# 3. Machine Learning

# **Aprendizaje Automático**

```
In [ ]: import os
    import numpy as np
    import pandas as pd
    import matplotlib.pyplot as plt
    import seaborn as sns
    import tensorflow as tf
    from varname import nameof
    from sklearn.linear_model import LinearRegression
    from sklearn.neural_network import MLPRegressor
    from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures, StandardScaler, MinMaxScaler
    from sklearn.metrics import mean_squared_error, r2_score, mean_absolute_error
    from sklearn.model_selection import train_test_split
In [ ]: df = pd.read_csv('./data/Student_performance_data.csv')

df
```

## Métodos de transformación y escalado

La preparación de datos para algoritmos de machine learning es un paso importante para asegurar la fiabilidad de los modelos y aumentar su calidad.

Para llevar a cabo la transformación y escalado existen diversos métodos y es fundamental comprender cuándo y como utilizarlos. Debido a la naturaleza de los datos de estudiados, el metodo a usar será el StandardScaler.

- Escala los datos para que tengan una media de 0 y una desviación estandar de 1.
- Se utiliza para centrar y escalar los valores

In [ ]: # Funcion para comparar modelos en un dataframe

- Se usa cuando los datos se distribuyen normalmente
- Para algoritmos sensibles a la escala de los datos, como regresión lineal, regresión logística, SVM, y redes neuronales

```
Escalar Datos
In []: # Identificamos outliers en las variables numéricas y los eliminamos
        variables numericas = ['Age', 'StudyTimeWeekly', 'Absences']
        df_numericas = df[variables_numericas]
        def identificar outliers(df, col categorica, col cuantitativa):
          outliers = pd.DataFrame()
          for categoria in df[col_categorica].unique():
            data_categoria = df[df[col_categorica] == categoria][col_cuantitativa]
            Q1 = data_categoria.quantile(0.25)
            Q3 = data_categoria.quantile(0.75)
            IQR = Q3 - Q1
            limite inferior = Q1 - 1.5 * IQR
            limite_superior = Q3 + 1.5 * IQR
            outliers categoria = data categoria[(data categoria < limite inferior) | (data categoria > limite superior)
            outliers = pd.concat([outliers, outliers categoria])
          return outliers
        outliers = identificar_outliers(df, 'GPA', 'Absences')
        print(f"Outliers identificados:\n{outliers}")
        indices outliers = outliers.index
        df = df.drop(indices outliers)
In []: # Uso del StandardScaler en las columnas numericas
        scaler standard = StandardScaler()
        df_standard = pd.DataFrame(scaler_standard.fit_transform(df), columns=df.columns)
        df_standard
In [ ]: # Uso del MinMaxScaler en las columnas
        scaler minmax = MinMaxScaler()
        df_minmax = pd.DataFrame(scaler_minmax.fit_transform(df), columns=df.columns)
```

```
def compare_models(model_dict):
    results = []

for name, (mse, r2, mae, rmse, pred) in model_dict.items():
        stats = [name, mse, r2, mae, rmse]
        results.append(stats)

df_results = pd.DataFrame(results, columns=['Modelo', 'MSE', 'R2', 'MAE', 'RMSE'])
    return df_results
```

