$  pentru semnalul de ieșire.

## Funcția de transfer

Pentru a determina funcția de transfer de ordinul 2, folosim formula:

$$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1.$$

Parametrii pe care trebuie calculate sunt:

K - factorul de proporționalitate  
 $\omega_n$  - pulsația naturală de oscilație  
 $\zeta$  - factorul de amortizare

## Factorul de proporționalitate

K este dat de diferența dintre valoarea medie semnalului de intrare măsurat și valoarea minimă a semnalului de intrare măsurat raportat la diferența dintre valoarea maximă a semnalului de intrare măsurat și valoarea medie a semnalului de intrare măsurat.

$$K = \frac{\text{mean}(y)}{\text{mean}(u)} \quad K = 1.0076$$

## Factorul de amortizare

$\zeta$  trebuie calculată cu formula:

$$\zeta = \sqrt{\frac{MR - \sqrt{MR^2 - 1}}{2 \cdot MR}} \quad \zeta = 0.3816$$

Unde MR este modulul la rezonanță.

Formula Mr este:  $Mr = \frac{y(i4)-y(i3)}{u(i2)-u(i1)} * \frac{1}{K}$   $Mr = 1.4175$

După care putem calcula  $\zeta$ .

### Pulsația naturală de oscilație

Pentru a calcula  $\omega_n$  folosim formula:

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2*\zeta^2}} \quad \omega_n = 4664,7 \text{ [rad/sec]}$$

Unde  $\omega_r$  este pulsația la rezonanță, care se calculează astfel:

$$\omega_r = \frac{2*\Pi}{T_r} \quad \omega_r = 3927 \text{ [rad/sec]}$$

Unde  $T_r$  este perioada de rezonanță care se calculează astfel:

$$T_r = 2*(t(i4)-t(i3)) \quad T_r = 0.0016 \text{ [sec]}$$

Având parametrii calculate putem determina funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{2.192e07}{s^2 + 3560 s + 2.176e07}$$

## 2.2 Validare și simulare

Pentru a valida și a simula modelului din condiții inițiale nenule este necesar modelul de tip spațiul stărilor.

Pe baza formei canonice observabile dedusă din funcția de transfer se obțin matricele:

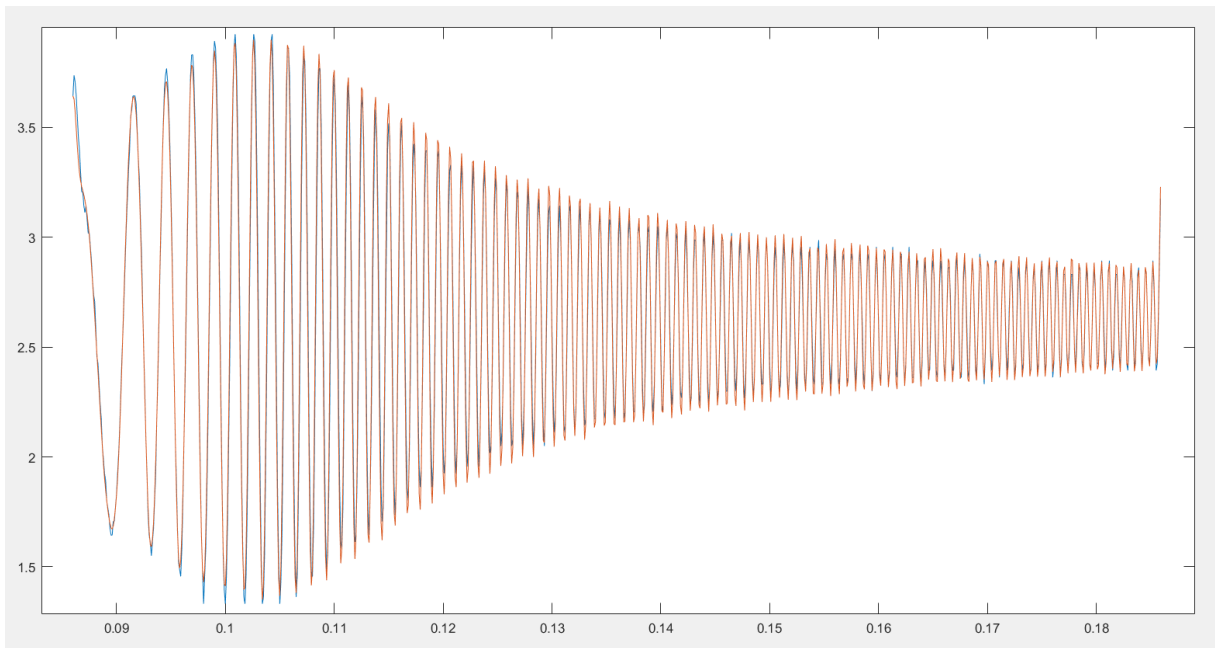
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ k\omega_n^2 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 0) \quad D = (0).$$