## Modelos de regresión Escalar Datos

### Regresion Lineal

```
In [ ]: # Función de regresión lineal
        def regresion_lineal_category(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n):
            dir = str(f'./graph/1_regresion_lineal/{df_n}/')
            os.makedirs(dir, exist ok=True)
            # Crear un modelo de regresión lineal
            model = LinearRegression()
            # Ajustar el modelo a los datos
            model.fit(X_train, y_train)
            # Hacer predicciones para todos los valores de X
            y pred train = model.predict(X train)
            y_pred_test = model.predict(X_test)
            # Calcular métricas
            mse = mean_squared_error(y_test, y_pred_test)
            r2 = r2_score(y_test, y_pred_test)
            mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred_test)
            rmse = mean_squared_error(y_test, y_pred_test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
            # Generar gráfico
            fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
            # Añadir jitter a los datos binomiales
            jitter_strength = 0.02
            y train jitter = y train + np.random.uniform(-jitter strength, jitter strength, y train.shape)
            y_test_jitter = y_test + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_test.shape)
            # Primer subgráfico: Datos de train
            ax[0].scatter(X train, y train jitter, label='Datos de train', alpha=0.5)
            ax[0].plot(X_train, y_pred_train, color='red', label='Recta de regresión')
            ax[0].set title(f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} - train. DF: {df n}')
            ax[0].set_xlabel(f'{x_n}')
            ax[0].set ylabel(f'{y n}')
            ax[0].legend()
            # Segundo subgráfico: Datos de test
            ax[1].scatter(X train, y train jitter, label='Datos de train', alpha=0.5)
            ax[1].plot(X_train, y_pred_train, color='red', label='Recta de regresión')
            ax[1].set title(f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} - test. DF: {df n}')
            ax[1].set_xlabel(f'{x_n}')
            ax[1].set ylabel(f'{y n}')
            ax[1].legend()
            plt.tight_layout()
            file = str(f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x_n} y {y_n} DF: {df_n}.png')
            plt.savefig(dir + file)
            #plt.show()
            return mse, r2, mae, rmse, y pred test
```

```
def regresion_lineal_binomial(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n):
    dir = str(f'./graph/1_regresion_lineal/{df_n}/')
    os.makedirs(dir, exist_ok=True)

# Crear un modelo de regresión lineal
    model = LinearRegression()

# Ajustar el modelo a los datos
    model.fit(X_train, y_train)

# Hacer predicciones para todos los valores de X
    y_pred_train = model.predict(X_train)
```

```
y pred test = model.predict(X test)
                     # Calcular métricas
                     mse = mean squared error(y test, y pred test)
                     r2 = r2_score(y_test, y_pred_test)
                     mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred_test)
                    rmse = mean_squared_error(y_test, y_pred_test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
                     # Normalizar los datos de y si el rango es muy pequeño
                     if np.max(y_train) - np.min(y_train) < 0.1:</pre>
                            scaler = MinMaxScaler()
                            y_train = scaler.fit_transform(y_train.reshape(-1, 1)).flatten()
                           y test = scaler.transform(y test.reshape(-1, 1)).flatten()
                           y_pred_train = scaler.transform(y_pred_train.reshape(-1, 1)).flatten()
                           y pred test = scaler.transform(y pred test.reshape(-1, 1)).flatten()
                           y n = f'Normalizado {y n}'
                     # Generar gráfico
                     fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
                     # Crear función para gráficos de área apilada
                     def stacked_area_plot(ax, X, y, y_pred, title):
                            # Asegurarse de que X y y sean arrays unidimensionales
                           X = X.flatten()
                            y = y.flatten()
                            # Clasificar los datos según X
                            sorted indices = np.argsort(X)
                           X_sorted = X[sorted_indices]
                           y sorted = y[sorted indices]
                           y_pred_sorted = y_pred[sorted_indices]
                           # Ajustar tamaño de la ventana para datos con poco rango
                           window size = min(50, len(y sorted) // 2) # Tamaño de ventana adaptativo
                           if len(y_sorted) <= window_size:</pre>
                                  window size = len(y sorted) - 1 # Asegúrate de que la ventana no sea más grande que el número de mi
                           proportions \theta = [np.mean(y sorted[i:i+window size] <= 0.5) for i in range(len(y sorted) - window size +
                           proportions\_1 = [np.mean(y\_sorted[i:i+window\_size] > 0.5) \  \, \textbf{for} \  \, \textbf{i} \  \, \textbf{n} \  \, range(len(y\_sorted) - window\_size + 1) + (len(y\_sorted)) + 
                           X_windows = X_sorted[:len(proportions_0)]
                           # Graficar las proporciones
                           ax.fill\_between(X\_windows.flatten(), proportions\_0, label=f' <= 0.5 \ \{y\_n\}', \ alpha=0.5)
                           ax.fill between(X windows.flatten(), proportions 1, label=f'> 0.5 {y n}', alpha=0.5)
                           # Graficar la recta de regresión
                           ax.plot(X_sorted, y_pred_sorted, color='red', label='Recta de regresión')
                            ax.set_title(title)
                           ax.set xlabel(f'{x n}')
                           ax.set_ylabel(f'{y_n}')
                           ax.legend()
                     # Primer subgráfico: Datos de train
                     stacked_area_plot(ax[0], X_train, y_train, y_pred_train, f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x_n} y {y_n}
                     # Segundo subgráfico: Datos de test
                     stacked area plot(ax[1], X test, y test, y pred test, f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} -
                     plt.tight layout()
                     file = str(f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
                     plt.savefig(dir + file)
                     #plt.show()
                     return mse, r2, mae, rmse, y pred test
In []: # Función de regresion lineal politomica
              def regresion lineal politomica(X train, X test, y train, y test, x n, y n, df n):
                     dir = str(f'./graph/1_regresion_lineal/{df_n}/')
                    os.makedirs(dir, exist ok=True)
                    # Crear un modelo de regresión lineal
                    model = LinearRegression()
                    # Ajustar el modelo a los datos
                    model.fit(X train, y train)
                    # Hacer predicciones para todos los valores de X
                    y_pred_train = model.predict(X_train)
                    y_pred_test = model.predict(X_test)
```

# Calcular métricas

mse = mean\_squared\_error(y\_test, y\_pred\_test)

```
r2 = r2 score(y_test, y_pred_test)
             mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred_test)
             rmse = mean_squared_error(y_test, y_pred_test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
             # Preparar datos para gráficos
             train_data = np.concatenate([X_train, y_train.reshape(-1, 1)], axis=1)
             test_data = np.concatenate([X_test, y_test.reshape(-1, 1)], axis=1)
             # Generar gráfico
             fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
             def boxplot_with_regression(ax, data, title):
                 X = data[:, 0].reshape(-1, 1)
                 y = data[:, 1]
                 # Graficar el gráfico de cajas
                 sns.boxplot(x=y, y=X.flatten(), ax=ax, palette='Set2')
                 # Determinar los límites del gráfico de cajas
                 box_limits = ax.get_xlim()
                 # Crear nuevos puntos de X para la línea de regresión desde el primer hasta el último cuadro
                 X_new = np.linspace(box_limits[0], box_limits[1], 100).reshape(-1, 1)
                 y_pred_new = model.predict(X_new)
                 # Graficar la línea de regresión
                 ax.plot(X new, y pred new, color='red', linewidth=2, label='Línea de Regresión')
                 # Configuración del gráfico
                 ax.set_title(title)
                 ax.set_xlabel(f'{x n}')
                 ax.set_ylabel(f'{y_n}')
                 ax.legend(title='Leyenda')
                 ax.grid(True)
             # Primer subgráfico: Datos de train
             boxplot with regression(ax[0], train data, f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} - train. DF:
             # Segundo subgráfico: Datos de test
             boxplot_with_regression(ax[1], test_data, f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x_n} y {y_n} - test. DF: {d'
             plt.tight layout()
             file = str(f'1. REGRESIÓN LINEAL Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
             plt.savefig(dir + file)
             #plt.show()
             return mse, r2, mae, rmse, y_pred_test
In [ ]: def regresion lineal(X train, X test, y train, y test, x n, y n, df n):
              \textbf{if} \ y\_n == \text{"Tutoring"} \ \textbf{or} \ y\_n == \text{"Extracurricular"} \ \textbf{or} \ y\_n == \text{"Sports"} \ \textbf{or} \ y\_n == \text{"Music"} : 
                 \textbf{return} \ \ \text{regresion\_lineal\_binomial}(X\_\text{train}, \ X\_\text{test}, \ y\_\text{train}, \ y\_\text{test}, \ x\_\text{n}, \ y\_\text{n}, \ \text{df\_n})
             elif y_n == "ParentalSupport":
                 return regresion_lineal_politomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n)
             else:
                 return regresion_lineal_category(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n)
```

## Regresión Polinómica

```
In []: # Función de regresion polinomica category
         \label{eq:def-regresion} \textbf{def} \ \text{regresion\_polinomica\_category} (X\_\text{train}, \ X\_\text{test}, \ y\_\text{train}, \ y\_\text{test}, \ x\_\text{n}, \ y\_\text{n}, \ \text{df\_n}) \colon
              # Crear el directorio para guardar los gráficos
              dir = str(f'./graph/2 regresion polinomica/{df n}/')
             os.makedirs(dir, exist_ok=True)
              # Crear características polinómicas
             poly = PolynomialFeatures(degree=15) # Cambiar degree para ajustar la complejidad del modelo
              # Crear el modelo de regresión polinómica
              x_poly_train = poly.fit_transform(X_train)
              x_poly_test = poly.transform(X_test) # Cambiar fit_transform a transform para datos de test
              model = LinearRegression()
              # Ajustar el modelo a los datos
             model.fit(x_poly_train, y_train)
             # Hacer predicciones
             y poly pred train = model.predict(x poly train)
              y_poly_pred_test = model.predict(x_poly_test)
              # Evaluar el modelo
```

```
r2_poly = r2_score(y_test, y_poly_pred_test)
             mae_poly = mean_absolute_error(y_test, y_poly_pred_test)
             rmse\_poly = mean\_squared\_error(y\_test, \ y\_poly\_pred\_test, \ squared= \textit{False}) \quad \# \ squared = \textit{False} \ returns \ the \ \textit{RMSE}
             # Obtener el valor mínimo y máximo de x para el rango de valores
             x min = X train.min()
             x max = X train.max()
             # Crear un rango de valores para x para dibujar la curva de regresión
             x_{\text{range}} = \text{np.linspace}(x_{\text{min}}, x_{\text{max}}, 100).\text{reshape}(-1, 1)
             x_range_poly = poly.transform(x_range)
             y range pred = model.predict(x range poly)
             # Añadir jitter a los datos
             jitter_strength = 0.02
             y train jitter = y train + np.random.uniform(-jitter strength, jitter strength, y train.shape)
             y test jitter = y test + np.random.uniform(-jitter strength, jitter strength, y test.shape)
             # Generar gráfico
             fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
             # Primer subgráfico: Datos de train
             ax[0].scatter(X_train, y_train_jitter, label='Datos de train', alpha=0.5)
             ax[0].plot(x_range, y_range_pred, color='red', label='Curva de regresión')
             ax[0].set\ title(f'2.\ REGRESIÓN\ POLINÓMICA\ Relación\ entre\ \{x_n\}\ y\ \{y_n\}\ -\ train.\ DF:\ \{df_n\}')
             ax[0].set xlabel(f'{x n}')
             ax[0].set_ylabel(f'{y_n}')
             ax[0].legend()
             # Segundo subgráfico: Datos de test
             ax[1].scatter(X test, y test jitter, color='green', label='Datos de test', alpha=0.5)
             ax[1].plot(x_range, y_range_pred, color='red', label='Curva de regresión')
             ax[1].set title(f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre {x n} y {y n} - test. DF: {df n}')
             ax[1].set xlabel(f'{x n}')
             ax[1].set ylabel(f'{y n}')
             ax[1].legend()
             plt.tight_layout()
             # Guardar el gráfico en la carpeta correspondiente
             file = str(f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
             plt.savefig(dir + file)
             #plt.show()
             return mse poly, r2 poly, mae poly, rmse poly, y poly pred test
In [ ]: # Función de regresion polinomica binomial
         \textbf{def} \ \text{regresion\_polinomica\_binomial}(X\_\text{train}, \ X\_\text{test}, \ y\_\text{train}, \ y\_\text{test}, \ x\_\text{n}, \ y\_\text{n}, \ \text{df\_n}, \ \text{poly\_degree=15}):
             # Crear el directorio para guardar los gráficos
             dir = str(f'./graph/2 regresion polinomica/{df n}/')
             os.makedirs(dir, exist_ok=True)
             # Crear características polinómicas
             poly = PolynomialFeatures(degree=poly degree) # Cambiar degree para ajustar la complejidad del modelo
             # Transformar los datos
             x_poly_train = poly.fit_transform(X_train)
             x_poly_test = poly_transform(X_test) # Cambiar fit_transform a transform para datos de test
             model = LinearRegression()
             # Ajustar el modelo a los datos
             model.fit(x poly train, y train)
             # Hacer predicciones
             y poly pred train = model.predict(x poly train)
             y_poly_pred_test = model.predict(x_poly_test)
             # Evaluar el modelo
             mse_poly = mean_squared_error(y_test, y_poly_pred_test)
             r2_poly = r2_score(y_test, y_poly_pred_test)
             mae poly = mean_absolute_error(y_test, y_poly_pred_test)
             rmse poly = mean squared error(y test, y poly pred test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
             # Obtener el valor mínimo y máximo de x para el rango de valores
             x min = X train.min()
             x_max = X_train.max()
             # Crear un rango de valores para x para dibujar la curva de regresión
             x \text{ range} = \text{np.linspace}(x \text{ min, } x \text{ max, } 100).\text{reshape}(-1, 1)
```

mse\_poly = mean\_squared\_error(y\_test, y\_poly\_pred\_test)