Pentru validarea sistemului vom calcula eroarea medie pătratică  $J$ , și eroarea medie pătratică normalizată  $E_{mpn}$ :

$$J = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - y_k^c)^2} \quad E_{mpn} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y_k - y_k^c)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N y_k^2}}$$

$$J = 0.0656$$

$$E_{mpn} = 0.1291 \text{ (12,91\%)}$$



**Figura 2.2** Semnalul y simulat suprapus pe semnalul y măsurat

## 2.3 Codul din matlab:

```
t = Molnar(:,1);
u = Molnar(:,2);
y = Molnar(:,3);
%x = Molnar(:,4);
figure; plot(t,u,t,y);

i1=156; %u jos
i2=164; %u sus

i3=159; %y jos
i4=167; %y sus

k = mean(y)/mean(u); %factorul de proportionalitate
Mr = (y(i4)-y(i3))/((u(i2)-u(i1))/k); %modulul de rezonanta

tita = sqrt((Mr-sqrt(Mr^2-1))/2/Mr); %factorul de amortizare

Tr = 2*(t(i4)-t(i3)); %Perioada de rezonanta
wr = 2*pi/Tr;

wn = wr/sqrt(1-2*tita^2); %Pulsația la rezonanță

H=(tf(k*wn^2,[1 2*tita*wn wn^2])); %Functia de transfer
%[num, den] = tfdata(H,'v');

%validarea datelor folosind spatiul starilor
A=[0,1;-wn^2,-2*tita*wn];
B=[0;k*wn^2];
C=[1,0];
D=0;

sys=ss(A,B,C,D);
ysim=lsim(sys,u,t,[y(1),(y(2)-y(1))/(Tr/2)]);
figure
plot(t,y,t,ysim)

J=norm(y-ysim)/sqrt(length(y)); %eroarea medie patratica
Empn=norm(y-ysim)/norm(y-mean(y)); %eroarea medie patratica
normalizata
```



## Capitolul 3

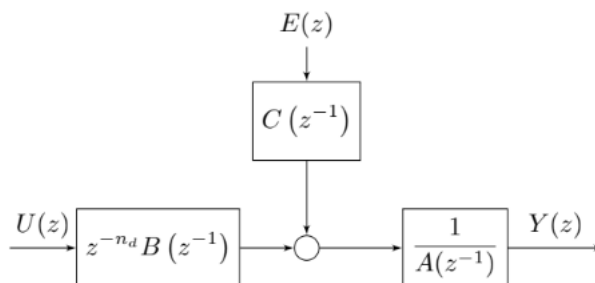
### Identificarea parametrice a sistemului

Există patru metode pentru identificarea parametrică a sistemului:

- Metoda Celor Mai Mici Pătrate Recursive (ARX)
- Metoda Celor Mai Mici Pătrate Extinsă (ARMAX)
- Metoda Variabilelor Instrumentale (IV)
- Metoda Erorii de Ieșire (OE)

Cele mai bune rezultate a fost obținute cu metodele alinate de mai sus (ARMAX și OE). Din cauza aceasta vom folosi aceste două metode în continuare.

#### 3.1 Metoda Celor Mai Mici Pătrate Extinsă (ARMAX)



Schema de bloc MCMMPE

Modelul discret de tip proces + perturbație este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z)$$

unde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_A}z^{-n_A}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2z^{-1} + \dots + b_{n_B}z^{-n_B+1}$$

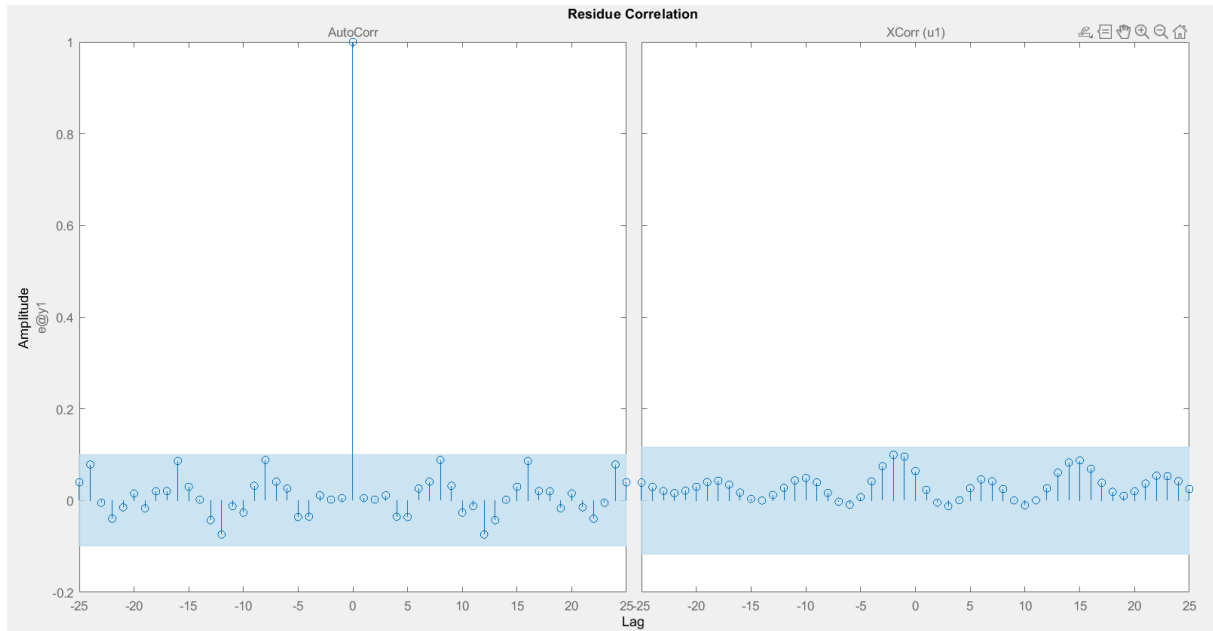
$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_{n_C}z^{-n_C}$$