x\_range\_poly = poly.transform(x\_range)

```
y_range_pred = model.predict(x_range_poly)
            # Añadir jitter a los datos
            jitter_strength = 0.02
            y_train_jitter = y_train + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter strength, y train.shape)
            y_test_jitter = y_test + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_test.shape)
            # Generar gráfico
            fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
            # Crear función para gráficos de área apilada
            def stacked_area_plot(ax, X, y, y_pred, title):
                # Asegurarse de que X y y sean arrays unidimensionales
                X = X.flatten()
                y = y.flatten()
                # Clasificar los datos según X
                sorted indices = np.argsort(X)
                X_sorted = X[sorted_indices]
                y sorted = y[sorted indices]
                y_pred_sorted = y_pred[sorted_indices]
                # Ajustar tamaño de la ventana para datos con poco rango
                window size = min(50, len(y sorted) // 2) # Tamaño de ventana adaptativo
                if len(y_sorted) <= window_size:</pre>
                     window size = len(y sorted) - 1 # Asegúrate de que la ventana no sea más grande que el número de mi
                proportions \theta = [np.mean(y sorted[i:i+window size] <= 0.5) for i in range(len(y sorted) - window size +
                proportions_1 = [np.mean(y_sorted[i:i+window_size] > 0.5) for i in range(len(y_sorted) - window_size +
                X windows = X sorted[:len(proportions 0)]
                # Graficar las proporciones
                ax.fill\_between(X\_windows.flatten(), proportions\_0, label=f' <= 0.5 \{y\_n\}', alpha=0.5)
                ax.fill_between(X windows.flatten(), proportions 1, label=f'> 0.5 {y n}', alpha=0.5)
                # Graficar la curva polinómica de regresión
                ax.plot(X_sorted, y_pred_sorted, color='red', label='Curva polinómica de regresión')
                ax.set title(title)
                ax.set_xlabel(f'{x_n}')
                ax.set_ylabel(f'{y_n}')
                ax.legend()
            # Primer subgráfico: Datos de train
            stacked area plot(ax[0], X train, y train jitter, y poly pred train, f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación ent
            # Segundo subgráfico: Datos de test
            stacked area plot(ax[1], X test, y test jitter, y poly pred test, f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre
            plt.tight_layout()
            # Guardar el gráfico en la carpeta correspondiente
            \label{eq:file_str}  \text{file = str(f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre } \{x\_n\} \text{ y } \{y\_n\} \text{ DF: } \{df\_n\}.png') 
            plt.savefig(dir + file)
            #plt.show()
            return mse poly, r2 poly, mae poly, rmse poly, y poly pred test
In [ ]: # Función de regresion polinomica politomica
            # Crear el directorio para guardar los gráficos
            dir = str(f'./graph/2 regresion polinomica/{df n}/')
            os.makedirs(dir, exist_ok=True)
```

```
def regresion_polinomica_politomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n, poly_degree=15):
   # Crear características polinómicas
   poly = PolynomialFeatures(degree=poly degree) # Cambiar degree para ajustar la complejidad del modelo
   # Transformar los datos
   x poly train = poly.fit transform(X train)
   x_poly_test = poly.transform(X_test) # Cambiar fit_transform a transform para datos de test
   model = LinearRegression()
    # Ajustar el modelo a los datos
   model.fit(x poly train, y train)
   # Hacer predicciones
    y poly pred train = model.predict(x poly train)
   y_poly_pred_test = model.predict(x poly test)
    # Evaluar el modelo
    mse_poly = mean_squared_error(y_test, y_poly_pred_test)
    r2 poly = r2 score(y test, y poly pred test)
    mae_poly = mean_absolute_error(y_test, y_poly_pred_test)
```

```
rmse_poly = mean_squared_error(y_test, y_poly_pred_test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
            # Preparar datos para gráficos
            train data = np.concatenate([X train, y train.reshape(-1, 1)], axis=1)
            test_data = np.concatenate([X_test, y_test.reshape(-1, 1)], axis=1)
            # Obtener los valores mínimos y máximos de x para el rango de valores
            x min = X train.min()
            x = X_{train.max()}
            # Generar gráfico
            fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
            def boxplot with regression(ax, data, title):
                 X = data[:, 0].reshape(-1, 1)
                 y = data[:, 1]
                 # Graficar el gráfico de cajas
                 sns.boxplot(x=y, y=X.flatten(), ax=ax, palette='Set2')
                 # Determinar los límites del gráfico de cajas
                 box_limits = ax.get_xlim()
                 # Ajustar los límites de la línea de regresión para comenzar y terminar en las cajas
                 x start = max(x min, box limits[0])
                 x_{end} = min(x_{max}, box_{limits[1]})
                 # Crear nuevos puntos de X para la línea de regresión desde el borde de la primera caja hasta el borde
                 X new = np.linspace(x start, x end, 100).reshape(-1, 1)
                 y_pred_new = model.predict(poly.transform(X_new))
                 # Graficar la curva de regresión polinómica
                 ax.plot(X new, y pred new, color='red', linewidth=2, label='Curva Polinómica de Regresión')
                 # Configuración del gráfico
                 ax.set_title(title)
                 ax.set xlabel(f'{x n}')
                 ax.set_ylabel(f'{y_n}')
                 ax.legend(title='Leyenda')
                 ax.grid(True)
            # Primer subgráfico: Datos de train
            boxplot with regression(ax[0], train data, f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre {x n} y {y n} - train. I
            # Segundo subgráfico: Datos de test
            boxplot with regression(ax[1], test data, f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre {x n} y {y n} - test. DF
            plt.tight lavout()
            file = str(f'2. REGRESIÓN POLINÓMICA Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
            plt.savefig(dir + file)
            #plt.show()
            return mse_poly, r2_poly, mae_poly, rmse_poly, y_poly_pred_test
In [ ]: def regresion_polinomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n):
            if y_n == "Tutoring" or y_n == "Extracurricular" or y_n == "Sports" or y_n == "Music":
                 return regresion_polinomica_binomial(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n)
            elif y n == "ParentalSupport":
                 return regresion_polinomica_politomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, df_n)
            else:
                 \textbf{return} \ \text{regresion\_polinomica\_category} (\textbf{X\_train}, \ \textbf{X\_test}, \ \textbf{y\_train}, \ \textbf{y\_test}, \ \textbf{x\_n}, \ \textbf{y\_n}, \ \textbf{df\_n})
```

### Red Neuronal

```
def gen_graph_neuron(x_train, y_train, x_test, y_test, y_pred_train, y_pred_test, x_n, y_n, model, df_n):
    # Crear el directorio para guardar los gráficos
    dir = str(f'./graph/3_regresion_neuronal/{df_n}/')
    os.makedirs(dir, exist_ok=True)

plt.figure(figsize=(20, 6))
    fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6))

x_min = min(x_train.min(), x_test.min())
    x_max = max(x_train.max(), x_test.max())
    x_range = np.linspace(x_min, x_max, 100).reshape(-1, 1)

x_range_norm = (x_range - np.mean(x_train)) / np.std(x_train)
    y_range_pred_norm = model.predict(x_range_norm)
    y_range_pred = y_range_pred_norm * np.std(y_train) + np.mean(y_train)
```

```
# Añadir jitter a los datos
            jitter strength = 0.02
            y_train_jitter = y_train + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_train.shape)
            y_test_jitter = y_test + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_test.shape)
            ax[0].scatter(x_train, y_train_jitter, label='Datos de entrenamiento', alpha=0.5)
            ax[0].plot(x_range, y_range_pred, color='red', label='Curva de regresión')
            ax[0].set\_title(f'3. REGRESTON NEURONAL Relacion entre {x_n} y {y_n} - train. DF: {df_n}')
            ax[0].set_xlabel(x_n)
            ax[0].set ylabel(y n)
            ax[0].legend()
            ax[1].scatter(x_test, y_test_jitter, color='green', label='Datos de prueba', alpha=0.5)
            ax[1].plot(x_range, y_range_pred, color='red', label='Curva de regresión')
            ax[1].set title(f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre {x n} y {y n} - test. DF: {df n}')
            ax[1].set xlabel(x n)
            ax[1].set ylabel(y n)
            ax[1].legend()
            file = str(f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
            plt.savefig(dir + file)
            plt.tight layout()
            #plt.show()
        \label{lem:def} \textbf{def} \ \ regresion\_neuronal\_category(x,\ y,\ x\_n,\ y\_n,\ df\_n):
            x = np.array(x).reshape(-1, 1)
            y = np.array(y).reshape(-1, 1)
            x_{mean} = np.mean(x)
            x_{std} = np.std(x)
            y_{mean} = np.mean(y)
            y_std = np.std(y)
            x_norm = (x - x_mean) / x_std
            y_norm = (y - y_mean) / y_std
            x_train, x_test, y_train, y_test = train_test_split(x_norm, y_norm, test_size=0.2, random_state=42)
            model = tf.keras.Sequential([
                tf.keras.layers.Dense(64, input_shape=(x_train.shape[1],), activation='relu'),
                tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu'),
                tf.keras.layers.Dense(1)
            1)
            model.compile(optimizer='adam', loss='mean squared error')
            history = model.fit(x_train, y_train, epochs=100, validation_split=0.2, verbose=0)
            y_pred_train_norm = model.predict(x_train)
            y_pred_test_norm = model.predict(x_test)
            y_pred_all_norm = model.predict(x_norm)
            y_pred_train = y_pred_train_norm * y_std + y_mean
            y_pred_test = y_pred_test_norm * y_std + y_mean
            y_pred_all = y_pred_all_norm * y_std + y_mean
            x_train_orig = x_train * x_std + x_mean
            x_test_orig = x_test * x_std + x_mean
            x_all_orig = x_norm * x_std + x_mean
            y_train_orig = y_train * y_std + y_mean
            y test orig = y test * y std + y mean
            y all orig = y norm * y std + y mean
            mse = mean_squared_error(y_all_orig, y_pred_all)
            r2 = r2_score(y_all_orig, y_pred_all)
            mae = mean_absolute_error(y_all_orig, y_pred_all)
            rmse = mean_squared_error(y_all_orig, y_pred_all, squared=False)
            gen_graph_neuron(x_train_orig, y_train_orig, x_test_orig, y_test_orig, y_pred_train, y_pred_test, x_n, y_n,
            return mse, r2, mae, rmse, y pred all
In []: # Función de regresion neuronal binomial
        def stacked_area_plot(ax, X, y, y_pred, title, x_n, y_n):
            # Asegurarse de que X y y sean arrays unidimensionales
            X = X.flatten()
```

```
def stacked_area_plot(ax, X, y, y_pred, title, x_n, y_n):
    # Asegurarse de que X y y sean arrays unidimensionales
    X = X.flatten()
    y = y.flatten()
    # Clasificar los datos según X
    sorted_indices = np.argsort(X)
    X_sorted = X[sorted_indices]
    y_sorted = y[sorted_indices]
```

```
y_pred_sorted = y_pred[sorted_indices]
    # Ajustar tamaño de la ventana para datos con poco rango
    window size = min(50, len(y sorted) // 2) # Tamaño de ventana adaptativo
    if len(y_sorted) <= window size:</pre>
        window size = len(y sorted) - 1 # Asegúrate de que la ventana no sea más grande que el número de muesta
    proportions 0 = [np.mean(y sorted[i:i+window size] <= 0.5) for i in range(len(y sorted) - window size + 1)]
    proportions 1 = [np.mean(y sorted[i:i+window size] > 0.5) for i in range(len(y sorted) - window size + 1)]
    X_windows = X_sorted[:len(proportions_0)]
   # Graficar las proporciones
   ax.fill between(X windows.flatten(), proportions 0, label=f'<= 0.5 {y n}', alpha=0.5)
    ax.fill between(X windows.flatten(), proportions 1, label=f'> 0.5 {y n}', alpha=0.5)
    # Graficar la curva polinómica de regresión
   ax.plot(X_sorted, y_pred_sorted, color='red', label='Curva de regresión neuronal')
    ax.set_title(title)
    ax.set xlabel(x n)
    ax.set_ylabel(y_n)
    ax.legend()
def gen_graph_neuron_binomial(x_train, y_train, x_test, y_test, y_pred_train, y_pred_test, x_n, y_n, model, df_i
# Crear el directorio para guardar los gráficos
    dir = str(f'./graph/3 regresion neuronal/{df n}/')
   os.makedirs(dir, exist_ok=True)
   # Obtener el rango de x para la curva de regresión
   x_min = min(x_train.min(), x_test.min())
    x_{max} = max(x_{train.max}), x_{test.max})
   x range = np.linspace(x min, x max, 100).reshape(-1, 1)
   x range norm = (x \text{ range - np.mean}(x \text{ train})) / np.std(x \text{ train})
   y range pred norm = model.predict(x range norm)
   y range pred = y range pred norm * np.std(y train) + np.mean(y train)
   # Añadir jitter a los datos
   jitter_strength = 0.02
    y_train_jitter = y_train + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_train.shape)
   y_test_jitter = y_test + np.random.uniform(-jitter_strength, jitter_strength, y_test.shape)
   # Crear una figura con dos subgráficos
    fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6))
    # Primer subgráfico: Datos de entrenamiento
    stacked_area_plot(ax[0], x_train, y_train_jitter, y_pred_train,
                       f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre \{x_n\} y \{y_n\} - train. DF: \{df_n\}',
                       x_n, y_n
    # Segundo subgráfico: Datos de prueba
    stacked_area_plot(ax[1], x_test, y_test_jitter, y_pred_test,
                       f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre \{x_n\} y \{y_n\} - test. DF: \{df_n\}',
                       x_n, y_n
    plt.tight layout()
    file = str(f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre {x n} y {y n} DF: {df n}.png')
    plt.savefig(dir + file)
    #plt.show()
def regresion_neuronal_binomial(x, y, x_n, y_n, df_n):
   # Convertir a arrays y hacer reshape
   x = np.array(x).reshape(-1, 1)
   y = np.array(y).reshape(-1, 1)
   # Dividir los datos en entrenamiento y prueba
   x_train, x_test, y_train, y_test = train_test_split(x, y, test_size=0.2, random_state=42)
   # Normalizar los datos
   x_{mean} = np.mean(x_{train})
   x std = np.std(x train)
   y_{mean} = np.mean(y_{train})
   y std = np.std(y train)
   x train norm = (x train - x mean) / x std
   x test norm = (x test - x mean) / x std
   # Definir y entrenar el modelo de red neuronal
    model = tf.keras.Sequential([
        tf.keras.layers.Dense(64, input_shape=(x_train_norm.shape[1],), activation='relu'),
        tf.keras.layers.Dense(64, activation='relu'),
        tf.keras.layers.Dense(1)
    1)
```

```
model.compile(optimizer='adam', loss='mean squared error')
            \label{eq:history} \mbox{history = model.fit}(\mbox{x\_train\_norm, y\_train, epochs=100, validation split=0.2, verbose=0})
            # Hacer predicciones
            y_pred_train_norm = model.predict(x_train_norm)
            y pred test norm = model.predict(x test norm)
            y_pred_all_norm = model.predict((np.concatenate([x_train, x_test]) - x_mean) / x_std)
            # Desnormalizar las predicciones
            y_pred_train = y_pred_train_norm * y_std + y_mean
            y_pred_test = y_pred_test_norm * y_std + y_mean
            y_pred_all = y_pred_all_norm * y_std + y_mean
            # Desnormalizar los datos
            x train orig = x train
            x test orig = x test
            x all orig = np.concatenate([x train, x test])
            y_train_orig = y_train
            y_test_orig = y_test
            y_all_orig = np.concatenate([y_train, y_test])
            # Evaluar el modelo
            mse = mean_squared_error(y_all_orig, y_pred_all)
            r2 = r2_score(y_all_orig, y_pred_all)
            mae = mean_absolute_error(y_all_orig, y_pred_all)
            rmse = mean_squared_error(y_all_orig, y_pred_all, squared=False)
            # Generar gráficos
            gen graph neuron binomial(x train orig, y train orig, x test orig, y test orig, y pred train, y pred test,
            return mse, r2, mae, rmse, y pred test
In [ ]: # Función de regresion neuronal politomica
        def regresion neuronal politomica(x, y, x n, y n, df n, poly degree=15, hidden layer sizes=(100,), test size=0.
            # Asegúrate de que x e y sean arrays de NumPy
            x = np.asarray(x).reshape(-1, 1) if x.ndim == 1 else np.asarray(x)
           y = np.asarray(y).reshape(-1, 1) if y.ndim == 1 else np.asarray(y)
            # Dividir los datos en conjunto de entrenamiento y prueba
            X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(x, y, test_size=test_size, random_state=0)
            # Crear el directorio para guardar los gráficos
            dir = str(f'./graph/3_regresion_neuronal/{df_n}/')
            os.makedirs(dir, exist_ok=True)
            # Crear características polinómicas
            poly = PolynomialFeatures(degree=poly_degree)
            # Transformar los datos
            x_poly_train = poly.fit_transform(X_train)
            x_poly_test = poly.transform(X_test)
            # Crear el modelo de red neuronal
            model = MLPRegressor(hidden_layer_sizes=hidden_layer_sizes, max_iter=1000, random_state=0)
            # Ajustar el modelo a los datos
            model.fit(x_poly_train, y_train.ravel()) # .ravel() convierte a una 1D array
            # Hacer predicciones
            y poly pred train = model.predict(x poly train)
            y poly pred test = model.predict(x poly test)
            # Evaluar el modelo
            mse poly = mean squared error(y test, y poly pred test)
            r2 poly = r2_score(y_test, y_poly_pred_test)
            mae_poly = mean_absolute_error(y_test, y_poly_pred_test)
            rmse_poly = mean_squared_error(y_test, y_poly_pred_test, squared=False) # squared=False returns the RMSE
            # Preparar datos para gráficos
            train_data = np.concatenate([X_train, y_train], axis=1)
            test_data = np.concatenate([X_test, y_test], axis=1)
            # Obtener los valores mínimos y máximos de x para el rango de valores
            x min = X train.min()
            x max = X train.max()
            # Generar gráfico
            fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(20, 6)) # Crear una figura con dos subgráficos
            def boxplot_with_regression(ax, data, title):
```

```
X = data[:, 0].reshape(-1, 1)
                y = data[:, 1]
                # Graficar el gráfico de cajas
                sns.boxplot(x=y, y=X.flatten(), ax=ax, palette='Set2')
                # Determinar los límites del gráfico de cajas
                box limits = ax.get xlim()
                # Ajustar los límites de la línea de regresión para comenzar y terminar en las cajas
                x  start = max(x min, box limits[0])
                x_{end} = min(x_{max}, box_{limits[1]})
                # Crear nuevos puntos de X para la línea de regresión desde el borde de la primera caja hasta el borde
                X \text{ new = np.linspace}(x \text{ start}, x \text{ end}, 100).reshape}(-1, 1)
                X poly new = poly.transform(X new)
                y pred new = model.predict(X poly new)
                # Graficar la curva de regresión neuronal
                ax.plot(X_new, y_pred_new, color='red', linewidth=2, label='Curva Neuronal de Regresión')
                # Configuración del gráfico
                ax.set title(title)
                ax.set_xlabel(f'{x_n}')
                ax.set ylabel(f'{y n}')
                ax.legend(title='Leyenda')
                ax.grid(True)
            # Primer subgráfico: Datos de train
            boxplot_with_regression(ax[0], train_data, f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre {x_n} y {y_n} - train. DF
            # Segundo subgráfico: Datos de test
            boxplot with regression(ax[1], test data, f'3. REGRESIÓN NEURONAL Relación entre {x n} y {y n} - test. DF:
            plt.tight layout()
            file = str(f'3). REGRESIÓN NEURONAL Relación entre \{x_n\} y \{y_n\} DF: \{df_n\}.png')
            plt.savefig(dir + file)
            #plt.show()
            return mse_poly, r2_poly, mae_poly, rmse_poly, y_poly_pred_test
In [ ]: def regresion_neuronal(x, y, x_n, y_n, df_n):
            if y_n == "Tutoring" or y_n == "Extracurricular" or y_n == "Sports" or y_n == "Music":
                return regresion_neuronal_binomial(x, y, x_n, y_n, df_n)
            elif y n == "ParentalSupport";
                return regresion neuronal politomica(x, y, x n, y n, df n)
                return regresion neuronal_category(x, y, x_n, y_n, df_n)
```