$n_A, n_B, n_C$  – reprezintă gradul polinoamelor A, B respectiv C

$E(z)$  – este perturbația

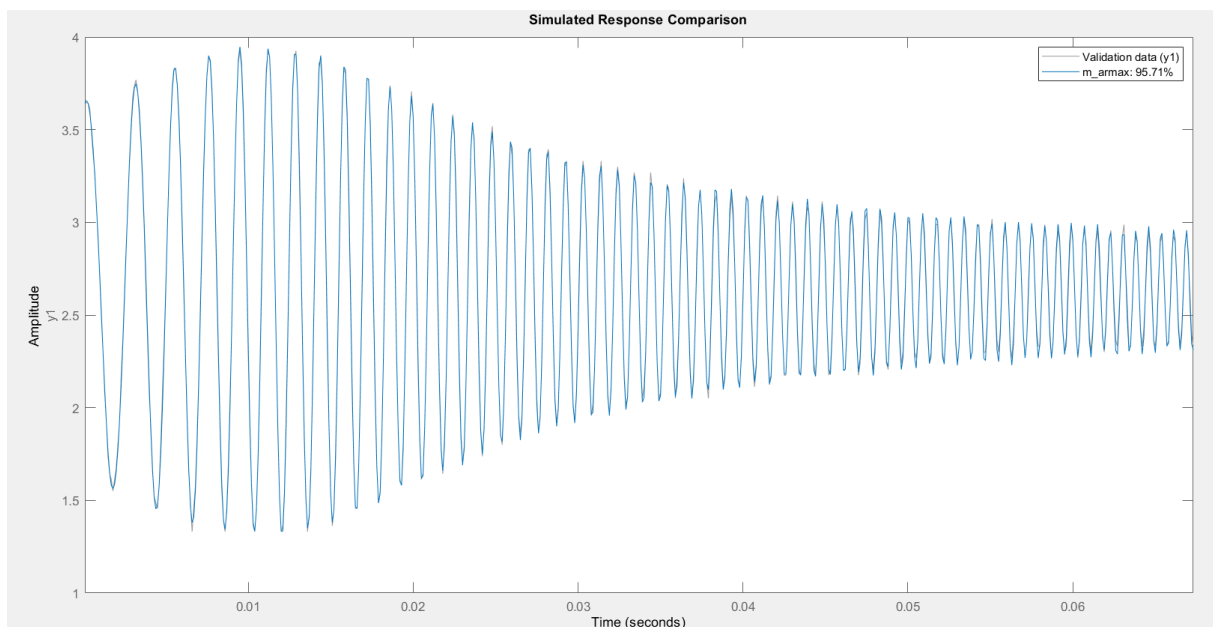
## Validarea prin autocorelație

Modelul ARMAX trebuie să fie validat prin autocorelație. În Matlab folosim funcția Resid pentru aceasta, și funcția Compare pentru a vizualiza semnalul simulat cu ARMAX.



**Figura 3.1** Validarea prin autocorelație

Pe Figura 3.1 se vede că semnalul a trecut testul de autocorelație.

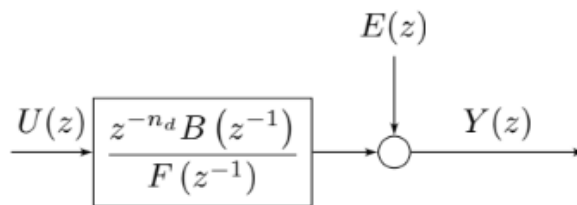


**Figura 3.2** Semnalul simulat cu metoda ARMAX

După care semnalul a trecut prin validarea și a fost simulat cu succes (cu eroare de 4.29%), putem scrie funcția de transfer obținut prin discretizare:

$$H_{armax}(z) = \frac{0.1674z^2 - 1 - 0.007256z - 2}{1 - 1.559z^{-1} + 0.7183z^{-2}}$$

### 3.2 Metoda erorii de ieșire (OE)



Schema de bloc OE

Modelul discret de tip proces + perturbație este:

$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z)$$

unde:

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{n_F} z^{-n_F}$$

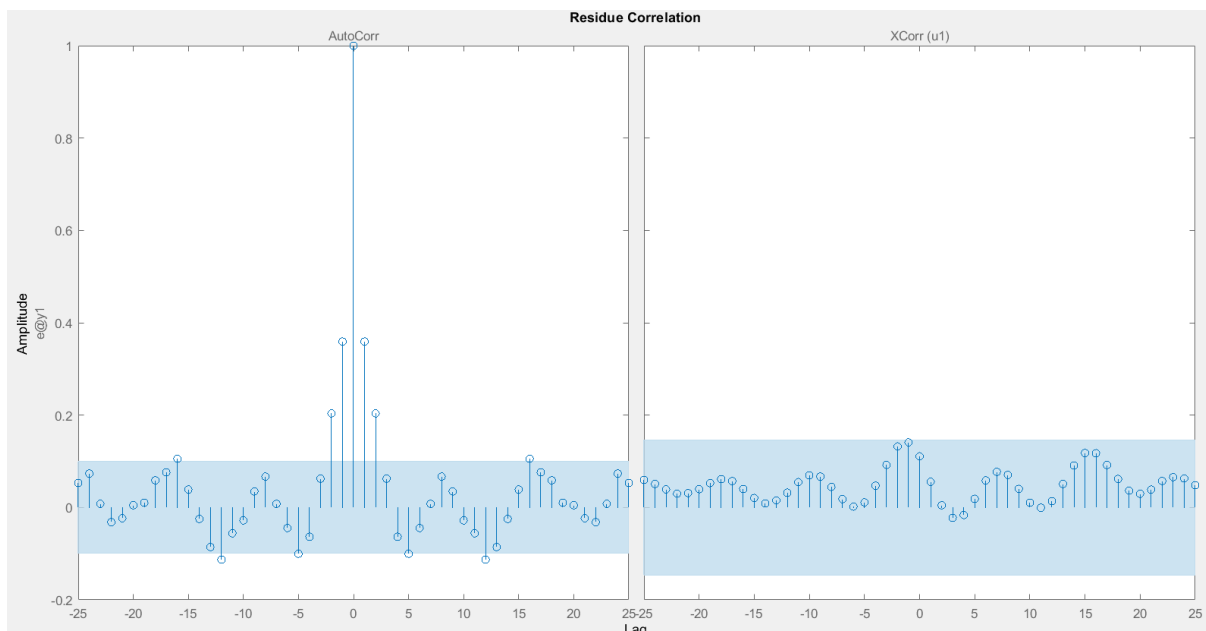
$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1}$$