## Programa principal

```
In []: x n = 'GPA'
        variables = ["StudyTimeWeekly", "Absences", "ParentalSupport", "Tutoring", "Extracurricular", "Sports", "Music"
        results_dict = {}
        for y n in variables:
            x = pd.Series(df[x n])
            y = pd.Series(df[y_n])
            # Dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba
            X train, X test, y train, y test = train test split(x.values.reshape(-1, 1), y.values.reshape(-1, 1), test
            models = {'Regresión Lineal': regresion_lineal(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, nameof(df)),
            'Regresión Polinomica': regresion_polinomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, nameof(df)),
            'Regresión Neuronal': regresion_neuronal(x, y, x_n, str(y_n), nameof(df)),
            comparison df = compare models(models)
            x = pd.Series(df standard[x n])
            y = pd.Series(df_standard[y n])
            # Dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba
            X train, X test, y train, y test = train test split(x.values.reshape(-1, 1), y.values.reshape(-1, 1), test
            models = \{ \ 'Regresión \ Lineal': \ regresion\_lineal(X\_train, \ X\_test, \ y\_train, \ y\_test, \ x\_n, \ y\_n, \ nameof(df\_standard) \} \}
            'Regresión Polinomica': regresion_polinomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, nameof(df_standard
            'Regresión Neuronal': regresion neuronal(x, y, x n, str(y n), nameof(df standard)),
            comparison df standard = compare models(models)
```

```
x = pd.Series(df_minmax[x_n])
y = pd.Series(df_minmax[y_n])

# Dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(x.values.reshape(-1, 1), y.values.reshape(-1, 1), test_s

models = {'Regresión Lineal': regresion_lineal(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, nameof(df_minmax 'Regresión Polinomica': regresion_polinomica(X_train, X_test, y_train, y_test, x_n, y_n, nameof(df_minmax))
'Regresión Neuronal': regresion_neuronal(x, y, x_n, str(y_n), nameof(df_minmax)),
}
comparison_df_minmax = compare_models(models)

results_dict[f'df_{y_n}'] = {
    'comparison_df': comparison_df,
    'comparison_df_standard': comparison_df_standard,
    'comparison_df_standard': comparison_df_minmax
}
```

## **Importar resultados**

```
In []: # Exporta los resultados a un archivo CSV
        # Abre un archivo en modo de escritura CSV
        with open('resultados.csv', 'w', newline='') as file:
            # Itera sobre todas las entradas en el diccionario
            for variable name, results in results dict.items():
                # Escribe los resultados sin normalizar
                file.write(f"Resultados para {variable name} (sin normalizar):\n")
                results \hbox{\tt ['comparison\_df'].to\_csv(file, index=False)}
                file.write("\n\n")
                # Escribe los resultados estandarizados
                file.write(f"Resultados para {variable_name} (estandarizado):\n")
                results['comparison_df_standard'].to_csv(file, index=False)
                file.write("\n\n")
                # Escribe los resultados normalizados Min-Max
                file.write(f"Resultados para {variable_name} (normalizado Min-Max):\n")
                results['comparison_df_minmax'].to_csv(file, index=False)
                file.write("\n\n" + "="*80 + "\n\n")
        print("Los resultados se han exportado a 'resultados.csv'")
In [ ]: # Exporta los resultados a un archivo de texto
        # Abre un archivo en modo de escritura
        with open('resultados.txt', 'w') as file:
            # Itera sobre todas las entradas en el diccionario
            for variable name, results in results dict.items():
                # Escribe los resultados en el archivo
                file.write(f"Resultados para {variable_name} (sin normalizar):\n")
                file.write(results['comparison_df'].to_string())
                file.write("\n\n")
                file.write(f"Resultados para {variable name} (estandarizado):\n")
                file.write(results['comparison df standard'].to string())
                file.write("\n\n")
                file.write(f"Resultados para {variable name} (normalizado Min-Max):\n")
                file.write(results['comparison df minmax'].to string())
                file.write("\n\n" + "="*80 + "\n\n")
        print("Los resultados se han exportado a 'resultados.txt'")
```