$n_A, n_F$  - gradul polinoamelor A, respectiv F

$n_d$  - numărul de întârziere

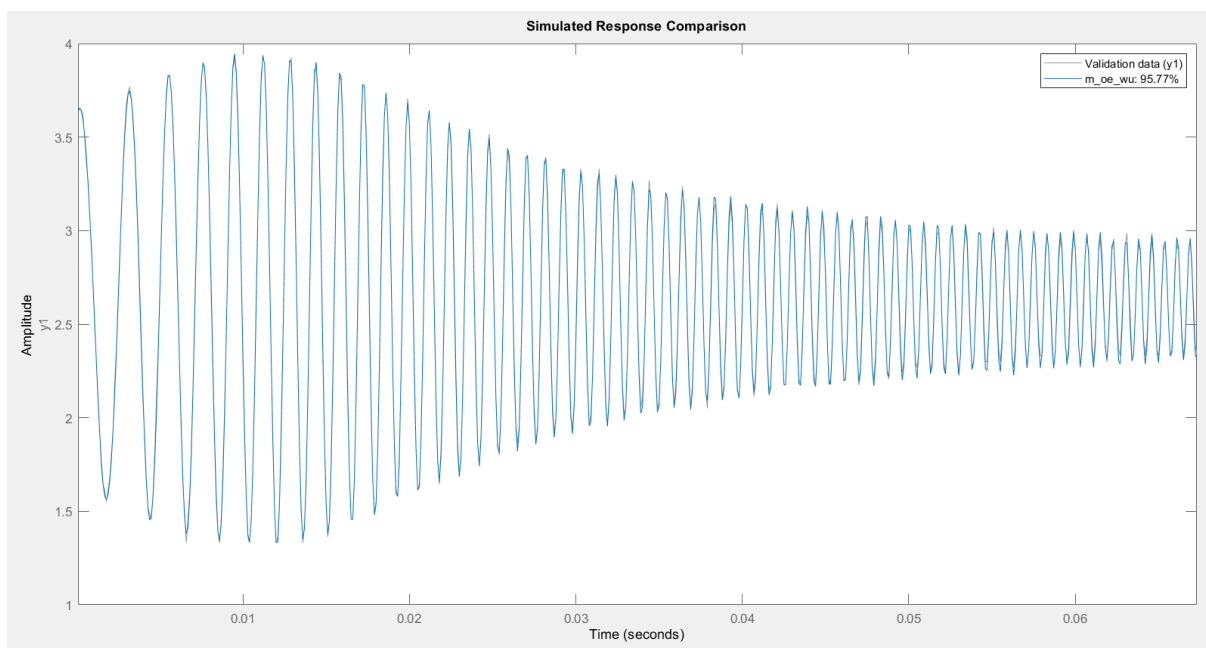
## Validarea prin autocorelație

Modelul OE trebuie să fie validat prin Cross-Correlation (XCorr). În Matlab folosim funcția Resid pentru aceasta, și funcția Compare pentru a vizualiza semnalul simulat cu OE.



**Figura 3.3** Validarea prin XCorr

Pe Figura 3.3 se vede că semnalul a trecut testul de Cross-Correlation.



**Figura 3.4** Semnalul simulat cu metoda OE

După care semnalul a trecut prin validarea și a fost simulat cu succes (cu eroare de 4.23%), putem scrie funcția de transfer obținut prin discretizare:

$$H_{oe}(z) = \frac{0.09598 z + 0.08517}{z^2 - 1.521 z + 0.7005}$$

### Codul din Matlab pentru metode parametrice

```
%Metoda 2
t = Molnar(:,1);
u = Molnar(:,2);
y = Molnar(:,3);
figure; plot(t,u,t,y); shg

i5 = 53;    %inceputul u
i6 = 709;   %sfarsitul u
i7 = 56;    %inceputul y
i8 = 728;   %sfarsitul y

Te = t(2)-t(1);    %timpul esantioanelor
data_id=iddata(y(i5:i6),u(i5:i6),Te);
data_vd=iddata(y(i7:i8),u(i7:i8),Te);

%% identificare cu ARMAX
m_armax = armax(data_id,[2,2,2,1]); %nA,nB,nC,nd

%gradul de suprapunere
figure; compare(data_vd,m_armax); shg

% validarea statistica
figure; resid(data_vd,m_armax)

H_armax = tf(m_armax.B,m_armax.A,Te,'variable','z^-1');
%-----
%% identificare cu OE
m_oe_wu = oe(data_id,[2 2 1]); %nB,nF,nd

%gradul de suprapunere
figure; resid(data_vd,m_oe_wu)

% validarea statistica
figure; compare(data_vd,m_oe_wu)

H_oe = c2d(H,Te,'zoh');
```

## Concluzie

În concluzie, în proiectul a fost folosite o metodă neparametrică, care este pentru sistemul de ordinul 2 cu poli complex-conjugați prin analiza fenomenului de rezonanță; și doi metode parametrice precum Metoda Celor Mai Mici Pătrate Extinsă și Metoda Erorii de Ieșire.

Funcțiile de transferi obținute sunt:

### Metode Neparametrice:

$$H(s) = \frac{2.192e07}{s^2 + 3560 s + 2.176e07}$$

### Metode Parametrice:

#### MCMMPPE:

$$H_{armax}(z) = \frac{0.1674z^2 - 1 - 0.007256 z^2 - 2}{1 - 1.559 z^{-1} + 0.7183 z^2 - 2}$$

#### OE:

$$H_{oe}(z) = \frac{0.09598 z + 0.08517}{z^2 - 1.521 z + 0.7005}$$