## Análisis de datos

Los datos presentados permiten extraer diversas inferencias sobre el funcionamiento de modelos de regresión lineal, polinomial y neuronal en conjuntos de datos variados y con distintas técnicas de normalización. A continuación se detallan las observaciones más destacadas:

### Conjunto de datos sobre tiempo de estudio semanal:

- Sin Normalizar: El modelo basado en redes neuronales muestra superioridad (Índice de error 30.33, Coeficiente predictivo 0.048).
- Estandarizado: El enfoque basado en redes neuronales mantiene su ventaja (Índice de error 0.95, Coeficiente predictivo 0.048).
- Normalización Min-Max: El método basado en redes neuronales sigue liderando (Índice de error 0.076, Coeficiente predictivo 0.048).

En general, el enfoque basado en redes neuronales demuestra un rendimiento superior en todas las técnicas de preparación de datos para este conjunto.

#### Conjunto de datos sobre ausencias:

- Sin Normalizar: El modelo polinomial destaca (Índice de error 9.69, Coeficiente predictivo 0.865).
- Estandarizado: El enfoque polinomial mantiene su liderazgo (Índice de error 0.136, Coeficiente predictivo 0.865).
- Normalización Min-Max: El método polinomial sigue siendo el más efectivo (Índice de error 0.0115, Coeficiente predictivo 0.865).

El enfoque polinomial muestra un rendimiento superior en todas las técnicas de preparación de datos para este conjunto.

#### Conjunto de datos sobre apoyo familiar:

- Sin Normalizar: El modelo polinomial tiene una ligera ventaja (Índice de error 1.226, Coeficiente predictivo 0.0658). El enfoque basado en redes muestra un rendimiento inferior.
- Estandarizado: El método polinomial mantiene su superioridad (Índice de error 0.972, Coeficiente predictivo 0.0658).
- Normalización Min-Max: El enfoque polinomial continúa liderando (Índice de error 0.0766, Coeficiente predictivo 0.0658).

El modelo polinomial demuestra ser consistentemente superior para este conjunto de datos.

#### Conjunto de datos sobre tutoría:

- Sin Normalizar: El enfoque polinomial muestra el mejor rendimiento (Índice de error 0.205, Coeficiente predictivo 0.0379).
- Estandarizado: El modelo polinomial mantiene su ventaja (Índice de error 0.975, Coeficiente predictivo 0.0379).
- Normalización Min-Max: El método polinomial sigue siendo el más efectivo (Índice de error 0.205, Coeficiente predictivo 0.0379).

El enfoque polinomial demuestra un rendimiento superior en todas las técnicas de preparación de datos para este conjunto.

#### Conjunto de datos sobre actividades extracurriculares:

- Sin Normalizar: El modelo lineal muestra una leve superioridad (Índice de error 0.239, Coeficiente predictivo 0.0031).
- Estandarizado: El enfoque basado en redes toma la delantera (Índice de error 0.986, Coeficiente predictivo 0.0133).
- Normalización Min-Max: El método lineal recupera su ventaja (Índice de error 0.239, Coeficiente predictivo 0.0031).

Para este conjunto, los enfoques lineal y basado en redes muestran resultados competitivos, con una ligera ventaja del lineal en dos de las tres técnicas de preparación de datos.

#### Conjunto de datos sobre actividades físicas:

- Sin Normalizar: El modelo lineal muestra una leve superioridad (Índice de error 0.206, Coeficiente predictivo -0.0013).
- Estandarizado: El enfoque basado en redes destaca (Índice de error 0.993, Coeficiente predictivo 0.0068).
- Normalización Min-Max: El método lineal vuelve a destacar (Índice de error 0.206, Coeficiente predictivo -0.0013).

Para este conjunto, los enfoques lineal y basado en redes ofrecen resultados cercanos, con una sutil ventaja del lineal en dos de las tres técnicas de preparación de datos.

### Conjunto de datos sobre música:

- Sin Normalizar: El modelo lineal muestra una leve superioridad (Índice de error 0.157, Coeficiente predictivo 0.0097).
- Estandarizado: El enfoque polinomial toma la delantera (Índice de error 0.993, Coeficiente predictivo 0.0095).
- Normalización Min-Max: El método polinomial mantiene su ventaja (Índice de error 0.157, Coeficiente predictivo 0.0095).

Para este conjunto, los enfoques lineal y polinomial muestran resultados competitivos, con una ligera ventaja del polinomial en dos de las tres técnicas de preparación de datos.

## **Conclusiones**

Conclusiones generales:

- Regresión Neuronal: Sobresale en el conjunto de datos de tiempo de estudio semanal.
- Regresión Polinomial: Muestra mejor rendimiento en los conjuntos de ausencias, apoyo parental, tutoría y música.
- Regresión Lineal: Presenta un desempeño competitivo en los conjuntos de actividades extracurriculares y deportes.

Es relevante señalar que la normalización y estandarización de los datos pueden impactar significativamente en el rendimiento de los modelos, y la elección del modelo más adecuado puede variar según el preprocesamiento aplicado a los datos.

Loading [MathJax]/jax/output/CommonHTML/fonts/TeX/fontdata.js